

Astrofyzika I.

Základní hvězdné charakteristiky, určování vzdáleností

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Astrofyzika

ukončení:

písemná zkouška - 4 úlohy průměrné obtížnosti , doba zpracování 1 hod.,

ústní zkouška - 1 otázka z tematických okruhů

Vanýsek, V.: Základy astronomie a astrofyziky. Academia, Praha 1980.

Štefl, V.: Vybrané kapitoly z astrofyziky. UJEP, Brno 1985.

Mikulášek, Z., Krtička, J.: Úvod do fyziky hvězd MU, Brno 2005.

Široký, J., Široká, M.: Základy astronomie v příkladech. SPN, Praha 1966.

Šolc, M., Švestka, J., Vanýsek, V.: Fyzika hvězd a vesmíru. SPN, Praha 1987.

www.physics.muni.cz/astroulohy/

cvičení: kalkulačka, fyzikální a astronomické konstanty, převody jednotek

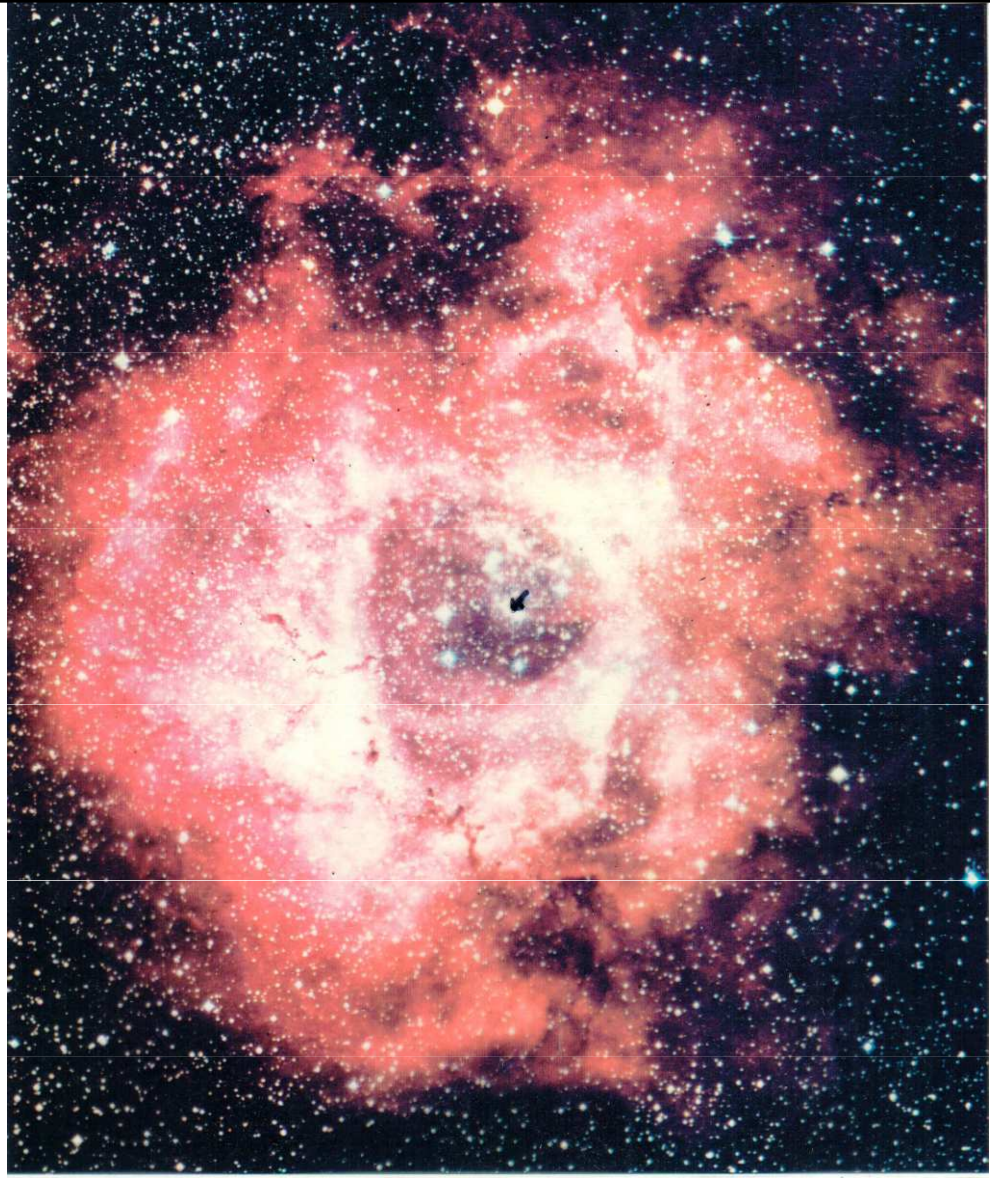
PROČ vyučovat ASTRONOMII aneb úvodní motivace

- ***studenti projevují zájem o astronomickou problematiku, často se s ní setkávají v denním tisku, v časopisech, na internetu, v televizi***
- ***ne vždy jsou uváděné informace správné, ve výuce je třeba provádět jejich korekci***
- ***astronomické poznatky jsou součástí znalostí středoškolsky vzdělaného člověka***

Tematické okruhy - Astrofyzika

Základní hvězdné charakteristiky a metody jejich určování
Metody určování vzdáleností
Povrchové teploty hvězd, Boltzmannova a Sahova rovnice, spektrální klasifikace hvězd
Stavová interpretace H - R diagramu
Stavba nitra hvězd hlavní posloupnosti, hydrostatická a zářivá rovnováha, základní rovnice stavby hvězd
Zdroje energie hvězd. Vztah hmotnost - zářivý výkon, Russellův - Vogtův teorém
Vývojová interpretace H - R diagramu
Dvojhvězdy
Bílí trpaslíci, neutronové hvězdy, černé díry
Hvězdokupy a asociace
Stavební struktura Galaxie. Hvězdné populace, jejich znaky. Rotace Galaxie. Oortovy konstanty
Vnější galaxie, jejich klasifikace, aktivita. Kosmologické modely vesmíru
Sluneční soustava, rozdělení planet, Země, Měsíc, kosmogonie
Pozorování, atmosférická refrakce, roční období, jejich obloha

mlhovina Rozetta



r = 3 300 sv. r. l. y.

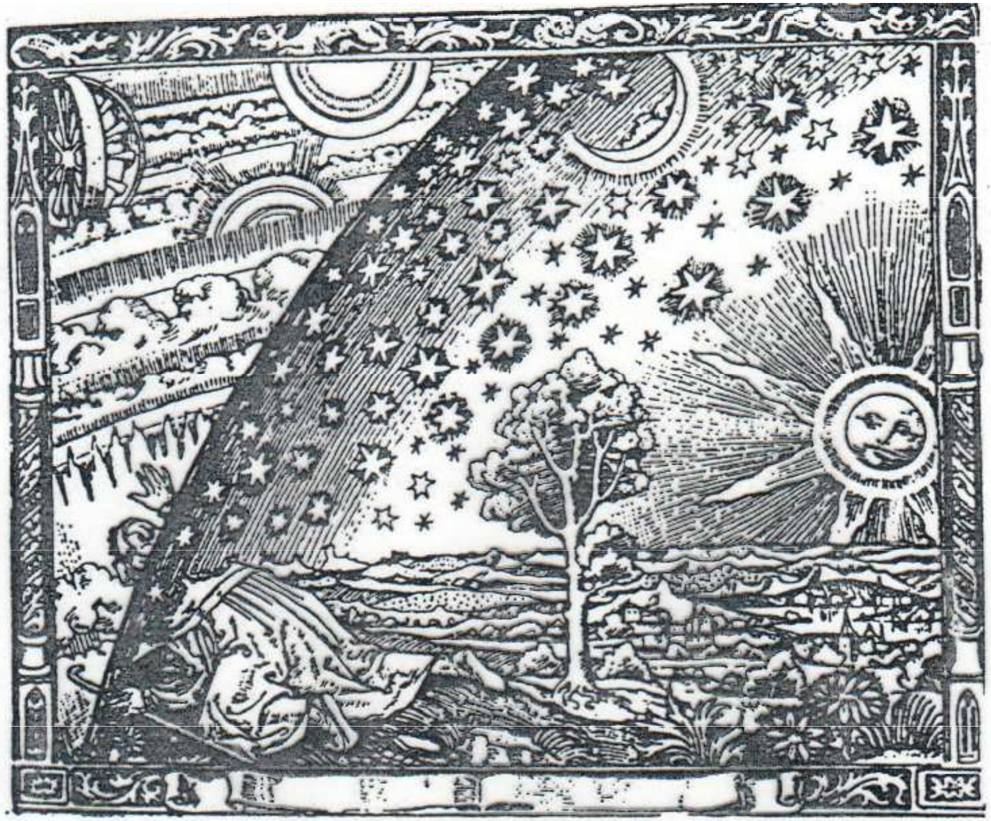
d = 60 sv. r. D = 1°

* O4 45 000 K nejdůležitější

H II 10 000 K , 11 000 $M_\odot$

n $10^6 - 10^7$ částic m^{-3}

Astrofyzika



Skeptik na kraji Země - rytina na dřevě z počátku 16. století pocházející z Německa. Stala se známou až později v 19. století, po převzetí do knihy „Historie nebe" Camilla Flammariona (1842 - 1925). Zachycuje nedůvěřivého a zvídavého člověka, který se snaží odhalit záhady hvězd a vesmíru. Právě pochybnosti byly v dějinách astronomie často motivem dalšího poznávání a pokroku.

Hvězdy - jejich vlastnosti - charakteristiky

pozorujeme asi 5 000 hvězd

jsou všechny stejné?

jaké mají vlastnosti – charakteristiky?

poloměr

hmotnost

teplota

zářivý výkon

spektrum

Základní hvězdné charakteristiky

Základní hvězdné charakteristiky a jejich význam pro vývoj hvězd

H. N. Russell (1877 - 1957)

„ Charakteristiky hvězd závisí na jednoduchých a nejpodstatnějších zákonech přírody a s našimi současnými znalostmi by mohly být dokonce předpovídány pouze na základě fyzikálních principů i kdybychom hvězdy vůbec nepozorovali “.

Hvězdy jsou tělesa zpravidla sférického tvaru, z nich vychází elektromagnetické záření i tok částic (tzv. korpuskulární záření). Jde o jediné zdroje informací o hvězdách, které studujeme jako kosmická tělesa vyznačující se geometrickými, fyzikálními a chemickými parametry, tzv. charakteristikami.

Základní hvězdné charakteristiky

Vnitřní	centrální teplota **T_c**	centrální tlak **p_c**
Vnější	hmotnost $\mathcal{M}$	poloměr **R**
	chemické složení **ChC**	povrchová teplota **T**
		spektrum **Sp**
		zářivý výkon **L**

vzdálenost **r**

pozorovaná hvězdná velikost **m**

Hmotnost hvězd

Hvězdy jsou největší jednoduchá tělesa, reprezentují základní strukturální stavební jednotku ve vesmírné hierarchii. Jde o plazmatická kosmická tělesa, složená z 10^{56} - 10^{59} částic, především elektronů, protonů a jader hélia. Příkladně počet částic v Slunci je zachycen v tabulce:

-	elektronů	$1{,}0 \cdot 10^{57}$
-	protonů	$8{,}2 \cdot 10^{56}$
-	jader hélia	$8{,}7 \cdot 10^{55}$
-	ostatních jader	$1{,}4 \cdot 10^{55}$
-	fotonů	$1{,}1 \cdot 10^{54}$
	celkem	$1{,}9 \cdot 10^{57}$ částic.

$$\langle W_k \rangle = -\frac{1}{2} \langle W_p \rangle$$

$$N \frac{3}{2} k T = -\frac{1}{2} \left(-\frac{3}{5} \frac{G M^2}{R} \right)$$

$$\rho = \text{konst.}$$

Viriálová věta

R. Clausius r. 1870:

$$\frac{1}{2}\left\langle \frac{d^2 I}{dt^2} \right\rangle = 2\langle W_k \rangle + \langle W_p \rangle$$

omezený prostor, periodický pohyb, změna momentu hybnosti → 0.

$$\frac{1}{2}\left\langle \frac{d^2 I}{dt^2} \right\rangle = 0$$

tzv. jednoduchý tvar, střední časové hodnoty, částice hvězd, hvězdy v hvězdokupách, galaxie v kupách galaxií

$$\langle W_k \rangle = -\frac{1}{2}\langle W_p \rangle$$

střední hodnota celkové energie = ….

$$\langle W \rangle = \langle W_k \rangle + \langle W_p \rangle = \frac{1}{2}\langle W_p \rangle = -\langle W_k \rangle$$

centrální teplota

$$\left\langle \frac{3}{2} NkT_{Sc} \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{GM_S^2}{R_S} \right\rangle$$

Určování hmotnosti

a) III. Keplerův zákon v přesném tvaru

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}(\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2)$$

a … a.j. resp. AU – au

T … roky

$\mathcal{M}$ … $\mathcal{M}_\odot$

$$\frac{a^3}{T^2} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$$

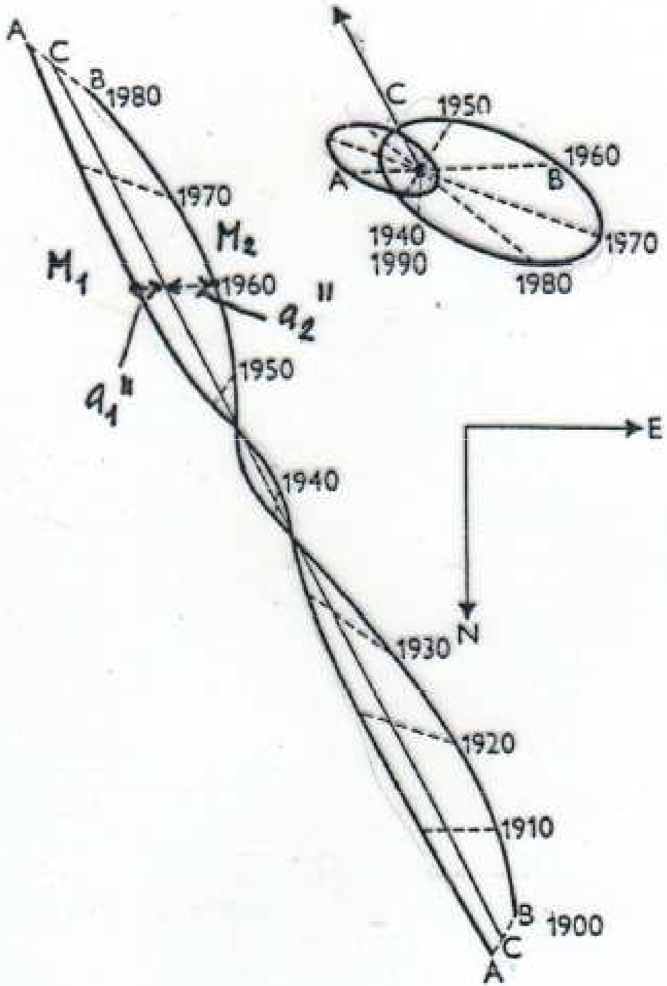
$$\frac{a''^3}{\pi''^3 T^2} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$$

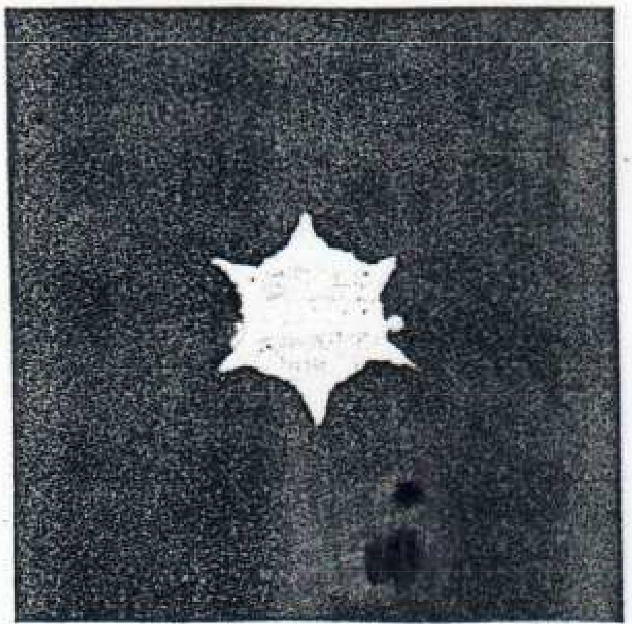
$$\frac{\mathcal{M}_1}{\mathcal{M}_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

III. Keplerův zákon v přesném tvaru - dvojhvězda Sírius

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad , \quad a = a_1 + a_2 \, , \quad a = \frac{a''}{\pi''}$$

roční paralaxa $\pi = \frac{1}{r}$ $\pi \ldots$" , $r \ldots pc$



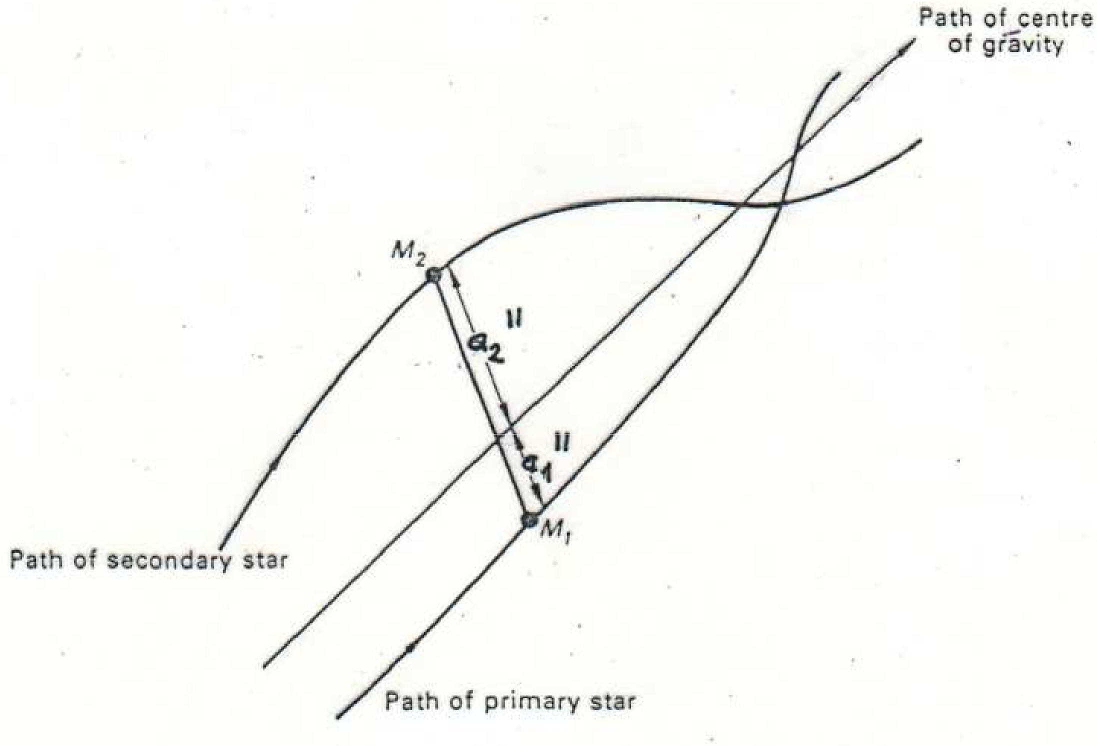


III. Keplerův zákon v přesném tvaru – cvičení

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}\left(M_1 + M_2\right)$$

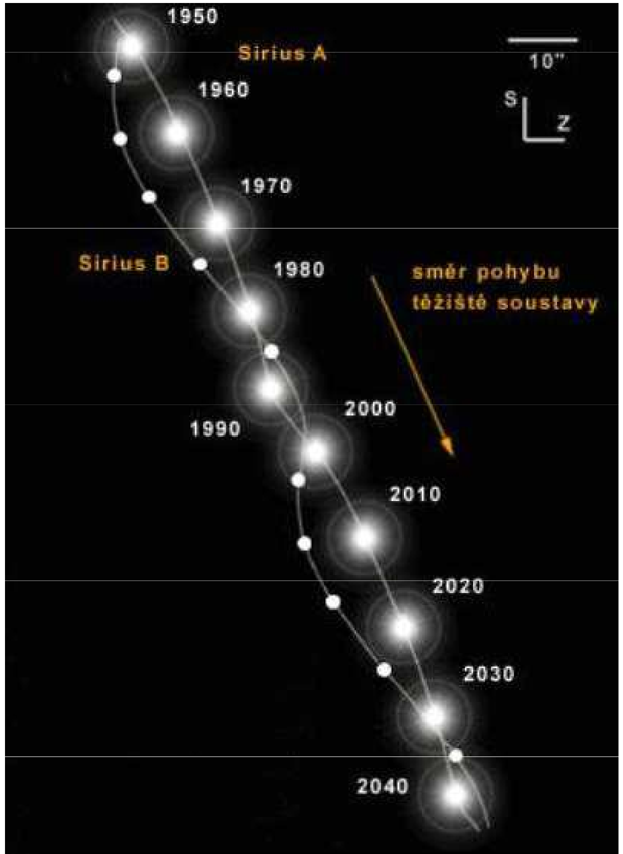
$$\frac{a^3}{T^2} = \left(M_1 + M_2\right)$$

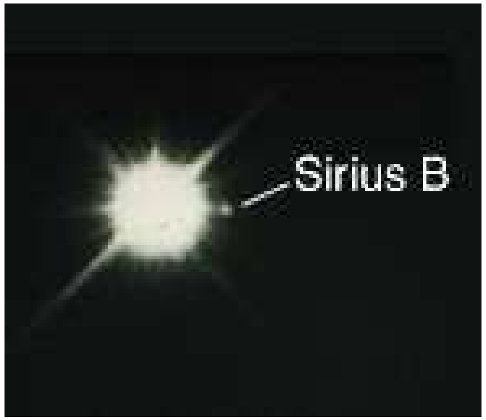
$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1}, \quad a = a_1 + a_2, \quad a = \frac{a''}{\pi''}$$



Fyzická dvojhvězda Sirius





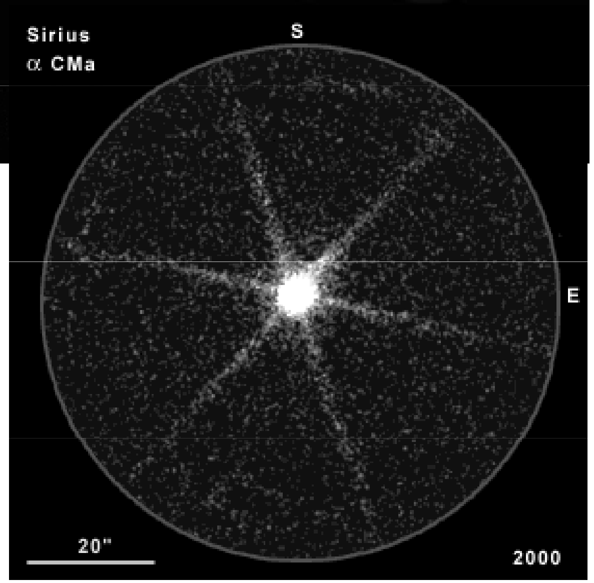


$9 \,.\, 10^{-3}\ R_S \approx 9\,.10^{-1}\ R_z$

$1\ M_S$

25 200 K

$2 \,.\, 10^{-3}\ L_S$



III. Keplerův zákon v přesném tvaru - cvičení

III. Keplerův zákon

1. Stanovte hmotnost Jupiteru, je-li známo, že měsíc Io obíhá ve vzdálenosti 422 000 km a má oběžnou dobu 1,77 dne.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}\,(M_J + M_{Io})$$

2. Určete hmotnost Marsu, známe-li, že měsíc Phobos obíhá ve vzdálenosti 9 380 km a má oběžnou dobu 0,32 dne.

3. U dvojhvězdy byly stanoveny: paralaxa π = 0,05 " a velké poloosa pozorované dráhy a" = 2" , oběžná doba složek 100 roků. Nalezněte hmotnosti jednotlivých složek, je-li známo, že se nacházejí od hmotného středu dvojhvězdy ve vzdálenostech, které jsou v poměru 4 : 1.

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2}$$

4. Stanovte vzdálenost dvojhvězdy, znáte-li oběžnou dobu složek 27 roků, hmotnosti 3 M_S a 5 M_S a hlavní poloosu pozorované dráhy a" = 0,45".

$$M_1 + M_2 = \left(\frac{a''}{\pi''}\right)^3 T^{-2}\ .$$

Cvičení – fyzikální konstanty

Planckova konst. $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s}$
Rychlost světla ve vakuu $c = 2{,}99 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Gravitační konst. $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^{2} \cdot kg^{-2}}$
Boltzmannova konst. $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$
Stefanova-Boltzmannova konst. $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$
Konstanta Wienova posunavacího zákona $b = 2{,}89 \cdot 10^{-3}\mathrm{m \cdot K}$
Plynová konstanta $\mathscr{R} = 8{,}31 \cdot 10^{3}\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$

Hmotnost elektronu $m_{\mathrm{e}} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Hmotnost protonu $m_{\mathrm{p}} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Hmotnost neutronu $m_{\mathrm{n}} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Atomová hmotnostní jednotka $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Hubbleova konstanta $H = 75\,\mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$

$1\,\mathrm{eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$
$1\,\mathrm{eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{erg}$
$1\,\mathrm{Pa} = 10\,\mathrm{dyn \cdot cm^{-2}}$
$m_{\mathrm{H}} = 1{,}67352 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{g}$
$\sigma_T = 6{,}6524 \cdot 10^{-25}\,\mathrm{cm^{-2}}$

Cvičení - astronomické konstanty

Většina konstant je zaokrouhlena na 3 platná místa.

Základní charakteristiky Slunce:

Hmotnost $M_\odot$	$1{,}99 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Poloměr $R_\odot$	$6{,}96 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
Zářivý výkon $L_\odot$	$3{,}86 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$
M_{bol}	$4{,}75\,\mathrm{mag}$
m_{bol}	$-26{,}85\,\mathrm{mag}$
Solární konstanta K	$1{,}37 \cdot 10^{3}\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$
Střední vzdálenost od Země AU	$1{,}496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$

$1\,\mathrm{pc} = 3{,}086 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}$

$1\,\mathrm{rad} = 206\,265''$

$1\,\mathrm{rok} = 3{,}156 \cdot 10^{7}\,\mathrm{s}$

$1\,\mathrm{Jy} = 10^{-26}\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{Hz}^{-1}$

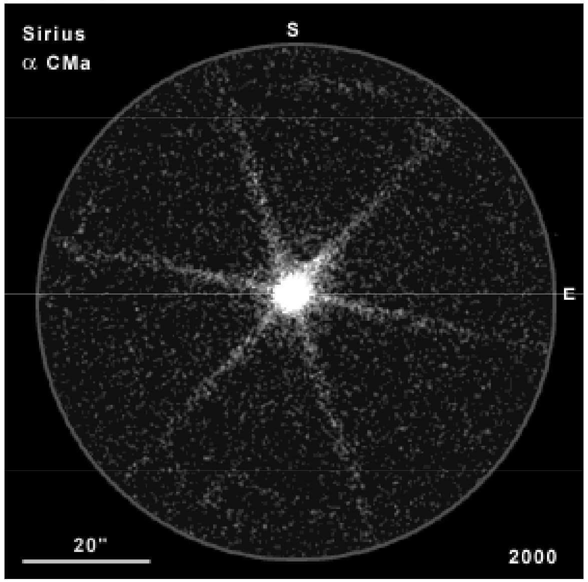
Určování hmotnosti - gravitační rudý posuv

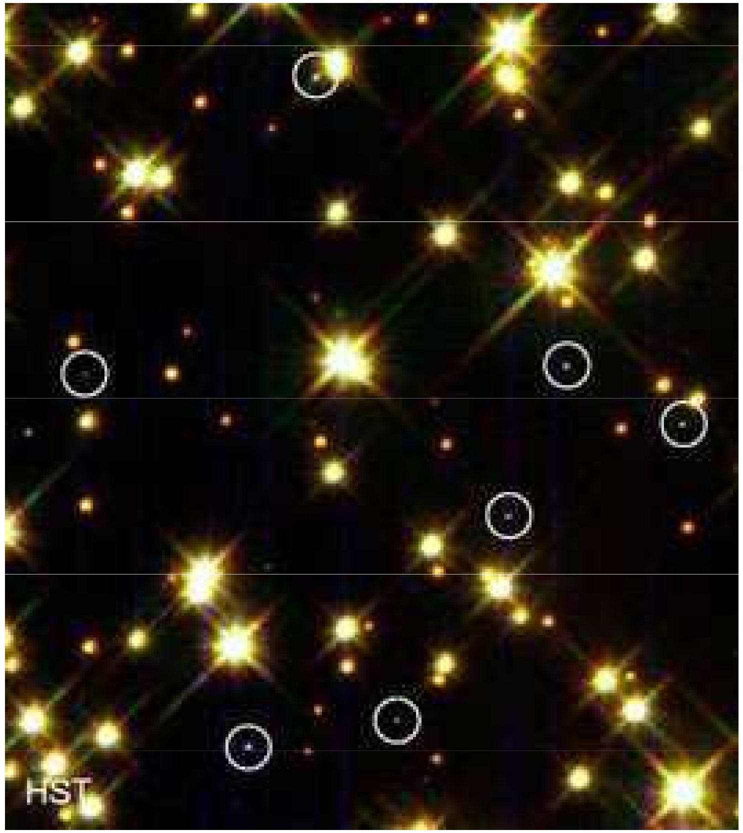
b) Gravitační rudý posuv (bílí trpaslíci)

$$M = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_o}\frac{c^2R}{G} \quad , \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cong 10^{-4}$$

, pro obor viditelného záření $\Delta\lambda \cong 10^{-11}$ **m**

Slunce - 2 . 10^{30} kg





Určování poloměru hvězd

Poloměr R

Stefanův - Boltzmannův zákon $L = 4 \pi R^2 \sigma T_{ef}^4$

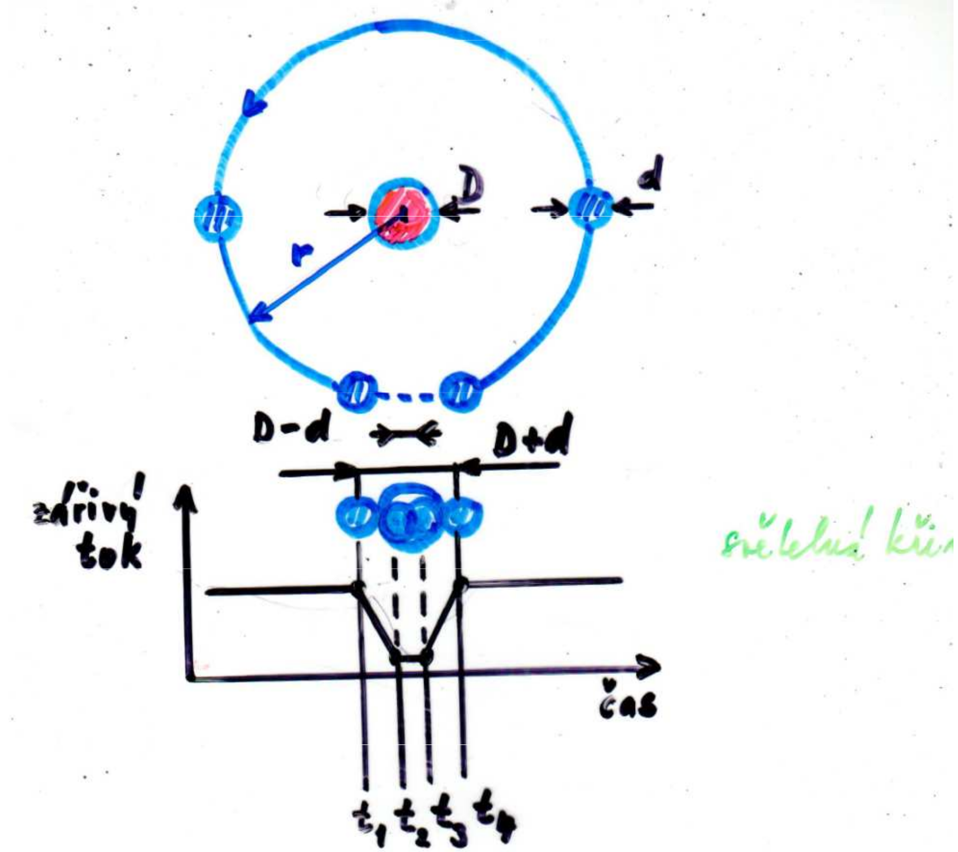
jiné metody

$$L = 4 \pi r^2 F_{bol}$$

Slunce - 7 . 10 ⁸ m

$$R = \left(\frac{L}{4 \pi \sigma T_{ef}^4} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Určování poloměru hvězd - zákrytové dvojhvězdy



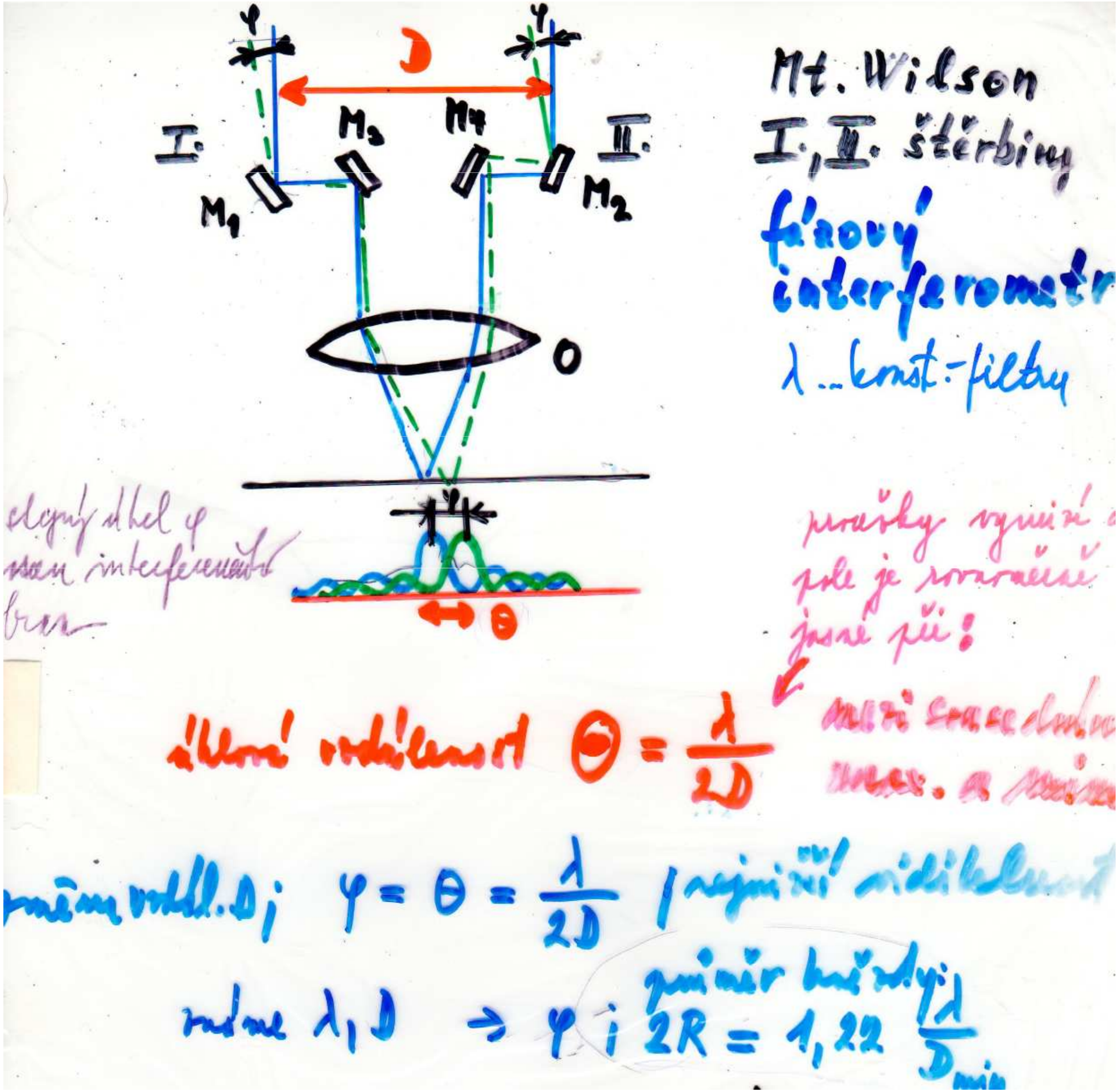
$$\frac{t_4 - t_1}{P} = \frac{D+d}{2\pi r}$$

$$\frac{t_3 - t_2}{P} = \frac{D-d}{2\pi r}$$

$\Rightarrow \frac{D}{r}, \frac{d}{r}$; v známe spektroskopic

$2\pi r = P \cdot v$ r... určíme

Určování poloměru hvězd – interferometricky



Poloměry hvězd - typické

Typ hvězdy	Rozměr
Veleobři	až 500 R_{Slunce}
Obři	až 80 R_{Slunce}
Hlavní posloupnost	0,5 až 20 R_{Slunce}
Bílí trpaslíci	1000 až 10 000 km
Neutronové hvězdy	10 až 100 km



Hustota:

Veleobr	Slunce	Bílý trpaslík	Neutronová hvězda
10^{-6} g/cm^3	1,4 g/cm^3	10^6 g/cm^3	10^{14} g/cm^3

Charakteristiky hvězd, hvězda LBV 1806-20

Slunce:

R_S 7 . 10 ^{8} m

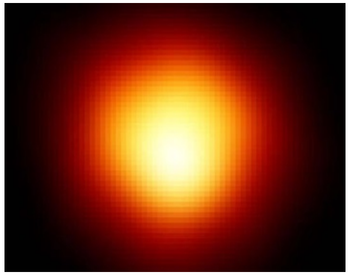
M_S 2 . 10 ^{30} kg

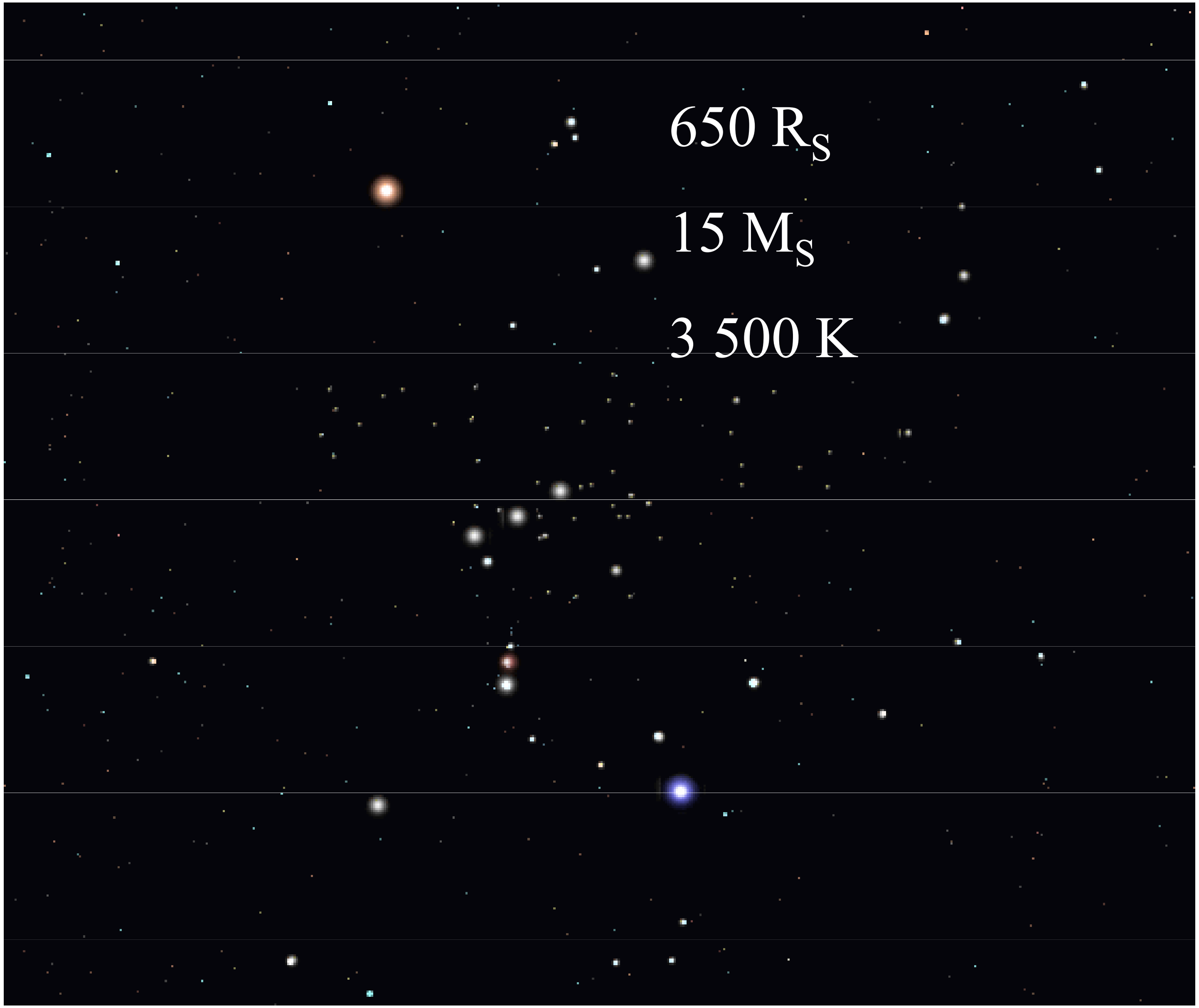
T_S 5 780 K

L_S 4 . 10 ^{26} W



Betelgeuse – červený veleobr





Chemické složení ChC

procentuální hmotnostní zastoupení jednotlivých prvků v hvězdách

Slunce vodík 71,6 %, helium 27 %, ostatní tzv. těžké prvky 1,4 %

jednotlivých prvků je názornější - na každý milion atomů vodíku připadá 63 tisíc atomů helia, 690 atomů kyslíku, 420 atomů uhlíku, 87 atomů dusíku, 45 atomů křeníku atd. Prakticky u všech hvězd je chemické složení přibližně stejné.

Zářivý výkon L

$$L = 4\,\pi\,R^2\,\sigma\,T_{ef}^4$$

$$\log L = \log 4\,\pi\,\sigma + 2\log R + 4\log T_{ef}$$

u Slunce ze solární konstanty

měřením toku záření u blízkých hvězd, u vzdálenějších spektroskopicky

Slunce - 3,8 . 10 ^{26} W

$$L = 4\,\pi\,r^2\,K$$

$$L = 4\,\pi\,r^2\,F_{bol}$$

Povrchové teploty hvězd

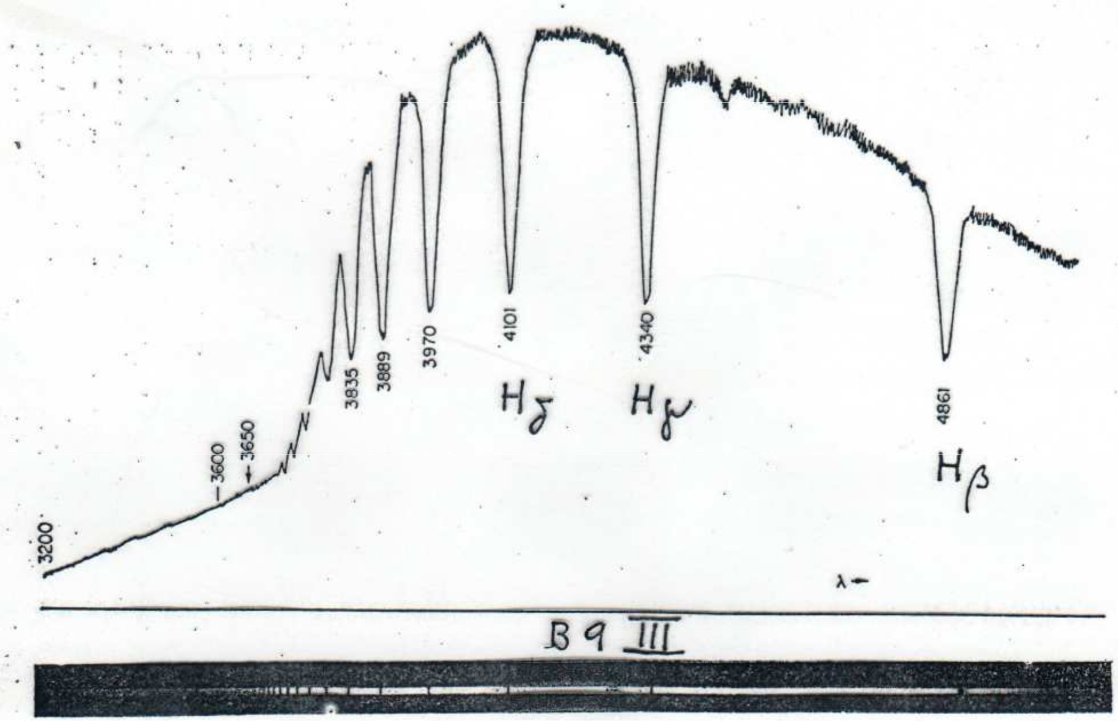
aplikace zákonů záření, Wienova, Planckova, Stefanova-Boltzmannova zákona, pouze první aproximace, průběh spojitého spektra narušen čarami, fotoionizačními skoky…

Povrchová teplota T

souvislost zabarvení hvězd s jejich povrchovými teplotami

efektivní povrchová teplota

Slunce - 5 780 K



Určování barevné teploty - Wienův vyzařovací zákon

$$I(\lambda,T) = \frac{c_1}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1}$$

přibližný Wienův zákon při λT malém

$$I(\lambda,T) = c_1\lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T}$$

měříme poměr intenzit záření

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 e^{\left[-\frac{c_2}{T_b}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right]}$$

$$\Rightarrow \quad T_b = \frac{-c_2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}{\ln\frac{I_1}{I_2} + 5\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$$

měření teploty hvězd pro určitou část spe[ktra]

použití filtrů, Slunce:

$\lambda_1 = 470$ nm

$\lambda_2 = 540$ nm $\Rightarrow T_b = 6\,500$ K

Aplikace Planckova zákona, určování efektivní teploty ze Stefanova-Boltzmannova z.

$$B_\nu(\nu,T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$$

Stefanův- Boltzmannův zákon

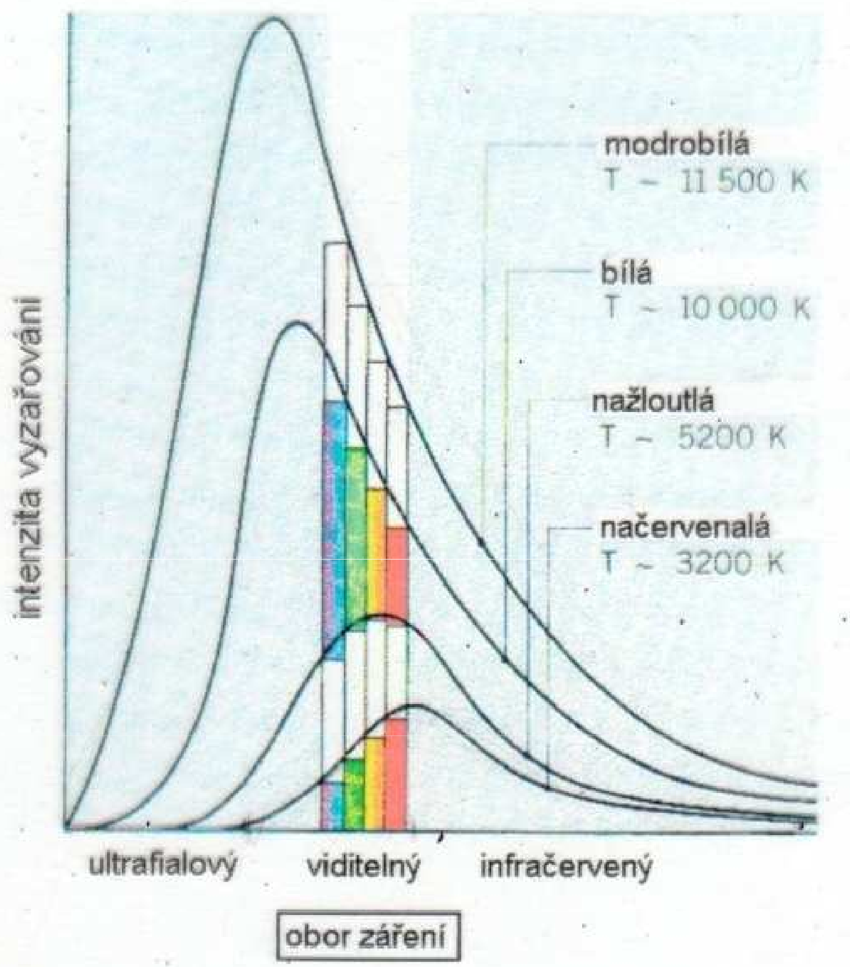
$$B(T) = \sigma\ T_{ef}^4 \qquad\qquad L = 4\pi\ R^2\ \sigma\ T_{ef}^4$$

záření vychází z různých hloubek atmosféry**, z různých teplot,** proto zavádíme **efektivní teplotu**

$$T_{ef} = \left(\frac{L}{4\,\pi\,\sigma\,R^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Určování teploty - Wienův posunovací zákon





$$\lambda_m T = b$$

Určování excitační teploty - Boltzmannova rovnice

Boltzmannova rovnice

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a}\, e^{-\frac{E_b - E_a}{kT}}$$

g_b, g_a statistické váhy stavů

pro vodík $g_n = 2n^2$, n ... hlavní kvantové číslo

u složitějších atomů $g = 2j + 1$ j ... kvantové číslo celkového momentu hybnosti

T ... excitační teplota, E_b, E_a ... excitační potenciály

$$\log \frac{N_b}{N_a} = -\frac{5040}{T}\chi_{ab} + \log \frac{g_b}{g_a}$$

$$\chi_{ab} = E_b - E_a$$

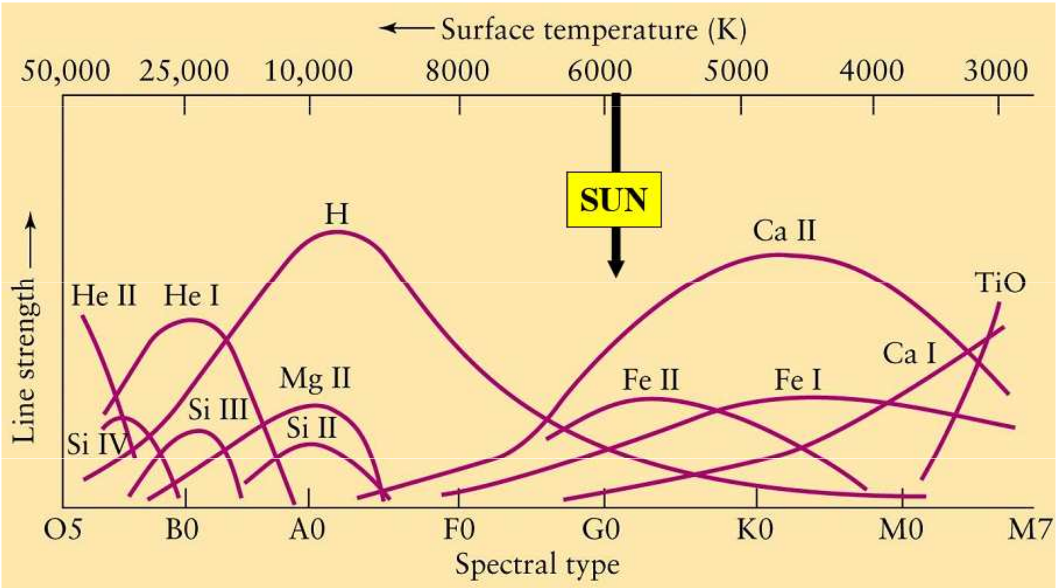
$$\log \frac{N_b}{N_a} = -\frac{5040}{T}\chi_{ab}$$

zjednodušený tvar, g_b, g_a nevelká čísla jednotk. řádu

stav excitační rovnováhy

Boltzmannova rovnice

graf zachycuje nárůst N_2 obsazení druhé hladiny, přesněji poměr N_2 ku celkovému počtu atomů $N_2 + N_1$ s rostoucí teplotou, $N_2 = N_1$ při teplotě až 85 400 K, proč **pozorujeme maximální intenzitu čar Balmerovy série při teplotách 9 900 K?** Odpověď poskytuje Sahova rovnice.



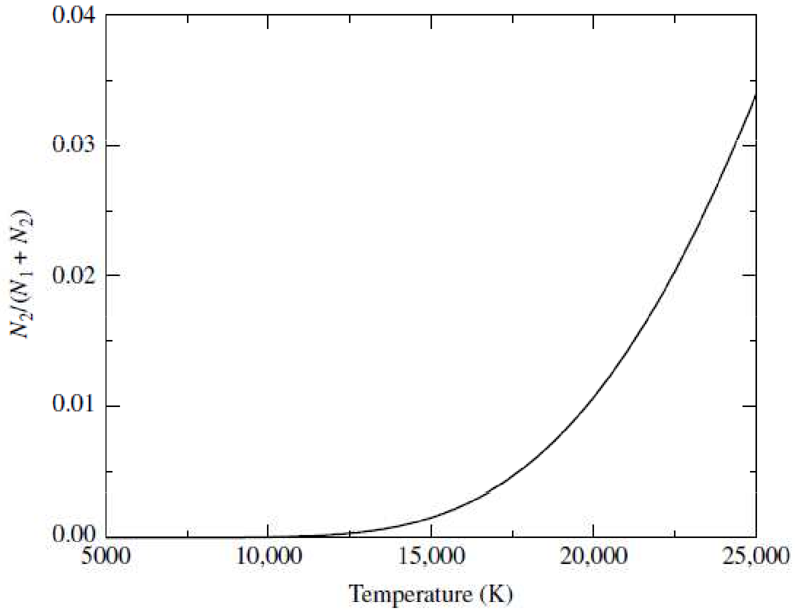


FIGURE 7 $N_2/(N_1 + N_2)$ for the hydrogen atom obtained via the Boltzmann equation.

Určování ionizační teploty - Sahova rovnice

stav ionizační rovnováhy

Sahova rovnice

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \text{konst.}\,\frac{(kT)^{3/2}}{N_e}\, e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

E_i ... ionizační potenciál, T ... ionizační teplota

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2 Z_{i+1}}{N_e z_i}\left(\frac{2\pi m_e k T}{h^2}\right)^{3/2} e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

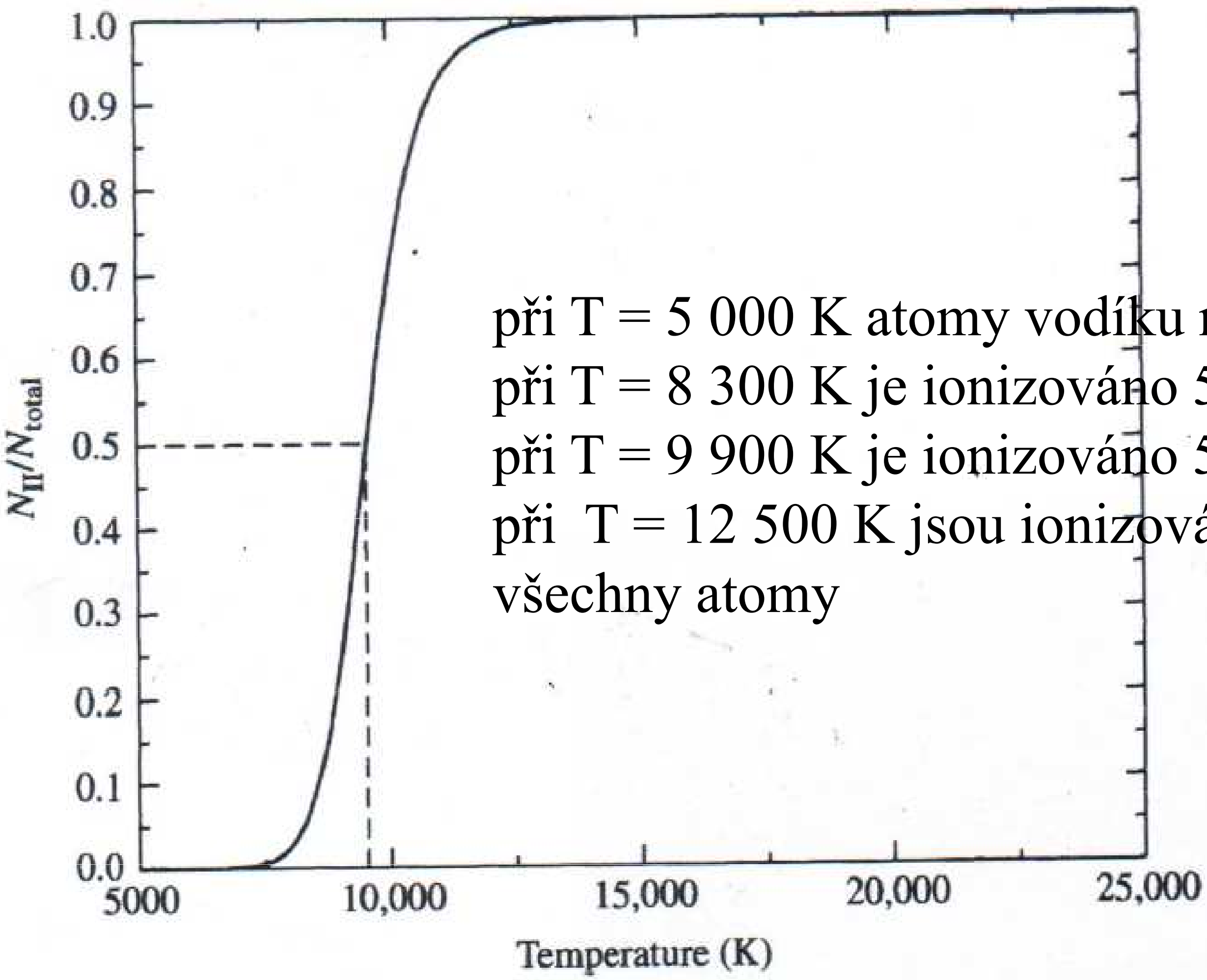
z_i je tzv. partiční fce pro příslušný stupeň ionizace,
2 ... dvě možnosti spinu volného elektronu

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = 1{,}5 \log T - \frac{5040}{T} E_i - \log N_e$$

+ na pravé straně zpravidla nějaká konst.

Sahova rovnice

graf zachycuje nárůst počtu ionizovaných atomů N_{II}, přesněji poměr N_{II} ku celkovému počtu atomů N_{total} při zvětšování teploty, 50 % při 9 600 K



při T = 5 000 K atomy vodíku neionizovány,
při T = 8 300 K je ionizováno 5 % atomů,
při T = 9 900 K je ionizováno 50 % atomů,
při T = 12 500 K jsou ionizovány téměř všechny atomy

FIGURE 8.8 N_{II}/N_{total} for hydrogen from the Saha equation when $P_e = 20\ \mathrm{N\ m^{-2}}$. Fifty percent ionization occurs at $T \simeq 9600$ K.

Kombinovaná rovnice excitačně - ionizační

Kombinovaná Boltzmannova-Sahova rovnice

$$\frac{N_i}{N_{0,r}} P_e = \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} \frac{2 B_1(T)}{g_{0,r}} e^{\frac{E_i - E_r}{kT}}$$

$$\log \frac{N_i}{N_{0,r}} = -\frac{5040}{T}(E_i - E_r) + 2.5 \log T - 0{,}48 + \log \frac{2 B_1(T)}{g_{0,r}} - \log P_e$$

Kombinovaná Boltzmannova-Sahova rovnice

graf zachycuje závislost poměru obsazení druhé hladiny N_2 obsazení druhé hladiny ku celkovému počtu atomů N_{total} na teplotě, maximum při 9 900 K

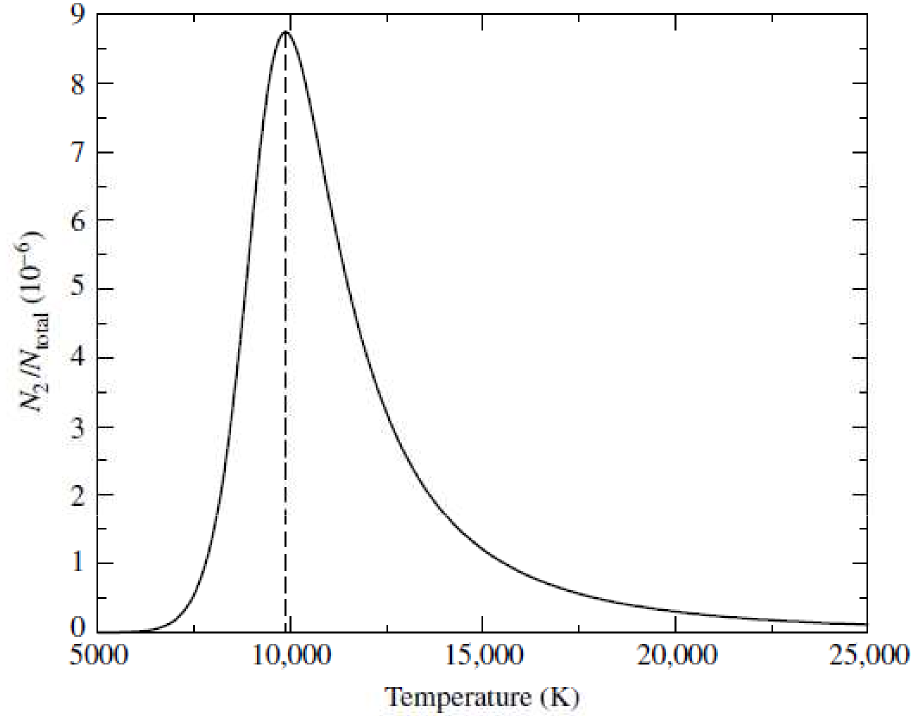


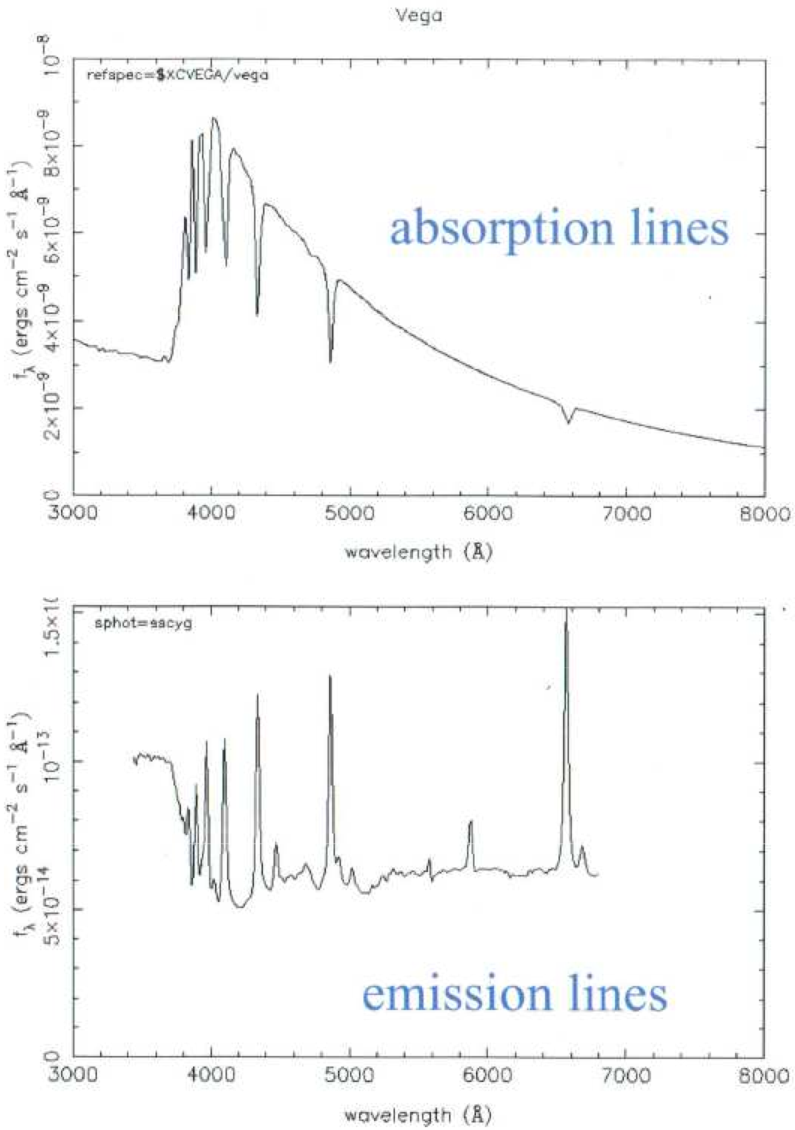
FIGURE 9 N_2/N_{total} for hydrogen from the Boltzmann and Saha equations, assuming P_e = 20 N m^{-2}. The peak occurs at approximately 9900 K.

intenzita čar Balmerovy série závisí na velikosti zlomku N_2 / N_{total} ***- na počtu všech vodíkových atomů, které jsou na druhé energetické hladině, při teplotách nad 9 900 K narůstá výrazně ionizace***

Spektra hvězd

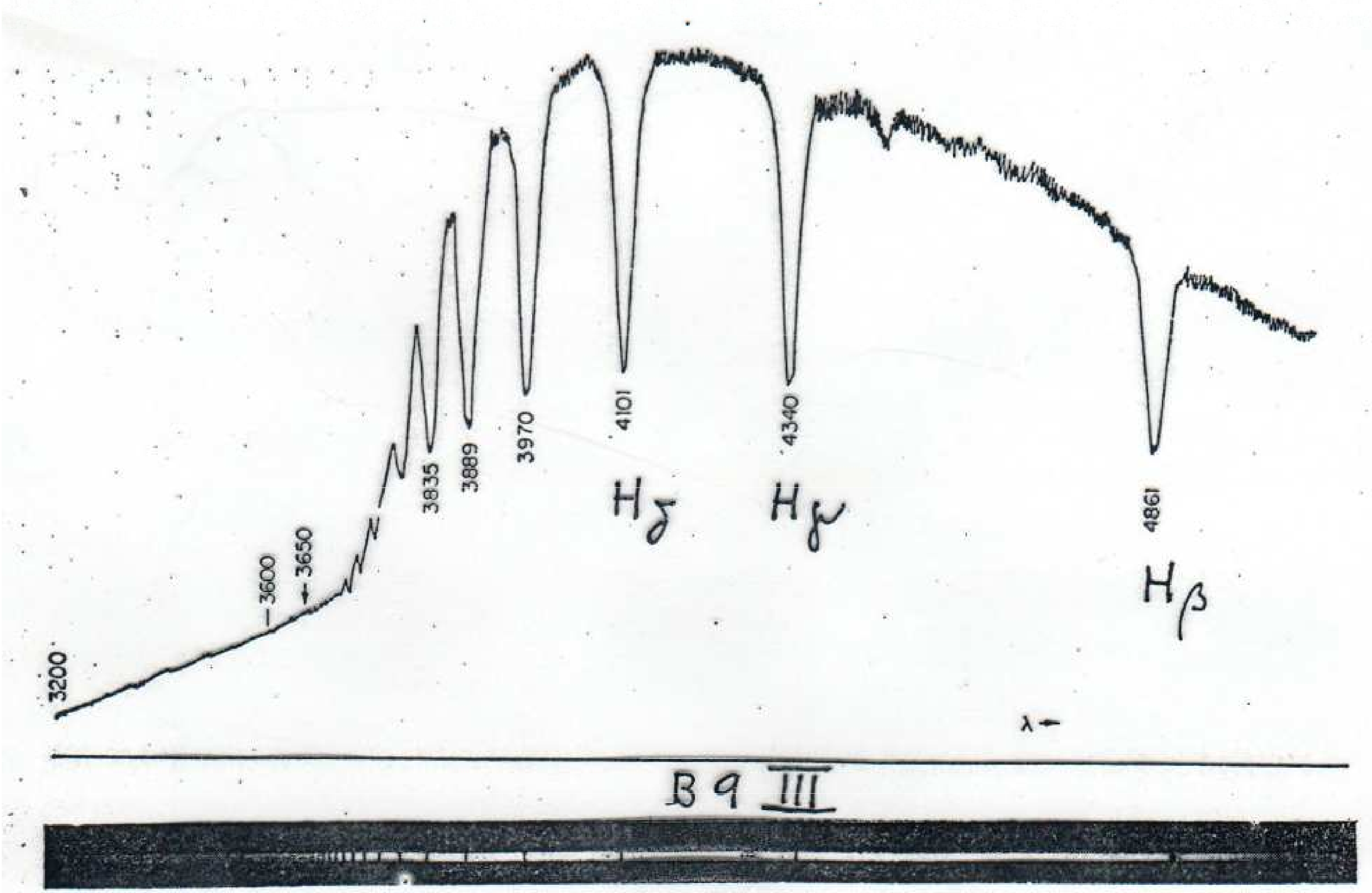
spojitá spektra hvězd

absorpční čárová spektra

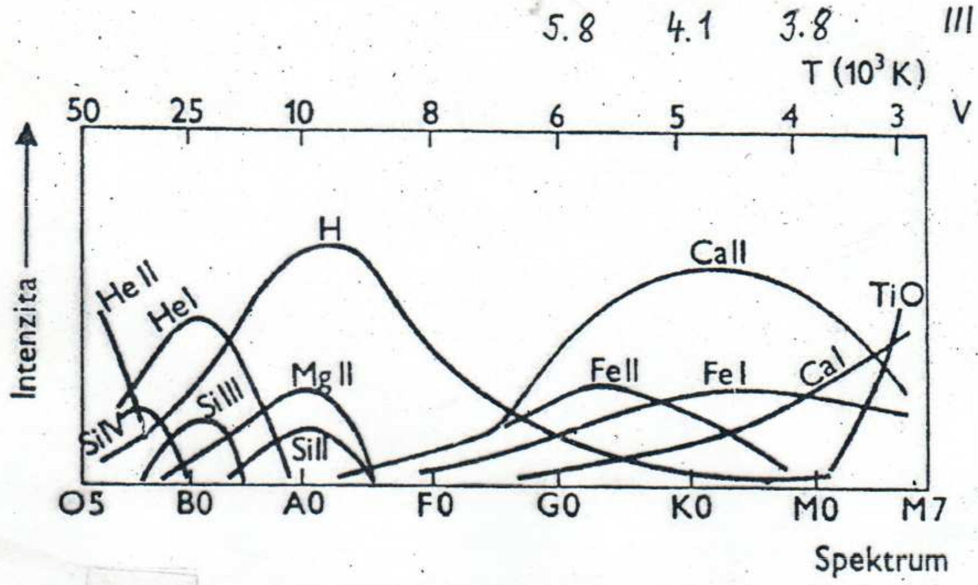




Spektra hvězd – spojité a čárové spektrum

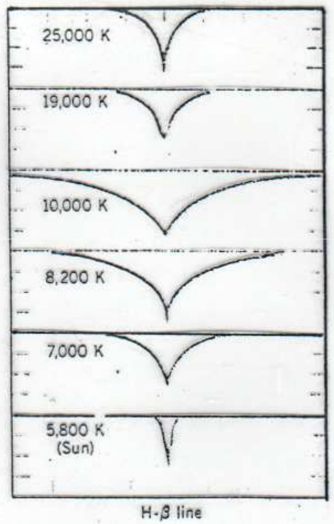


Závislost intenzity spektrálních čar na teplotě



Obr. 16. Průběh intenzity čar různých prvků v závislosti na teplotě

- změna profilu spektrální čáry H β s teplotou



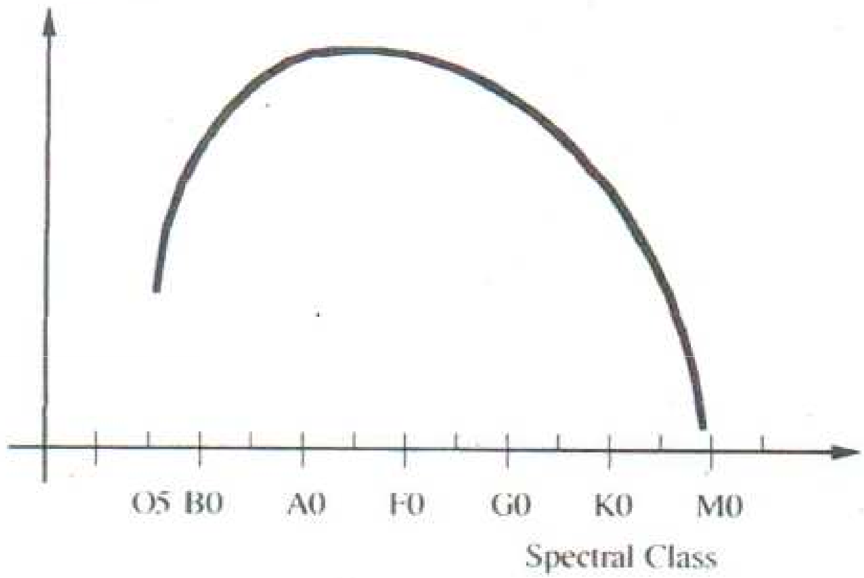
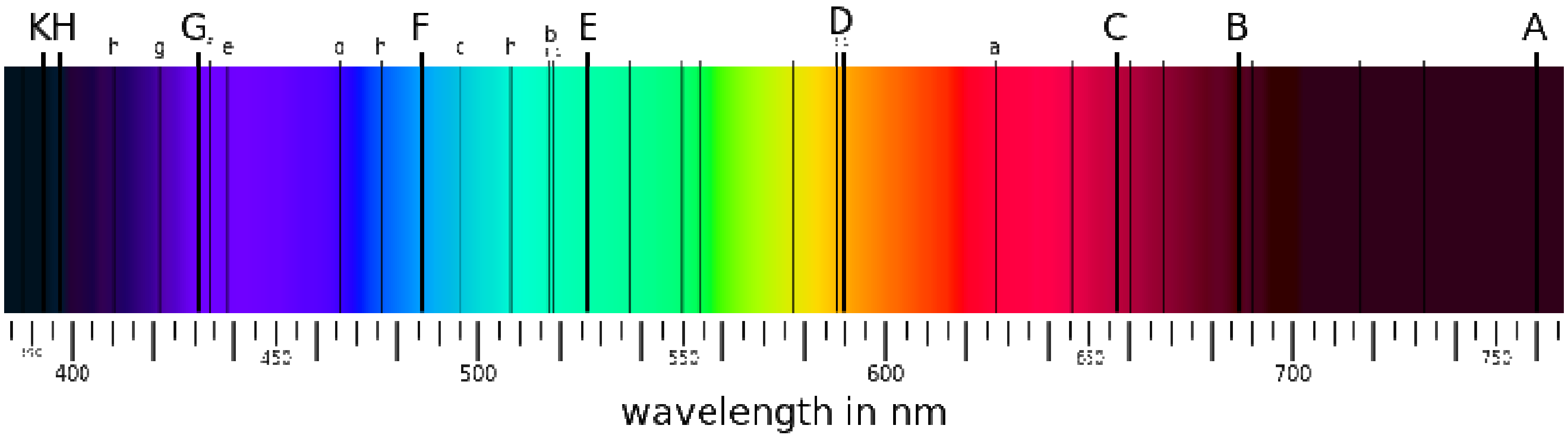
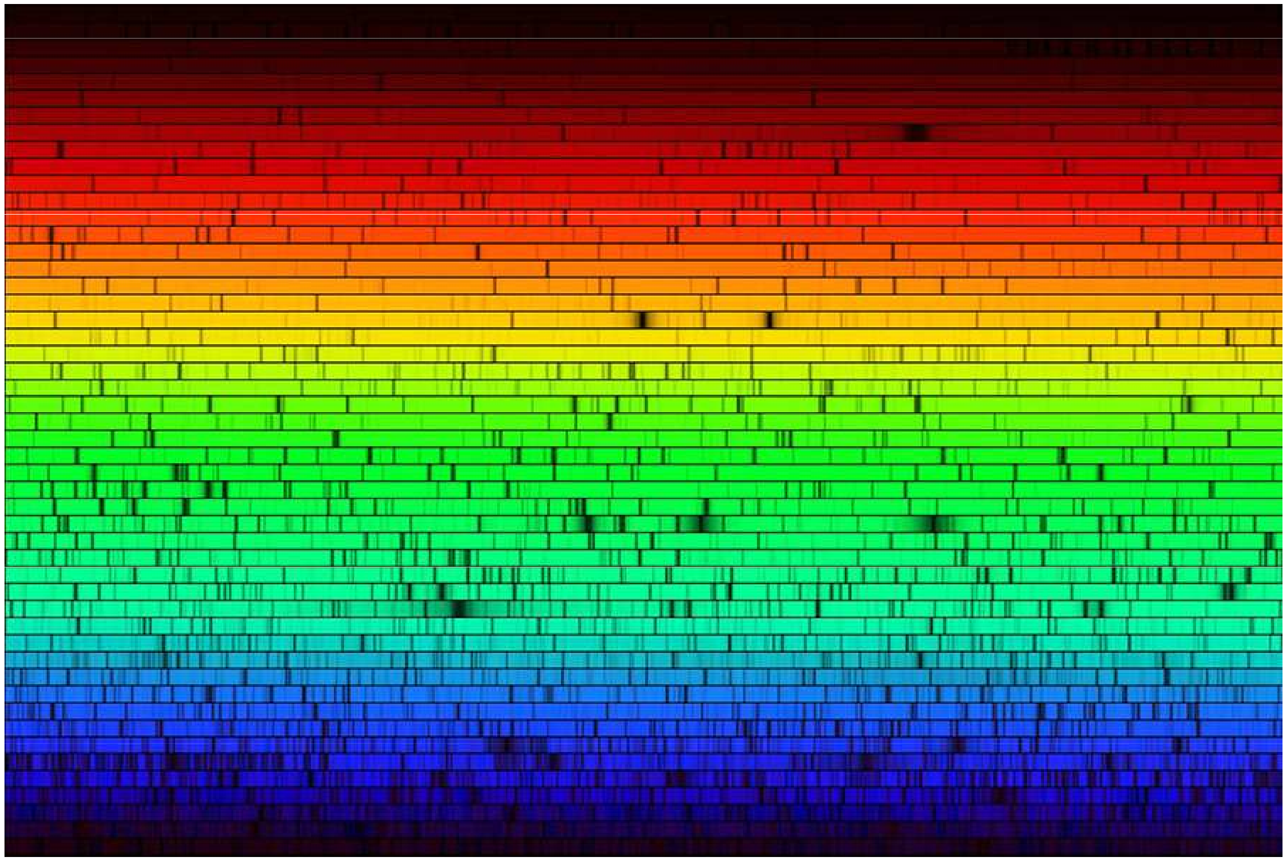


Figure 11.4 Variation of the strength of the Balmer series in stellar spectra.

Spektrum Slunce – Fraunhoferovy čáry





Spektrum Slunce - Fraunhoferovy čáry

Fraunhoferovy čáry

Označení	λ [nm]	W [Å]
K, Ca II	393,368	20,253
H, Ca II	396,849	15,467
C, H_α	656,281	4,020
F, H_β	486,134	3,680
h, H_δ	410,175	3,133
G, H_γ	434,047	2,855
b_1, Mg I	518,362	1,584
g, Ca I	422,674	1,476
b_2, Mg I	517,270	1,259
Fe I	404,583	1,174
d, Fe I	438,356	1,008
Fe I	406,361	0,787
D_2, Na I	588,997	0,752
D_1, Na I	589,594	0,564

Spektrum Slunce - Fraunhoferovy čáry

Fraunhoferovy čáry

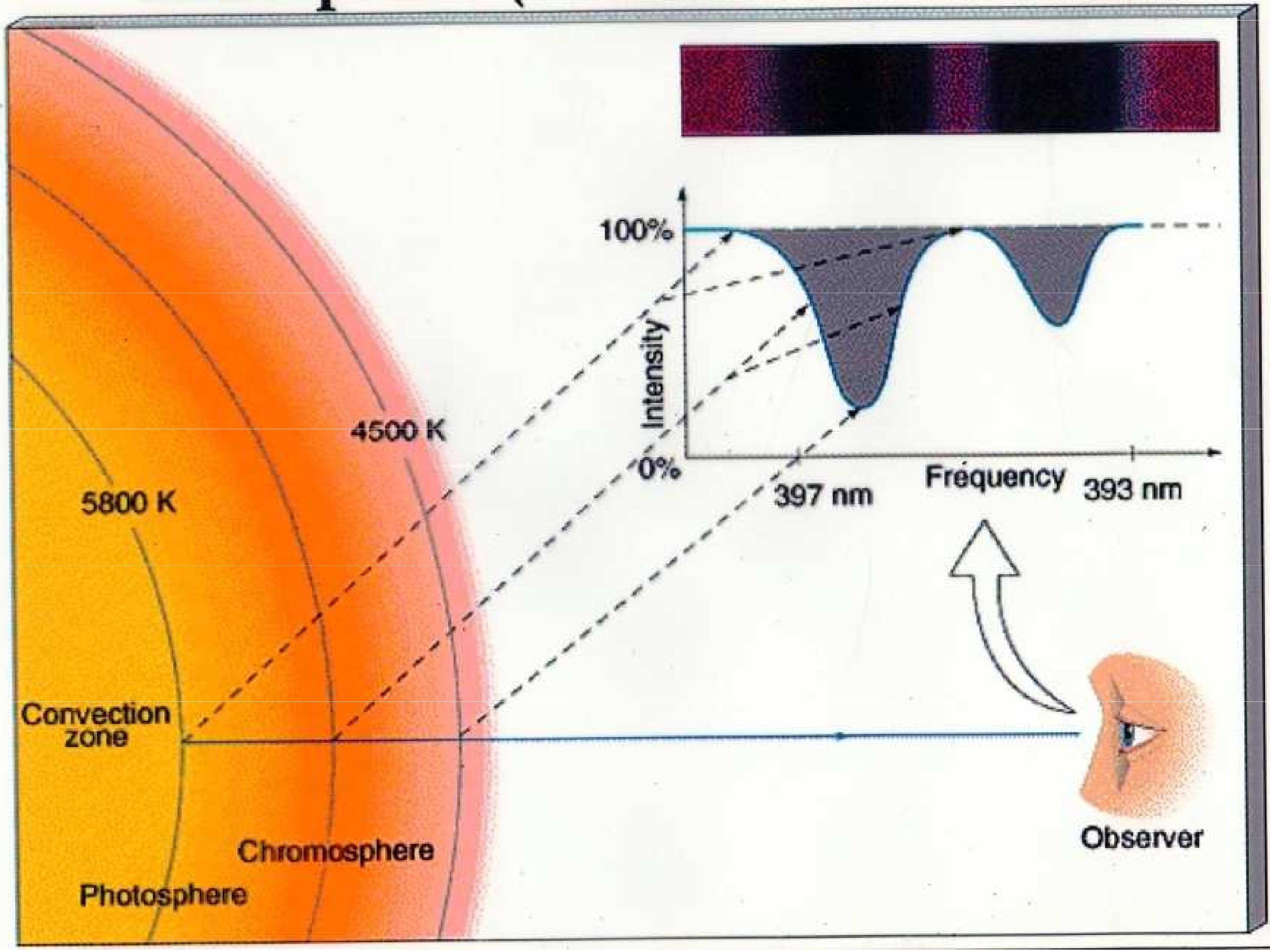
jejich vznik ve fotosféře

1. přerozdělení ... směr, frekvence
2. ionizace srážkami
3. vzájemné působení čar, potom vymizí

Označení	λ [nm]	Původ
A	759,4	O_2, ter
B	686,7	O_2, ter
C	656,3	H_α
D D_1, D_2	589,6 ; 589,0	Na I
E	527	Fe I
b_1, b_2, b_3	518,4; 517,3; 516,7	Mg I
F	486,1	H_β
f^x	434,0	H_γ
G	430,0	CH pás
g^x	422,7	Ca I
h^x	410,2	H_δ
H	396,8	Ca II
K^x	393,4	Ca II

Vznik absorpčních čar ve spektru Slunce

Formation of absorption lines in the solar atmosphere (studied further in Lab #2)



Vznik absorpčních spektrálních čar - Slunce

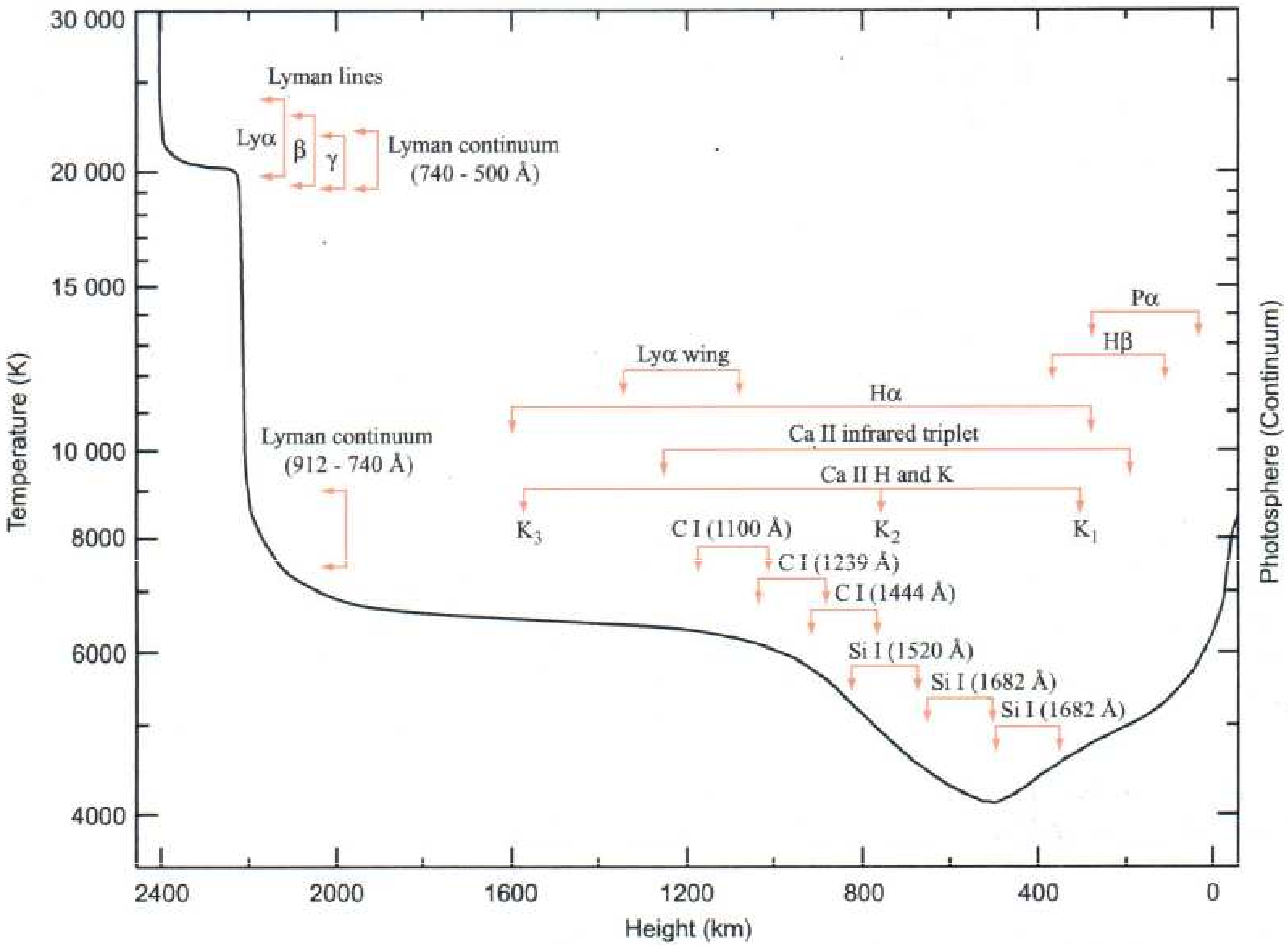


Figure 8: Temperature structure of the Sun with important line forming regions marked. The height, h, is put to zero roughly at the photosphere. Thus, at zero height we have a contiuum distribution, similar to a black body with a temperature of $T_{eff} \approx 5800$ K.

Vznik emisních vodíkových čar

Spektrum vodíku

nejrozšířenější prvek – spektrum hvězd, kosmický...

$$E_b - E_a = h\nu$$

počáteční – konečná energie = energie fotonu

$$\nu = \frac{E_b - E_a}{h} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 c h^3}\left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2}\right)$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

energetické hladiny

$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \rightarrow 2{,}17 \cdot 10^{-18}$ J

13,6 eV

Lymanova a Balmerova série vodíkových čar

Lymanova serie

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 c h^3}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$= R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n \ldots 2, 3, 4 \ldots$$

$$R \ldots 1{,}097 \cdot 10^7 \, m^{-1}$$

Balmerova serie

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad n \ldots 3, 4, 5 \ldots$$

Lymanova série vodíkových čar

Lymanova serie, přechod na první energetickou hladinu, ultrafialová část spektra, $n_a = 1$, hlavní serie

n_b	λ [nm]	označení
2	121,6	L_α
3	102,6	L_β
4	97,3	L_γ
∞	91,2	hrana série
–	spojité spektrum, lymanovské kontinuum	

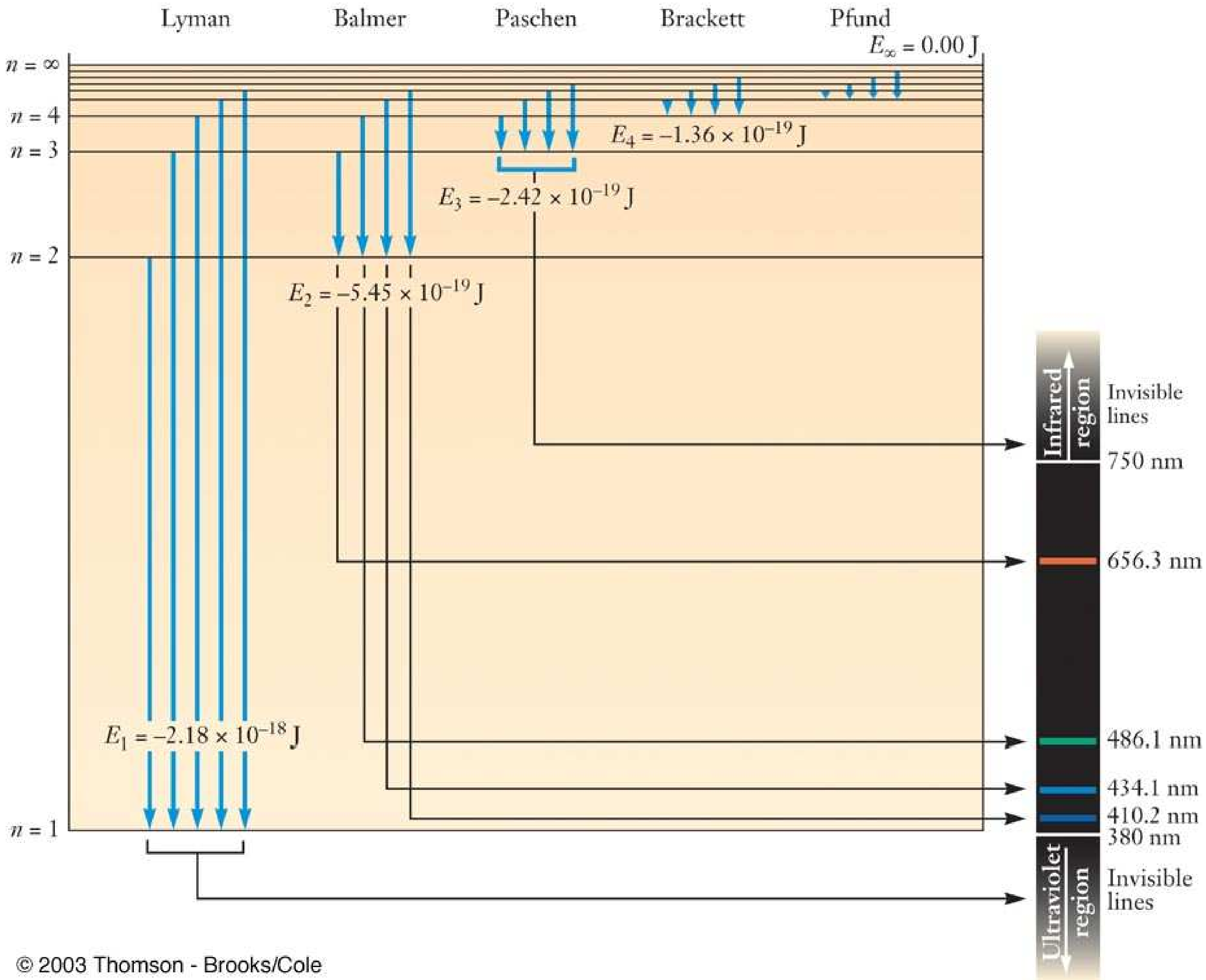
Balmerova série vodíkových čav

Balmerova serie, přechod na druhou energetickou hladinu, $n_a = 2$, viditelná oblast spektra

n_b	λ [nm]	označení	
3	656,3	H_α	červená!
4	486,1	H_β	modrá
5	434,0	H_γ	fialová
6	410,2	H_δ	fialová
∞	364,6	hrana serie	

– balmerovské kontinuum

Atom vodíku - energetické hladiny, emisní spektrum



Výklad spektra Slunce - dobré znát

spekter hvězd, pokládám následující výpočet objasňující, proč jsou čáry K a H vápníku Ca II intenzivnější než čáry Balmerovy série vodíku, ikdyž v atmosféře Slunce připadá na 500 000 vodíkových atomů pouze 1 atom vápníku. K určení stupně ionizace použijeme Sahovu rovnici a k stanovení rozložení atomů mezi základní energetickou hladinou a první excitovanou hladinou použijeme Boltzmannovu rovnici. Budeme předpokládat elektronový tlak v atmosféře Slunce 1,5 Pa. Nejprve provedeme výpočet pro vodík:

Ze Sahovy rovnice obdržíme $\frac{N_{II}}{N_I} = 7{,}47 \,.\, 10^{-5} = \frac{1}{13400}$.

Tedy jeden vodíkový iont H II připadá na každých 13 000 neutrálních vodíkových atomů v atmosféře Slunce.

Dosazením do Boltzmannovy rovnice obdržíme $\frac{N_2}{N_1} = 4{,}96 \,.\, 10^{-9} = \frac{1}{202000000}$.

Pouze jeden z 200 miliónů vodíkových atomů se nachází na druhé energetické hladině a může způsobit vznik absorpčních čar Balmerovy série.

Celkově $\frac{N_2}{N_{celk}} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{N_I}{N_{celk}} = 4{,}96 \,.\, 10^{-9}$.

Výklad spektra Slunce

Obdobný výpočet provedeme pro vápník: Ionizační potenciál neutrálního vápníku je pouze 6,11 eV, tedy je poloviční proti ionizačnímu potenciálu vodíku 13,6 eV. Tato skutečnost má podstatný vliv na stav ionizace atomů, neboť Sahova rovnice je velmi citlivá k hodnotě ionizačního potenciálu, protože χ_i / kT je v exponentu a $kT \approx 0{,}5$ eV $<< \chi_i$.

Ze Sahovy rovnice dostáváme po dosazení $\frac{N_{II}}{N_I} = 903.$

Pouze jeden z každých 900 atomů vápníku je neutrální, prakticky téměř všechny atomy vápníku jsou ve stavu 1 x ionizovaného atomu vápníku. Výpočtem z Boltzmannovy rovnice pro obsazení excitovaných stavů obdržíme $\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{265}$, tedy $N_1 = 265\, N_2$.

Většina atomů se nachází v základním energetickém stavu. Shrnuto převážná většina atomů vápníku je 1 x ionizována Ca II a je v základním energetickém stavu. Tudíž existují vhodné podmínky pro vznik čar K a H Ca II.

$$\frac{N_1}{N_{celk}} \cong \frac{N_1}{N_1 + N_2} \, \frac{N_{II}}{N_{celk}} = \frac{1}{1 + \frac{N_2}{N_1}} \, \frac{\frac{N_{II}}{N_I}}{1 + \frac{N_{II}}{N_I}} = 0{,}995 \, .$$

Výklad spektra Slunce

Nyní je zřejmé, proč čáry Ca II jsou intenzivnější ve spektru Slunce než čáry vodíku Balmerovy série. V atmosféře na 500 000 vodíkových atomů připadá pouze 1 atom vápníku, ale pouze 4,96 . 10^{-9} z těchto vodíkových atomů je neionizováno a nachází se na druhé energetické hladině, z které při přechodech mohou vznikat absorpční čáry Balmerovy série vodíku. Vynásobením obou uvedených údajů obdržíme

$$500\,000 \cdot 4{,}96 .\ 10^{-9} = 0{,}0025 = \frac{1}{400}\ .$$

Tedy v atmosféře Slunce existuje 400 x více vápníkových iontů Ca II v základním energetickém stavu umožňujícím vznik K a H spektrálních čar než neutrálních vodíkových atomů na druhé energetické hladině (v prvním excitovaném stavu) umožňujícím vznik čar Balmerovy série. **Intenzita čar K a H Ca II není způsobena celkovým větším množstvím vápníku v atmosféře Slunce, ale citlivější teplotní závislostí jeho atomových stavů excitace a ionizace.**

Harvardská spektrální klasifikace

Schéma struktury spektrální klasifikace je následující:

čárové absorpční spektrum hvězdy

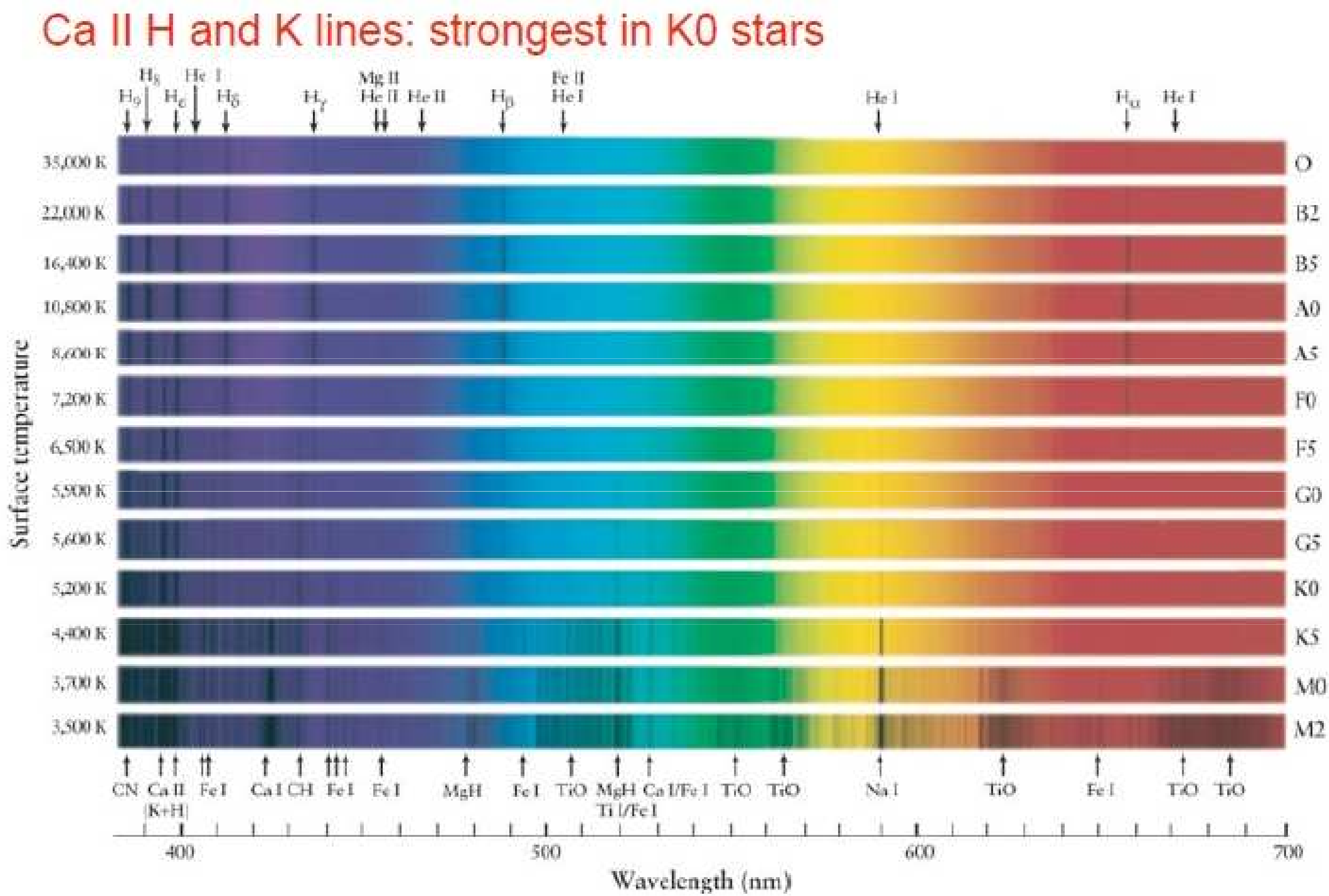
↓

přítomnost a intenzita vybraných spektrálních čar

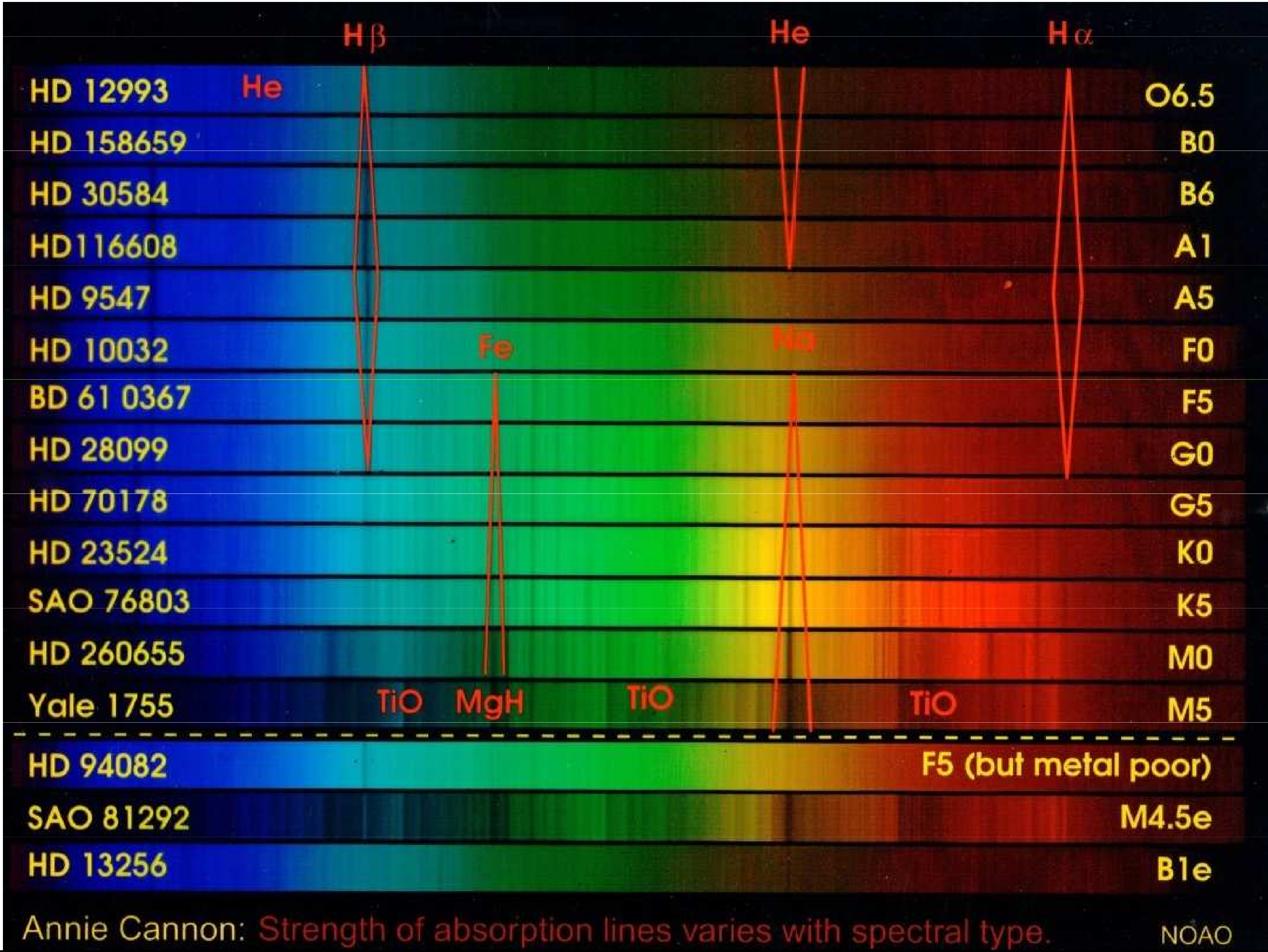
↓

spektrální třída W O B A F G K M L T Y

Harvardská spektrální klasifikace - ukázky



Spektra hvězd



Harvardská spektrální klasifikace

A0–A2	Si II 385.6/Ca II 393.4, Fe II 423.3/Mg II 448.1 and Si II 412.8/ Mg II 448.1. The Balmer line wings can be used between classes III and I
A2–A3	The Balmer line wings plus Fe II–Ti II blend at 402.5/Fe I 404.6, Fe II 423.3/Fe II 422.7 and Fe II 441.7 and Fe I, II 438.3–438.5/Mg II 448.1
A3–A7	The Balmer line wings plus Ti II 401.2/Fe I 400.5, Fe II–Ti II blend at 402.5/Fe I 400.5, 404.6, Fe II–Ti II blend at 417.3+Fe II 417.9/Fe I 414.4, Fe II 423.3/Ca I 422.7 and Ca I 441.7 and Fe II, Ti II 441.7/Mg II 448.1
A9–F1	Y II 398.3/Fe I 400.5, Fe II–Cr II 400.2 blend/Fe I 400.5, Fe II–Ti II blend at 402.5/Fe I 400.5, 404.6, Sr II 407.8/Fe I 404.6, Fe II 417.9/Fe I 414.4, Fe II–Ti II blend at 417.3 /Ca I 422.7 and Sr II 421.6/Ca I 422.7
F2–F5	Y II 398.3/Fe I 400.5, Fe II–Cr II 400.2 blend/Fe I 400.5, Fe II–Ti II blend at 402.5/Fe I 400.5, 404.6, Sr II 407.8/Fe I 404.6, Fe II 417.9/Fe I 414.4, Fe II–Ti II blend at 417.3 /Ca I 422.7+Fe I 414.4, Sr II 421.6/Fe I 414.4, Fe I 441.7 and Ti II 444.4/Mg II 448.1 and Ba II 455.4/Mg II 448.1
F7–F9	Y II 398.3/Fe I 400.5, Fe II–Ti II blend at 402.5/Fe I 400.5, Sr II 407.8/H I 410.2+Fe I 404.6, Fe II 412.9, 417.9/Fe I 414.4, Sr II 421.6+Sc II 424.7/Fe I 414.4 and Ba II 455.4/Mg II 448.1
G0–G2	Y II 398.3/Fe I 400.5, Sr II 407.8/H I 410.2+Fe I 404.6, 406.4, Fe II 417.9/Fe II 417.3 and Sr II 421.6/Fe I 414.4
G5–G8	Sr II 407.8/Ca I 422.7+Fe I 404.6, 406.4, Sr II 421.6/Fe I 414.4, 427.2+Ca I 422.6 and Ti II 440.0, 440.8/Fe I 440.5
G8–K0	CN discontinuity in the continuum at 421.6, plus Sr II 407.8/Fe I 404.6, 406.4, 407.2, Sr II 421.6/Fe I 414.4, 427.2, Ti II 440.0, 440.8/Fe I 440.5 and Fe I 444.4/Fe I 440.5
K2–K4	CN discontinuity in the continuum at 421.6, plus Sr II 407.8/Fe I 404.6, 406.4, 407.2, H I 401.2/Fe I 406.4, 407.2, 414.4, Sr II 421.6/Fe I 414.4, 427.2 and Ti II 440.0, 440.8/Fe I 440.5
K5–M0	Sr II 407.8/Fe I 406.4, 407.2, H I 401.2/Fe I 406.4, 407.2, 414.4 and Sr II 421.6/Fe I 414.4+Ti I 418.6
M0–M1	Sr II 407.8/Fe I 404.6, 406.4, H I 401.2/Fe I 414.4, Sr II–Fe I blend at 421.6/Fe I 414.4 and Fe I 437.5, 438.9/Fe I 438.4
M1–M4	Sr II 407.8/Fe I 404.6, 406.4, 407.2, 426.3, H I 401.2/Fe I 404.6, 414.4, Sr II–Fe I blend at 421.6/Fe I 414.4, 425.1 and Fe I 437.5, 438.9/Fe I 438.4

Harvadská spektrální klasifikace-označení spektra

Označení spektra

(W) – O – B – A – F – G – K – M – L – T – Y

jemnější desetinné dělení A0, A1, ... A9

přípony:

- e – emisní čáry
- n – neostré, difúzní čáry
- s – ostré čáry
- v – proměnné čáry
- m – metalické čáry

předpony:

- c – veleobr
- g – obr
- d – trpaslík
- sd – podtrpaslík
- wd – bílý trpaslík

Třídy svítivosti (zářivého výkonu) – luminosity

Ia – velmi jasný veleobr

Ib – méně jasný veleobr

II – jasný obr

III – normální obr

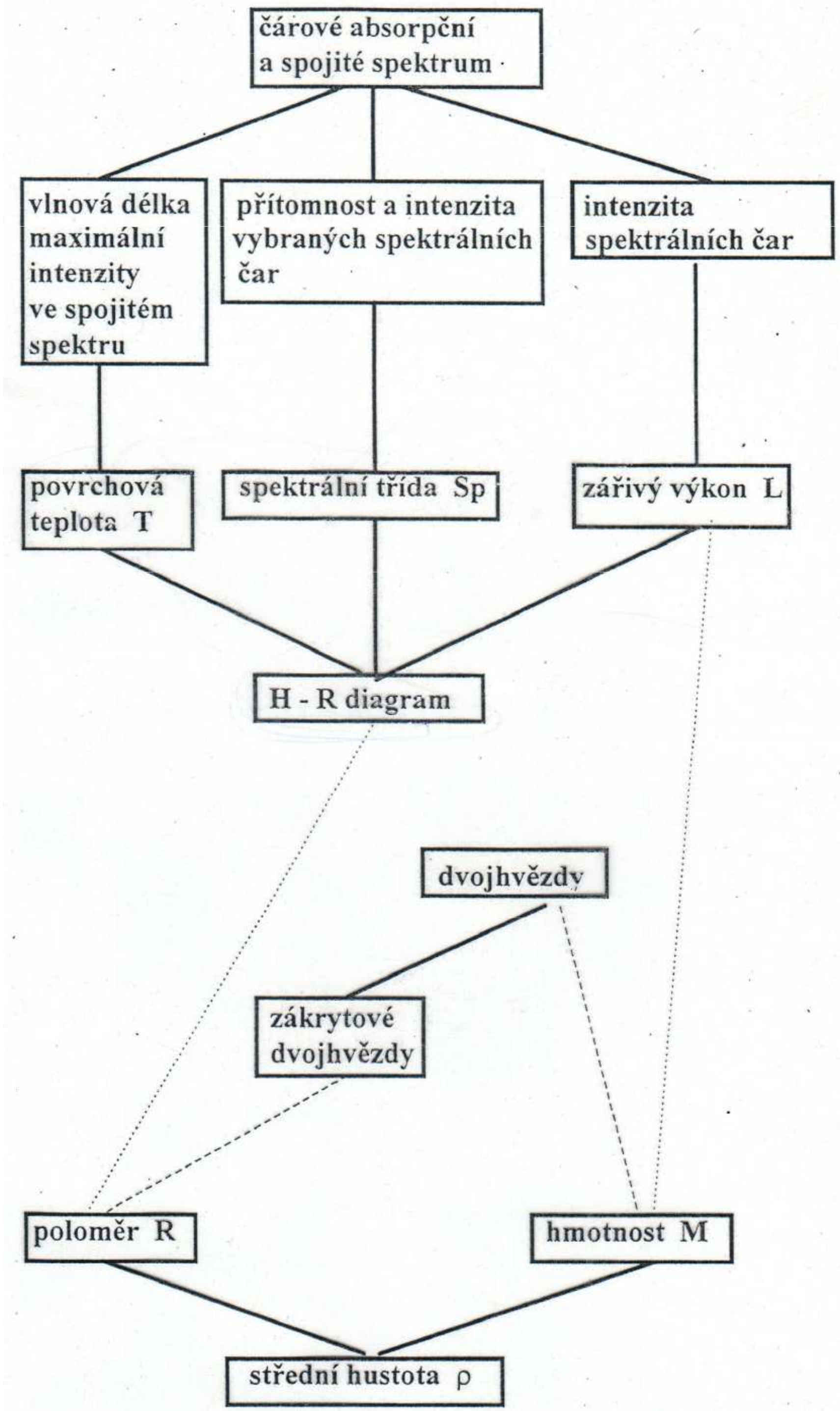
IV – podobr

V – trpaslík (hvězda hlavní posloupnosti: A–)

VI – podtrpaslík

VII – bílý trpaslík

Určování charakteristik ze spektra



Rozsah charakteristik hvězd

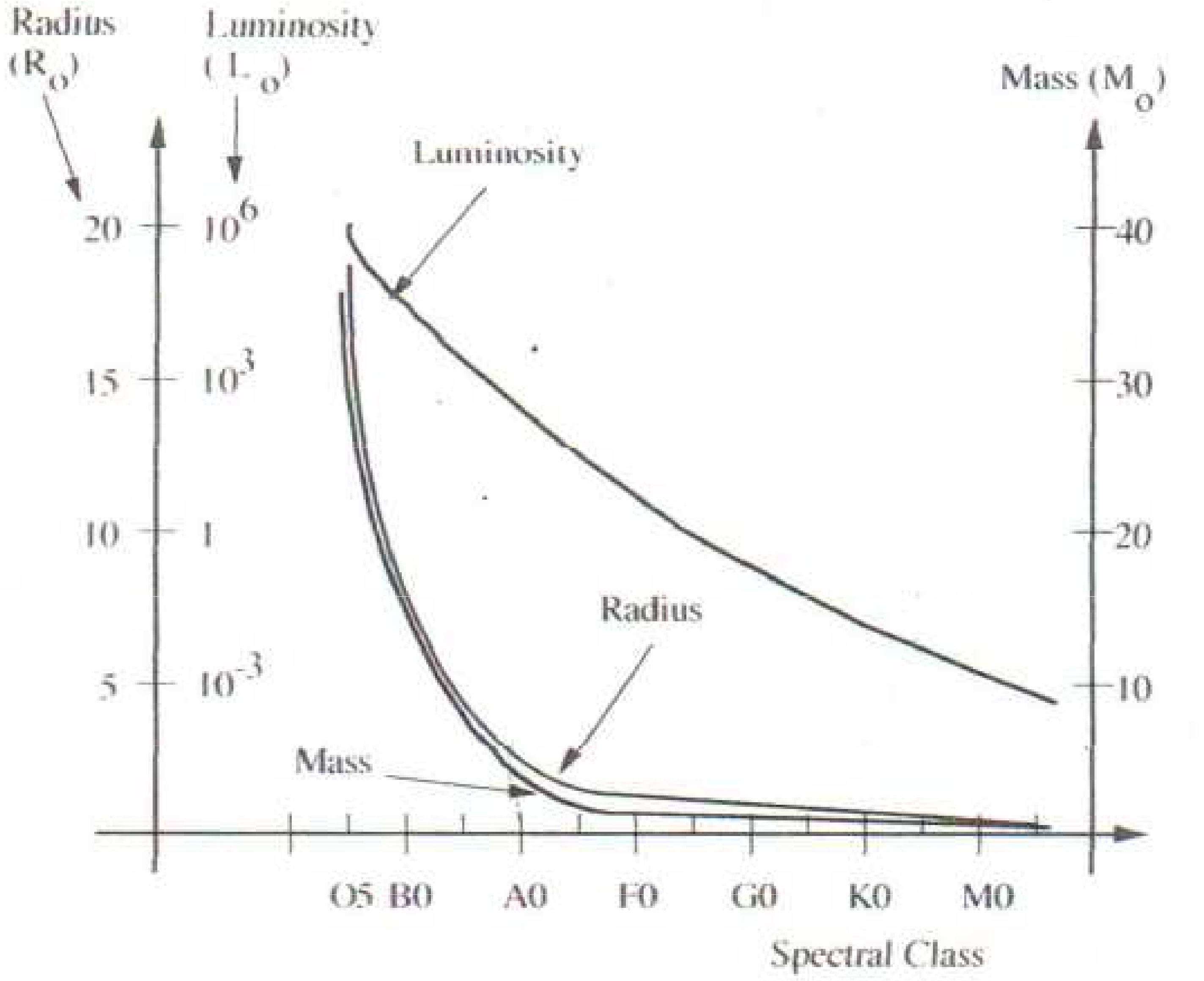
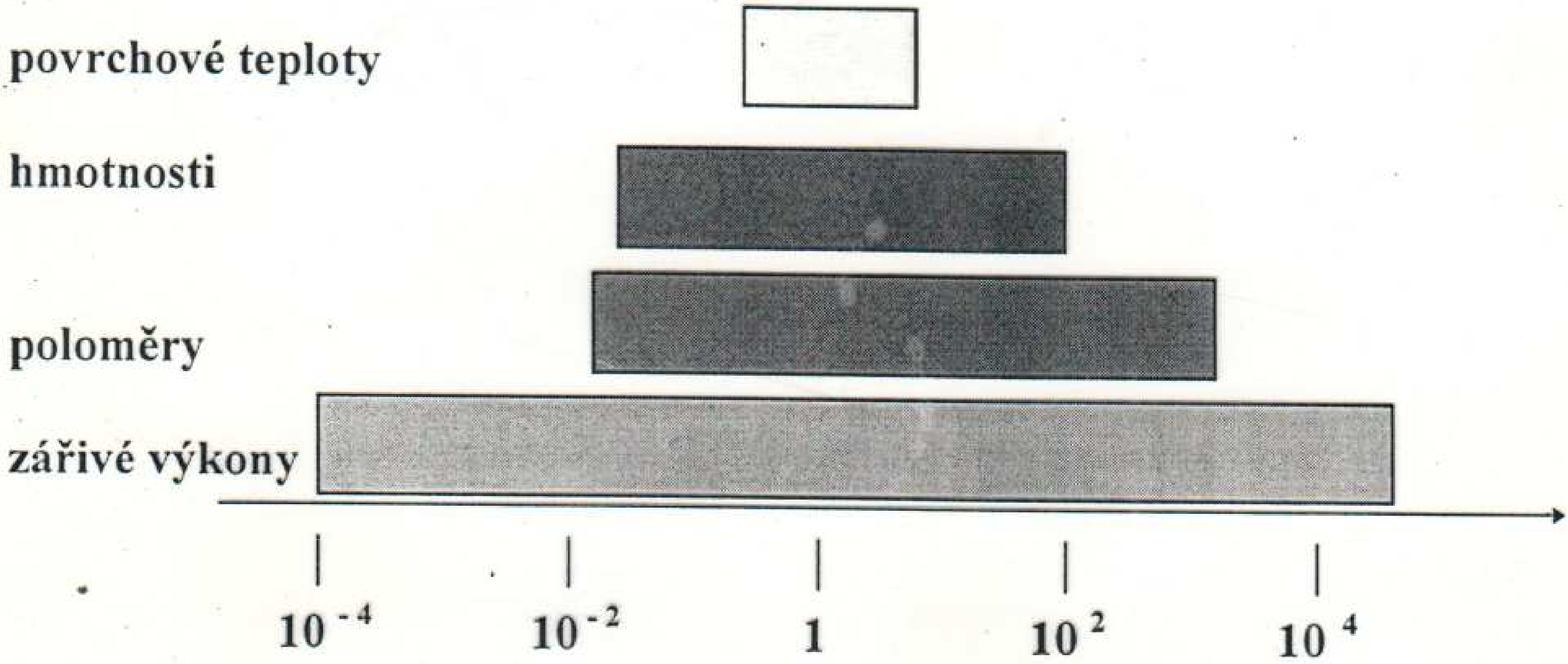


Figure 11.5 The variation of stellar size, mass and luminosity for main sequence stars with spectral class.

Rozsah charakteristik hvězd

Rozsah charakteristik hvězd vyjádřený v odpovídajích jednotkách Slunce



Vlastnosti charakteristik hvězd

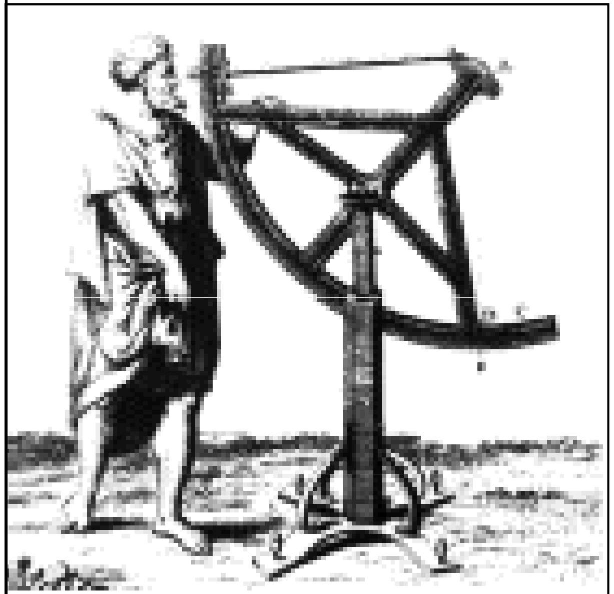
hmotnosti $(10^{-2} – 10^{2})\ M_S$

poloměry $(10^{-2} – 10^{3})\ R_S$

povrchové teploty $(10^{3} – 10^{6})$ K

zářivé výkony $(10^{-6} – 10^{7})\ L_S$

odlišnost charakteristik – zachycení různých vývojových stadií hvězd – charakteristiky – poloměr, teplota, zářivý výkon se s časem mění



Picard´s Winkelquadrant

Určování vzdálenosti Země - Slunce

Giovanni Domenico Cassini 1625-1712

Jean Richer 1630-1696



sluneční paralaxa

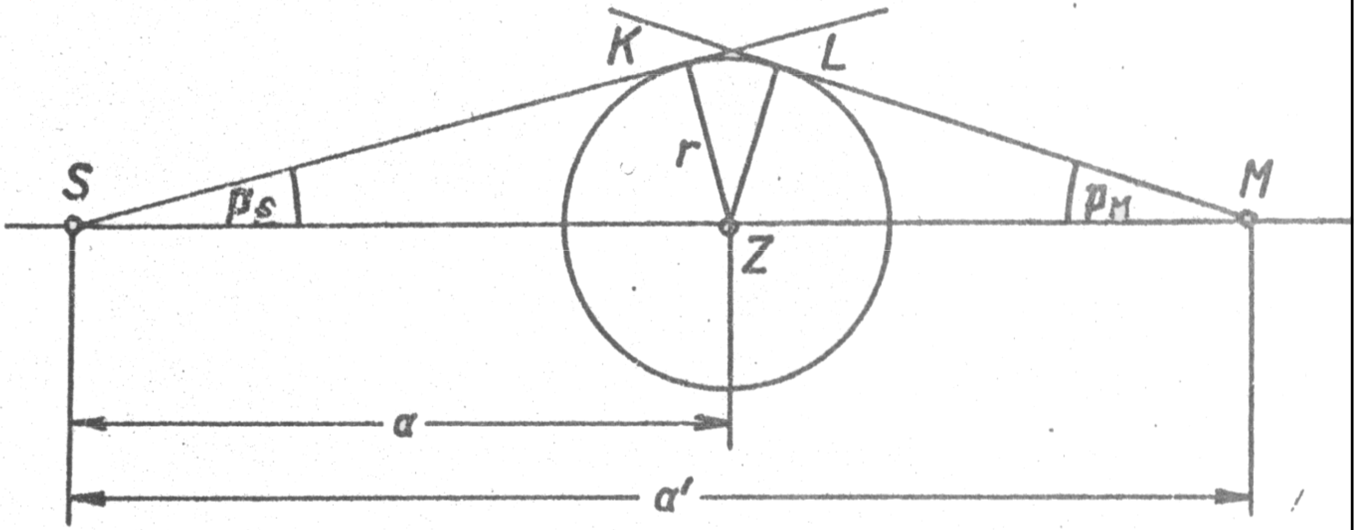
září - 1672

stanovení AU – 138,5 mil. km!

p_M 25“…0,38 au

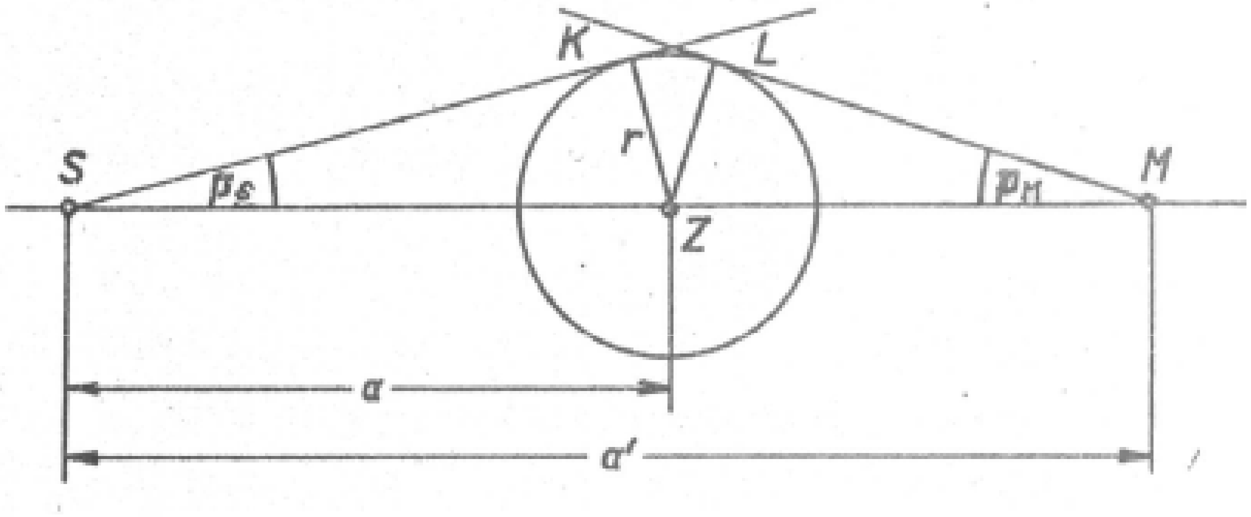
p_S 10“… 1 au

p_M 2,5krát větší p_S



Určování vzdálenosti Země - Slunce

Proměření délky poledníku a následné upřesnění zemského poloměru francouzským astronomem a matematikem **Jeanem Picardem (1620 – 1682)** v roce 1671 umožnilo využít v září 1672 velkou opozici Marsu ke stanovení vzdálenosti Země – Slunce. Ze dvou míst na Zemi, z Cayenne ve Francouzské Guayaně francouzský matematik a astronom **Jean Richer (1630 – 1696)** a z Paříže francouzský astronom italského původu **Giovanni Domenico Cassini (1625 – 1712)** astrometricky proměřili polohu Marsu na hvězdném pozadí. Úhlová odchylka mezi zornými přímkami k Marsu z obou míst činila 19″ (viz obr. 12).



Obr. 12: Určení hodnoty astronomické jednotky pomocí opozice Marsu

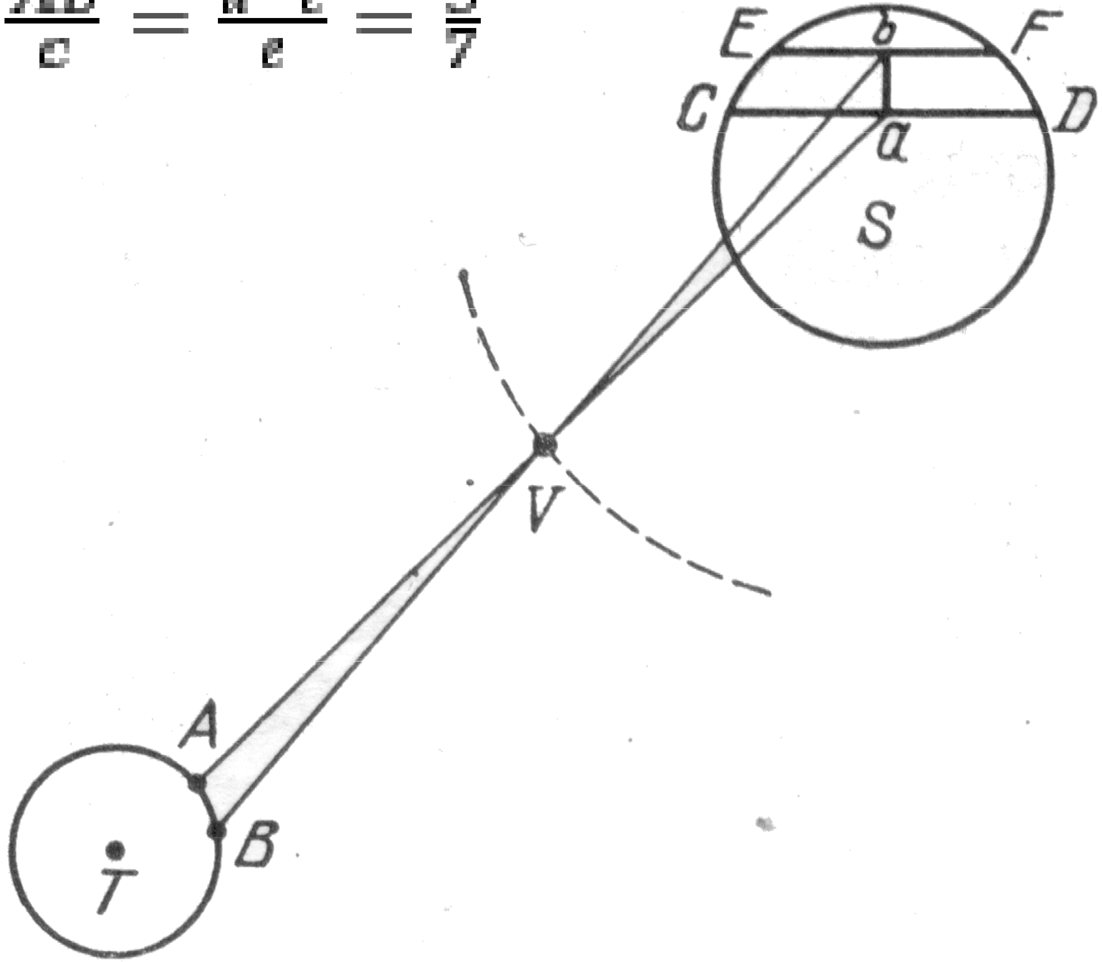
V pravoúhlých trojúhelnících platí vztahy $\sin p_S = \frac{r}{a}$ a $\sin p_M = \frac{r}{a'-a}$. Porovnáním a úpravou obdržíme $\sin p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) \sin p_M$. Paralaxy Slunce a Marsu jsou velmi malé, jejich siny můžeme nahradit přímo úhly v radiánech $p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) p_M$. Při znalosti relativních hodnot a' a a pomocí III. Keplerova zákona byla z naměřených hodnot propočítaného úhlu p_M stanovena sluneční paralaxa na 9,5″ a odtud vypočtena hodnota astronomické jednotky na zhruba $1,38 \cdot 10^{11}$ m. Skutečná hodnota astronomické jednotky je $1,496 \cdot 10^{11}$ m.



Halleyova metoda stanovení sluneční paralaxy

Edmond Halley 1656 - 1742

$$\frac{AB}{c} = \frac{d-e}{e} = \frac{3}{7}$$



vzdálenost ZS…d
vzdálenost VS…e
posuv chord v dílech slunečního průměru, při znalosti úhlových rozměrů Slunce nalezneme d

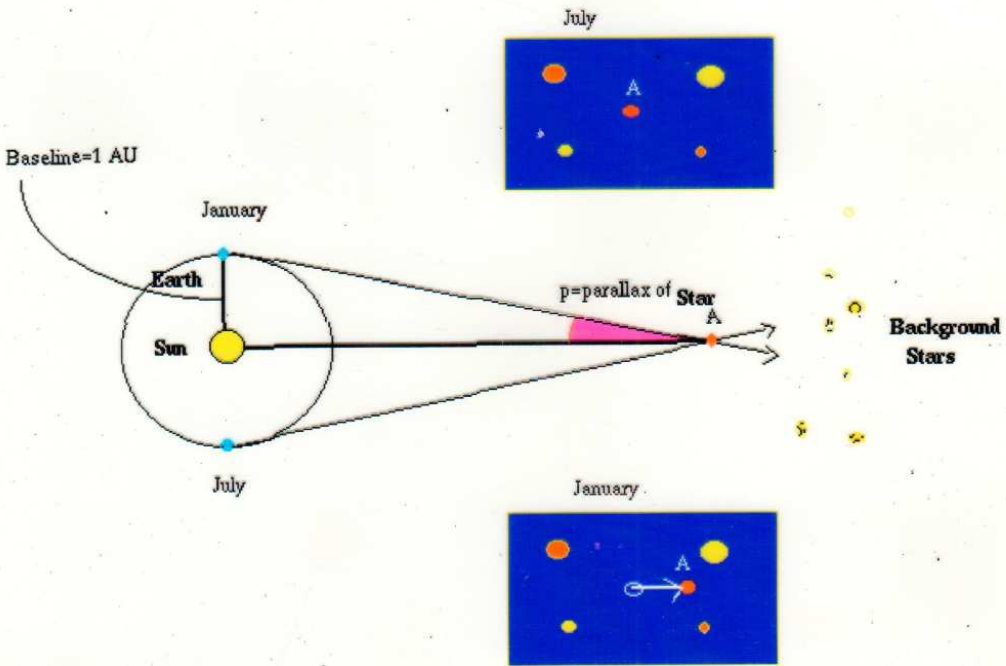
Určování vzdáleností - úhloměrný způsob

Friedrich Wilhelm Bessel (1784 – 1846)



Vasilij Jakovlevič Struve (1793 – 1864)





Určování vzdáleností - úhloměrný způsob

Metoda roční paralaxy

Friedrich Wilhelm BESSEL (1784 - 184

61 Cygni $\pi = 0,314'' \pm 0,014''$

13 pozorování; zpráva 1838, publikace 1839,

současná hodnota $\pi = 0,2871'' \pm 0,0015''$

Vasilij Jakovlevič STRUVE (1793 - 186

α Lyrae Vega $\pi = 0,125'' \pm 0,055''$

40 pozorování, publikace 1837

současná hodnota $\pi = 0,1289 \pm 0,0005''$

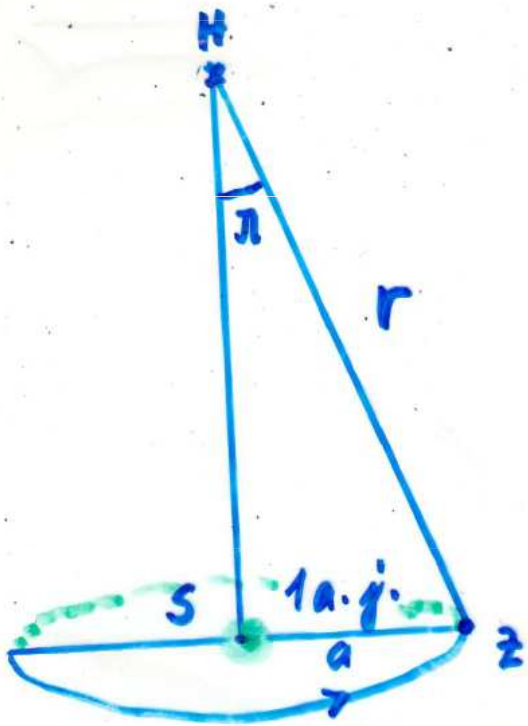
Thomas HENDERSON (1798 - 1844)

α Cen A Rigil Kent $\pi = 1,16'' \pm 0,11''$

publikace 1839

současná hodnota $\pi = 0,7421 \pm 0,0014''$

Určování vzdáleností - úhloměrný způsob



$$\sin \pi = \frac{a}{r}$$

$$r = \frac{a}{\sin \pi}$$

$\sphericalangle \pi$ vždy menší než 1"

$$\sin \pi'' = \pi \sin 1'' = \pi \left[\frac{1}{206\ 265}\right]$$

převod na radiány

1 rad = 206 265"

$$r = \frac{206\ 265\ \text{AU}}{\pi}$$ au

1 pc = 206 265 AU

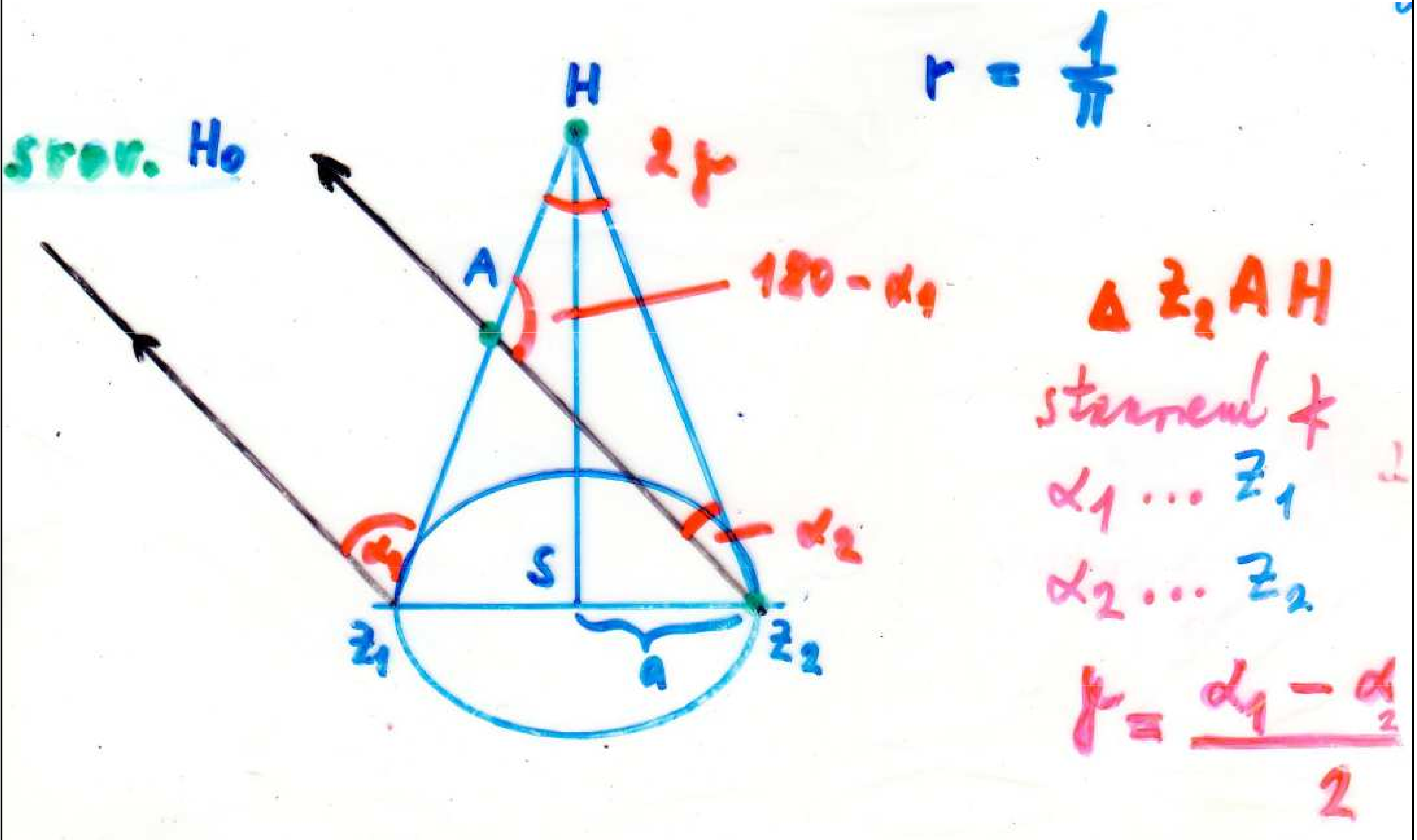
au

1" ... 1/60'

1' ... 1/60°

1 rad ... 57° 17' 45"

Určování vzdáleností - úhloměrný způsob



Určování vzdáleností v současnosti

astrometrická družice Hipparcos - HIgh Precision PARallax COlleting Satellite 1989-1993, zpracování údajů

katalog HIPPARCOS 120 000 hvězd 12,5 mag přesnost polohy 0,001“

katalog TYCHO 1 000 000 hvězd 11,5 mag přesnost polohy 0,025“

Určování vzdáleností - fotometricky, spektroskopicky

Metoda nov v maximu jasnosti M = - 7 mag

m - M = 5 log r - 5 … log r = 1 + 0,2 (m - M)

Metoda cefeid měření periody P, klasické cefeidy 1 - 50 dnů, RR Lyrae 1 - 24 hod.

obecný vztah **M = a + b log P**

klasické cefeidy M = -1,7 - 2,54 log P

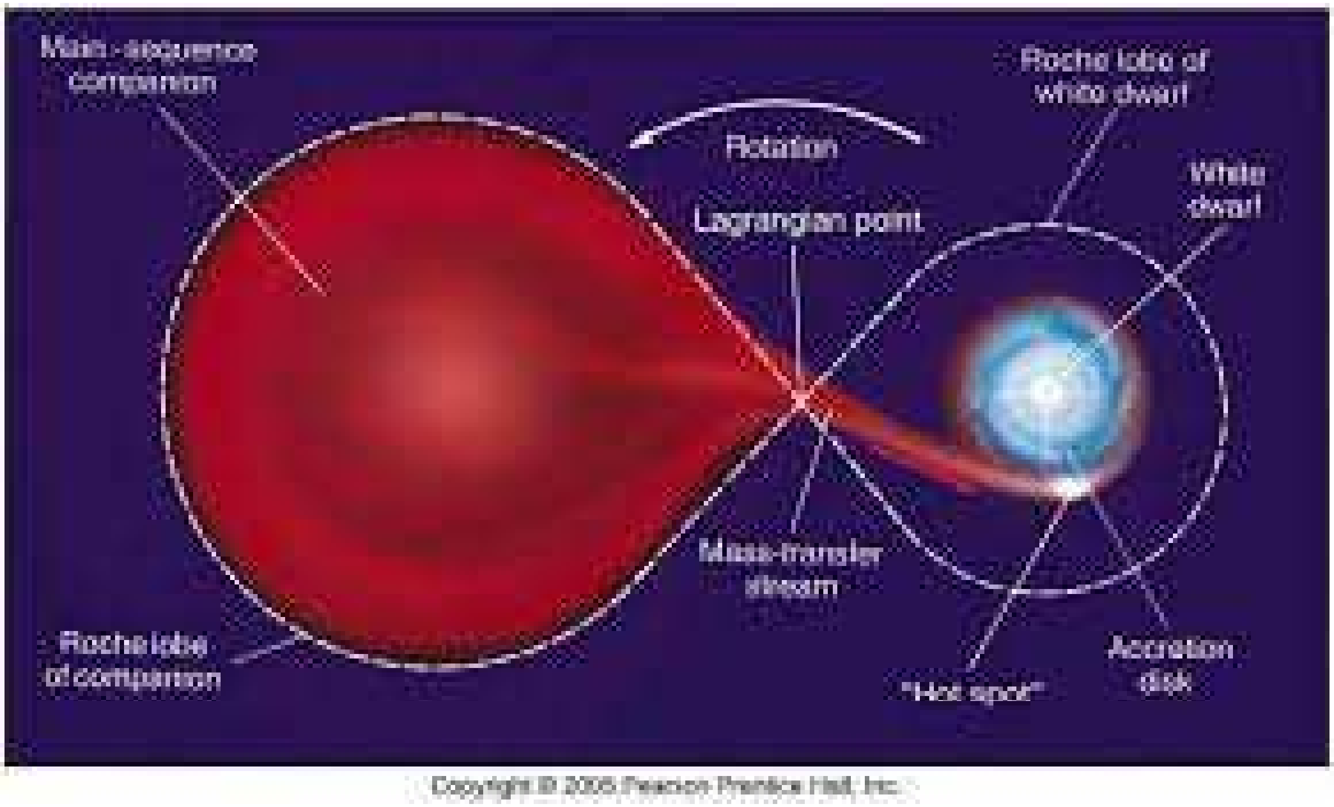
Metoda supernov Ia v maximu jasnosti M = - 18,7 mag

m - M = 5 log r - 5 … log r = 1 + 0,2 (m - M)

Hubbleův zákon $z = \frac{\lambda_p - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}}$ $v = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = c\,z = H\,r$

$r = \frac{c}{H}\,z$ při z > 0,1 $v = c\,\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$

Určování vzdáleností – novy, přenos hmoty v těsných dvojhvězdách



jedna složka červený obr, druhá složka bílý trpaslík, přenos hmoty

Určování vzdáleností - novy

Nova

jde o slabé hvězdy, složky těsné dvojhvězdy
výrazné zjasnění o (4–5) mag i více
ukládání plynu na povrch bílého trpaslíka $P\uparrow, T\uparrow$
zapálení termonukleárních reakcí vodík → helium
produkce energie, **exploze plynné atmosféry**

$L \sim$ až $10^5 L_S$, $v_{exp} \sim 3\,000\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$
hořící vodík $\sim 10^{26}$ kg .. $30\, M_Z$, $E \sim (10^{37} - 10^{39})$ J
případné opakování za 10^{2-3} roků ... rekurentní novy
vícené ~ 10 [illegible]

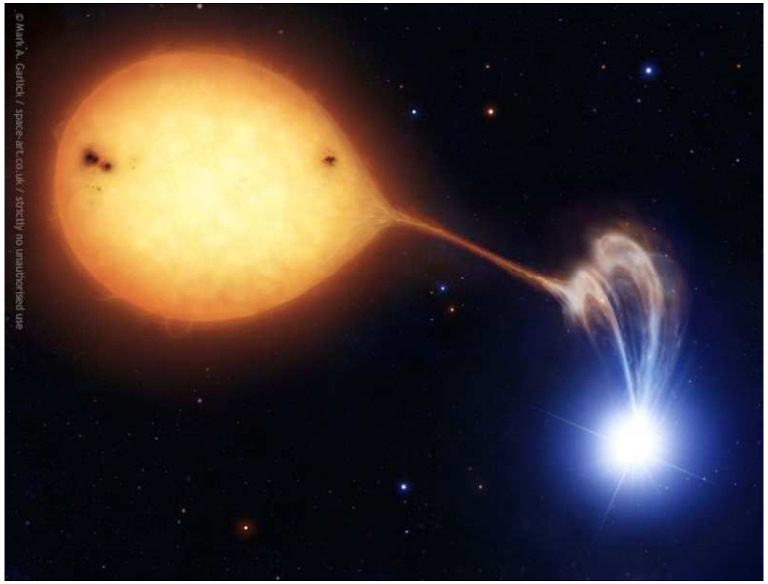
RS Oph
T Pyx

slabší zjasnění

trpasličí novy — **U Geminoram**
b.t. + č.t.

opakované zjasnění ← nestabilita akrečního disku kolem b.t.
vyvolaná změnou opacity

SS Cyg
SU UMa
Z Cam



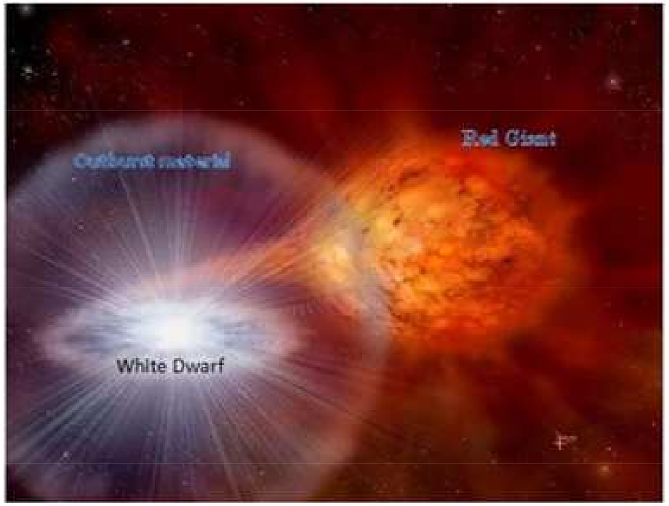
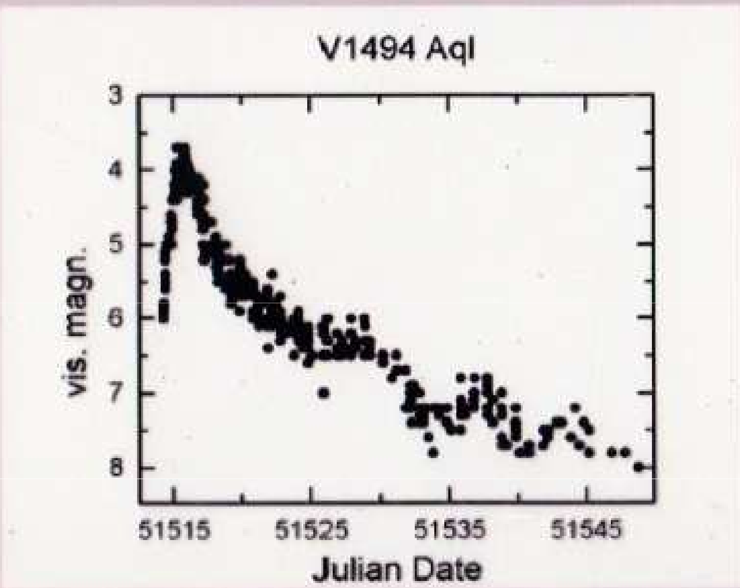


Figure: An artist rendition of a recurrent nova outburst.

Určování vzdáleností - novy

Novae

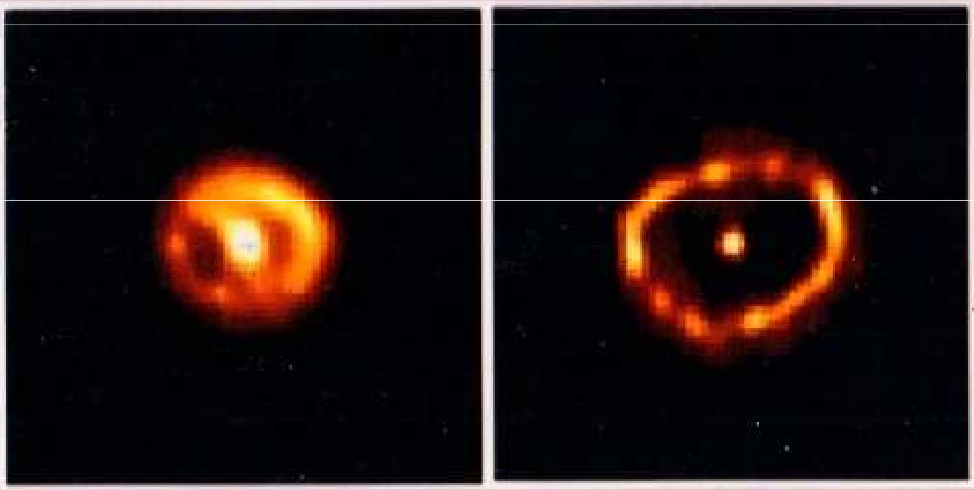
A classical nova is a rapid brightening of a star, which then fades over a few weeks:



Visual light curve of a classical nova event

Metoda nov v maximu jasnosti $M = -7$ mag

m - M = 5 log r - 5 … $\log r = 1 + 0{,}2\,(m - M)$

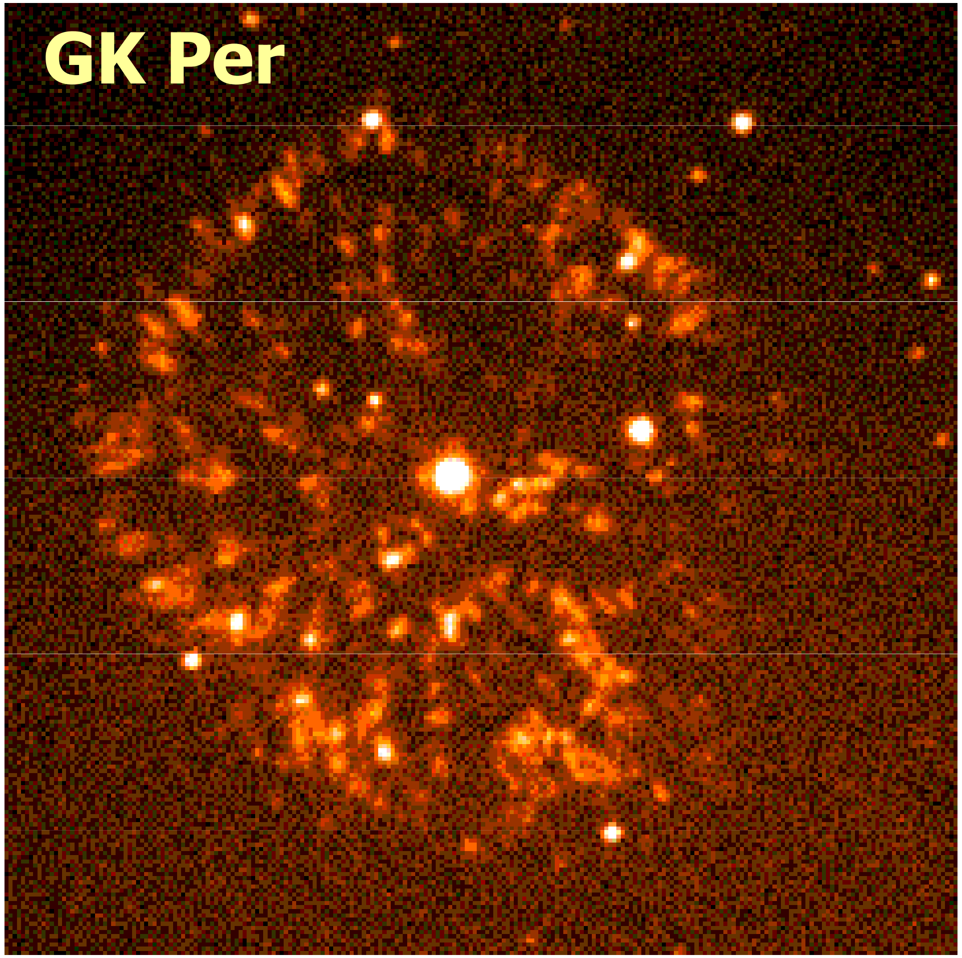


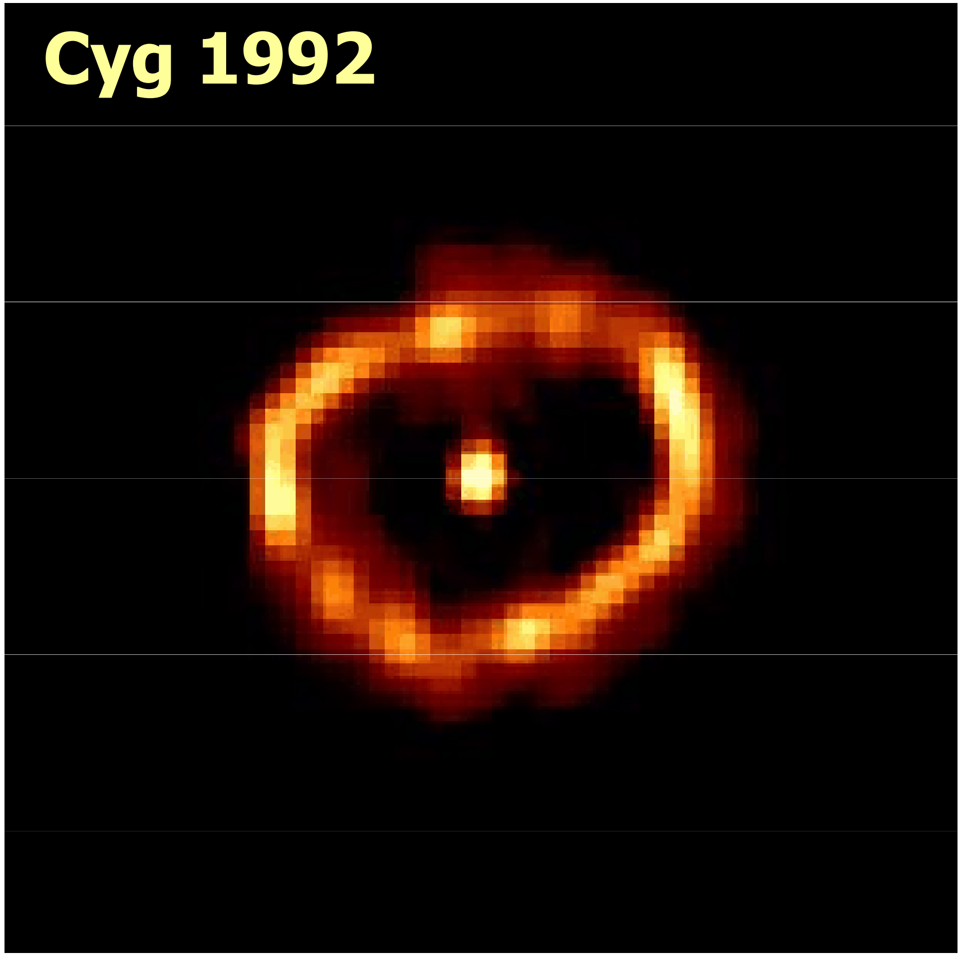
Shell of matter expanding subsequent to a nova explosion

ASTR 3730: Fall 2003

Novy

Odvržená obálka je větší než u planetárních mlhovin – 30 M_Z, charakter hoření je explozivní, rychlost až 3000 km.s^{-1}



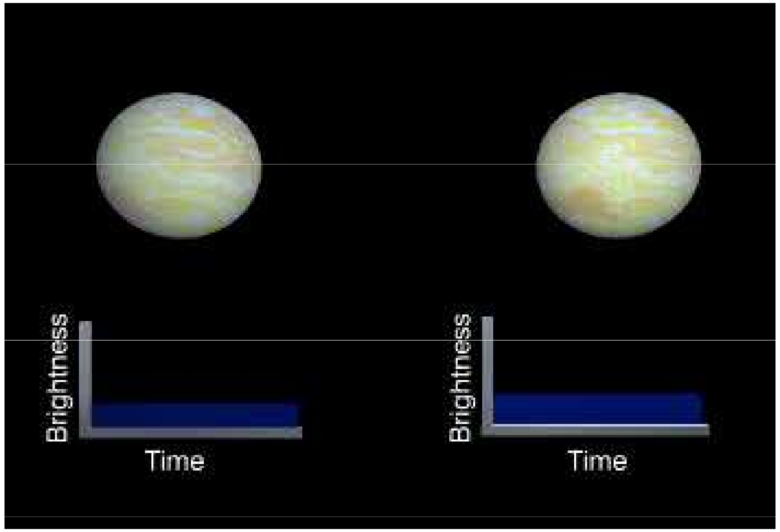


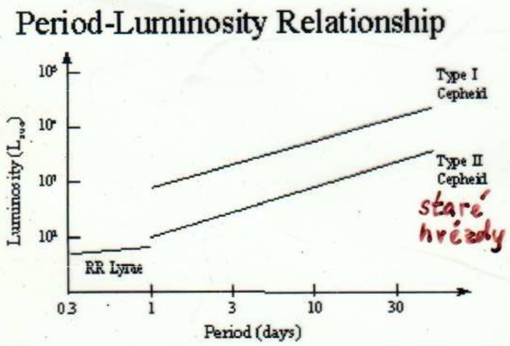
Určování vzdáleností – cefeidy, Hubbleův zákon

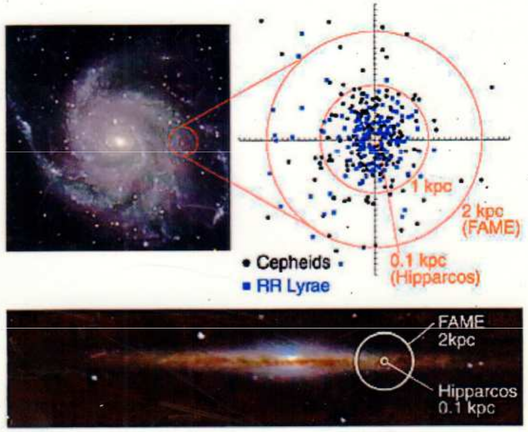
Metoda cefeid měření periody P, klasické cefeidy 1 - 50 dnů, RR Lyrae 1 - 24 hod.

obecný vztah $M = a + b \log P$

klasické cefeidy $M = -1{,}7 - 2{,}54 \log P$

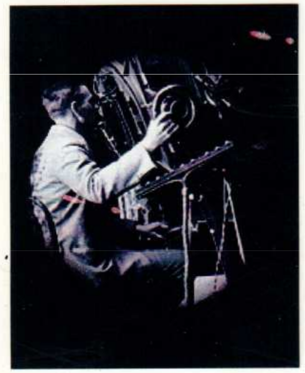






cefeidy - pulsující hvězdy, měnící svůj poloměr a jasnost

Edwin Powell Hubble (1889 – 1953)



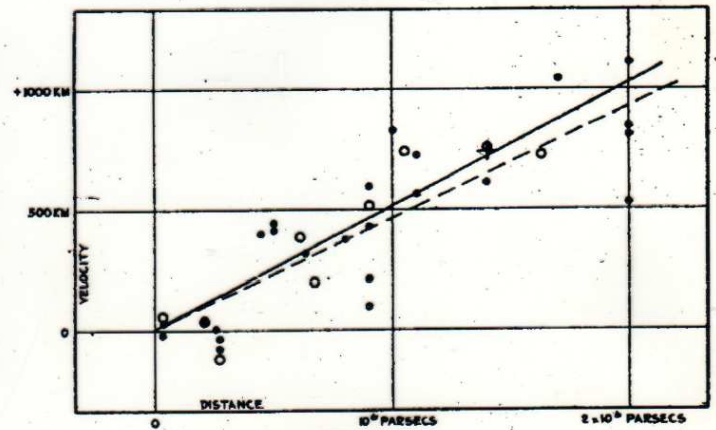
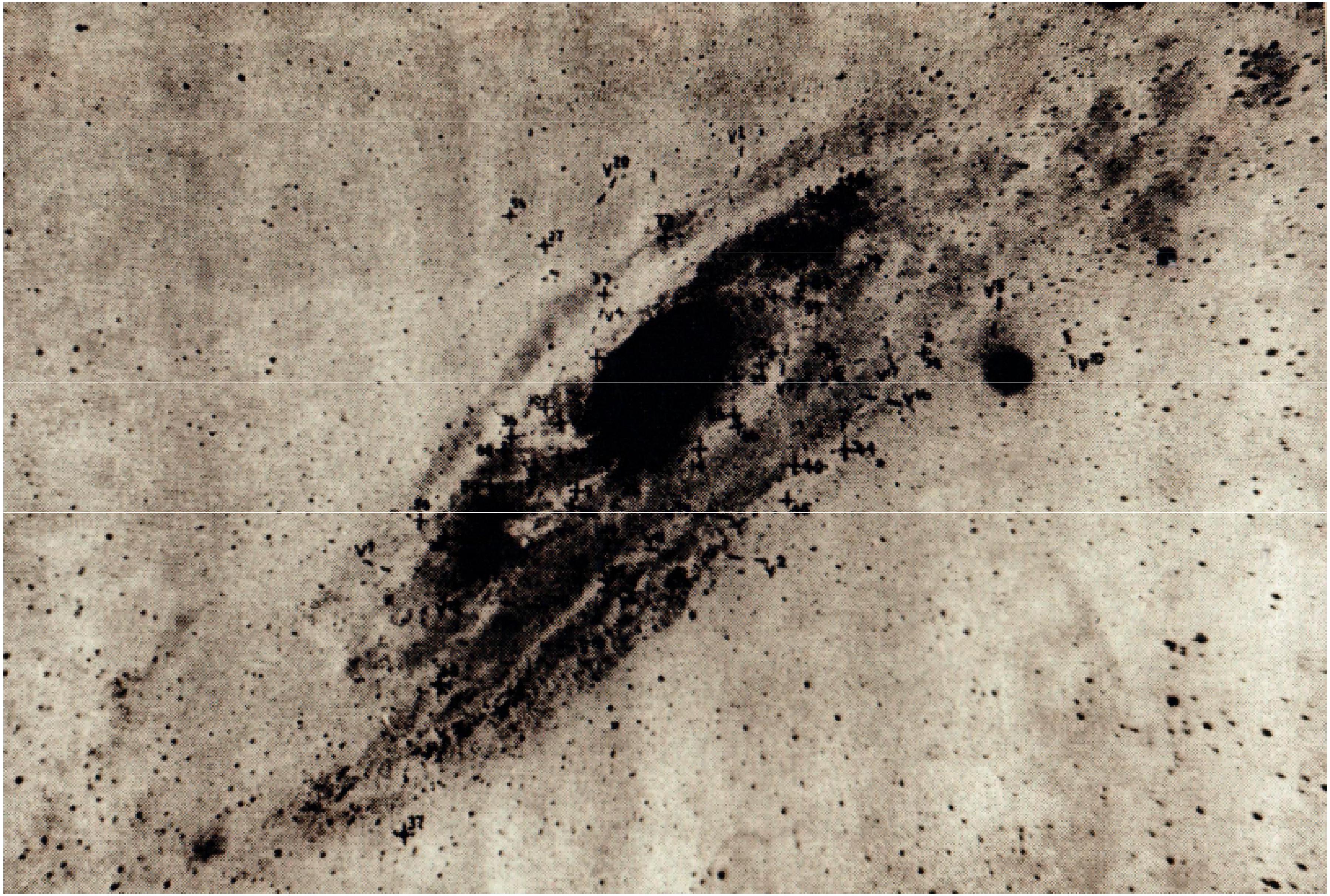
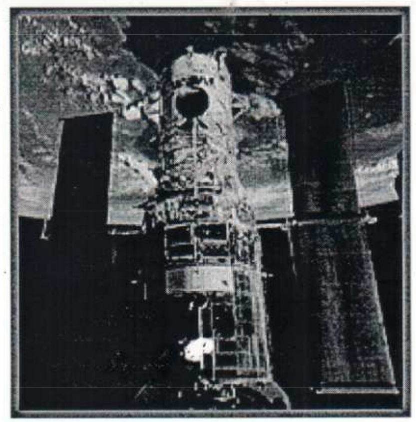


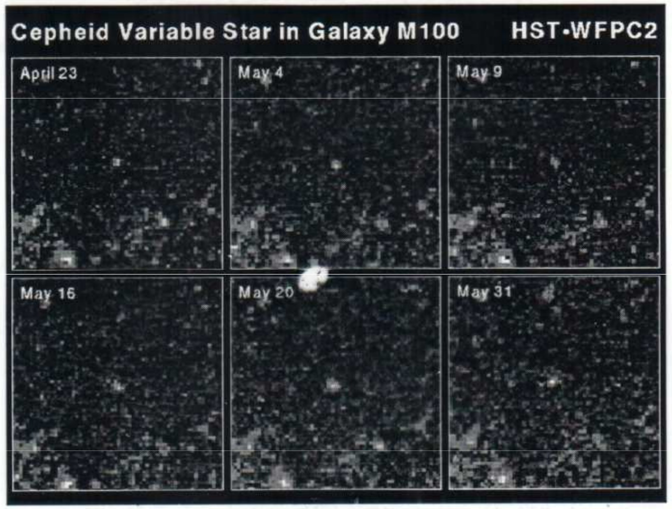
FIGURE 1

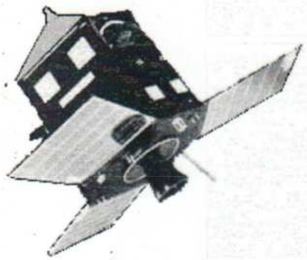
Určování vzdáleností – identifikace cefeid v M 31



Určování vzdáleností - cefeidy, družice Hipparcos







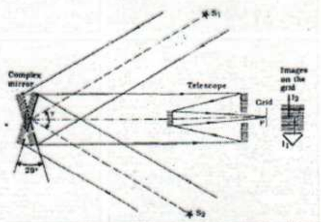
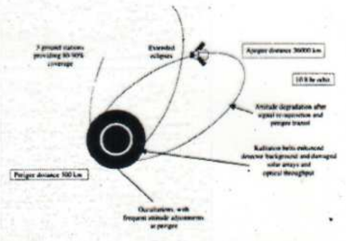


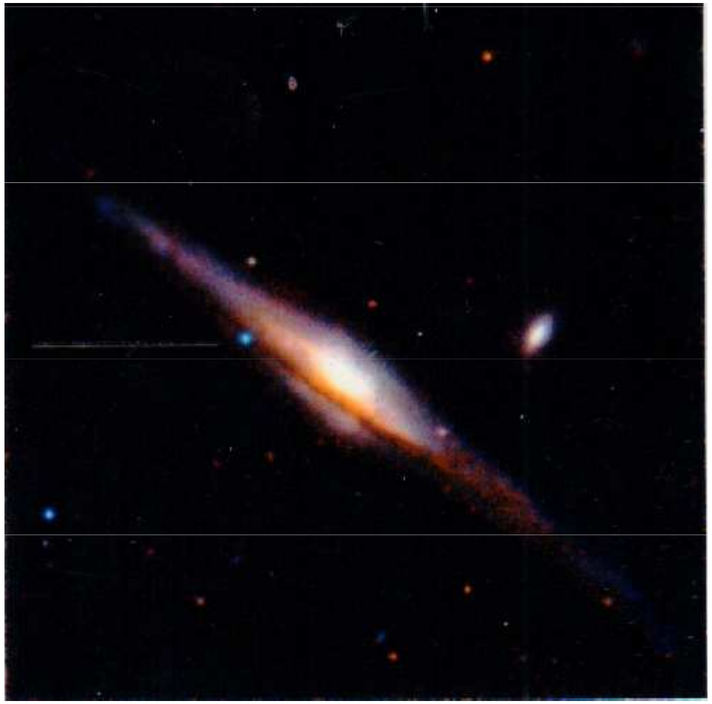
Fig. 8.1. Principle of Hipparcos. The images I_1 and I_2 of stars S_1 and S_2 in different fields of view are formed on the grid which modulates them while the satellite turns around an axis perpendicular to the plane of the drawing



Supernovy Ia

- **těsná dvojhvězda: normální hvězda + bílý trpaslík (uhlíko-kyslíkový).**
- **přetékající plyn se prostřednictvím akrečního disku ukládá na trpaslíka, při překročení hmotnosti 1,4 M_s - Chandrasekharovy meze dochází ke gravitačnímu kolapsu.**
- **exploduje celý bílý trpaslík 10^{9} L_S.**
- **V_{exp} = 25 00 km.s^{-1}, neexistence vodíkových čar.**

Určování vzdáleností - supernovy Ia





Metoda supernov Ia v maximu jasnosti $M = -18{,}7$ mag

$m - M = 5 - 5 \log r$ … $\log r = 1 + 0{,}2\,(m - M)$

Určování vzdáleností galaxií

Hubbleův - Lemaitrův zákon

Hubbleův zákon $z = \frac{\lambda_p - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}}$ $\boldsymbol{v} = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = \boldsymbol{c\,z} = \boldsymbol{H\,r}$

$\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{H}}\,\boldsymbol{z}$ při z > 0,1 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{c}\,\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$

Edwin Powell Hubble

1889 - 1953

v = H . r



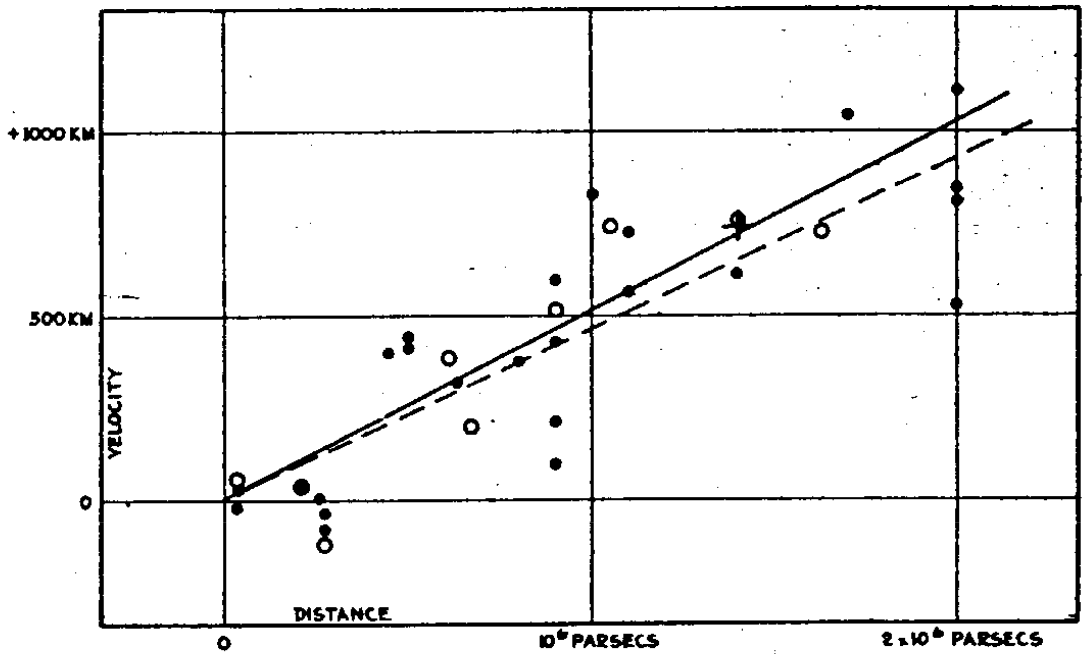


FIGURE 1

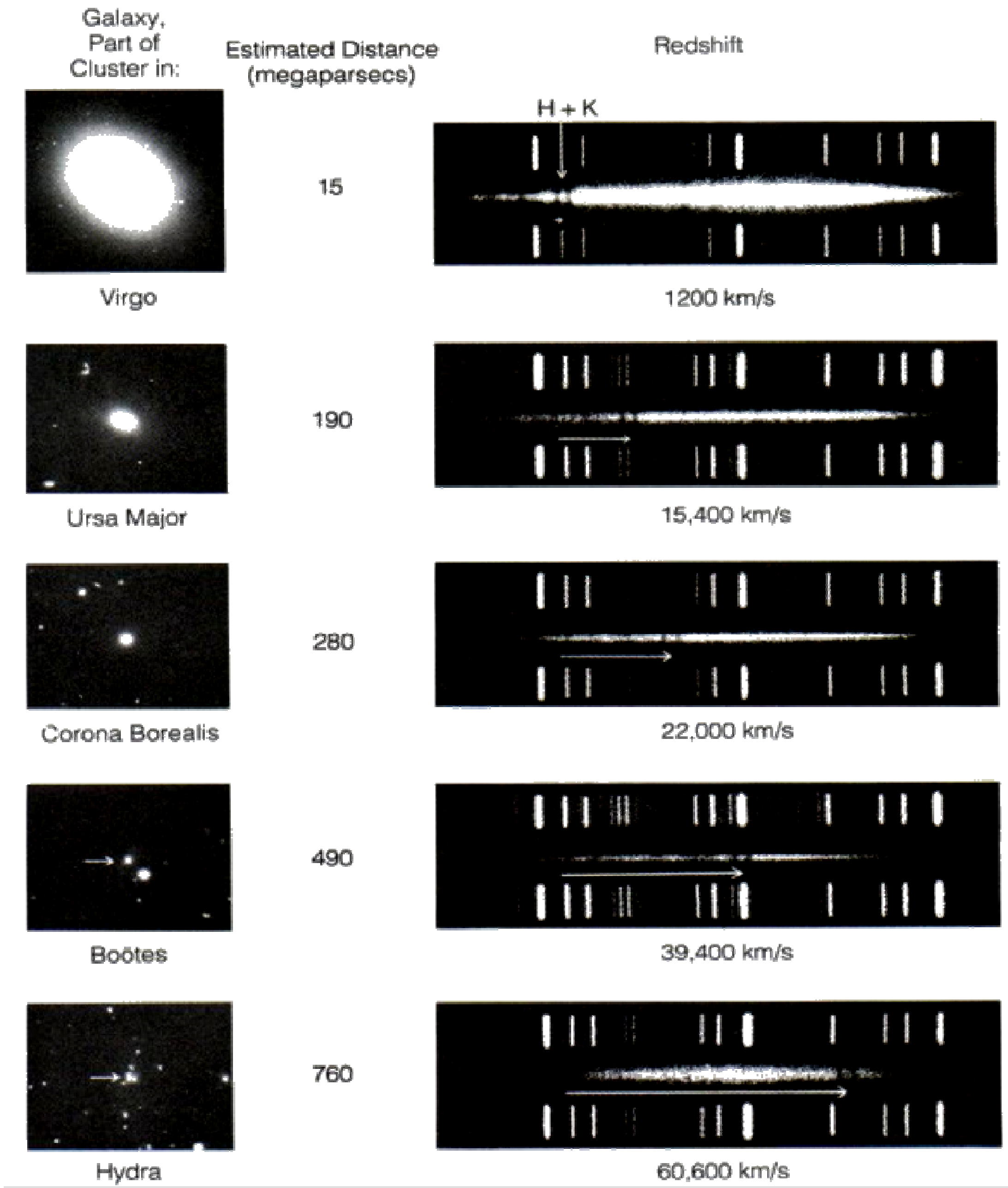
Hubbleův - Lemaitrův zákon

$$r = \frac{v}{H}$$

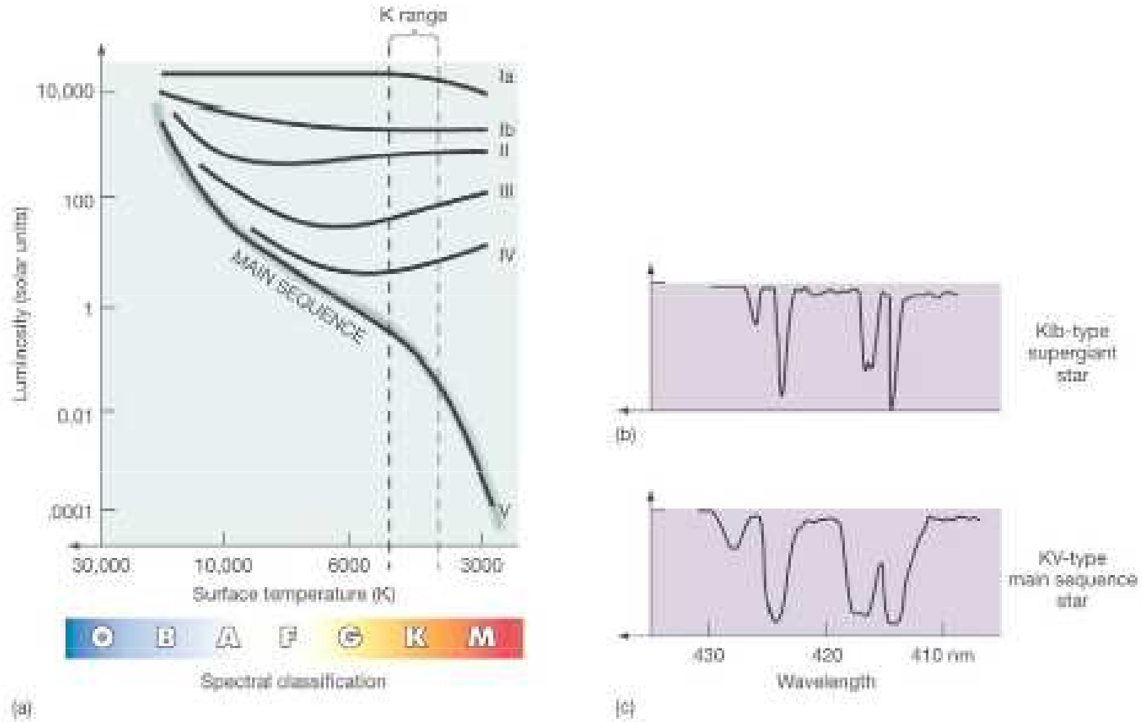
$$v = c \cdot z = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_l}$$

pro z > 0,1

$$v = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$$

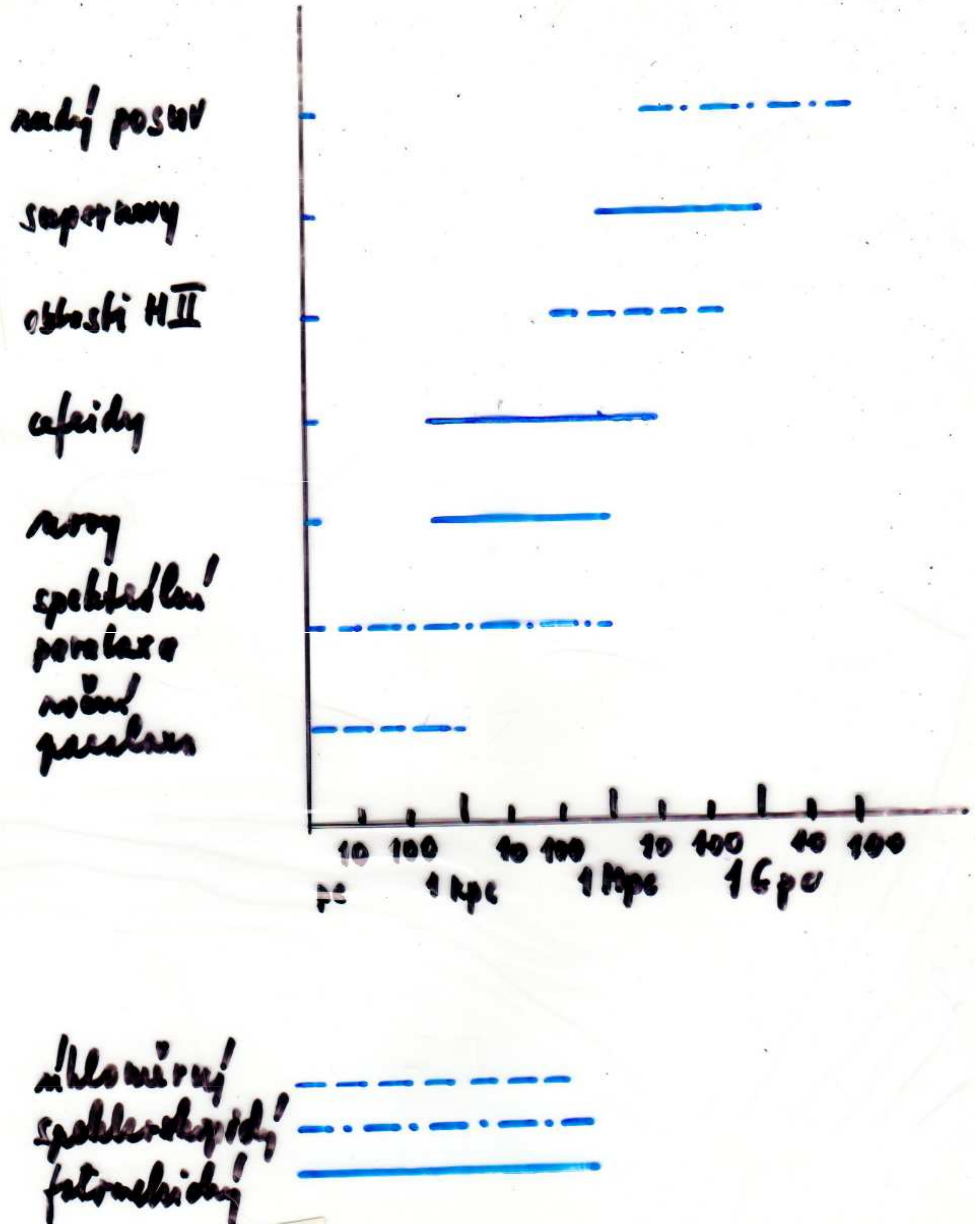


Spektrální paralaxa hvězd

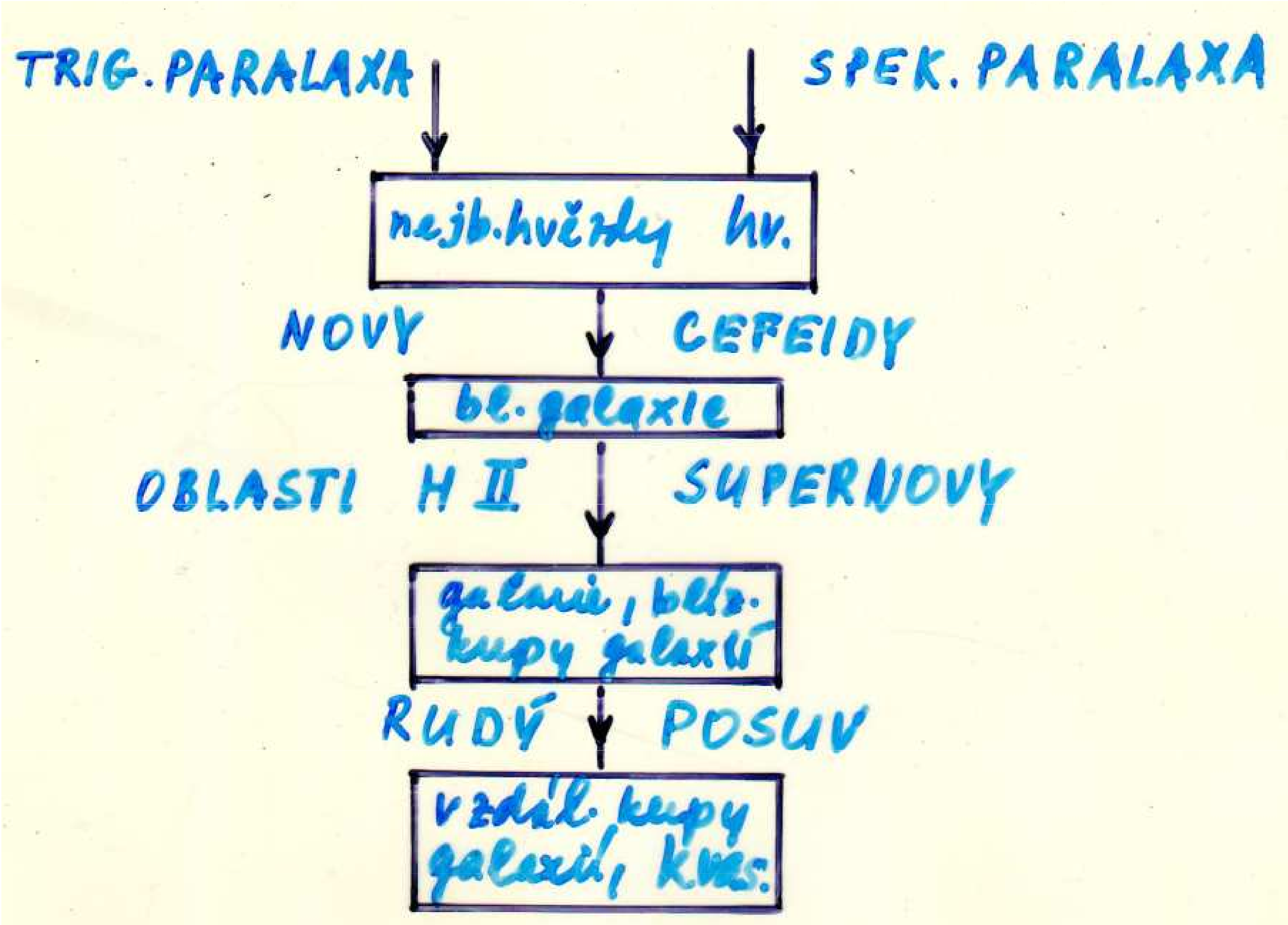


podle intenzity vybraných spektrálních čar - rozlišení obrů a hvězd HP

Určování vzdáleností - přehled metod



Určování vzdáleností - přehled metod

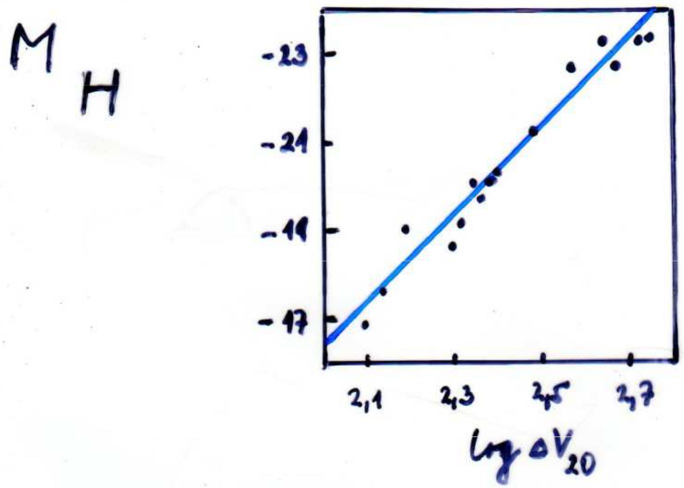


Určování vzdáleností spirálních galaxií - Tully-Fisher

R. Brent Tully J. Richard Fisher 1977

$$M_H = -10.0 \log_{10}\left(\frac{2v_r}{\sin i}\right) + 3{,}61$$

infrač. H .. 1,66 μm



$$\Delta V_{20} = \frac{2v_r}{\sin i}$$

přesnost ± 0.28 mag v infračervené

dosah, použitelnost > 100 Mpc

vzdálené spirální galaxie; profil emisní čáry HI 21 cm; čára rozšířena rotačním pohybem

TF vztah ... mezi rotační rychlostí a zářivým výkonem

$(\Delta v_0)^2 \sim \frac{\mathcal{M}}{R}$; $R = \alpha \cdot r$; $\mathcal{M} \sim (\Delta v_0)^2 \alpha r$

$\frac{\mathcal{M}}{L} = \dots$



Astrofyzika I. cvičení

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Keplerovy zákony - Nová astronomie

Zákon ploch 1602

Zákon ploch vyslovil Kepler v *Nové astronomii* ve dvou zněních:

1. *Rychlost planety se mění nepřímo úměrně se vzdáleností od Slunce*, kap. 39.
2. *Rychlost planety se mění tak, že průvodič spojující planetu se Sluncem opisuje stejné plochy za stejné časy*, kap. 40.

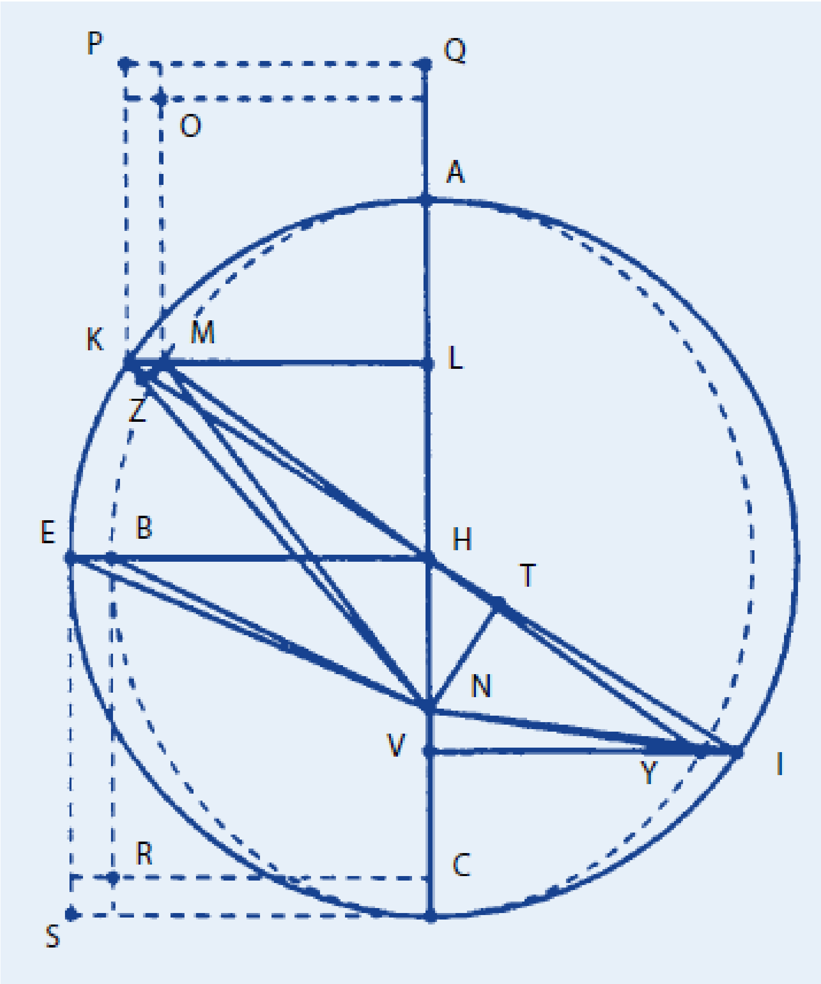
První znění označujeme jako *tzv. zákon vzdáleností,* který byl ve své době chápán jako fyzikální zákon. Dnešní formulaci zákona ploch se blížilo druhé znění, na úrovni podávané Keplerem bylo spíše geometrickým vyjádřením, matematickým prostředkem k interpretaci fyzikální problematiky.

Eliptický zákon 1609

Eliptický zákon

Umístěno do historie, začátkem r. 1605 Kepler dostal inspirující nápad o možném eliptickém tvaru dráhy Marsu. K vyslovení eliptického zákona dospěl autor analýzou tabulky propočítaných vzdáleností, kde zjistil nesoulad výsledků výpočtů a pozorovacích údajů. Provedl proto úpravu librační metody a dospěl k velmi blízkým hodnotám vzdáleností odpovídajícím pohybu po eliptické dráze, což ho vedlo ke konkrétním závěrům v kap. 58, kde Kepler psal, že dráha z kap. 43 je příliš velká a z kap. 45 příliš malá. Proto pouze elipsa ležící uprostřed obou je správným vystižením dráhy. Na konci kap. 58 *Nové astronomie* uvedl: „*… jakýkoliv tvar planetárních drah musí být opuštěn, kromě dokonalé elipsy…*“

Keplerovy zákony



Přechod k eliptické dráze byl detailně zachycen v článku [9], vybereme z něho pouze některé ukázky. Kepler stanovil elipsu (viz obr. 2) prostřednictvím redukce (lineární transformace) všech souřadnic pomocné excentrické kružnice v poměru velikostí malé a velké poloosy elipsy $b : a$, jestliže $HB = b$, $NB = a$. Elipsu vepsal do zmiňované kružnice tak, že z jejího obvodu spustil kolmice KL, EH na přímku apsid AC, které protínaly v bodech M a B obvod elipsy. Zmiňovaný poměr v původním textu v *Nové astronomii* autor zapsal $BH : HE = ML : KL$. Dále odvodil poměr velikostí ploch elipsy ABC a kruhu AEC, který byl úměrný poměru velikostí kolmic z elipsy a z kružnice, tedy poměru malé a velké poloosy, platilo $ABC : AEC = BH : EH$. To Keplerovi umožnilo zaměnit plochy sektorů elipsy a kruhu. Výsledkem byl poměr obsahu ploch $ANM : AKN = ML : KL = b : a$, odpovídající poměru velikostí kolmic z elipsy a kružnice.

Keplerovy zákony - Nová Astronomie

Následně Kepler přešel ke studiu závislosti oběžné rychlosti – *celeritas* – pohybu Marsu na vzdálenosti od Slunce. Jako první astronom zkoumal souvislost mezi hodnotami spojitých změn úhlových rychlostí planety při pohybu kolem Slunce a jejími vzdálenostmi od něho. Vycházel z úvahy, že doba strávená planetou na malém oblouku dráhy – *mora* – je úměrná její vzdálenosti od Slunce. Celkový čas pro delší oblouk poměřoval součtem všech vzdáleností obsažených v sektoru odpovídajícímu oblouku. Z dnešního pohledu se jednalo o integrační problém.

V *Nové astronomii* Kepler uvedl: „*Protože jsem poznal, že existuje nekonečný počet bodů excentrické kružnice [dráhy] a nekonečný počet jejich vzdáleností [od Slunce], napadlo mne, že všechny tyto vzdálenosti jsou obsaženy v dráhové rovině. Vzpomněl jsem si, že takovým způsobem kdysi také Archimédés rozdělil plochu kruhu na nekonečný počet trojúhelníků, když hledal poměr obvodu kružnice k průměru.*“

Keplerovy zákony - Harmonie světa

Harmonický zákon 1618

Harmonický zákon

První dva Keplerovy zákony se původně historicky týkaly pohybu pouze jediné planety – Marsu. Po roce 1609 Kepler ověřoval a potvrdil jejich platnost postupně také pro ostatní planety. Třetí zákon se vztahoval k více planetám, neboť Kepler přešel k obecnějšímu hledání řádu pro uspořádání a pohyb planet ve Sluneční soustavě, původu v ní existujících harmonických proporcí. Napadla ho myšlenka zkoumat souvislost mezi vzdálenostmi planet od Slunce a jejich oběžnými dobami. Přitom vycházel ze studia vztahu mezi úhlovou rychlostí planet a jejich vzdáleností od Slunce, v dnešní podobě z invariantu $r^3\omega^2 = konst$. Ke konkrétním matematickým závěrům dospěl v roce 1618, zachytil je v knize páté *Harmonie světa* [2] slovy: „*Ale je to věc zcela jasná a přesná – poměr, který je mezi oběžnými dobami kterýchkoliv dvou planet, je přesně půldruha násobkem poměru středních vzdáleností, tedy samotných drah; ovšem je přitom třeba dbát na to, že aritmetický průměr obou průměrů eliptické dráhy je poněkud menší než větší průměr…*“

Keplerovy zákony, jejich přijetí

Nová astronomie 1609 původní historická formulace I. a II. zákona

Harmonie světa 1618-1621 III. Keplerův zákon

Rudolfinské tabulky 1627 tabulky planet a Měsíce

přijetí zákonů nebylo jednoznačné, objevovaly se pokusy o jiný výklad pohybu planet, nejvýraznější postavou *Ismaël Boulliau (1605-1694),* **nebyl uznáván** především **zákon ploch**.

Definitivní uznání až po vydání Principií Newtonem 1687.

některé významné osobnosti K. zákony v 17. století ignorovali, např. *Blaise Pascal (1623-1662), Francis Bacon (1561-1626), Galileo Galilei (1564-1642), René Descartes (1596-1650)*.

Do roku 1630 přijali zákony *Giovanni Magini (1555-1617), Thomas Harriot (1560-1621), Severin Longomontanus (1562-1647), David Fabricius (1564-1617), Willebrord Snell (1580-1626), Federigo Cesi (1585-1630), Jacob Bartsch (1600-1633),* kritériem pravdivosti zákonů - **předpovědi astronomických jevů**, např. přechod Merkuru přes sluneční disk 7. listopadu 1631 pozorovaný *Pierrem Gassendim (1592-1655)*.

Určování hmotnosti

III. Keplerův zákon

1. Stanovte hmotnost Jupiteru, je-li známo, že měsíc Io obíhá ve vzdálenosti 422 000 km a má oběžnou dobu 1,77 dne.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}\,(M_J + M_{Io})$$

2. Určete hmotnost Marsu, známe-li, že měsíc Phobos obíhá ve vzdálenosti 9 380 km a má oběžnou dobu 0,32 dne.

3. U dvojhvězdy byly stanoveny: paralaxa π = 0,05 “ a velké poloosa pozorované dráhy a“ = 2“ , oběžná doba složek 100 roků. Nalezněte hmotnosti jednotlivých složek, je-li známo, že se nacházejí od hmotného středu dvojhvězdy ve vzdálenostech, které jsou v poměru 4 : 1.

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2}$$

4. Stanovte vzdálenost dvojhvězdy, znáte-li oběžnou dobu složek 27 roků, hmotnosti 3 M_S a 5 M_S a hlavní poloosu pozorované dráhy a“ = 0,45“.

$$M_1 + M_2 = \left(\frac{a''}{\pi''}\right)^3 T^{-2}\ .$$

Určování hmotností planet, Jupiteru, Marsu

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}\,(M_J + M_{Io}) \qquad M_J = \frac{4\pi^2 a^3}{G\,T^2} = \frac{2.96}{1,56}10^{27} = 1,9.\,10^{27}\,kg$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}\,(M_M + M_P) \qquad M_M = \frac{4\pi^2 a^3}{G\,T^2} = 6,4.\,10^{23}\,kg$$

Původní historická metoda, viz Principie, určení relativní hmotnosti J, S

Jak určujeme hmotnosti planet, které nemají měsíce?

Později aplikováno na fyzické dvojhvězdy

Slapy na měsíci Io



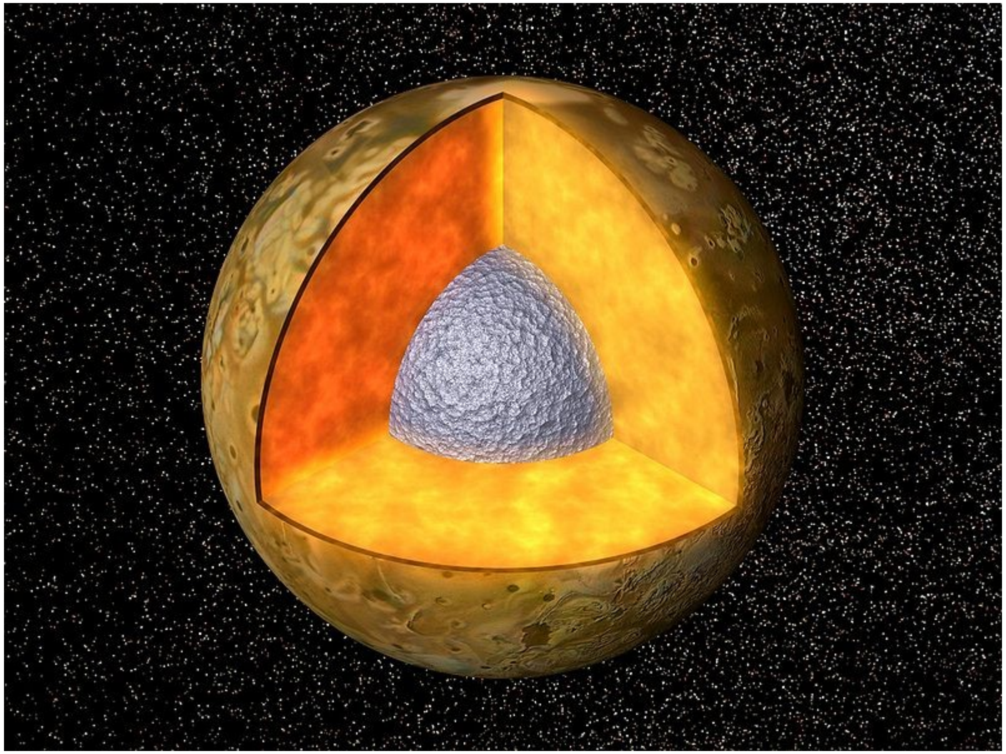
časově proměnné slapy

excentrická dráha Io

- změna vzdálenosti od Jupitera

- změna oběžné rychlosti, mění se natočení vzhledem k výdutím

Io



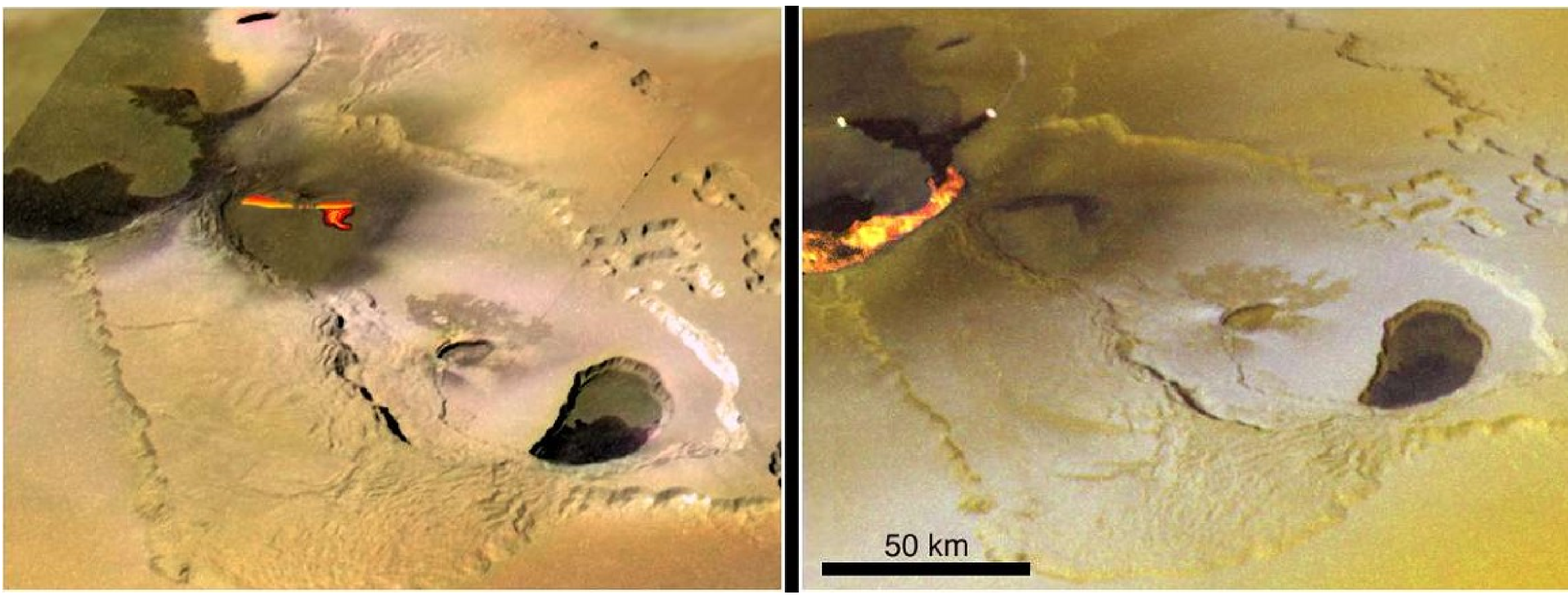
Jádro železo, síra ?
r = 300 km
20 % hmotnosti měsíce
natavený plášť silikátový
obal ≈ 20 km

Proměřování toku infračerveného záření → slapy produkují proměnný tepelný výkon, průměrně 9 .10 ^{13} W, tepelný tok na povrchu 2 W.m^{-2}

Povrch a atmosféra měsíce Io

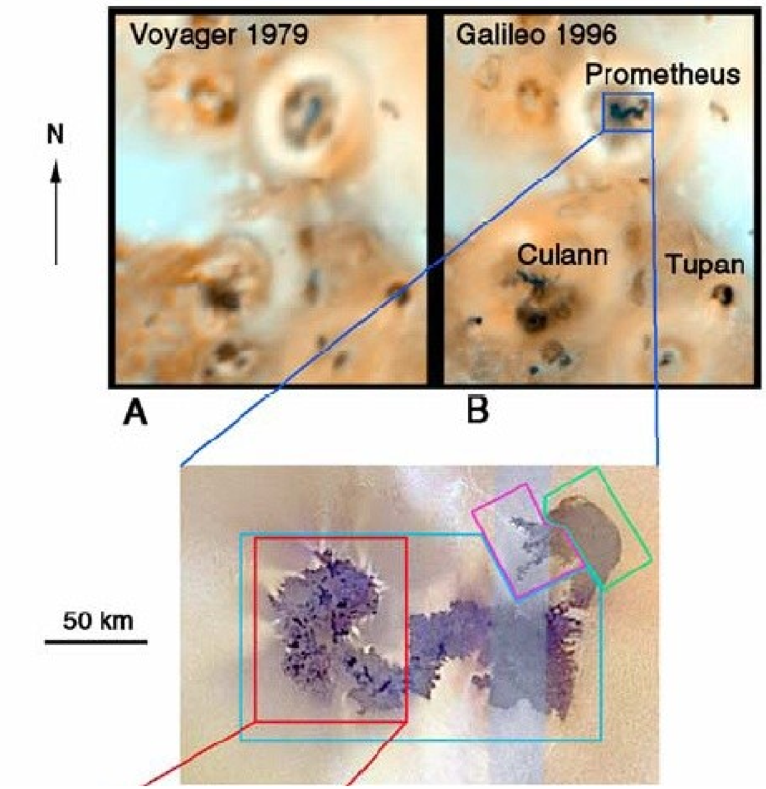
. 1974: spektroskopie -v atmosféře zjištěn sodík, vápník, železo mangan, emisní čáry sodíku dominantní, proč?
Voyager 1 – existence šesti sopek na povrchu, který je geologicky nejmladším ve Sluneční soustavě,

vysoké teploty v blízkosti sopek

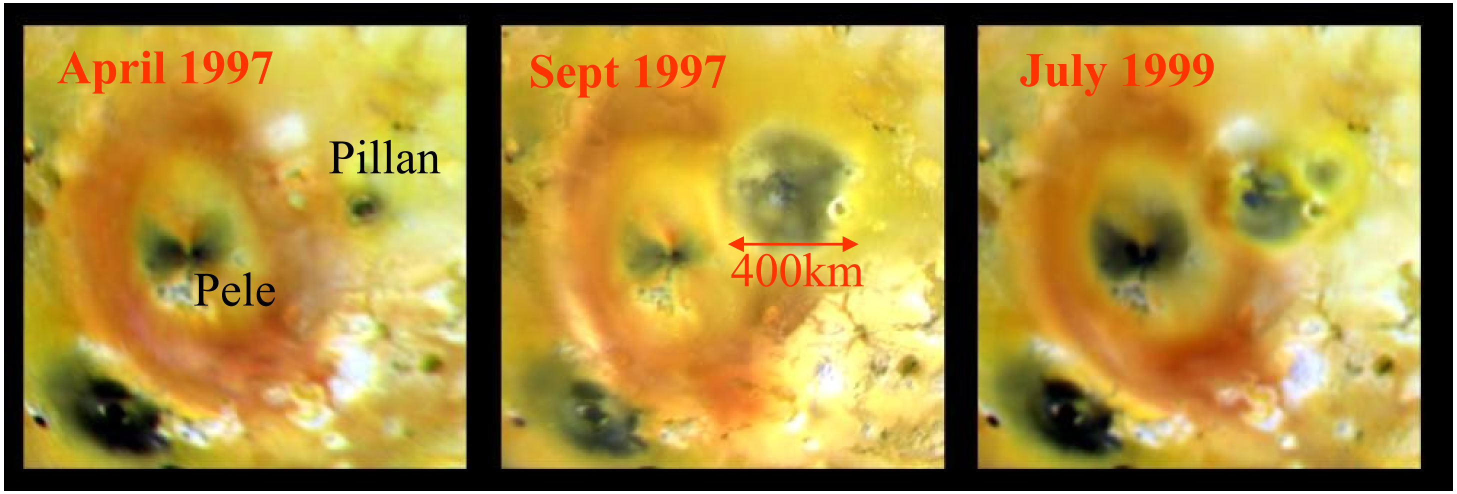


Časová proměnnost povrchu

Změny zjištěné od sondy Voyager do Galileo a při misi Galileo

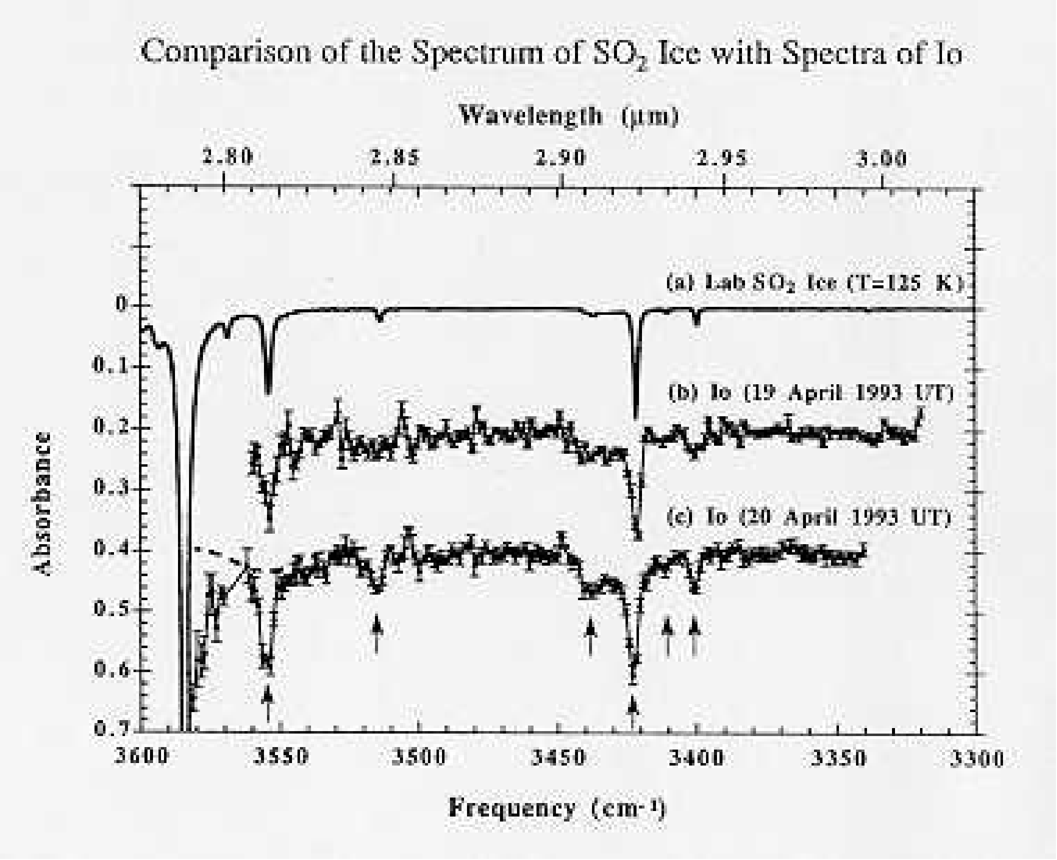


Tekoucí láva vyvržená ze sopky Prometheus mezi misemi Voyager and Galileo



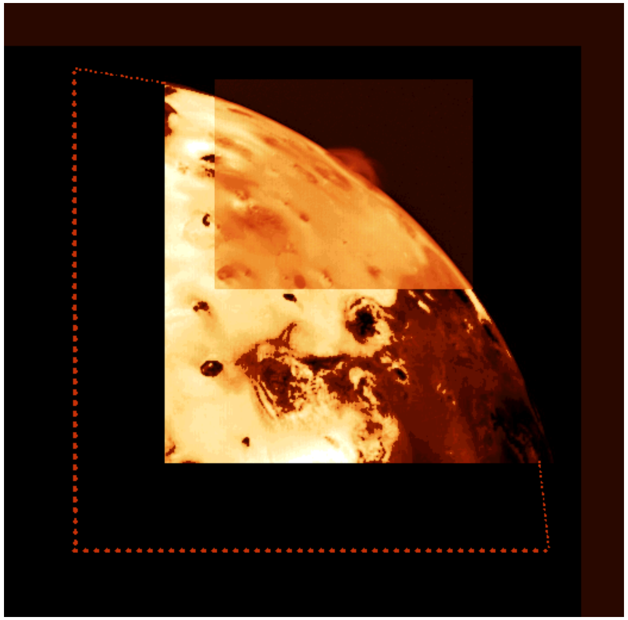
Infračervená astronomie - měsíc Io





Atmosféra: SO_2, SO, Na, K, O

Určení parametrů sopky Prometheus - úloha



snímek sopky - Voyager 1, březen 1979, vzdálenost 20 000 km

g	$m.s^{-2}$
Io	1.81
Earth	9.81

Ze zjištěné výšky výstupu h určíme rychlost v vyvrhování materiálu sopky, poloměr Io je R =1 821 km, levý dolní roh odpovídá středu měsíce, typické hodnoty h ≈ 300 km, v ≈ 1 $km.s^{-1}$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \qquad gh = \frac{1}{2}v^2 \qquad h = \frac{1}{2}gv^2 \qquad v = \sqrt{2g \times h}$$

Ultrafialový snímek HST sopka Pele
červenec 1996, WFPC2, F255W, exp. ≈ 10 minut

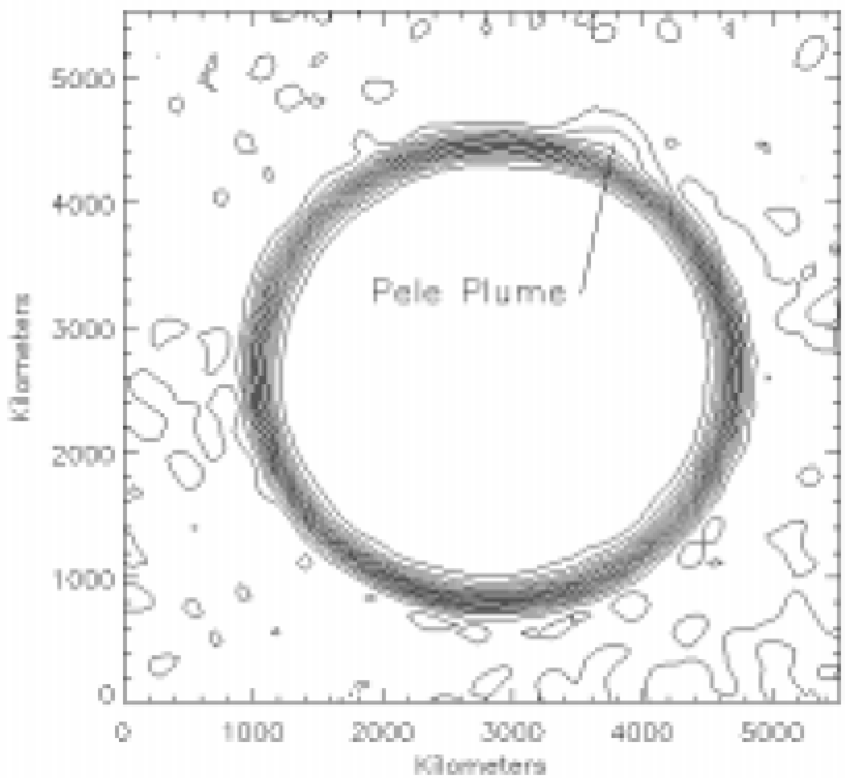


Figure 1. Contour version of an ultraviolet (237-281 nm) HST image of Io transiting Jupiter, showing the Pele plume off Io's limb. Note that Pele and Io's disk are darker than Jupiter, which fills the frame. This map derived from an average of the first two frames of the observing sequence.

HST výzkum sopky Pele

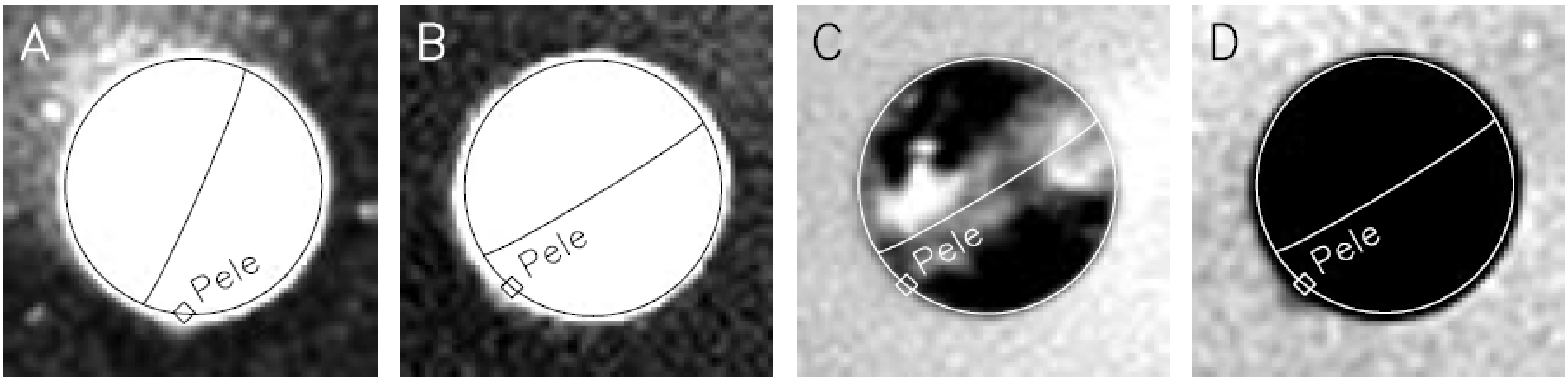


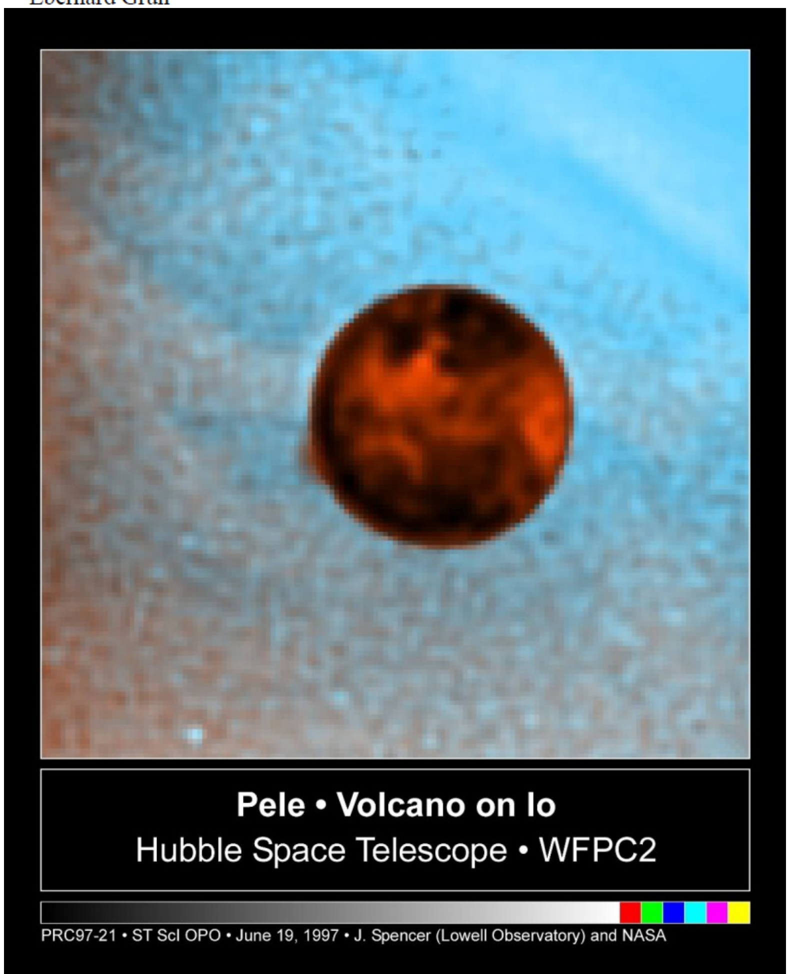
Fig. 1: October 1999 WPFC2 images of Io showing the Pele plume. A: 10/09, 10:46 UT, F255W filter, plume faintly visible against dark sky. B: 10/11, 06:26 UT, F336W filter, plume faintly visible against dark sky. C: 10/11, 06:44 UT, F336W filter, plume invisible against Jupiter. D: 10/11, 06:47 UT, F225W filter, plume visible against Jupiter. Io's limb, equator, and the location of the Pele vent are shown. Images have been sharpened by Lucy-

Vyvrhování prachu při erupcích na Io

GEOPHYSICAL RESEARCH LETTERS, VOL. , NO. , PAGES 1–4,

Jovian Dust Streams: A monitor of Io's volcanic plume activity

Harald Krüger[1], Paul Geissler[2], Mihály Horányi[3], Amara L. Graps[1,4], Sascha Kempf[1], Ralf Srama[1], Georg Moragas-Klostermeyer[1], Richard Moissl[1], Torrence V. Johnson[5], Eberhard Grün[1,6]



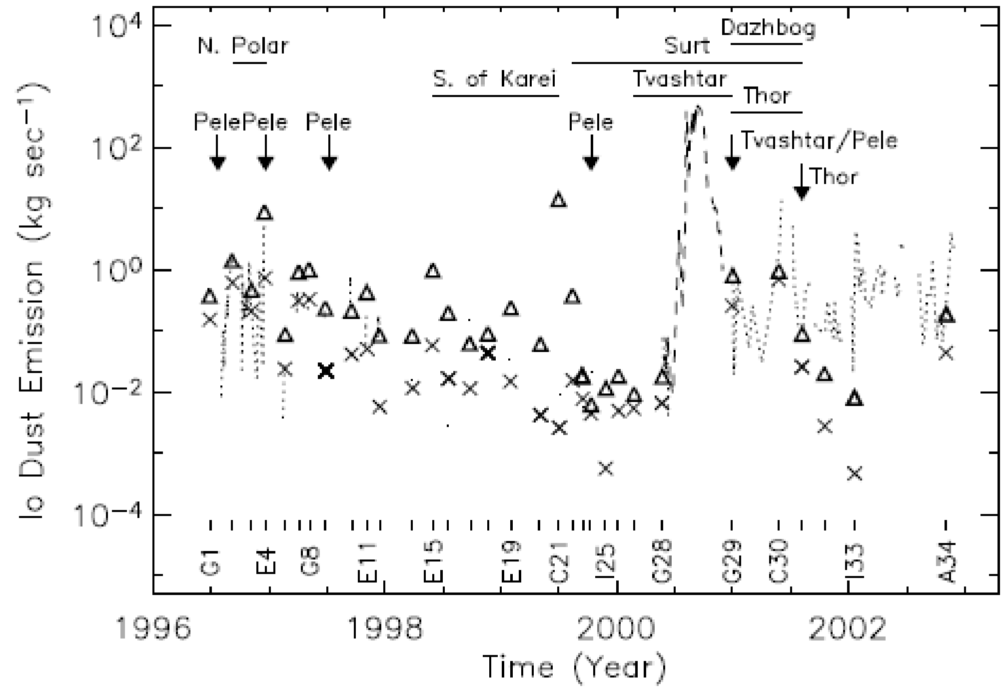
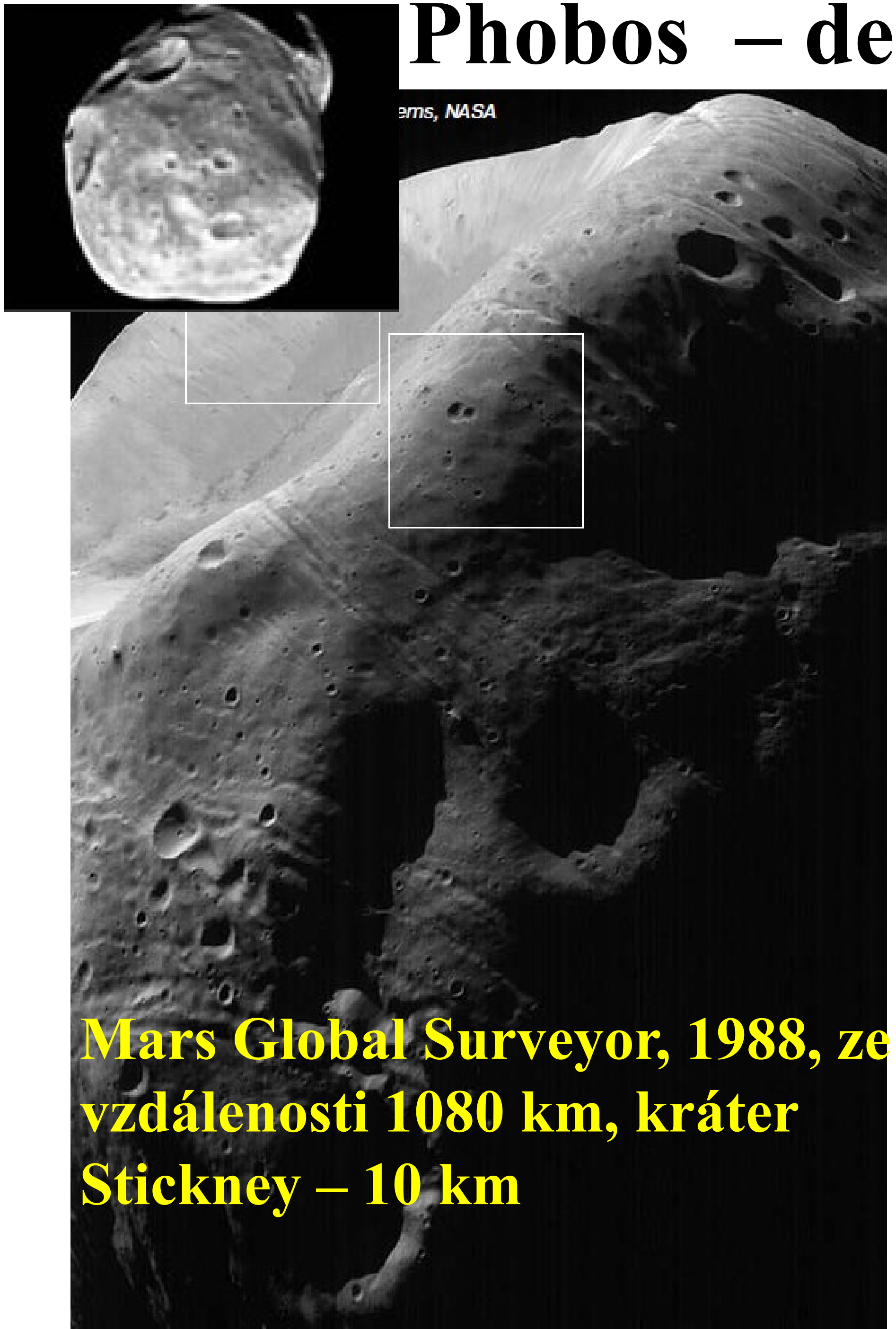
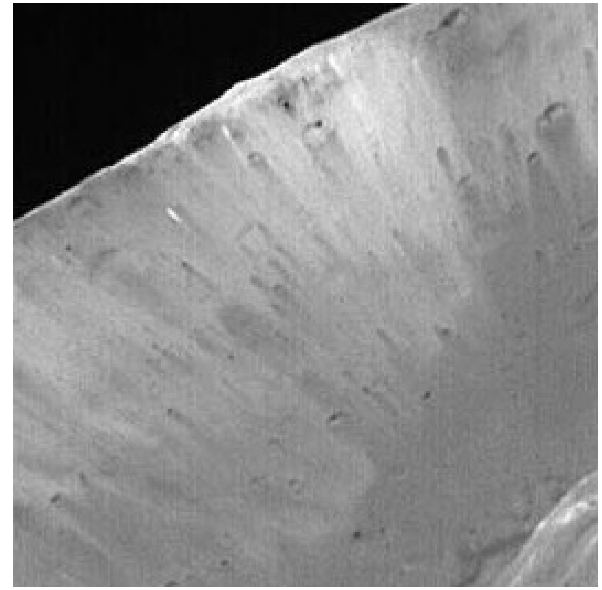


Figure 2. Dust emission rate of Io calculated with Eqn. 1. Triangles and crosses denote the maxima and minima derived from measurements in the distance range $13 < d < 30\,R_J$, respectively. The dashed line is for the G28 orbit in the range $30 < d < 280\,R_J$, dotted lines show the remaining orbits with $30 < d < 400\,R_J$. Thick horizontal bars indicate periods when large-area surface changes occurred on Io [*Geissler et al.*, 2003], arrows indicate individual plume sightings. Note that South of Karei probably erupted just before C21, and that Surt's eruption probably took place between G29 and C30 (see text). Galileo perijove passages (vertical dashes) and orbit labels are indicated at the bottom. No dust stream measurements were collected during Galileo orbits 5 and 13.

Phobos – detaily povrchu



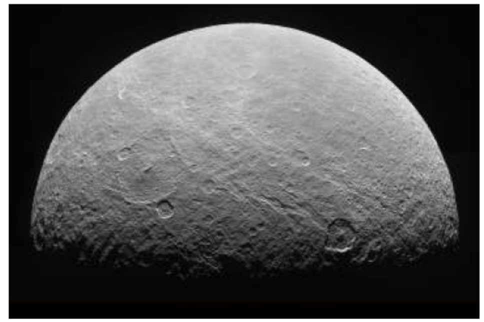
Mars Global Surveyor, 1988, ze vzdálenosti 1080 km, kráter Stickney – 10 km





Určování hustoty Saturnu

Úloha 9. Případní obyvatelé měsíce Rhea (obr. 8), který má pro pozemský život svým složením příhodnou kyslíkovou atmosféru, bohužel však velmi řídkou s nízkou teplotou 50–100 K, by pozorovali Saturn pod středním úhlovým průměrem $\alpha = 0{,}216\,3$ rad.



Obr. 8

Při znalosti oběžné doby měsíce činící $T = 4{,}517\,5$ dne díky svým fyzikálním znalostem určili střední hustotu Saturnu. Zkuste je napodobit.

Řešení. Použijeme III. Keplerův zákon

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}\left(M_\mathrm{S} + M_\mathrm{R}\right).$$

Dále platí pro úhlovou velikost průměru

$$\alpha = \frac{2R_\mathrm{S}}{a}.$$

Hmotnost měsíce Rhea $M_\mathrm{R} = 2{,}5 \cdot 10^{21}$ kg můžeme oproti hmotnosti Saturna $M_\mathrm{S} = 5{,}7 \cdot 10^{26}$ kg zanedbávat. Dosazením do III. Keplerova zákona při

$$M_\mathrm{S} = \frac{4}{3}\pi R_\mathrm{S}^3 \varrho_\mathrm{S}$$

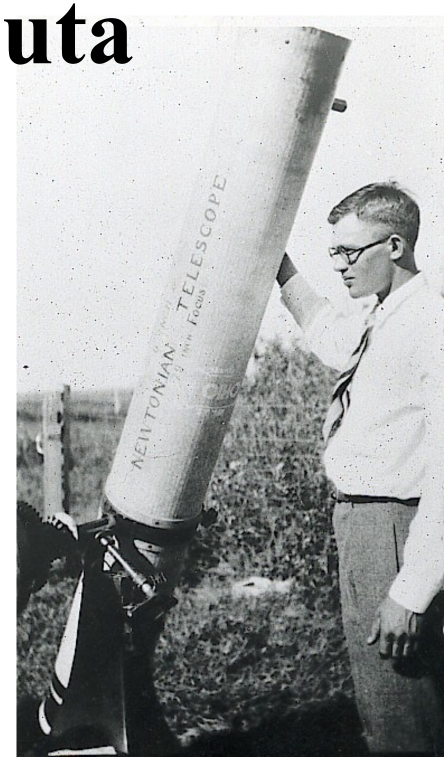
obdržíme pro hustotu

$$\varrho_\mathrm{S} = \frac{24\pi}{GT^2\alpha^3} \doteq 700\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}.$$

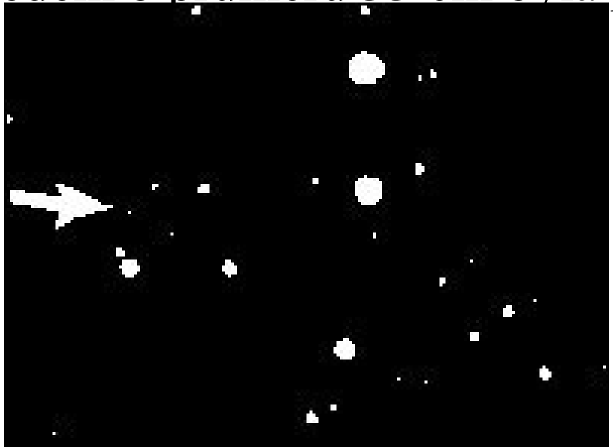
Nízká hustota naznačuje, že vodík a helium jsou značně zastoupeny i v nitru planety. Po chemické stránce je planeta složena z molekulárního vodíku, helia, metanu a čpavku.

Objev Pluta

Na základě předběžných výpočtů, objevil v únoru roku 1930 **Clyde William Tombaugh (1906 – 1997)** na snímcích pořízených na Lowellově observatoři ve Flagstaffu v Arizoně nové kosmické těleso sluneční soustavy poblíž hvězdy *δ Gem*
První snímek vlevo je z 23. 1. druhý z 29. 1.1930.



- Šipka označuje kosmické těleso s hvězdnou velikostí 15 mag , jehož poloha se za 6 dnů vzhledem k hvězdám na pozadí změnila. Na fotografických deskách pořízených dalekohledem o průměru 33 cm byla původně zachycena hvězdná velikostech





Objev Pluta

Šipka - těleso s hvězdnou velikostí 15 mag, dalekohled o průměru 33 cm, hvězdné pole 13° x 13°. Expozice přibližně hodinová, na deskách objekty s hvězdnou velikostí do 17 mag. Oznámení o nalezení planety provedl Vesto Melvin **Slipher** (1875 – 1969) 13. března 1930, v den výročí narození mecenáše Percivala Lowella - 13.3.1855. Shodou okolností téměř 150 roků po objevu Uranu – 13. března 1781 Williamem **Herschelem** (1732 - 1822).

LOWELL OBSERVATORY

Observation Circular

THE DISCOVERY OF A SOLAR SYSTEM BODY APPARENTLY TRANS-NEPTUNIAN

The message sent last night (March 12) to Harvard Observatory for distribution to astronomers read as follows:

"Systematic search begun years ago supplementing Lowell's investigations for TransNeptunian planet has revealed object which since seven weeks has in rate of motion and path consistently conformed to Trans-Neptunian body at approximate distance he assigned. Fifteenth magnitude. Position March twelve days three hours GMT was seven seconds of time West from Delta Geminorum, agreeing with Lowell's predicted longitude."

(For ease in finding object was referred to Delta Geminorum. Position March 12.14 G.M.T. R.A. $7^h\ 15^m\ 50^s$ Dec. 22° 6′ 49″)

The finding of this object was a direct result of the search program set going in 1905 by Dr. Lowell in connection with his theoretical work on the dynamical evidence of a planet beyond Neptune. (See L. O. Memoirs, Vol. I, No. 1, "A Trans-Neptunian Planet," 1914). The earlier searching work, laborious and uncertain because of the less efficient instrumental means, could be resumed much more effectively early last year with the very efficient new Lawrence Lowell telescope specially designed for this particular problem. Some weeks ago, on plates he made with this instrument, Mr. C. W. Tombaugh, assistant on the staff, using the Blink Comparator, found a very exceptional object, which since has been studied carefully. It has been photographed regularly by Astronomer Lampland with the 42-inch reflector, and also observed visually by Astronomer E. C. Slipher and the writer with the large refractor.

The new object was first recorded on the search plates of January 21 (1930), 23rd, and 29th, and since February 19 it has been followed closely. Besides the numerous plates of it with the new photographic telescope, the object has been recorded on more than a score of plates with the large reflector, by Lampland, who is measuring both series of plates for positions of the object. Its rate of motion he has measured for the available material at intervals between observations with results that appear to place the object outside Neptune's orbit at an indicated distance of about 40 to 43 astronomical units. During the period of more than 7 weeks the object has remained close to the ecliptic; the while it has passed from 12 days after opposition point to within about 20 days of its stationary point. Its rate of retrogression, March 10 to 11, was about 30″ per day. In its apparent path and in its rate of motion it conforms closely to the expected behavior of a Trans-Neptunian body, at about Lowell's predicted distance. There has not been opportunity yet to complete measurements and accurate reductions of positions of the object requisite for use in the computation of the orbit, but it is realized that the orbital elements are much to be desired and this important work is in hand.

In brightness the object is only about 15th magnitude. Examination of it in the large refractor—but without very good seeing conditions—has not revealed certain indication of a planetary disk. Neither in brightness nor apparent size is the object comparable with Neptune. Preliminary attempts at comparative color tests photographically with large reflector and visually with refractor indicate it does not have the blue color of Neptune and Uranus, but hint rather that its color is yellowish, more like the inner planets. Such indications as we have of the object suggest low albedo and high density. Thus far our knowledge of it is based largely upon its observed path and its determined rates of motion. These with its position and distance appear to fit only those of an object beyond Neptune, and one apparently fulfilling Lowell's theoretical findings.

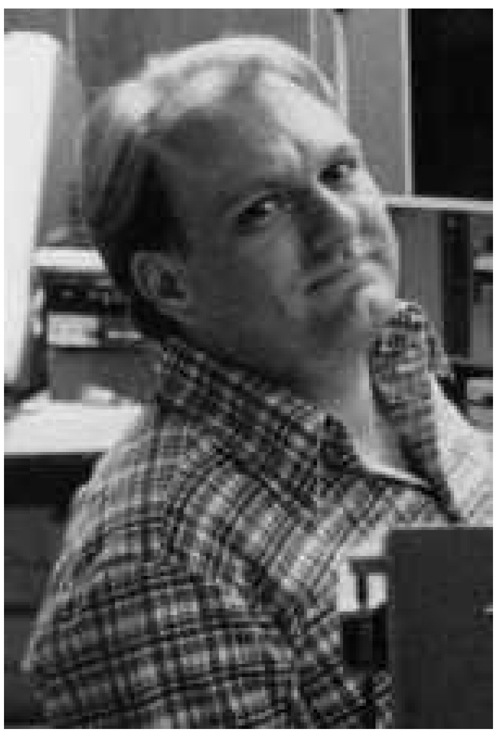
While it is thus too early to say much about this remarkable object and much caution and concern are felt—because of the necessary interpretations involved—in announcing its discovery before its status is fully demonstrated; yet it has appeared a clear duty to science to make its existence known in time to permit other astronomers to observe it while in favorable position before it falls too low in the evening sky for effective observation.

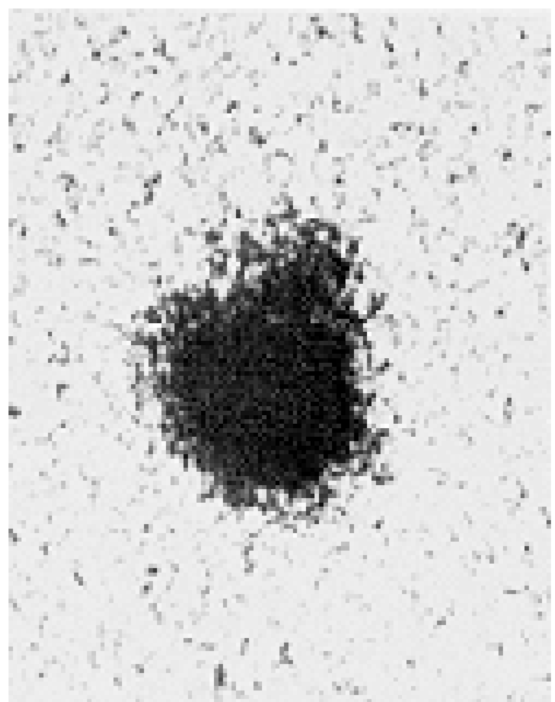
—V. M. SLIPHER.

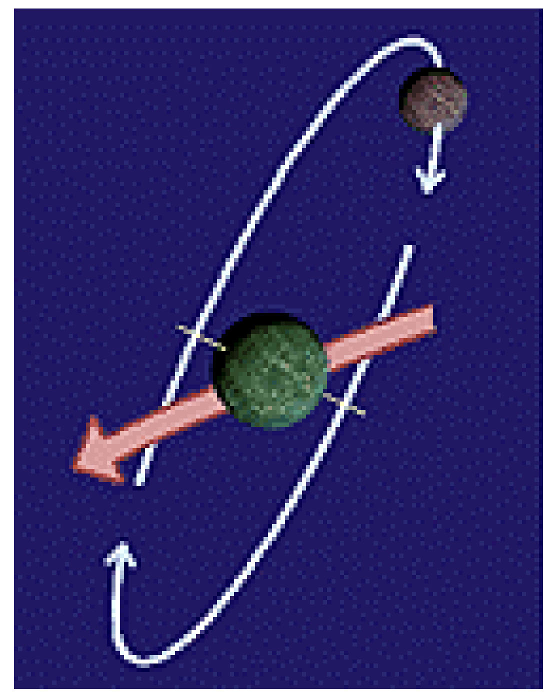
Flagstaff, Arizona
March 13, 1930

Určování hmotnosti Pluta

Zásadní objev pro upřesnění hmotnosti Pluta učinil v roce 1978 **James Walter Christy (1938)** na Námořní observatoři ve Flagstaffu, shodou okolností pouze 6 km od Lowellovy observatoře. Objevil měsíc Pluta Charon, jehož oběžná doba byla shodná s rotačními periodami jak Pluta, tak Charona, jde o stav oboustranné vázané rotace těles.

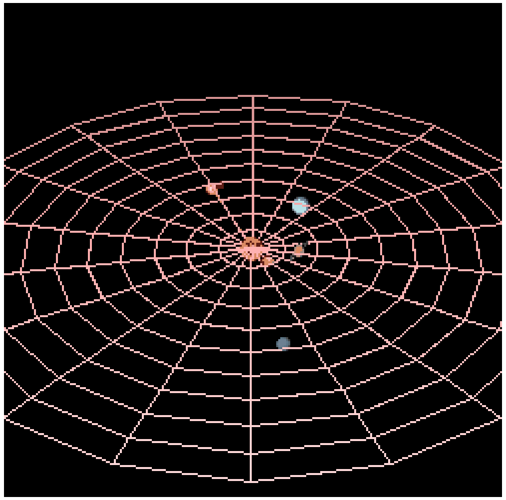


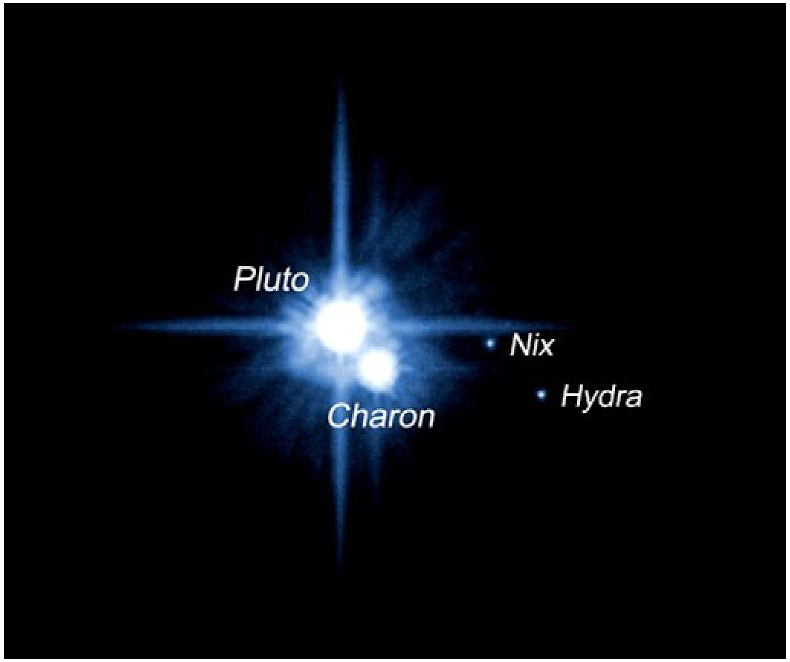




Pluto a jeho měsíce







Určování hmotnosti Pluta a Charona

Úloha 2.25 Měsíc Charon obíhá kolem Pluta ve vzdálenosti $a_{\mathrm{Ch}} = 19\,640\,\mathrm{km}$ za dobu $T_{\mathrm{Ch}} = 6{,}39$ dne. Poloměr Pluta je $R_{\mathrm{Pl}} = 1\,150\,\mathrm{km}$, $R_{\mathrm{Ch}} = 600\,\mathrm{km}$. Za zjednodušujícího předpokladu, že obě tělesa mají stejnou hustotu, určete jejich hmotnosti.

Řešení: Z III. Keplerova zákona $a_{\mathrm{Ch}}^3/T_{\mathrm{Ch}}^2 = G(M_{\mathrm{Pl}} + M_{\mathrm{Ch}})/(4\pi^2)$ stanovíme hmotnost soustavy Pluto – Charon $M_{\mathrm{Pl}} + M_{\mathrm{Ch}} = 1{,}4 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$. Vzhledem k objemům těles dostaneme $M_{\mathrm{Pl}} = 1{,}2 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$, $M_{\mathrm{Ch}} = 1{,}7 \cdot 10^{21}\,\mathrm{kg}$. Ve skutečnosti je poměr hustot přibližně $\rho_{\mathrm{Pl}} : \rho_{\mathrm{Ch}} = 2 : 1$.

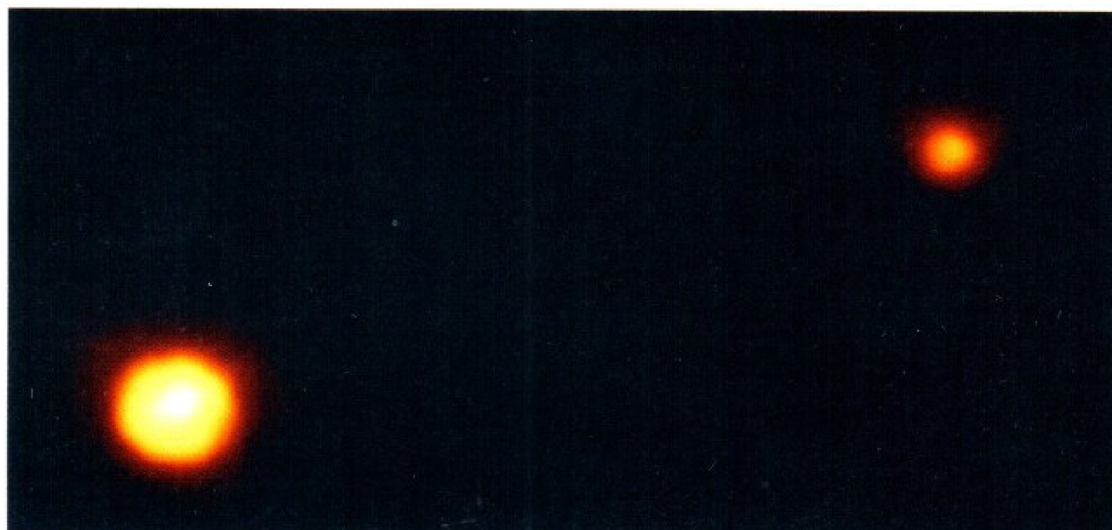
Úloha 2.26 V jaké vzdálenosti od Pluta se nachází hmotný střed soustavy Pluto – Charon? Pluto má hmotnost $M_{\mathrm{Pl}} = 1{,}2 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$ a Charon $M_{\mathrm{Ch}} = 1{,}7 \cdot 10^{21}\,\mathrm{kg}$, velká poloosa dráhy Charona je $19{,}6 \cdot 10^3\,\mathrm{km}$.

Řešení: Platí vztah $M_{\mathrm{Pl}}a_{\mathrm{Pl}} + M_{\mathrm{Ch}}a_{\mathrm{Ch}} = (M_{\mathrm{Pl}} + M_{\mathrm{Ch}})a_{\mathrm{spol}}$.Zvolme souřadnou soustavu, kde $a_{\mathrm{Pl}} = 0$, a_{Ch} je vzdálenost mezi oběma objekty, a_{spol} je vzdálenost středu hmotnosti a Pluta. Řešením dostaneme $a_{\mathrm{spol}} = M_{\mathrm{Ch}}a_{\mathrm{Ch}}/(M_{\mathrm{Pl}} + M_{\mathrm{Ch}}) = 2\,100\,\mathrm{km}$. Tedy hmotný střed leží asi $1\,000\,\mathrm{km}$ nad povrchem Pluta.

Úhlové rozlišení

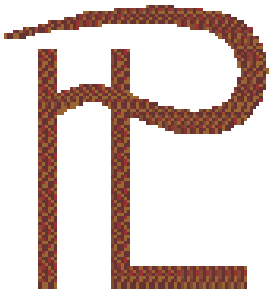
1. Stanovte úhlové rozlišení mezi Plutem a Charonem při jejich pozorování v opozici ze Země v perihéliu jejich dráhy s excentricitou $e = 0,25$. Velikost velké poloosy dráhy Pluta je $a = 39,5$ AU, velikost velké poloosy dráhy Charona je $d = 19\,600$ km. Jaký průměr dalekohledu D je nezbytný k úhlovému rozlišení obou těles na vlnové délce $\lambda = 550$ nm?

Periheliová vzdálenost obou těles od Slunce je $r = a \cdot (1 - e) = 29,6$ AU, vzdálenost od Země je však pouze $28,6 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m} = 4,3 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m}$. K výpočtu úhlového rozlišení dosadíme do vztahu $\Theta = \frac{d}{r} = \frac{19,6 \cdot 10^6\ \mathrm{m}}{4,3 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m}} = 4,6 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{rad} = 0,9''$. Toto rozlišení je dosažitelné z povrchu Země jen za výjimečných pozorovacích podmínek při kvalitním seeingu. Nezbytný minimální průměru dalekohledu nalezneme podle vztahu $D = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{\Theta} = 0,13\ \mathrm{m}$.



Druhou možností je použití dalekohledů vynesených mimo zemskou atmosféru, např. Hubblova kosmického dalekohledu – HST, viz snímek Pluta a Charona z roku 1994.

Pluto a astrologie



Změnu statutu planety komentovali i astrologové, kterým údajně nijak nevadí…Jejich přesným výpočtům vlivu Pluta na člověka nevadila v minulosti ani nepřesná znalost hodnoty hmotnosti Pluta. Nesprávnost jejich úvah lze doložit následující úlohou.

Astrologové tvrdí, že planety svými „astrologickými silami" v okamžiku narození lidí ovlivňují jejich charaktery. Vypočtěte poměr hypotetických astrologických sil Pluta a Země na nově narozené dítě v okamžiku, kdy se Pluto nachází v opozici ve vzdálenosti 38,5 AU od Země.

Určíme poměr gravitačních sil Pluta a Země $\dfrac{F_{Pl}}{F_Z} = \dfrac{G\dfrac{m_d M_{Pl}}{r_{Pl}^2}}{G\dfrac{m_d M_Z}{R_Z^2}} = 2{,}6.10^{-15}$. Je zřejmé, že

Určování hmotností hvězd

3. U dvojhvězdy byly stanoveny: paralaxa π = 0,05 " a velké poloosa pozorované dráhy a" = 2" , oběžná doba složek 100 roků. Nalezněte hmotnosti jednotlivých složek, je-li známo, že se nacházejí od hmotného středu dvojhvězdy ve vzdálenostech, které jsou v poměru 4 : 1.

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2}$$

4. Stanovte vzdálenost dvojhvězdy, znáte-li oběžnou dobu složek 27 roků, hmotnosti 3 M_S a 5 M_S a hlavní poloosu pozorované dráhy a" = 0,45".

$$M_1 + M_2 = \left(\frac{a''}{\pi''}\right)^3 T^{-2} .$$

Určování hmotností hvězd

Příklad 3

skutečná velká poloosa $a = \frac{a''}{\pi''} = 40\ au.$

platí $M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2}$, po dosazení $6{,}4\ M_S$

dále $\frac{M_1}{M_2} = \frac{4}{1}$, odkud $M_1 = 5{,}1\ M_S$, $M_2 = 1{,}3\ M_S$

Příklad 4

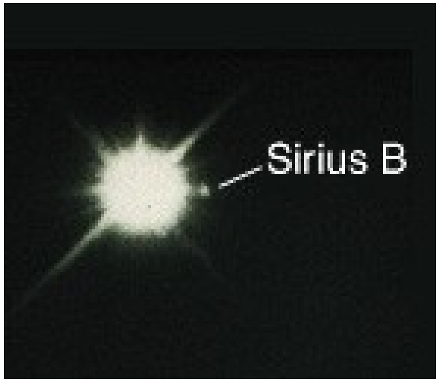
$M_1 + M_2 = (\frac{a''}{\pi''})^3\ T^{-2}$ odtud $\pi'' = a''(M_1 + M_2)^{-\frac{1}{3}}\ T^{-\frac{2}{3}} = 0{,}025''$

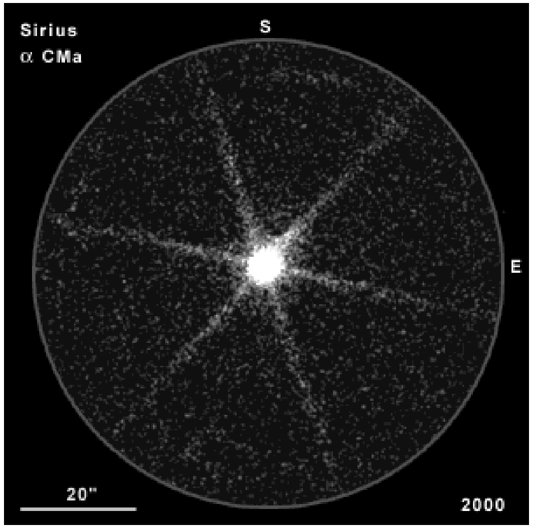
tedy $r = \frac{1}{\pi''} = 40\ pc.$ ***tzv. dynamická paralaxa***

Fyzická dvojhvězda Sirius A a B

Úloha 8.3 Sirius je vizuální dvojhvězda s oběžnou dobou 49,94 roků a roční paralaxou $\pi = 0{,}379''$. Zjednodušeně předpokládejme, že dráhová rovina je kolmá k zornému paprsku. Velikost velké poloosy je $a'' = 7{,}62''$ Poměr vzdáleností složek A a B od středu hmotnosti je $\frac{r_A}{r_B} = 0{,}466$. Nalezněte hmotnosti jednotlivých složek. Určete jejich zářivé výkony, jestliže Sirius A má $M_{bol} = 1{,}36\,\mathrm{mag}$ a Sirius B $M_{bol} = 8{,}9\,\mathrm{mag}$.

Řešení: Dosazením do III. Keplerova zákona stanovíme součet hmotností obou složek $(M_A + M_B) = \frac{a^3}{T^2}\frac{4\pi^2}{G} = 3{,}3\,M_\odot$, kde $a = \frac{a''}{\pi}$. Pomocí vztahu $\frac{r_A}{r_B} = \frac{M_B}{M_A}$ nalezneme $M_A = 2{,}2\,M_\odot$ a $M_B = 1{,}1\,M_\odot$. Zářivé výkony nalezneme ze vztahu $\log L = 0{,}4\,(4{,}75 - M_{bol})$, $L_A = 22{,}7\,L_\odot$, $L_B = 0{,}022\,L_\odot$.

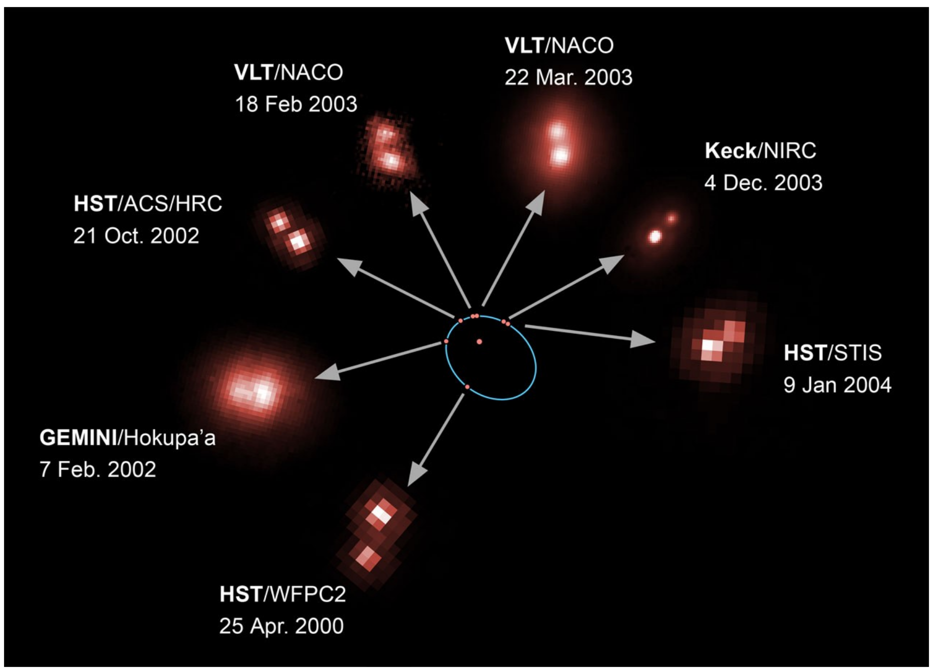




Fyzická dvojhvězda - jedna složka hnědý trpaslík

Úloha 8.5 Fyzická dvojhvězda 2MASSWJ0746425+2000321, se skládá z červeného a hnědého trpaslíka. Z pozorování byla zjištěna oběžná doba $T = 10$ roků, úhlová velikost velké poloosy $a'' = 0{,}20''$ a roční paralaxa $\pi'' = 0{,}08''$. Určete součet hmotností obou složek!

Řešení: Lineární velikost velké poloosy je $a = a''/\pi'' = 2{,}5$ AU, součet hmotností je roven $a^3/T^2 = M_1 + M_2$, tedy $a^3/T^2 = 0{,}16\,M_\odot$. Observačně zjištěné hodnoty hmotností jednotlivých složek jsou $M_1 = 0{,}085\,M_\odot$ a $M_2 = 0{,}066\,M_\odot$. První hvězda je červeným trpaslíkem z nejspodnější části hlavní posloupnosti zatímco druhá hvězdy je již hnědým trpaslíkem.



2MASSWJ 0746425+2000321

r = 12,3 pc, a = 2,5 au

T = 10,5 roku

$M_1 = 0{,}085\ M_S$

$M_2 = 0{,}065\ M_S$

Určování hustoty Slunce

$G \dots 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$ (G)... Uislnie

Příklad: Střední úhlový průměr Slunce pozorovaného ze Země je $\alpha = 0{,}535°$ ($9{,}34 \cdot 10^{-3}$ rad). Jaká je střední hustota Slunce, jestliže známe oběžnou dobu Země kolem Slunce ... **$T = 3{,}156 \cdot 10^7$ s**

Řešení: Z III. Keplerova zákona vyplývá:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_S + M_Z)}$$

R... vzdálenost Země – Slunce
r_S... poloměr Slunce

platí $2 \cdot r_S = R \cdot \alpha$ a $M_Z << M_S$

Po dosazení máme

$$T^2 = \frac{32\pi^2}{G\,M_S} \cdot \left(\frac{r_S}{\alpha}\right)^3$$

Víme, že

$$M_S = \frac{4}{3}\pi r_S^3 \cdot \bar{\rho}$$

odtud obdržíme

$$\bar{\rho} = \frac{24\pi}{G\,T^2\,\alpha^3} \doteq 1\,400\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$$

$$= \frac{24 \cdot 3{,}14}{6{,}67 \cdot 10^{-11} (\cdot 3{,}156 \cdot 10^7)^2\, \underbrace{8{,}14 \cdot 10^{-7}}_{(9{,}34 \cdot 10^{-3})^3}} = \frac{75{,}36}{5{,}406 \cdot 10^{-2}}$$

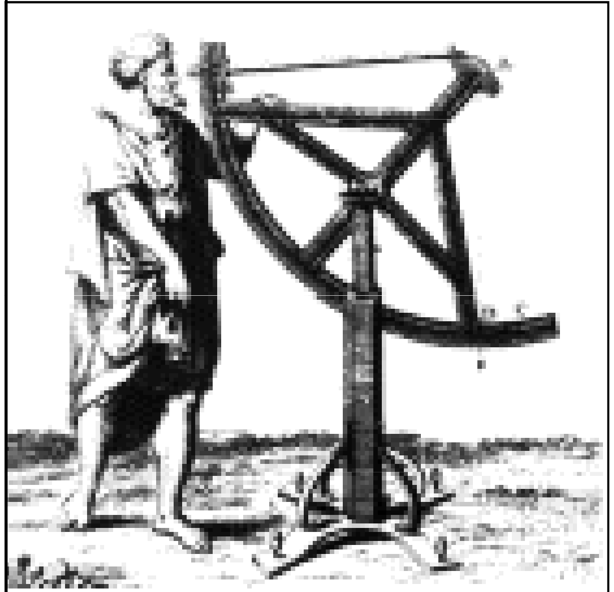
$$\doteq 1\,400\ \mathrm{kg\ m^{-3}}$$

Astrofyzika III.

Určování vzdáleností, Pogsonova rovnice, H-R diagram, vznik hvězd

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky



Picard´s Winkelquadrant

Určování vzdálenosti

Země - Slunce

Giovanni Domenico Cassini 1625-1712

Jean Richer 1630-1696

sluneční paralaxa

září - 1672 stanovení

AU - 138,5 mil. km!



OBSERVATIONS
ASTRONOMIQUES
FAITES
EN DIVERS ENDROITS
DU ROYAUME.
pendant l'année 1672.
Par Monſieur CASSINI.

XXXIII. Calcul abregé de la parallaxe horizontale de Mars.

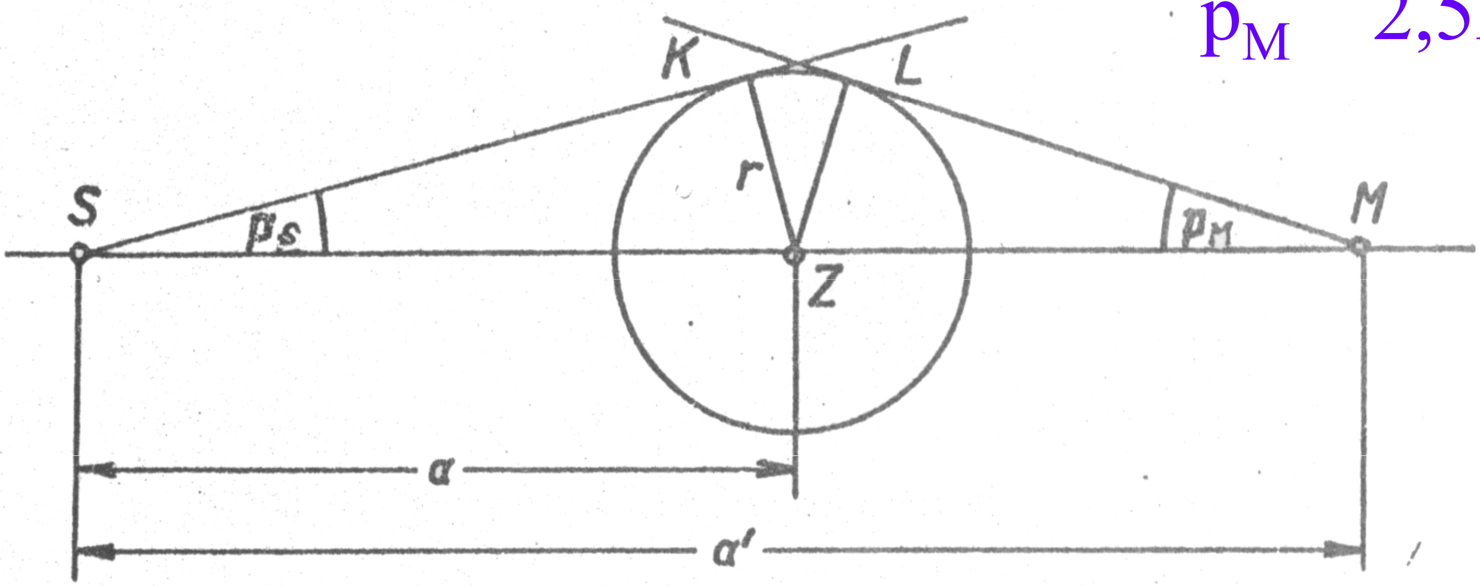
Diſtances apparentes du bord ſuperieur de Mars au Zenit

En Caïenne	15. 47. 5.	Sinus	27202.
A Paris	59. 40. 15.	Sinus	86314.
Difference des Sinus			59112.

Comme la difference des Sinus eſt au rayon 100000.
Ainſi la difference des parallaxes 15″. eſt à 25″ ½ parallaxe horizontale de Mars.

Určování vzdálenosti Země - Slunce

p_M 25“…0,38 au
p_S 10“… 1 au
p_M 2,5krát větší p_S



V pravoúhlých trojúhelnících platí vztahy $\sin p_S = \frac{r}{a}$ a $\sin p_M = \frac{r}{a'-a}$. Porovnáním a úpravou obdržíme $\sin p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) \sin p_M$. Paralaxy Slunce a Marsu jsou velmi malé, jejich siny můžeme nahradit přímo úhly v radiánech $p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) p_M$. Při znalosti relativních hodnot a' a a pomocí III. Keplerova zákona byla z naměřených hodnot propočítaného úhlu p_M stanovena sluneční paralaxa na 9,5″ a odtud vypočtena hodnota astronomické jednotky na zhruba $1,38 \cdot 10^{11}$ m. Skutečná hodnota astronomické jednotky je $1,496 \cdot 10^{11}$ m.

Určování vzdálenosti Země - Slunce

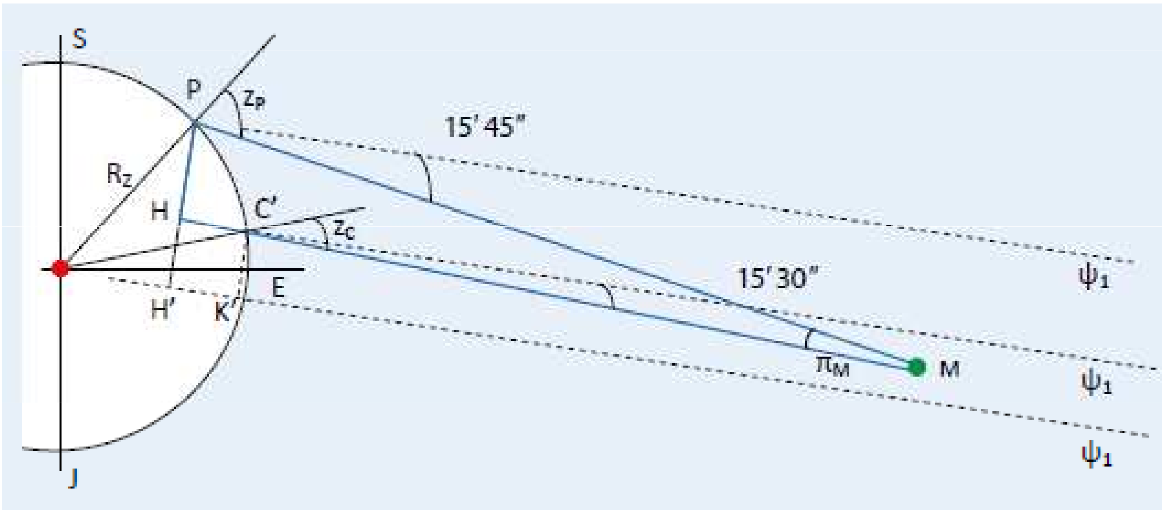
č. 4 ▪ Čs. čas. fyz. 66 (2016) ▪ 231

Kdy byla poprvé určena vzdálenost Země – Slunce?

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Kotlářská 2, 611 37 Brno; stefl@physics.muni.cz

Určování vzdáleností kosmických těles ve sluneční soustavě vždy patřilo k nejdůležitějším astronomickým metodám. Historicky nejdříve byla v 2. století př. n. l. stanovena Hipparchem (190–125) vzdálenost Měsíce, následně se v pozdní antice astronomové pokoušeli zjistit vzdálenosti planet. V novověku se určení jejich paralax a tím i vzdáleností stalo aktuálním, neboť omezovalo další rozvoj astronomie. První reálné pokusy k překonání této překážky proběhly ve druhé polovině sedmnáctého století. Především šlo o nalezení vzdálenosti Země – Slunce, výchotrických sfér spojená s pokusem o nalezení prostorového rozložení planet. Ptolemaios vycházel z předpokladu, že maximální vzdálenost vnější planety od středu Země byla rovna minimální vzdálenosti následující vnitřní. Pohyb planet podle autora probíhal nezávisle díky rotaci sfér různé tloušťky vložených tak, aby mezi nimi neexistovalo prázdno. Jednotlivé sféry měly Měsíc, Merkur, Venuše, Slunce, Mars, Jupiter a Saturn, nehybné hvězdy, další vystihovala precesi a poslední, společná všem tělesům, vytvářela denní pohyb. Planetární hypotézy se odlišovaly od Almagestu ve třech směrech:

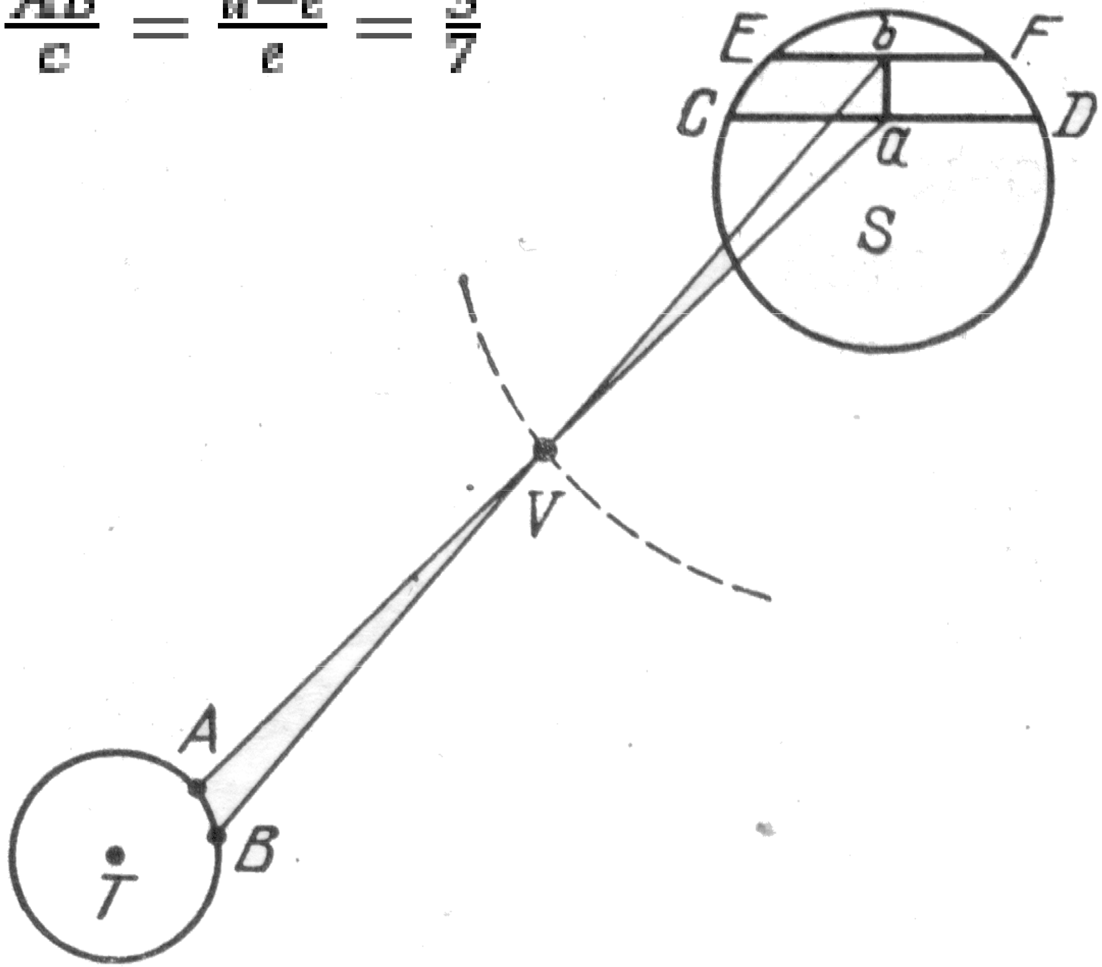




Halleyova metoda stanovení sluneční paralaxy

Edmond Halley 1656 - 1742

$$\frac{AB}{c} = \frac{d-e}{e} = \frac{3}{7}$$



vzdálenost ZS…d
vzdálenost VS…e
posuv chord v dílech slunečního průměru, při znalosti úhlových rozměrů Slunce nalezneme d - ZS

Venuše po přechodu

Bogini po przejściach

Jednym z ciekawszych zjawisk astronomicznych w 2004 roku było czerwcowe przejście Wenus przed tarczą Słońca. Nasz artykuł przedstawia astronomiczne aspekty zjawiska i jego znaczenie historyczne, bowiem pozwoliło ono wyznaczyć absolutną odległość Ziemia–Słońce, czyli jednostkę astronomiczną (AU).

VLADIMÍR ŠTEFL, BRNO
JULIUSZ DOMAŃSKI, TORUŃ

Przejście Wenus przed tarczą Słońca jest dość rzadkim zjawiskiem (tabela 1), na przykład w ubiegłym wieku nie wystąpiło ani razu!

TABELA 1

7 XII 1631 r.	+0,96	8 XII 2125 r.	−0,76
4 XII 1639 r.	−0,54	11 VI 2243 r.	−0,73
6 VI 1761 r.	−0,60	9 VI 2255 r.	+0,52
3 VI 1769 r.	+0,64	13 XII 2360 r.	+0,64
9 XII 1874 r.	+0,85	10 XII 2364 r.	−0,86
6 XII 1882 r.	−0,65	12 VI 2490 r.	−0,78
8 VI 2004 r.	−0,66	10 VI 2498 r.	+0,47
6 VI 2012 r.	+0,59	16 XII 2603 r.	+0,53
11 XII 2117 r.	+0,74	13 XII 2611 r.	−0,96

Liczby w drugiej i czwartej kolumnie podają najmniejszą odległość między trasą Wenus a centrum Słońca w ułamkach promienia jego tarczy (+ przejście na północnej, – na południowej stronie tarczy). Analizując tabelkę, można zauważyć interwały wynoszące 8, 105,5, 8, 121,5 lat. Rzadkość zjawiska wynika z faktu, że płaszczyzna orbity Wenus jest nachylona do płaszczyzny ekliptyki pod kątem 3,39° i zjawisko może wystąpić tylko wtedy, gdy Wenus w dolnej koniunkcji znajduje się w pobliżu węzła orbity. A ponieważ węzeł przemieszcza się powoli względem punktu równonocy, obserwujemy zauważoną okresowość zjawiska. Ponadto zjawisko nie jest widoczne z całej powierzchni Ziemi.

Jako pierwszy przejście Wenus przed tarczą Słońca przepowiedział na dzień 7 grudnia 1631 r. Johannes Kepler (1571–1630). Jak widać, nie dane mu było sprawdzenie przeprowadzonych obliczeń.

Względne odległości w Układzie Słonecznym znane były od dawna. Wyznaczał je również Mikołaj Kopernik, oczywiście w oparciu o swój model Układu Słonecznego – ramka 1. W tabeli 2 przedstawiamy wyniki uzyskane przez Kopernika w porównaniu z pomiarami współczesnymi.

TABELA 2

Planeta	Kopernik	Dane współczesne
Merkury	0,3959	0,3871
Wenus	0,7193	0,7233
Ziemia	1	1
Mars	1,5198	1,5238
Jowisz	5,5292	5,2028
Saturn	9,3213	9,5389

dróg przejścia. Ponad stu astronomów w wielu miejscach obserwowało zjawisko, m.in. w Indiach, Południowej Afryce, Wyspie Św. Heleny i na Syberii. Podstawowym zadaniem astronomów było możliwie dokładne uchwycenie momentów dotyku – wewnętrznych i zewnętrznych kontaktów dysków Słońca i Wenus. Dało to możliwość wyznaczenia czasu przejścia Wenus na tle tarczy słonecznej. Czas ten może wynosić nawet 7 godzin, jeśli Wenus przechodzi blisko średnicy Słońca.

W oparciu o obserwacje z 1761 r. paralaksę Słońca określono jako zawartą w przedziale 8″–10″, natomiast w 1769 r. zawężono do 8″–9″. Późniejsze dokładniejsze opracowanie wyników przez J. Enckego prowadziło do wyniku π = 8,57″ i 1 AU = 153,5 mln km.

W Rosji obserwacje zorganizował **Michał Łomonosow** (rys. obok). Przy pierwszym kontakcie zauważył, że ciemny krążek planety jest otoczony świetlną aureolą. Łomonosow słusznie zauważył, że jest on spowodowany istnieniem atmosfery Wenus, refrakcją w jej górnych warstwach. Trzydzieści lat później istnienie atmosfery Wenus potwierdził Wiliam Herschel.



Przejście Wenus na tle tarczy słonecznej ma też duże znaczenia dla nauczania w szkołach. Wyrobienie o odległościach w Układzie Słonecznym (i nie tylko) i sposobach ich wyznaczania jest przecież jednym z głównych celów nauczania fizyki z astronomią.

Pokażmy jedną z metod przedstawienia tego uczniom. Za czasów Halleya było już znane III prawo Keplera $\frac{a^3}{T^2}$ = const, z którego, znając okresy obiegu Wenus T_W = 225 dni i Ziemi T_Z = 365 dni, znajdziemy $\frac{a_W}{a_Z}$ = 0,7. Mamy wówczas $\frac{a_W}{a_Z - a_W} = \frac{7}{3}$.

Ramka 2

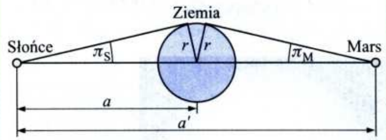
Powtórz obliczenia Cassiniego i wyznacz paralaksę Słońca.

Rozwiązanie:

Zgodnie z rysunkiem 3:

$\sin\pi_S = \frac{r}{a}$ oraz $\sin\pi_M = \frac{r}{a' - a}$,

skąd $\sin\pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right)\sin\pi_M$.

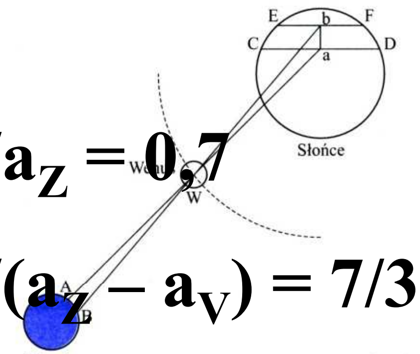


Rys. 3

Ponieważ paralaksy Słońca i Marsa są bardzo małe, możemy ich sinusy zastąpić wartościami kątów w mierze łukowej, zatem

$$\pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right)\pi_M.$$

Względne odległości planet były znane, więc pomiary Cassiniego i Picarda sprowadzały się do wyznaczenia paralaksy Marsa. Otrzymano π_M = 6,25″ i π_S = 9,5″, skąd odległość Ziemia–Słońce D = 138 mln km.



Rys. 4

$$a_V / a_Z = 0{,}7$$

$$a_V/(a_Z - a_V) = 7/3$$

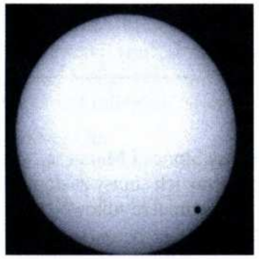
Přechod Venuše přes Slunce

Weźmy dwie miejscowości A i B na Ziemi odległe o 3000 km (rys. 4). Na tarczy Słońca zobaczymy Wenus (widoki z obu miast) na liniach CD i EF, odległych od siebie o

$$3000 \cdot \frac{7}{3} \approx 7000 \text{ km}.$$

Oczywiście ∠AWB = ∠aWb. Oszacujmy wielkość tego kąta. Przy odległości Ziemia–Słońce równej ok. 150 mln km:

$$\angle aWb = \frac{7000}{150000000} = 0{,}000047 \approx 10''.$$



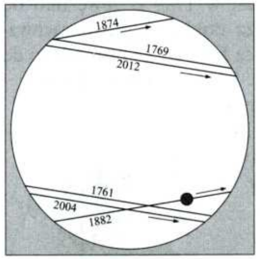
Rys. 5. Fot. Tomasz Mrozek http://www.astro.uni.wroc.pl/vt-2004.html

Jest to bardzo mały kąt (równy w przybliżeniu 1/6 średnicy kątowej Wenus), trudny do zmierzenia ale mierzalny. A znajomość tego kąta, jak widać z rysunku, pozwala na obliczenie odległości Ziemia–Wenus i Wenus–Słońce a tym samym odległości Ziemia–Słońce. Ponieważ przy pomiarach tak małych kątów popełniamy dość znaczny błąd, w praktyce postępuje się nieco inaczej. Wartość tego kąta wylicza się z czasów przejścia Wenus przed tarczą Słońca (metoda Halleya) lub czasów tego samego kontaktu (metoda Delisle'a). W obu przypadkach czasy muszą być zmierzone z dwóch (przynajmniej) punktów na Ziemi.

Dziś mamy też znacznie dokładniejsze metody wyznaczania odległości w Układzie Słonecznym (metody radarowe i laserowe). Dały one odległość Ziemia–Słońce równą 1 AU = 149 597 870,691 km.

Zdjęcie Wenus na tle tarczy Słońca zrobione 8 czerwca 2004 r. przedstawia rysunek 5. Rysunek 6 pokazuje ostatnie przejścia Wenus na tle tarczy Słońca.

Dla tych, którym dopisała pogoda obserwacje były, mamy nadzieję, niezapomnianym przeżyciem. A jeśli je przegapiliśmy (lub nie dopisała pogoda) mamy jeszcze ostatnią szansę na wykonanie obserwacji w 2012 r. Niestety tylko obserwacji Wenus na tle tarczy Słońca, bowiem z terenu Polski możliwe będzie obserwowanie jedynie końcówki zjawiska (a więc niemożliwe będzie wyznaczenie czasu przejścia a tym samym samodzielne



Rys. 6

wyznaczenie odległości Ziemia–Słońce). Pełne przejście będą mogły obserwować nasze praprawnuki w 2247 r.! ☐

Portrety rysowała Paulina Sroczyńska

LITERATURA

- [1] T. Jarzębowski, *Po 122 latach Wenus ponownie na tarczy Słońca*, „Urania–Postępy Astronomii" nr 2/2004.
- [2] J. Domański, V. Štefl, *Astronomia w dziełach Juliusza Verne'a*, „Urania–Postępy Astronomii" nr 3/2003.
- [3] E. Halley, *A New Method of Determining the Parallax of the Sun, or his Distance from the Earth*, „Philosophical Transactions" vol. XXIX, 1716.
- [4] J. Bouška, V. Vanýsek, *Zatmění a zákryty nebeských těles*, NČAV, Praha 1963.
- [5] http://www.vt-2004.org/
- [6] http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/transit/venus0412.html
- [7] http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm

na disku Slunce polohy a, b vzdálené 3 000 x 7/3 = 7 000 km

úhel AVB = úhel aVb

Velikost hledaného úhlu?

úhel aVb = 7 000/108 000 000 = 0,000 07 rad = 14“ , tedy ¼ velikosti kotoučku Venuše na disku Slunce, neboť kotouček Venuše na disku Slunce má při úhlovém průměru Venuše 12 000 /45 000 000 = 0,000 27 rad = 56“

měření obtížné, ale realizovatelné

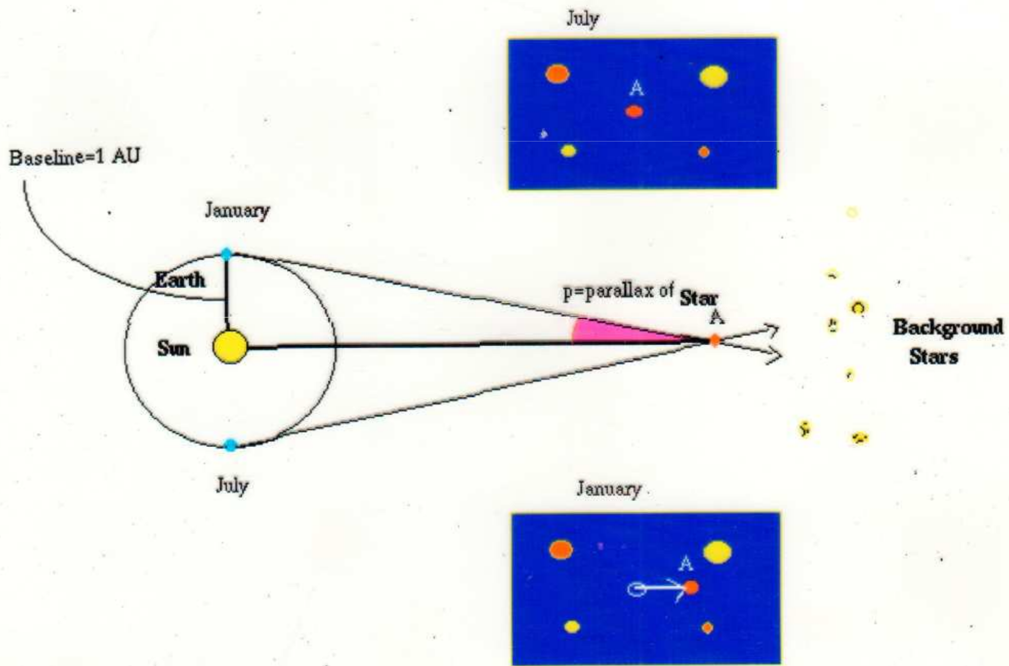
Určování vzdáleností - úhloměrný způsob

Friedrich Wilhelm Bessel (1784 – 1846)

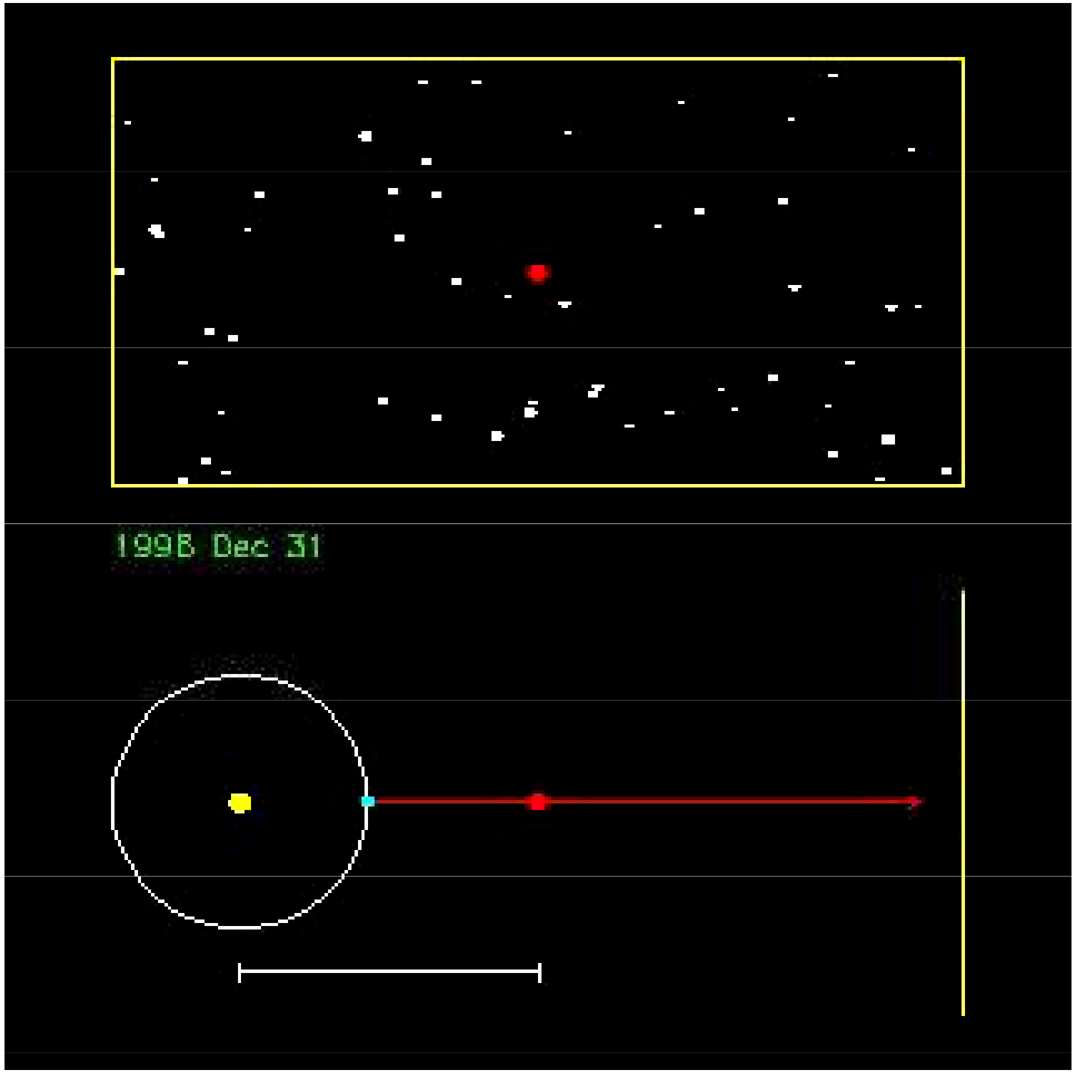


Vasilij Jakovlevič Struve (1793 – 1864)





Roční paralaxa



Určování vzdáleností - úhloměrný způsob

Metoda roční paralaxy

Friedrich Wilhelm BESSEL (1784 - 184

61 Cygni $\pi = 0{,}314'' \pm 0{,}014''$

13 pozorování; zpráva 1838, publikace 1839,

současná hodnota $\pi = 0{,}2871'' \pm 0{,}0015''$

Vasilij Jakovlevič STRUVE (1793 - 186

α Lyrae Vega $\pi = 0{,}125'' \pm 0{,}055''$

40 pozorování, publikace 1837

současná hodnota $\pi = 0{,}1289 \pm 0{,}0005''$

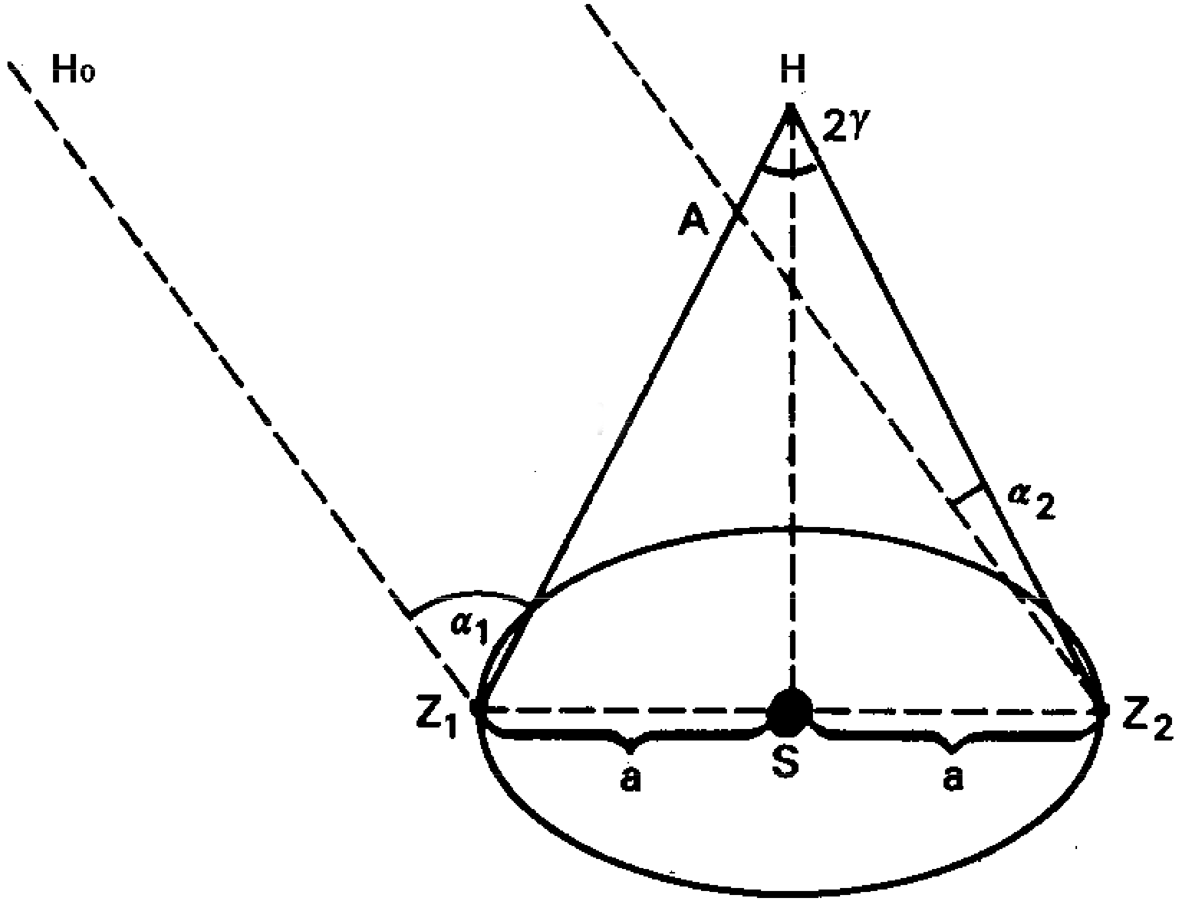
Thomas HENDERSON (1798 - 1844)

α Cen A Rigil Kent $\pi = 1{,}16'' \pm 0{,}11''$

publikace 1839

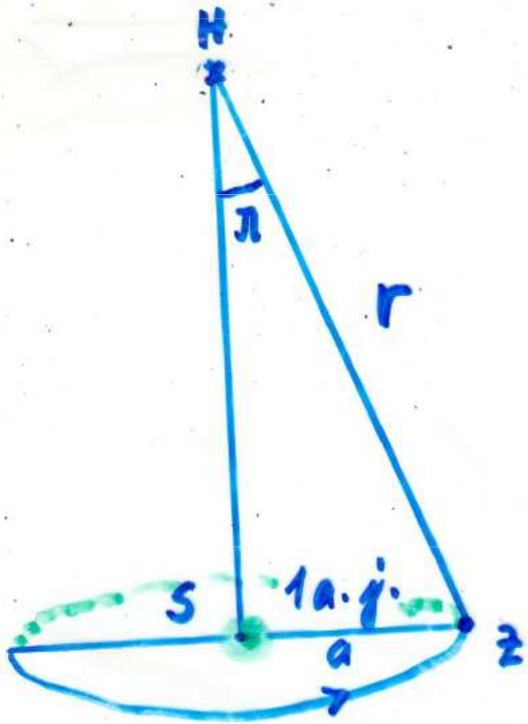
současná hodnota $\pi = 0{,}7421 \pm 0{,}0014''$

Metoda roční paralaxy



$\gamma = (\alpha_1+\alpha_{2)}\,/2$

Určování vzdáleností - úhloměrný způsob



$$\sin \pi = \frac{a}{r}$$

$$r = \frac{a}{\sin \pi}$$

$\sphericalangle \pi$ vždy menší než $1''$

$$\sin \pi'' = \pi \sin 1'' = \pi \left[\frac{1}{206\,265}\right]$$

převod na radiány

$1\,\text{rad} = 206\,265''$

$$r = \frac{206\,265\ \text{AU}}{\pi} \quad \text{au}$$

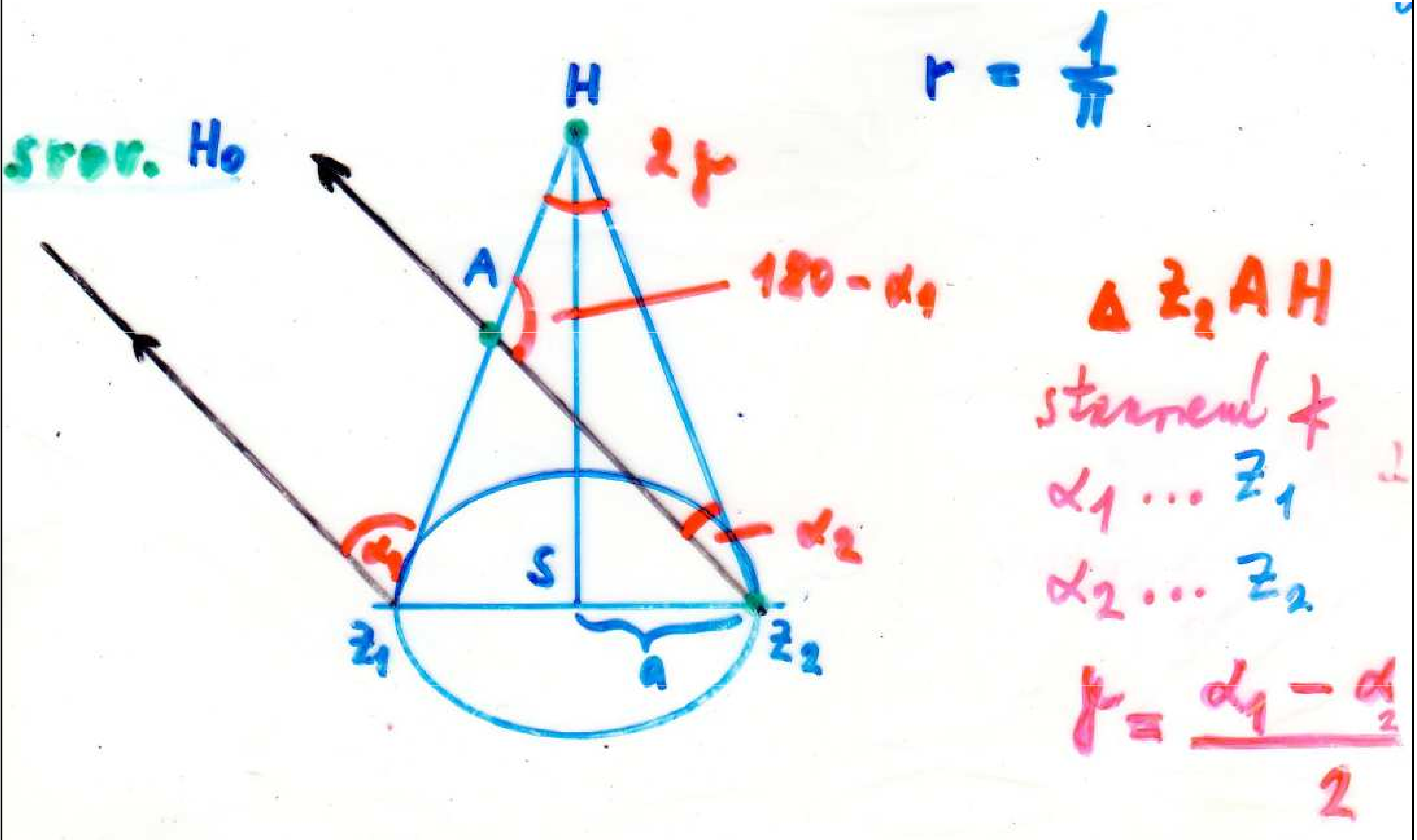
$1'' \ldots 1/60'$

$1' \ldots 1/60°$

$1\,\text{rad} \ldots 57° 17' 45''$

$1\,\text{pc} = 206\,265\ \text{AU}$ au

Určování vzdáleností - úhloměrný způsob



Astrometrické určování vzdáleností v současnosti

astrometrická družice Hipparcos - HIgh Precision PARallax COlleting Satellite 1989-1993, zpracování údajů

katalog HIPPARCOS 120 000 hvězd 12,5 mag přesnost polohy 0,001“

katalog TYCHO 1 000 000 hvězd 11,5 mag přesnost polohy 0,025“

Pogsonova rovnice

Slovníček pojmů z fotometrie

(zpracováno podle Slovníku školské fyziky, SPN, Praha 1988 a V. Šindeláře, L. Smrže: Nová soustava jednotek, SPN, Praha 1989)

hustota světelného toku – podíl světelného toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření světla. Jednotkou je lumen na čtvereční metr.

hustota zářivého toku – podíl zářivého toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření záření. Jednotkou je watt na čtvereční metr.

intenzita osvětlení – viz *osvětlení*

jas – podíl svítivosti plošky povrchu zdroje ve směru pozorování a kolmého průmětu této plošky do tohoto směru. Jednotkou je kandela na čtvereční metr.

kandela – název jednotky svítivosti, jedna ze sedmi základních jednotek soustavy SI. Kandela je definována jako svítivost v daném směru zdroje, který vysílá monochromatické záření frekvence 540.10^{12}Hz a jehož zářivost v tomto směru činí (1/683) wattů na steradián.

lumen – název jednotky světelného toku; bodový světelný zdroj vysílá do prostorového úhlu 1 steradiánu světelný tok 1 lumenu, je-li svítivost tohoto zdroje (ve všech směrech) rovna 1 kandele.

lux – název jednotky osvětlení; 1 lux je osvětlení plochy, na jejíž každý čtvereční metr dopadá rovnoměrně rozložený světelný tok 1 lumenu.

osvětlení – podíl světelného toku dopadajícího na sledovanou plošku povrchu a velikosti této plošky. Jednotkou je lux.

steradián – jednotka prostorového úhlu; steradián je prostorový úhel, který s vrcholem ve středu koule vytíná na povrchu této koule plochu s obsahem rovným druhé mocnině poloměru koule.

světelný tok – fotometrická veličina charakterizující intenzitu zrakového vjemu normálního lidského oka, který je vyvolán zářivým tokem. Jednotkou je lumen.

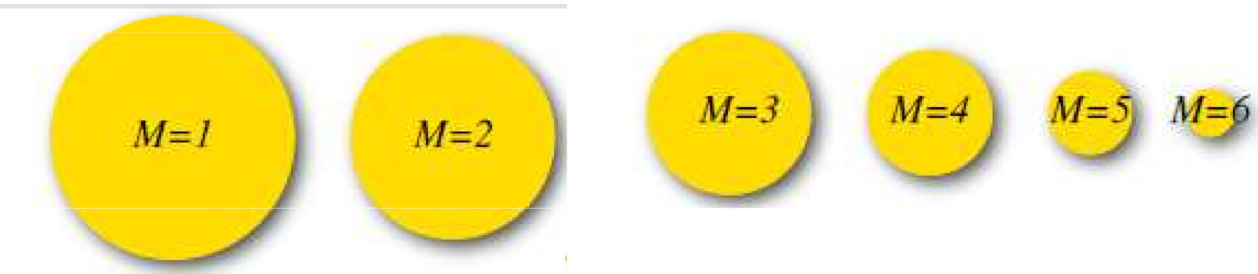
svítivost – (bodového zdroje světla v daném směru) – podíl té části světelného toku, která vychází ze zdroje v daném směru do malého prostorového úhlu, a velikosti tohoto prostorového úhlu. Jednotkou je kandela.

zářivost – (bodového zdroje v daném směru) – podíl té části zářivého toku, která vychází ze zdroje v daném směru do malého prostorového úhlu, a velikosti tohoto prostorového úhlu. Jednotkou je watt na steradián.

zářivý tok – výkon přenášený zářením, které prochází v určitém místě prostoru danou plochou. Jednotkou je watt.

Škála hvězdných velikostí

- Hipparchus (followed by Ptolemy) created a catalog of about 1000 stars that were grouped into six *magnitude* groups. Ptolemy called the brightest stars first magnitude or m=1, the second brightest m=2 and so on.



původní Hipparchovo intuitivní rozdělení jasností hvězd

Pogsonova rovnice

jasnost

vyjadřuje **hustotu světelného toku**

fyzikální jednotkou jasnosti je ***lumen na čtvereční metr – lux***

fyzika pojem jasnost nepoužívá

místo jasnosti se zavádí v astronomii ***hvězdná velikost*** **– veličina**

bezrozměrná veličina, definovaná **Pogsonovou rovnicí** $m = -2,5 \log \frac{j}{j_0}$

j **... jasnost objektu (hvězdy) ,** j_0 **... jasnost objektu (hvězdy),**
který má hvězdnou velikost rovnou nule

objekt způsobí **osvětlení 2,54.10⁻⁶ luxů**

Hvězdné velikosti

Pogson odvodil vztah pro vizuální obor spektra, platí zcela obecně

jednotkou hvězdné velikosti je *magnituda*

hustota světelného toku – podíl světelného toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření světla.
jednotkou je lumen na m^{-2} - lux vyjadřuje magnituda vizuální - optický obor

***hustotu zářivého toku* -** podíl zářivého toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření záření.
jednotkou je W. m^{-2} vyjadřuje magnituda bolometrická

různé hvězdné velikosti

vizuální m_v max. citlivost lidského oka $\lambda_m = 530$ nm
fotografická m_{pg} max. citlivost fotografické desky $\lambda_m = 430$ nm
bolometrická m_{bol} celková energie v celém rozsahu spektra

Pogsonova rovnice

Norman Pogson r. 1856

pro jasnost planetek zavedl Pogsonovu rovnici

nyní vyjádříme prostřednictvím fyzikální energetické terminologie

hustota zářivého toku hvězd první magnitudy je větší než hustota toku hvězd šesté magnitudy

100krát. Rozdílu pěti magnitud odpovídá poměr hustot zářivých toků 100 : 1.

zavedl **číslo x odpovídající poměru hustot zářivých tok při rozdílu jedné magnitudy**

$x^5 = 100$ $5 \log x = \log 100$

$\log x = 0{,}4$ $x = 2{,}512$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 2{,}512^{m_2 - m_1}$$

Pogson odvodil vztah pro vizuální obor spektra, platí zcela obecně

Pogsonova rovnice

$$\log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \log 2,512^{(m_2 - m_1)}$$

$$\log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = (m_2 - m_1)\, 0,4$$

$$2,5 \log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = (m_2 - m_1)$$

hustota světelného toku…lumen/m^2

hustota zářivého toku…W/m^2

pozorovaná hvězdná velikost m - závisí na vzdálenosti kosmického tělesa (např. hvězdy), proto pro srovnání byla zavedena ***absolutní hvězdná velikost M -*** taková hvězdná velikost, kterou by kosmické těleso mělo, jestliže ho umístíme do vzdálenosti 10 pc

Pogsonova rovnice - výpočet

Example (IAA problem 11.2). Two stars, with apparent magnitudes 3 and 4, are so close together that they appear through our telescope as a single star. What is the apparent magnitude of the combination?

Call the stars A and B, and the combination C:

First how much larger flux does A have than B?

$$m_B - m_A = 1 = 2.5\log\left(f_A / f_B\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{f_A}{f_B} = 10^{\frac{1}{2.5}} = 10^{0.4} = 2.512$$

Add 1 to both sides:

$$\frac{f_A}{f_B} + 1 = \frac{f_A + f_B}{f_B} = \frac{f_C}{f_B} = 3.512$$

So

$$m_B - m_C = 2.5\log\left(f_C / f_B\right)$$

$$m_C = m_B - 2.5\log\left(f_C / f_B\right) = 4 - 2.5\log(3.512) = 2.64 \quad .$$

Pogsonova rovnice

1. Určete poměr hustot zářivých toků Vega a Polárky, jestliže pozorovaná bolometrická hvězdná velikost první hvězdy je $m_{bV} = 0{,}03$ mag, druhé $m_{bP} = 2{,}02$ mag.

2. V jakém poměru jsou jasnosti Capelly a Deneba, jestliže pozorované hvězdné velikosti hvězd jsou $m_C = 0{,}08$ mag, druhé $m_D = 1{,}25$ mag.

3. Jedněm z největších dalekohledů na Zemi - Keckovým dalekohledům o průměrech zrcadel 10,4 m jsou dostupné hvězdy asi 28 mag. Kolikrát jsou slabší, než hvězdy rozlišitelné lidským okem?

4. Jaká je pozorovaná hvězdná velikost dvojhvězdy, jejíž složky okem nerozlišitelné, mají hvězdné velikosti $m_1 = 2{,}00$ mag a $m_2 = 3{,}00$ mag.

5. Jaká je pozorovaná hvězdná velikost dvojhvězdy, jejíž složky okem nerozlišitelné, mají hvězdné velikosti $m_1 = 11{,}40$ mag a $m_2 = 11{,}70$ mag.

6. Dvě srážející se galaxie se vyznačují obě pozorovanou hvězdnou velikostí 12,00 mag. Jaká je jejich výsledná hvězdná velikost m_c?

7. Vzdálená galaxie se vyznačuje pozorovanou hvězdnou velikostí 20,30 mag. Exploze supernovy v ní zvýší její jasnost na 20,00mag. Určete hvězdnou velikost samotné supernovy.

Modul vzdálenosti

hvězda vzdálenosti **r** od nás, vyznačující se **m, M**

φ hustota zářivého toku hvězdy ve vzdálenosti **r**

φ_0 hustota zářivého toku hvězdy ve vzdálenosti r_0 = 10 pc

platí

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = 2{,}512^{(M-m)} \qquad \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{r_0^2}{r^2} = \frac{10^2}{r^2}$$

dosadíme do původního vztahu

$$\frac{10^2}{r^2} = 2{,}512^{(M-m)}$$

$$2 - 2 \log r = 0{,}4\,(M - m)$$

$$m - M = 5 \log r - 5 \quad / \, A$$

Astronomické a fyzikální fotometrické veličiny

bolometrické vyjádření Pogsonovy rovnice

hvězdné velikosti bolometrické, vztahují se na celkovou energii v celému rozsahu spektra

$m_B - m_A = 2{,}5 \log \frac{\varphi_A}{\varphi_B}$

platí $m_A = 0$, jestliže $\varphi_A = 2{,}48 \,.\, 10^{-8} \; W.m^{-2}$

dosazení $m_B = -2{,}5 \log \varphi_B - 19{,}04$

jinak napsáno $\boldsymbol{m_{bol} = -2,5 \log \frac{\varphi}{\varphi_0} - 19,04}$,

úpravou obdržíme $\log \frac{\varphi}{\varphi_0} = 0{,}4 \; (m_0 - m)$ při $m_0 = 0,\; \varphi_0 = 1$

$\log \varphi = -0{,}4\, m$, $\boldsymbol{m = -2{,}5 \log \varphi}$

Určování zářivého výkonu hvězd

$$\Phi = \frac{L}{4\pi r^2}\, S$$

vycházíme z Pogsonovy rovnice $\frac{L_1}{L_2} = 2{,}512^{(M_2 - M_1)}$ M absolutní bolometrické hvězdné velikosti v mag

$$\frac{L}{L_S} = 2{,}512^{\,(M_S - M)}$$

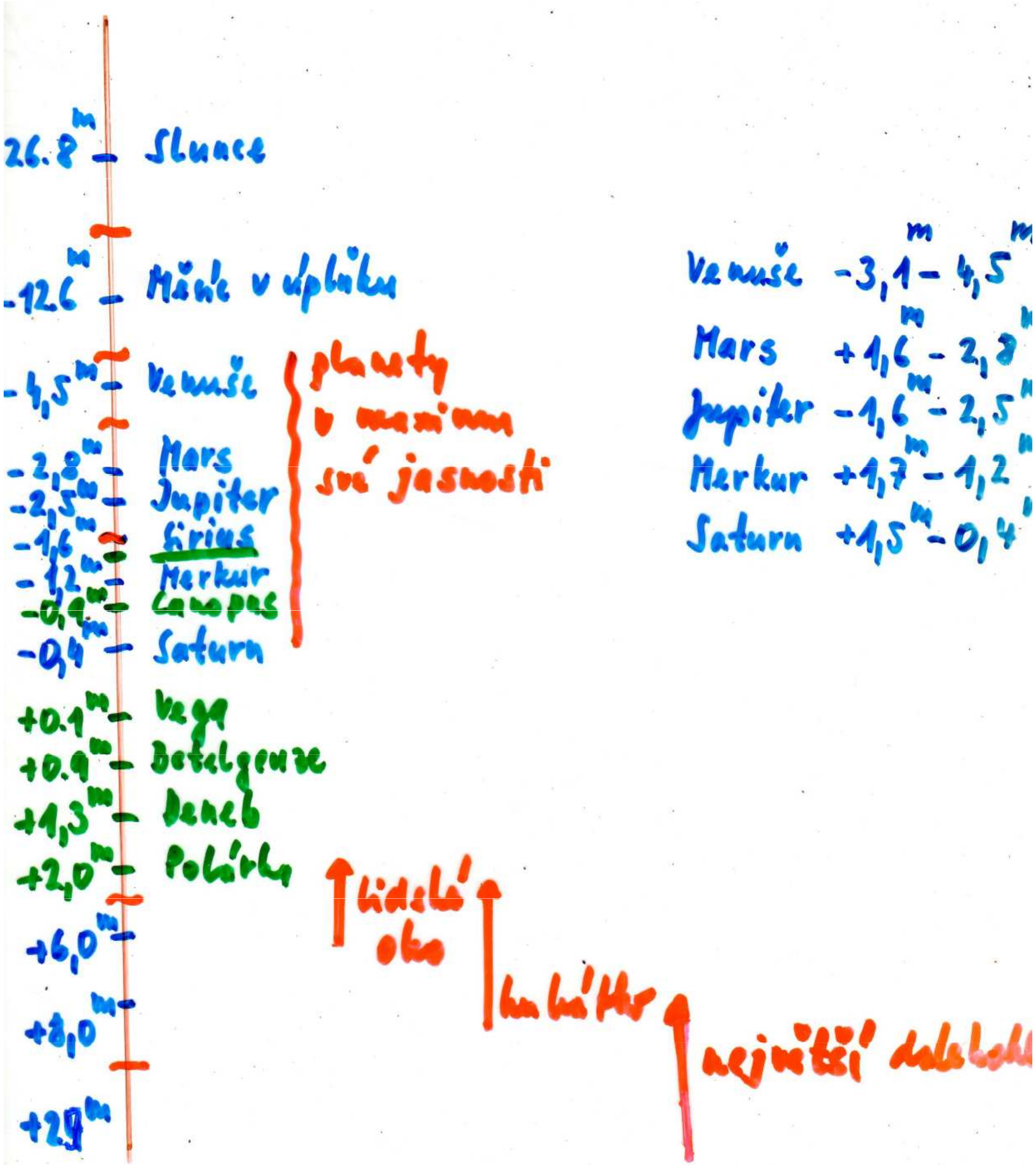
zářivý výkon Slunce zvolíme za jednotkový $L_S = 1$, $M_{Sbol} = 4{,}75$ mag

$$L* = 2{,}512^{(M_S - M)} \qquad \log L* = 0{,}4\,(4{,}75 - M)$$

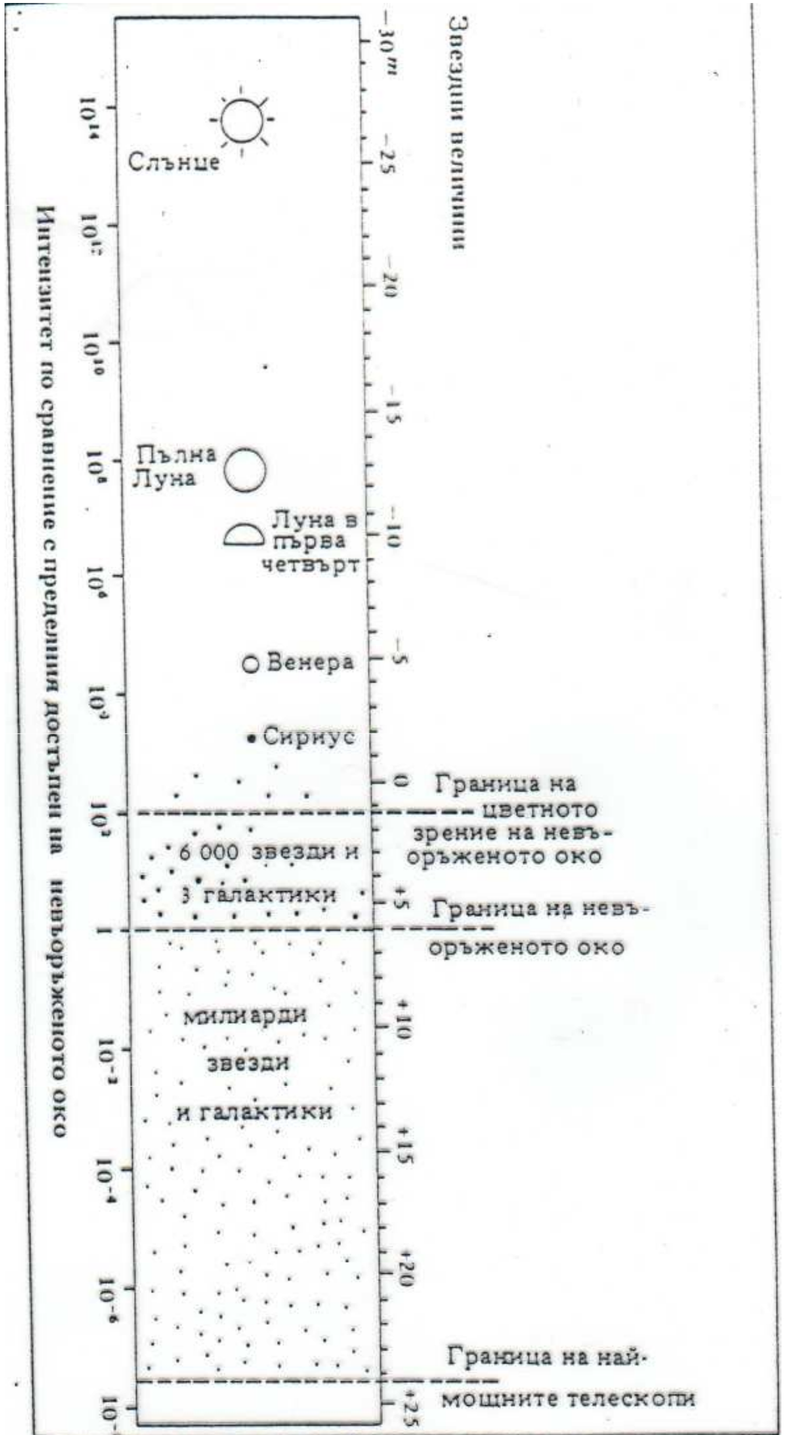
při znalosti absolutní bolometrické hvězdné velikosti lze určovat zářivý výkon

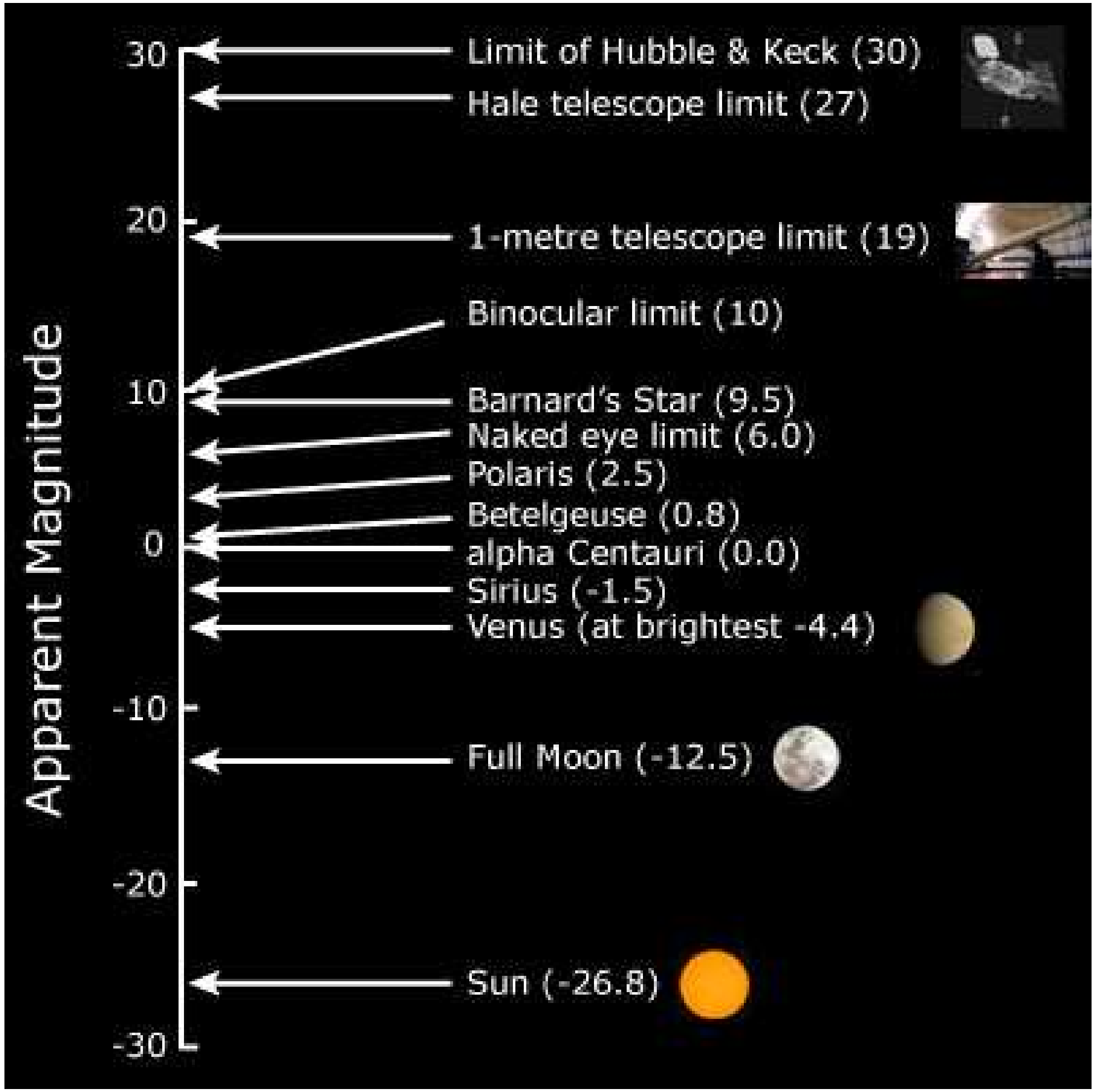
Stanovte zářivý výkon Siria A, jestliže jeho $M_{bol} = -1{,}6\, mag$ a vzdálenost činí 8,6 ly.

Pozorované hvězdné velikosti



Pozorované hvězdné velikosti





Fotometrický systém UBV

***UBV* systém**

U … 360 nm ultrafialová

B … 440 nm modrá

V … 540 nm vizuální

bolometrická korekce BC

rozdíl bolometrické a vizuální hvězdné velikosti

$BC = M_{bol} - M_v$

Přehled metod určování vzdáleností

Metoda nov v maximu jasnosti M = - 7 mag

m - M = 5 log r - 5 … log r = 1 + 0,2 (m - M)

Metoda cefeid měření periody P, klasické cefeidy 1 - 50 dnů, RR Lyrae 1 - 24 hod.

obecný vztah **M = a + b log P**

klasické cefeidy M = -1,7 - 2,54 log P

Metoda supernov Ia v maximu jasnosti M = - 18,7 mag

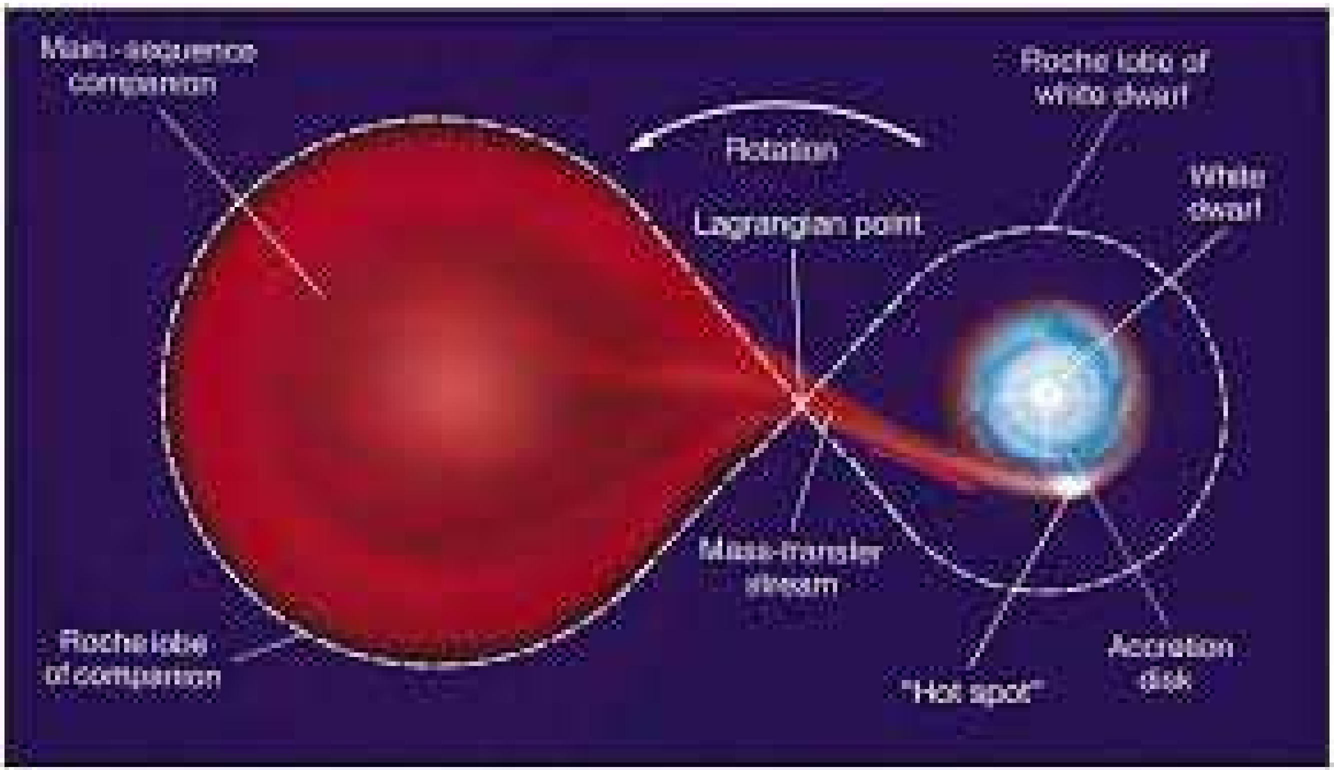
m - M = 5 log r - 5 … log r = 1 + 0,2 (m - M)

Hubbleův zákon $z = \frac{\lambda_p - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}}$ $\boldsymbol{v} = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = \boldsymbol{c\,z = H\,r}$

$\boldsymbol{r = \frac{c}{H}\,z}$ při z > 0,1 $\boldsymbol{v = c\,\frac{(1+z)^2\ -1}{(1+z)^2\ +1}}$

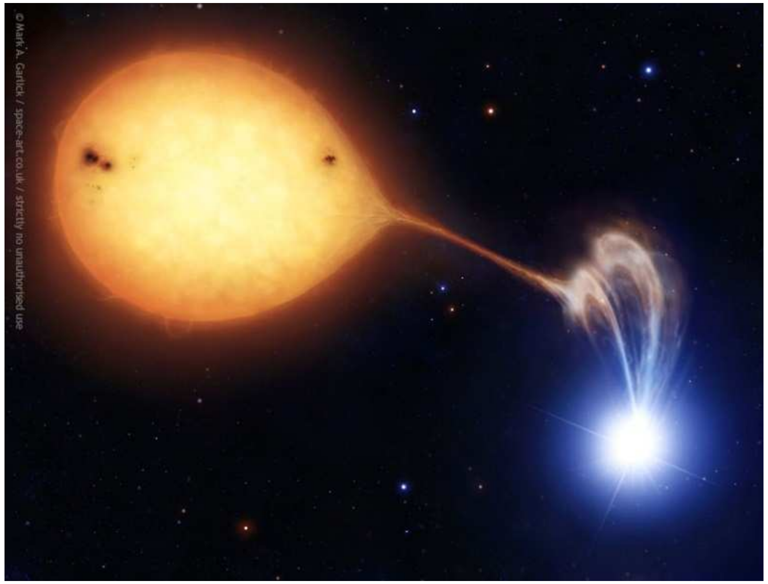
Určování vzdáleností – novy

přenos hmoty v těsných dvojhvězdách



jedna složka červený obr, druhá složka bílý trpaslík, přenos hmoty

Novy



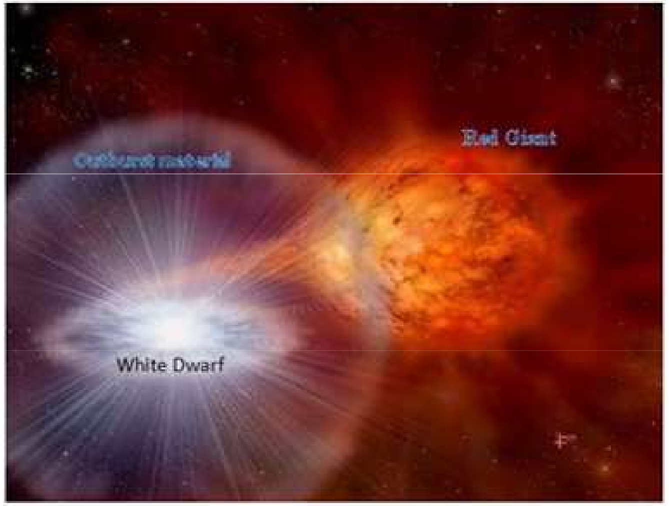


Figure: An artist rendition of a recurrent nova outburst.

Úloha 10.11 Na povrchu bílého trpaslíka o hmotnosti $1\,M_\odot$ a poloměru $2\cdot 10^{-2}\,R_\odot$ se nachází vrstva vodíku o hmotnosti $10^{-4}M_\odot$. Porovnejte gravitační potenciální energii trpaslíka před výbuchem novy s kinetickou energií expandujících vrstev po výbuchu, jestliže předpokládáme, že se tyto vrstvy vzdalují rychlostí $1000\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$ od povrchu bílého trpaslíka, přičemž expanduje pouze 10% hmoty vodíkové vrstvy.

Řešení: Gravitační potenciální energie $E_p = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} = -1{,}1\cdot 10^{43}\mathrm{J}$ v absolutní hodnotě výrazně převyšuje kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}M_{\mathrm{ex}}v^2 = 10^{37}\mathrm{J}$ expandujících vnějších vrstev. Bílý trpaslík zůstává zachován, exploze se může vícekrát opakovat jako u rekurentních nov.

Určování vzdáleností - novy

jde o staré hvězdy, složky těsné dvojhvězdy, výrazné zjasnění objektu až o 4 - 5 mag, ukládání plynu na povrch bílého trpaslíka, nárůst tlaku a teploty, zapálení termonukleárních reakcí, vodík -helium, produkce energie, exploze plynné atmosféry

L až $10^5\,L_S$, $v_{exp} \approx 3\,000\,km.s^{-1}$, hmotnost hořícího vodíku $\approx 10^{26}\,kg$,

30 M_Z uvolněná energie $(10^{37} - 10^{39})\,J$, případné opakování za 10^{2-3} roků,

tzv. rekurentní novy, vzácné, známo ≈ 10 RS Oph, T Pyx

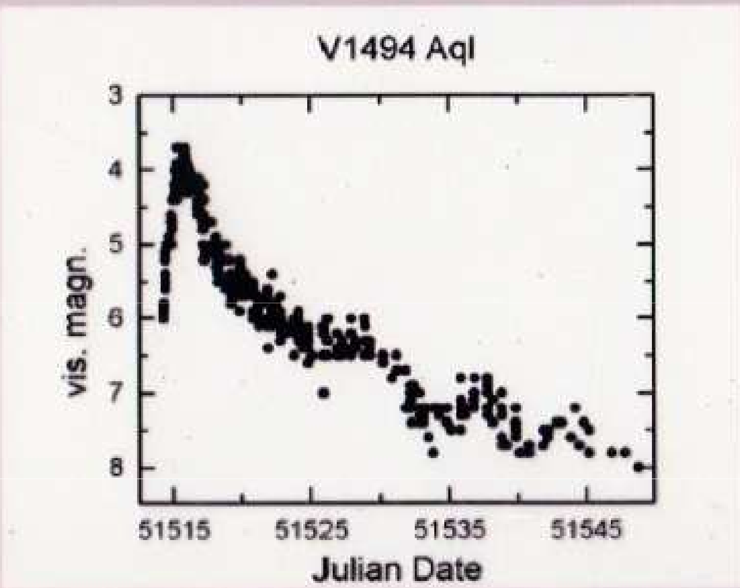
trpasličí novy u Geminorum b.t. + č.t.

opakované zjasnění vyvoláno nestabilitou akrečního disku kolem b.t. vyvolanou změnou opacity

Určování vzdáleností - novy

Novae

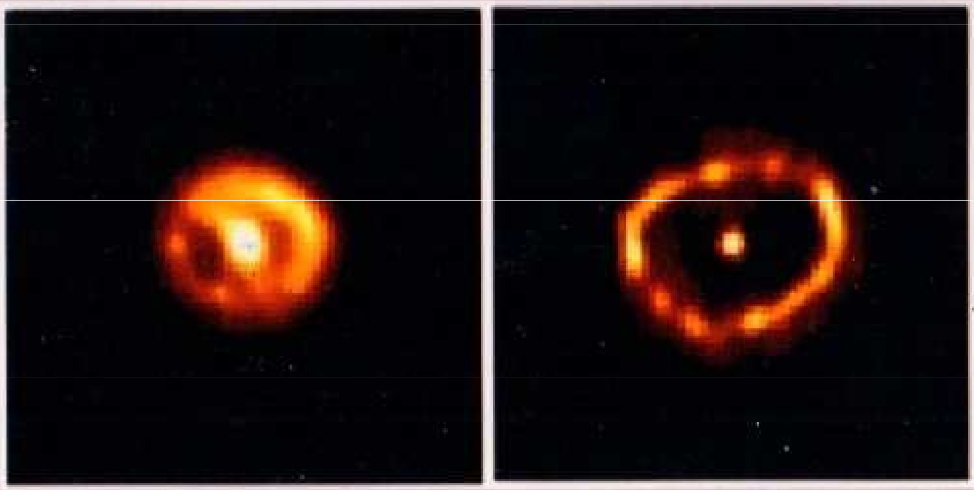
A classical nova is a rapid brightening of a star, which then fades over a few weeks:



Visual light curve of a classical nova event

Metoda nov v maximu jasnosti $M = -7$ mag

m - M = 5 log r - 5 … $\log r = 1 + 0{,}2\,(m - M)$

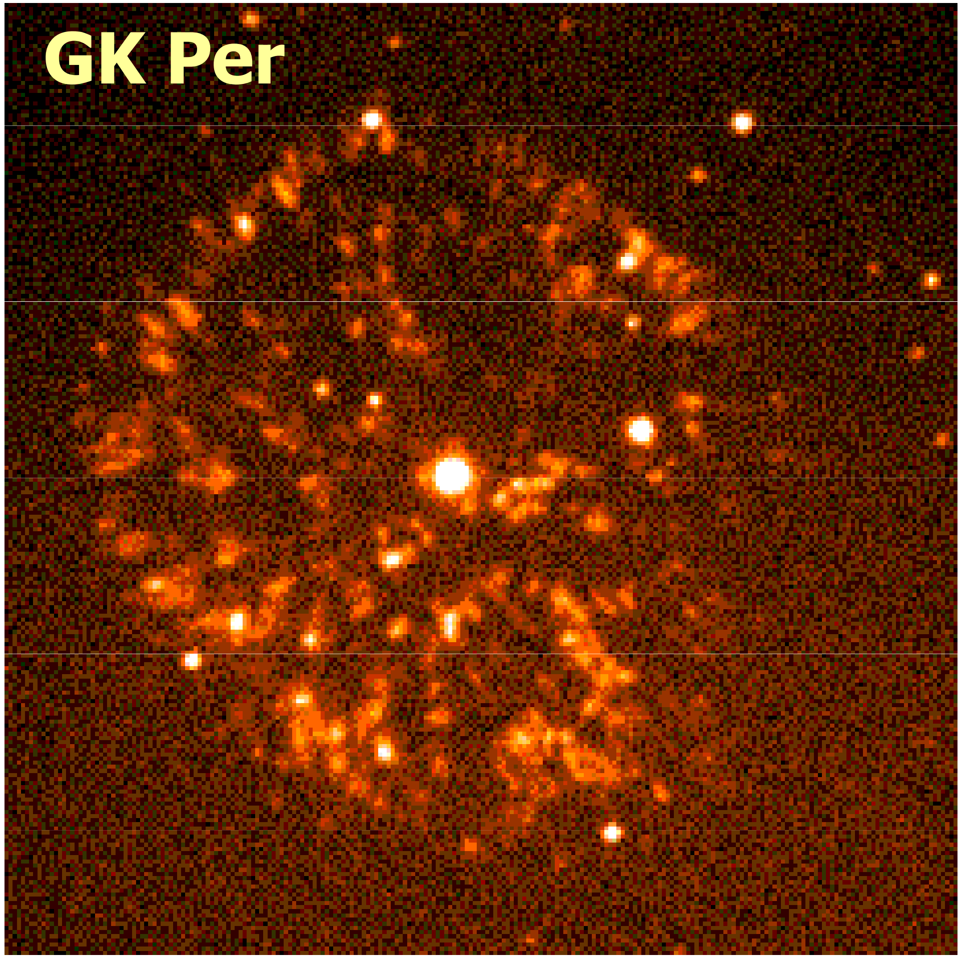


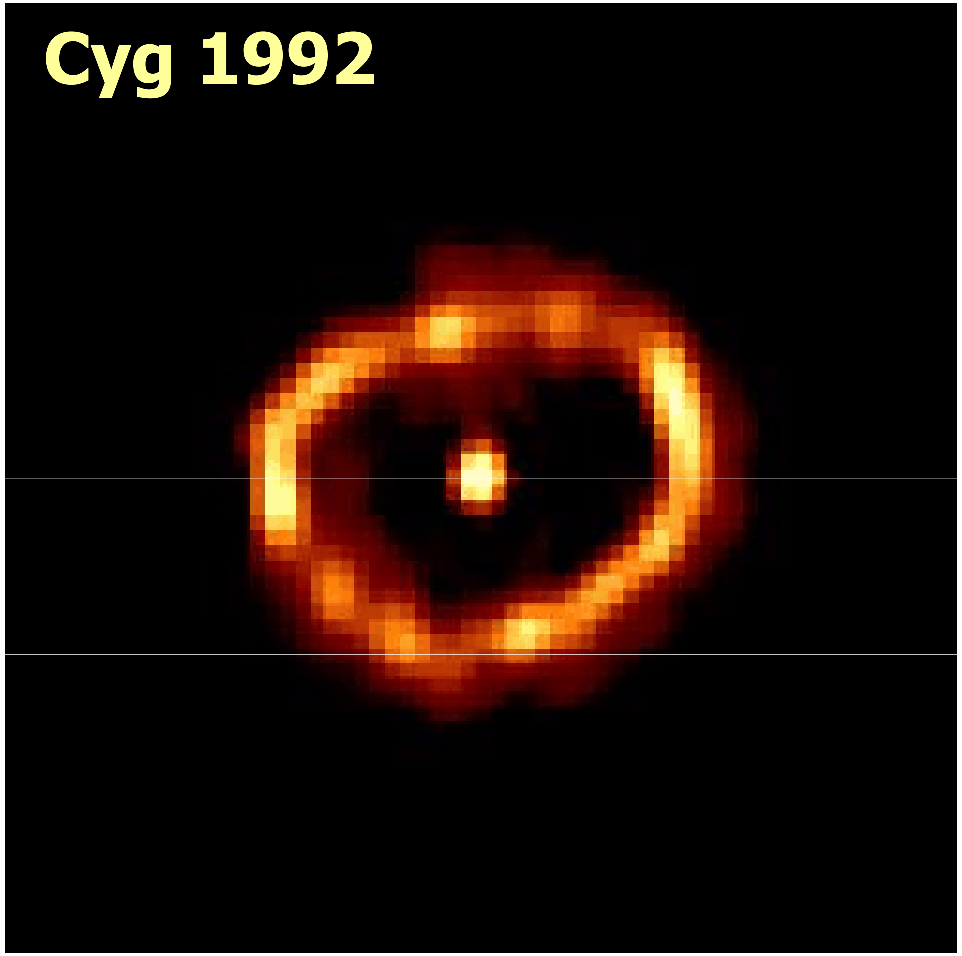
Shell of matter expanding subsequent to a nova explosion

ASTR 3730: Fall 2003

Novy

Odvržená obálka je větší než u planetárních mlhovin – 30 M_Z, charakter hoření je explozivní, rychlost až 3000 $km.s^{-1}$



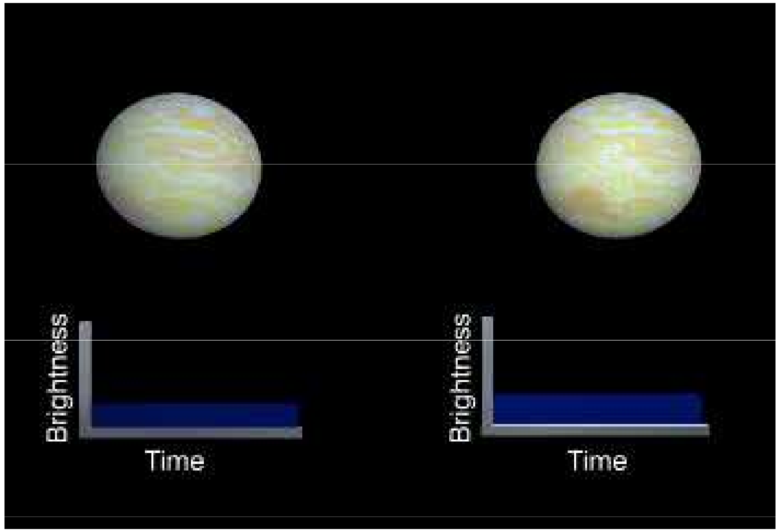


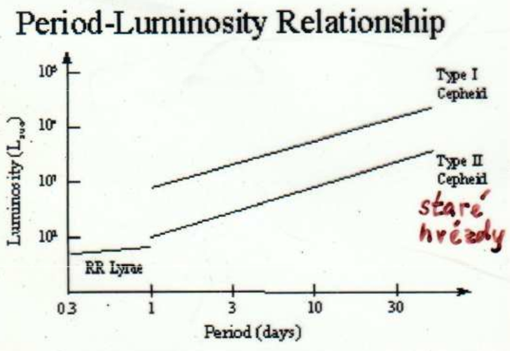
Určování vzdáleností - cefeidy, Hubbleův zákon

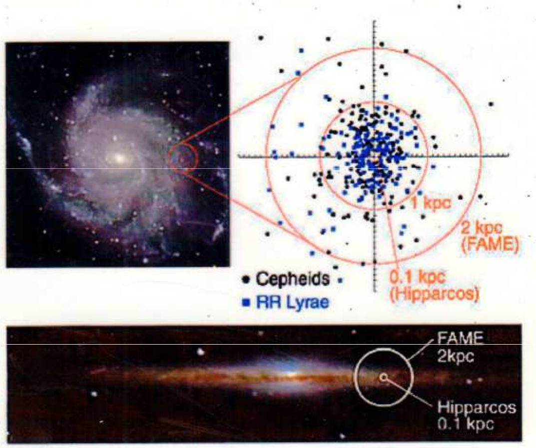
Metoda cefeid měření periody P, klasické cefeidy 1 - 50 dnů, RR Lyrae 1 - 24 hod.

obecný vztah $M = a + b \log P$

klasické cefeidy $M = -1{,}7 - 2{,}54 \log P$







cefeidy - pulsující hvězdy, měnící svůj poloměr a jasnost

Edwin Powell Hubble (1889 – 1953)



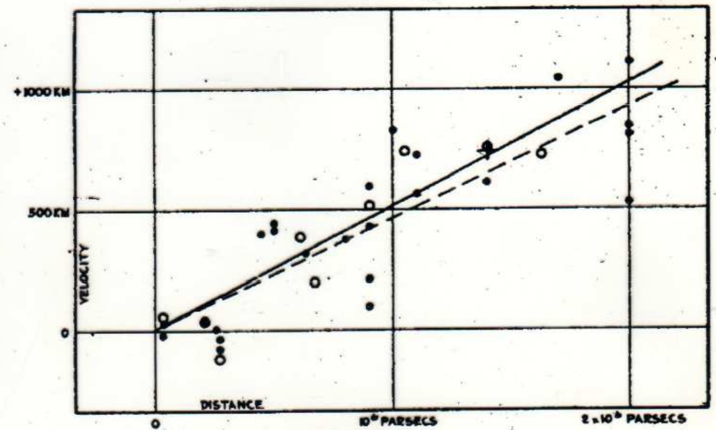
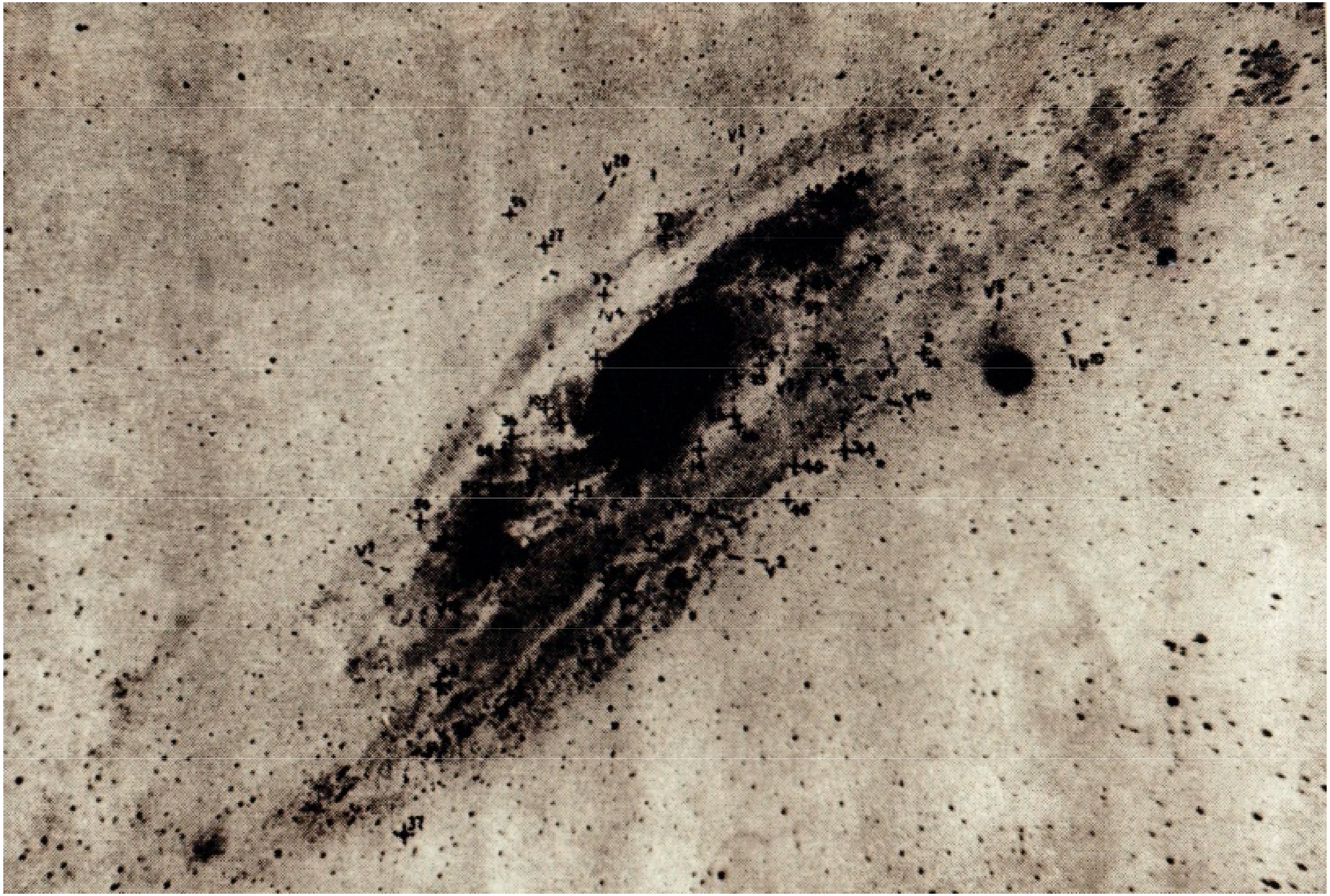
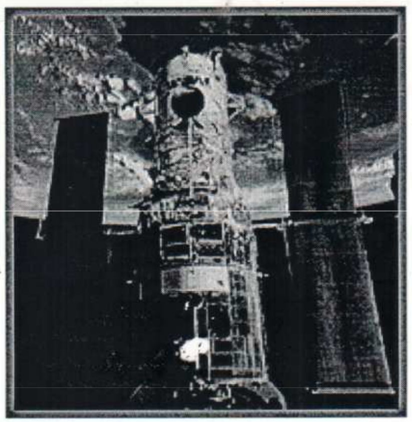


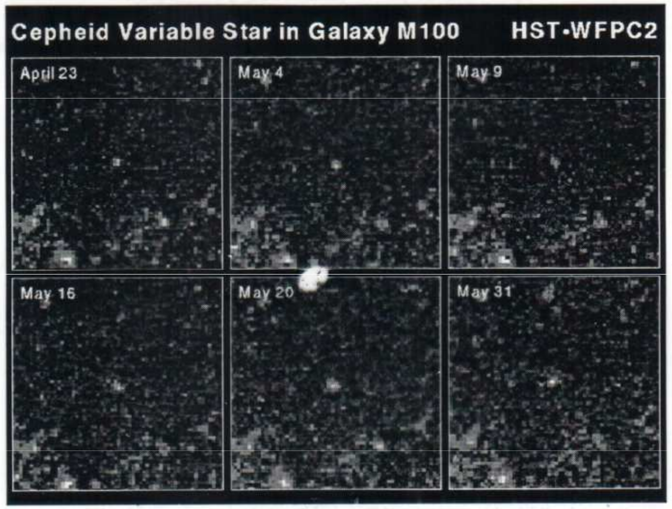
FIGURE 1

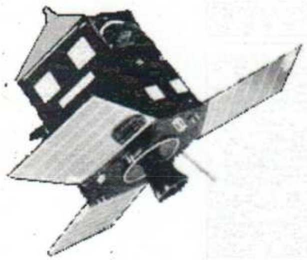
Určování vzdáleností – identifikace cefeid v M 31



Určování vzdáleností - cefeidy, družice Hipparcos







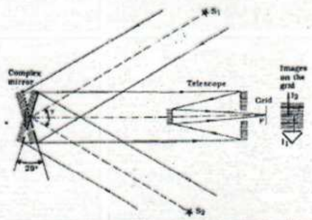


Fig. 8.1. Principle of Hipparcos. The images I_1 and I_2 of stars S_1 and S_2 in different fields of view are formed on the grid which modulates them while the satellite turns around an axis perpendicular to the plane of the drawing

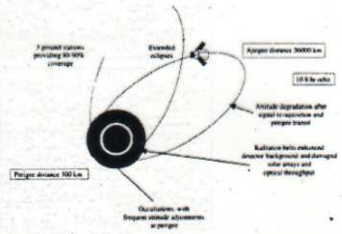
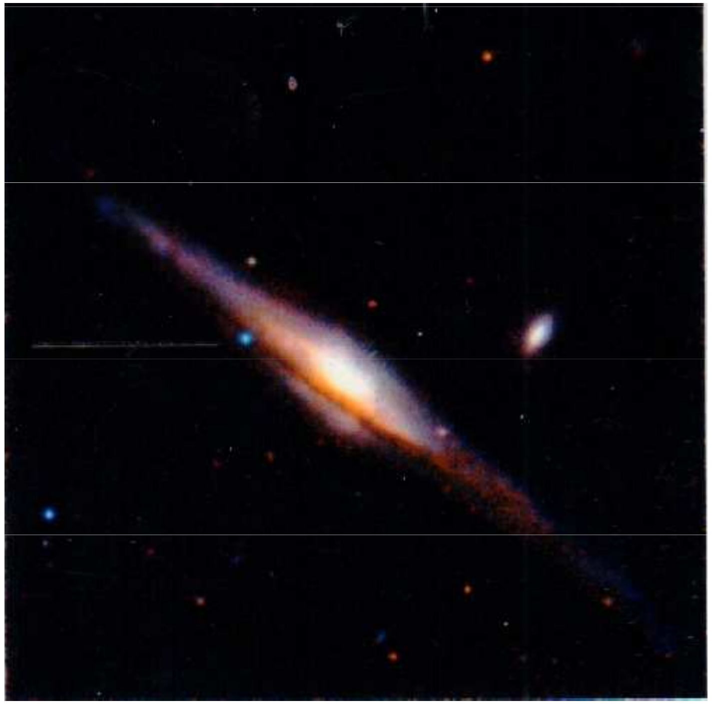


Figure 4.2. The 'actual' or 'recovery' orbit from which the Hipparcos observations were conducted. The features of the orbit which provided considerable operational complications are indicated. The satellite could be observed for about 80-90 per cent of the time with three ground stations, compared with 100 per cent of the time in the intended geostationary orbit.

Supernovy Ia

- **těsná dvojhvězda: normální hvězda + bílý trpaslík (uhlíko-kyslíkový).**
- **přetékající plyn se prostřednictvím akrečního disku ukládá na trpaslíka, při překročení hmotnosti 1,4 M_s - Chandrasekharovy meze dochází ke gravitačnímu kolapsu.**
- **exploduje celý bílý trpaslík 10^9 L_S.**
- **V_{exp} = 25 00 km.s^{-1}, neexistence vodíkových čar.**

Určování vzdáleností - supernovy Ia





Metoda supernov Ia v maximu jasnosti $M = -18{,}7$ mag

m - M = 5 - 5 log r … $\log r = 1 + 0{,}2\,(m - M)$

Spirální galaxie se supernovou



Určování vzdáleností galaxií

Hubbleův - Lemaitrův zákon

Hubbleův zákon $z = \frac{\lambda_p - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}}$ $\boldsymbol{v} = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = \boldsymbol{c}\,\boldsymbol{z} = \boldsymbol{H}\,\boldsymbol{r}$

$\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{H}}\,\boldsymbol{z}$ při $z > 0,1$ $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{c}\,\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$

Edwin Powell Hubble

1889 - 1953

v = H . r



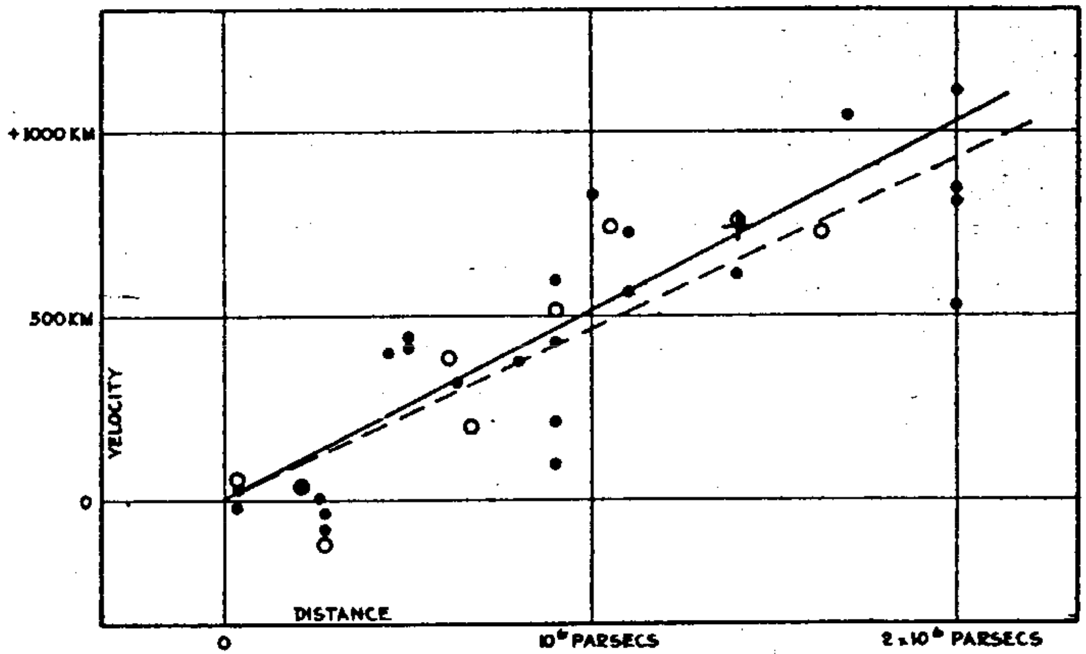
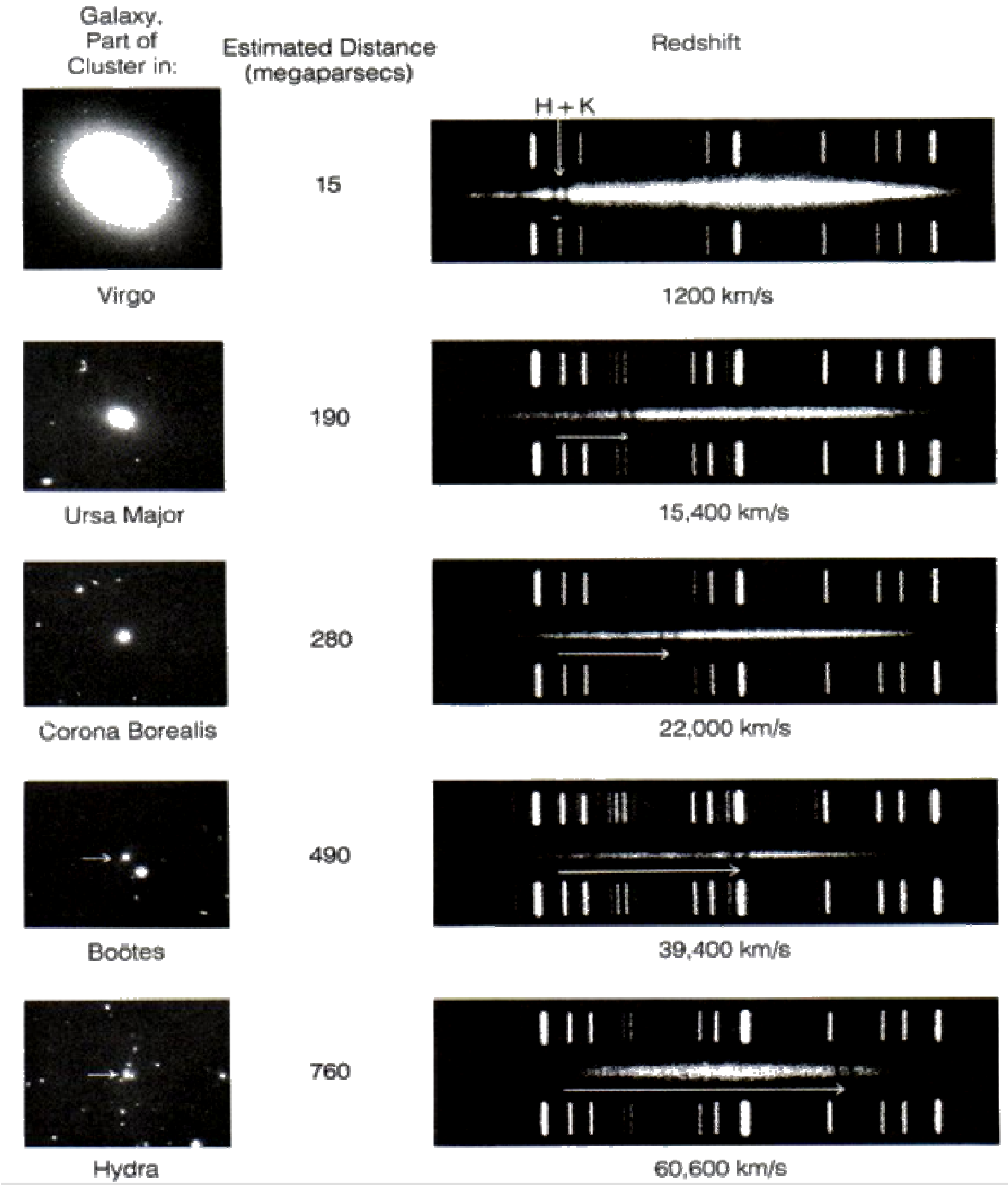
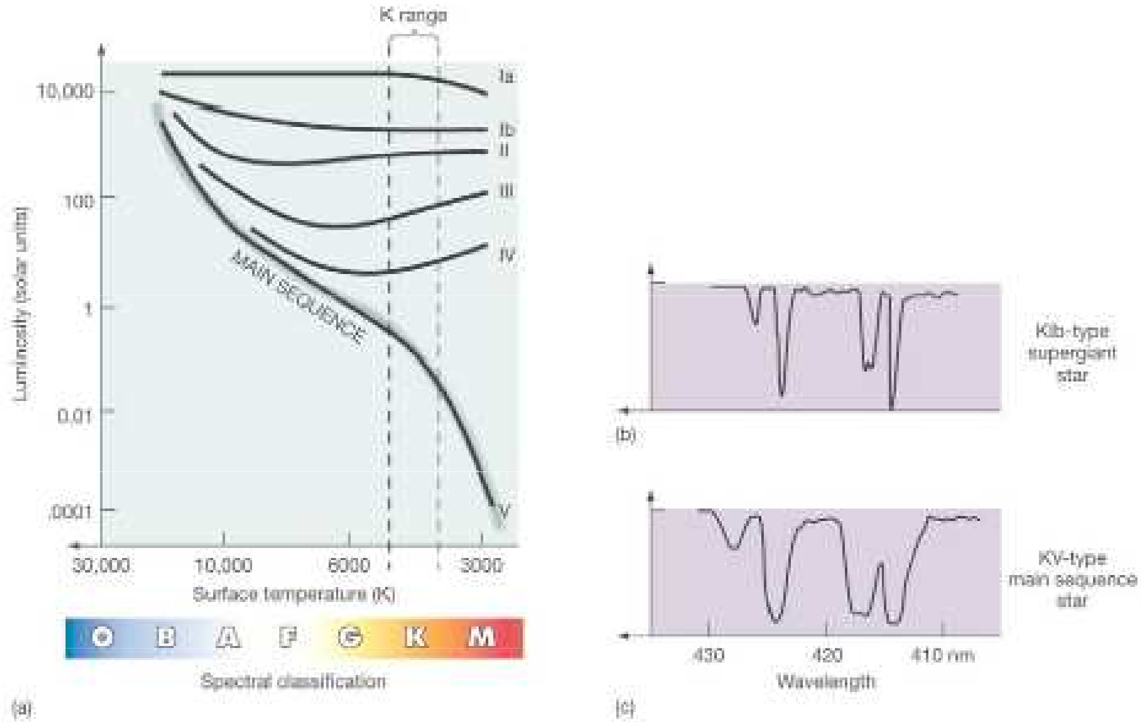


FIGURE 1

Hubbleův - Lemaitrův zákon

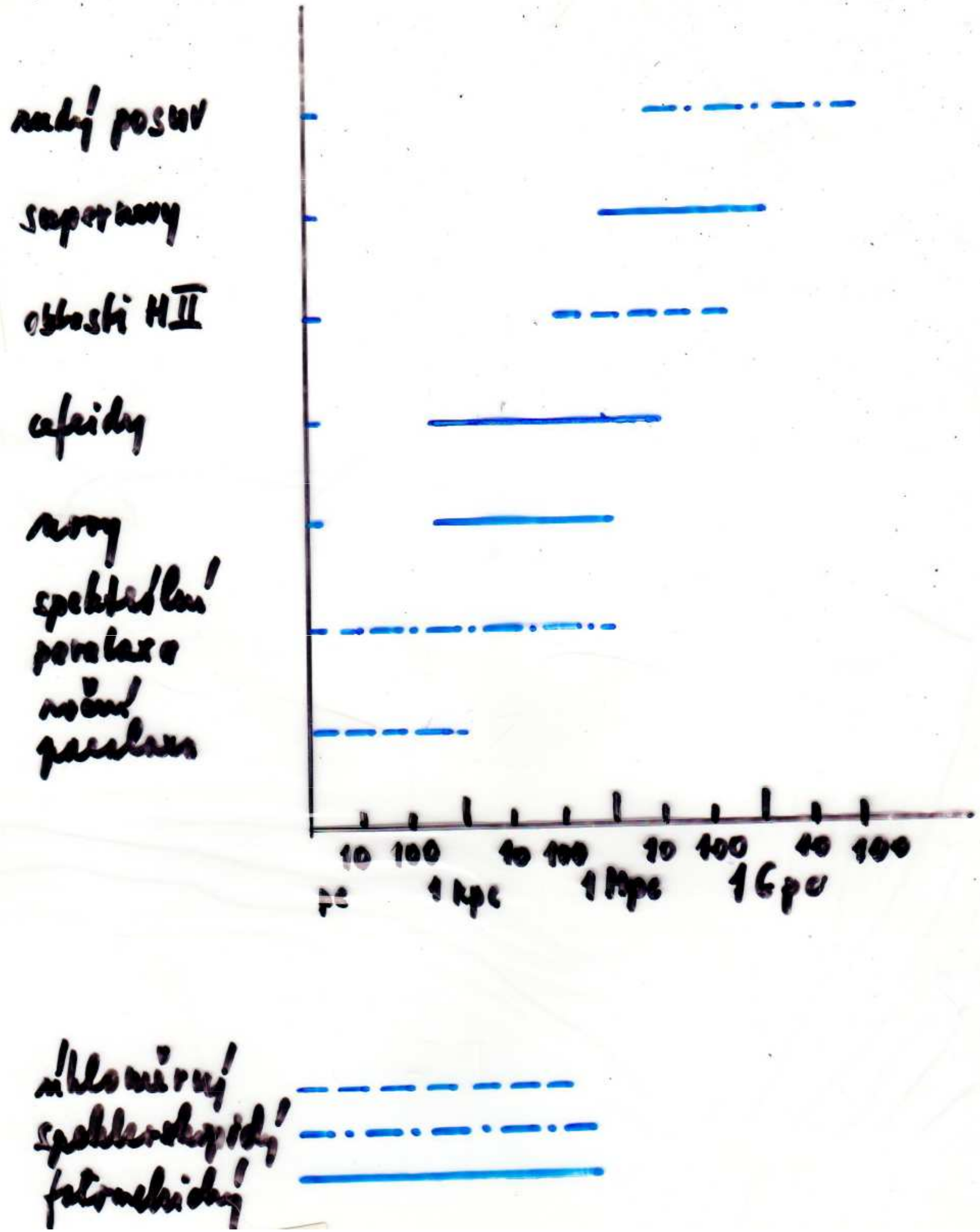


Spektrální paralaxa hvězd

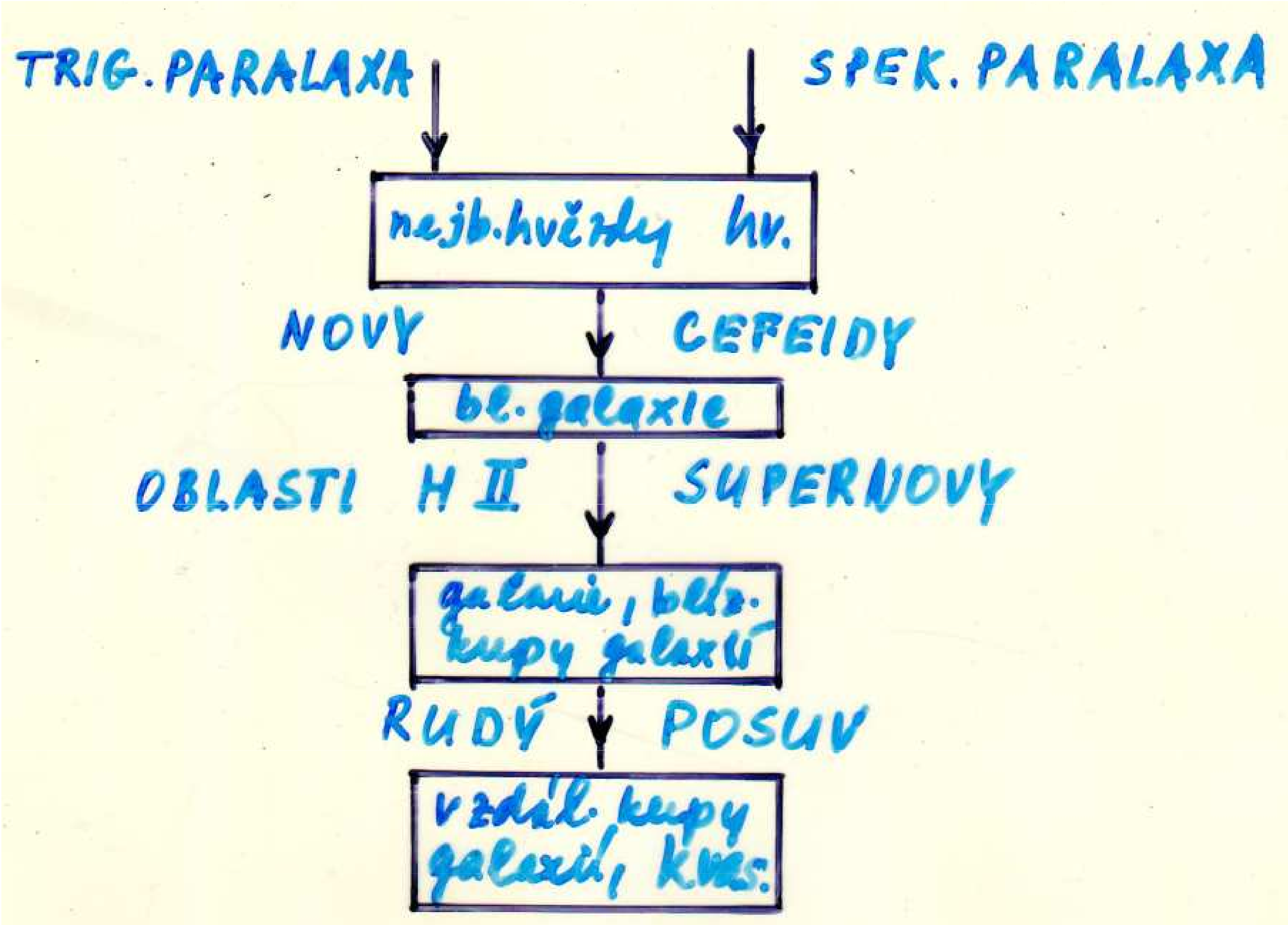


podle intenzity vybraných spektrálních čar - rozlišení obrů a hvězd HP, poloha hvězdy – vzdálenost

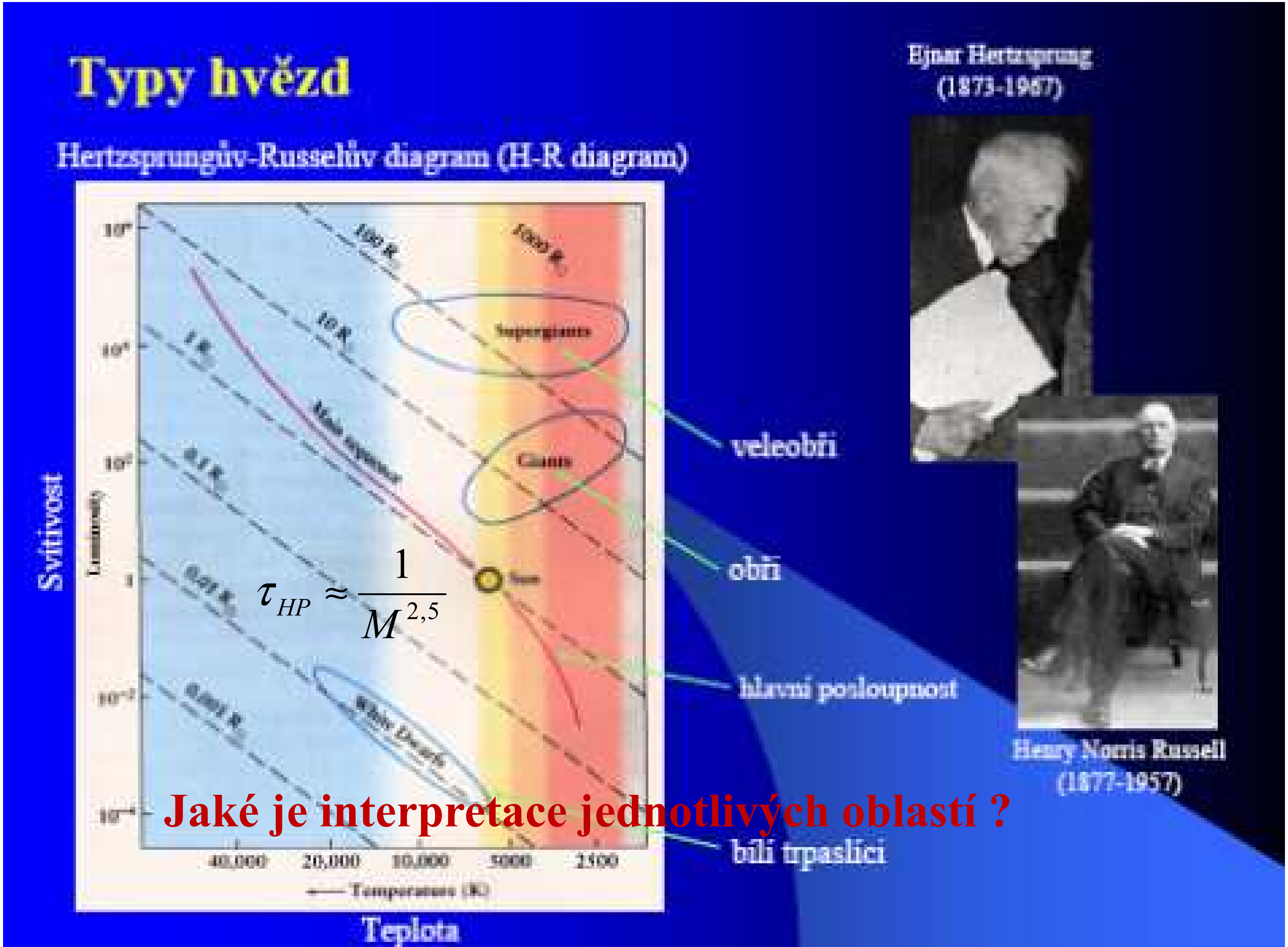
Určování vzdáleností - přehled metod



Určování vzdáleností - přehled metod



H - R diagram



$$\tau_{HP} \approx \frac{1}{M^{2,5}}$$

Jaké je interpretace jednotlivých oblastí ?

H - R diagram

Ejnar Hertzsprung 1873 - 1967, r. 1905 tabulka

Henry Norris Russell 1877 - 1957 , r. 1913 diagram,

publikace 1914

RELATIONS BETWEEN THE SPECTRA AND OTHER CHARACTERISTICS OF THE STARS.*

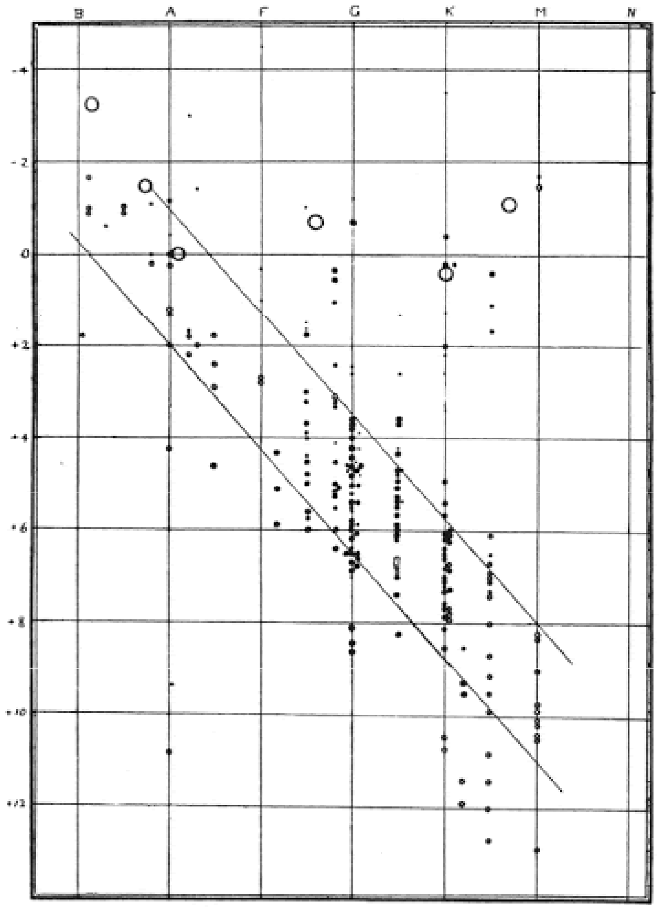
HENRY NORRIS RUSSELL.

Investigations into the nature of the stars must necessarily be very largely based upon the average characteristics of groups of stars selected in various ways,—as by brightness, proper motion, and the like. The publication within the last few years of a great wealth of accumulated observational material makes the compilation of such data an easy process; but some methods of grouping appear to bring out much more definite and interesting relations than others, and, of all the principles of division, that which separates the stars according to their spectral types has revealed the most remarkable differences, and those which most stimulate attempts at a theoretical explanation.

In the present discussion, I shall attempt to review very rapidly the principal results reached by other investigators, and shall then ask your indulgence for an account of certain researches in which I have been

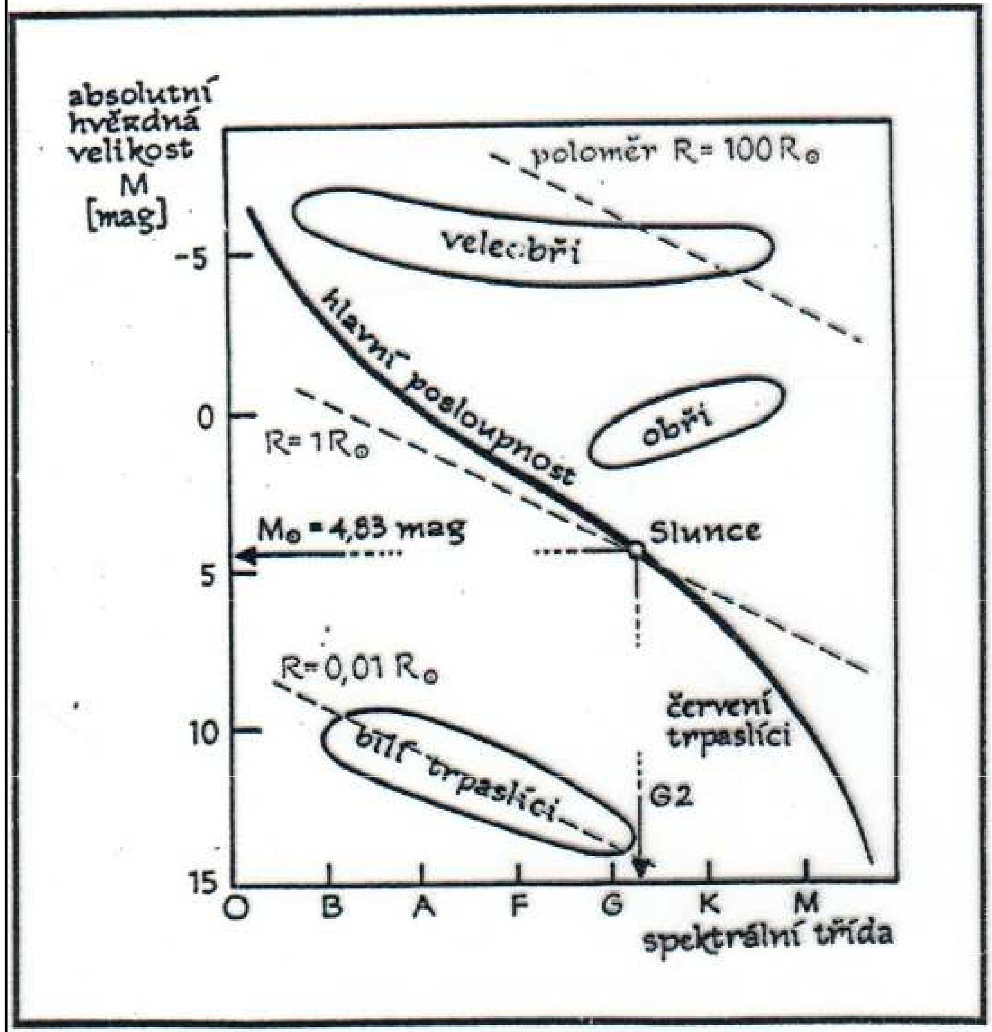
TABLE I

Spectrum	Color-Index			Temperature
	King	Parkhurst	Schwarzschild	
B0	—0.32			20000 :
B5	—0.17	—0.21	—0.20	14000
A0	0.00	0.00	0.00	11000
A5	0.19	0.23	0.20	9000
F0	0.30	0.43	0.40	7500
F5	0.52	0.65	0.60	6000
G0	0.71	0.86	0.84	5000
G5	0.90	1.07	1.10	4500
K0	1.16	1.30	1.35	4200
K5	1.62	1.51	1.80	3200
M	1.62	1.68		3100
N		2.5		2300 :

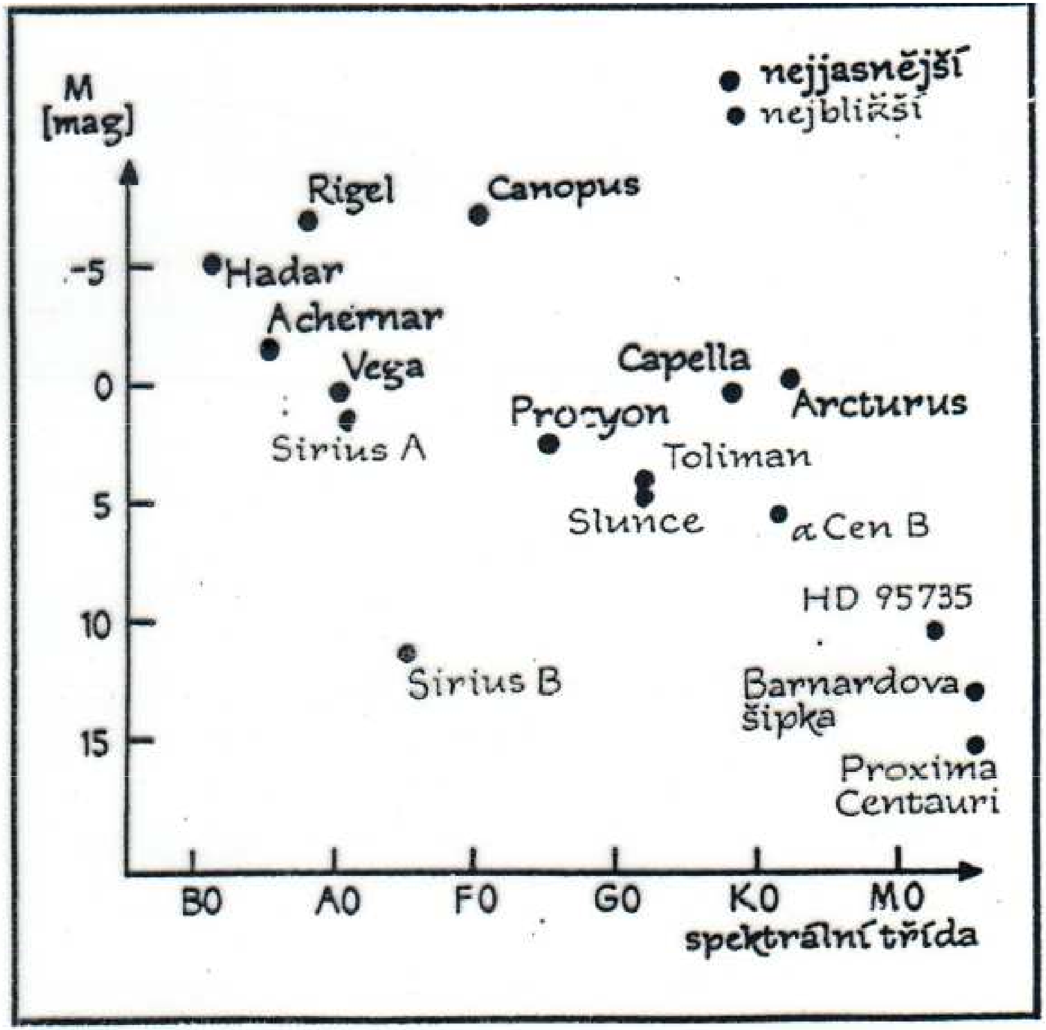


H - R diagram, výběrové efekty

Jednotlivé oblasti – hlavní posloupnost, obři, veleobři, bílí trpaslíci, Galaxie statistika: ***10 mil. hvězd HP, 1 mil. bílých trpaslíků, 1 tisíc obrů, 1 veleobr***



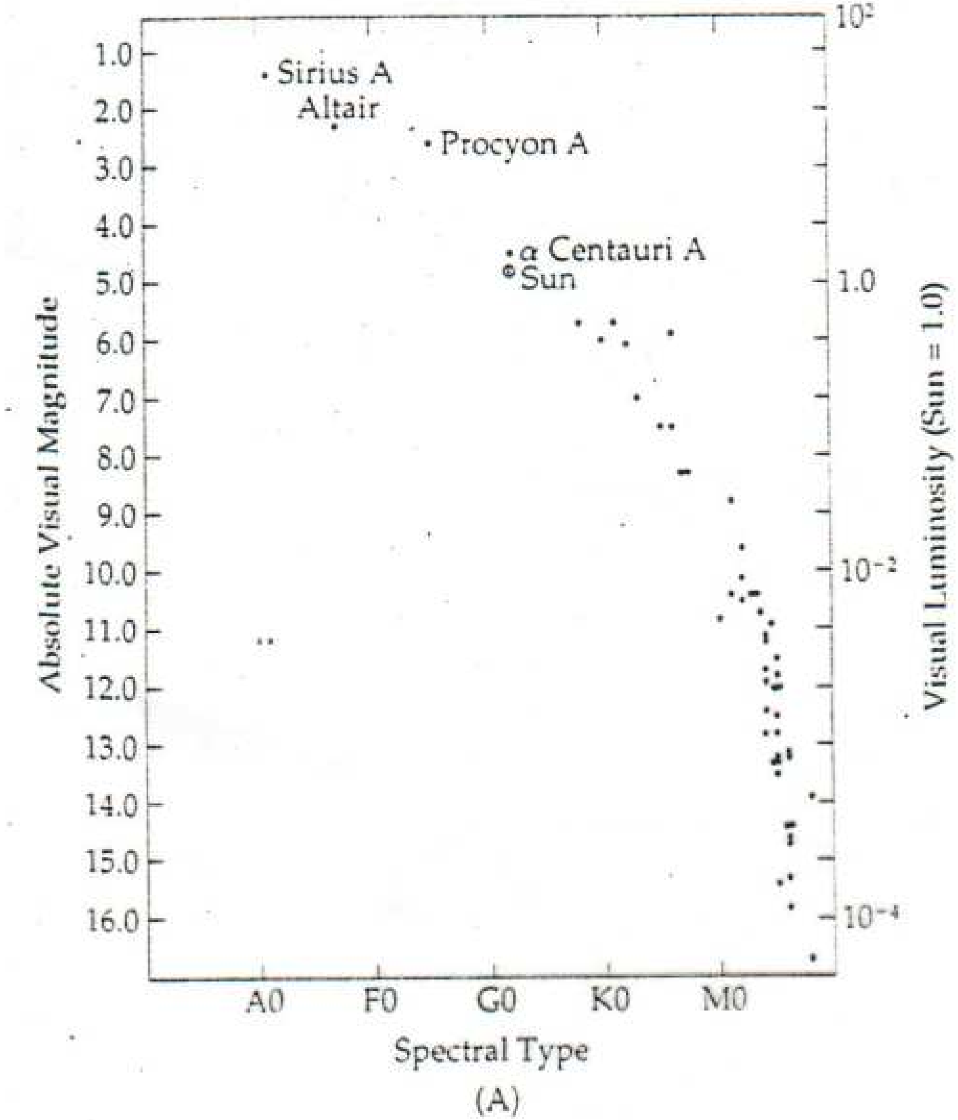
▲ *Obr. L8.3. - Hertzsprungův-Russellův diagram.*



▲ *Obr. L8.4. - HR diagram pro nejjasnější a nejbližší hvězdy.*

H - R diagram

výběrové efekty - hvězdy s větším zářivým výkonem lze pozorovat na větší vzdálenosti



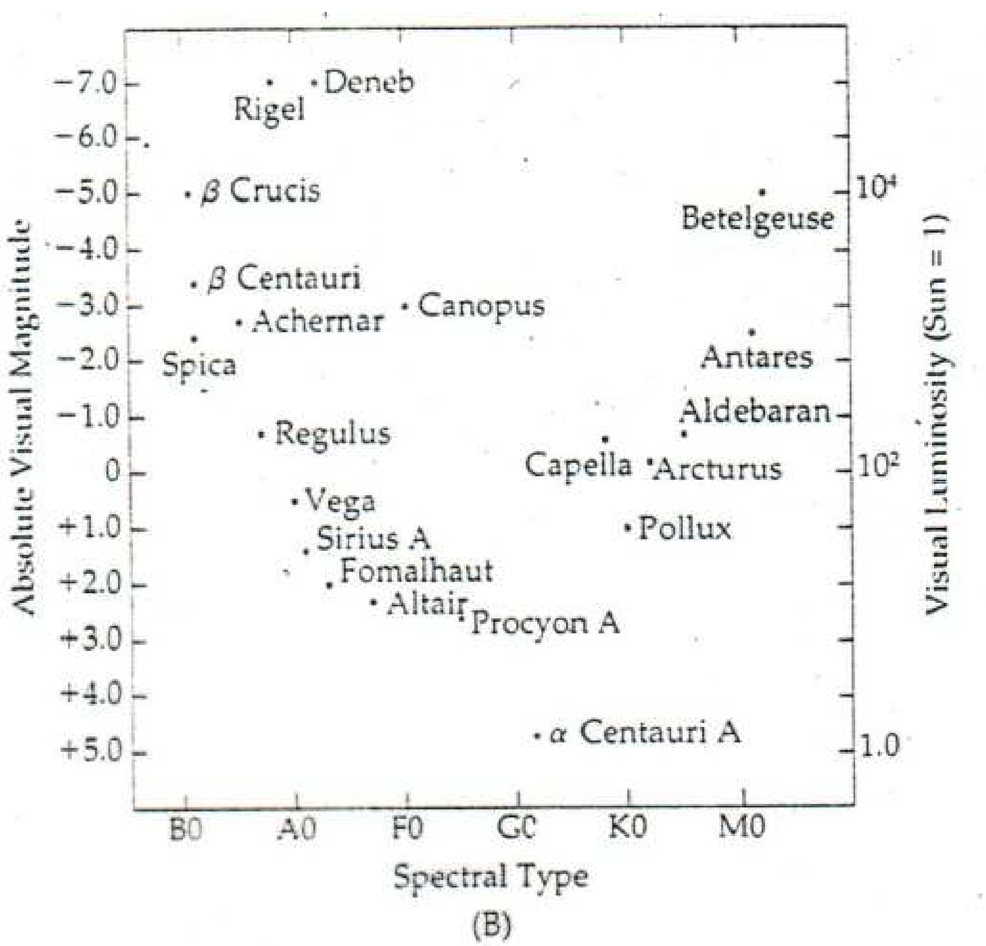
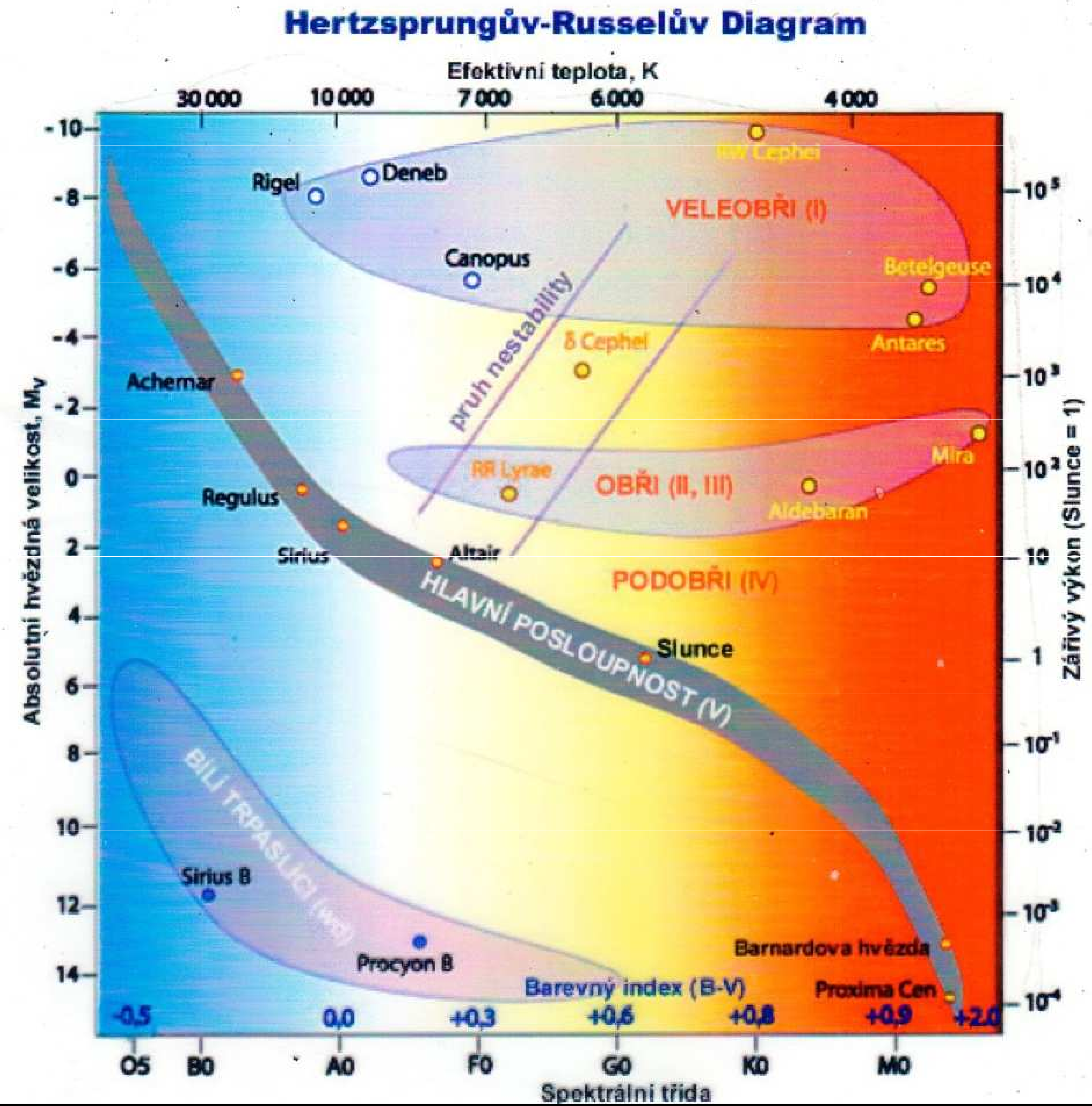
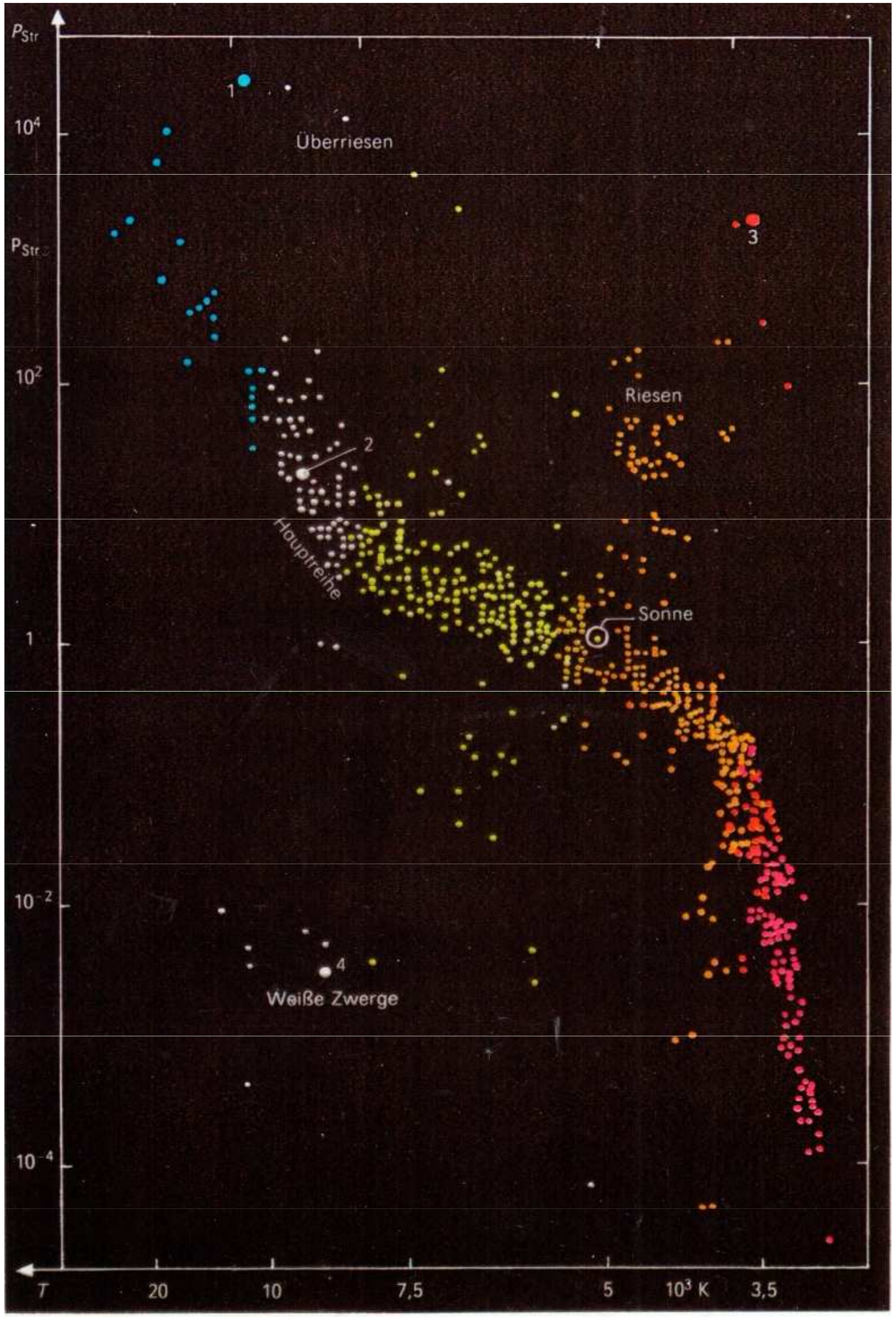


Figure 13–7 Hertzsprung-Russell diagrams. (A) For stars within 5 pc of the Sun. Note that most are low-luminosity, cool stars. (B) For the brightest stars in the sky. These tend to be very luminous stars.

H - R diagram - stavový, určuje stav hvězd



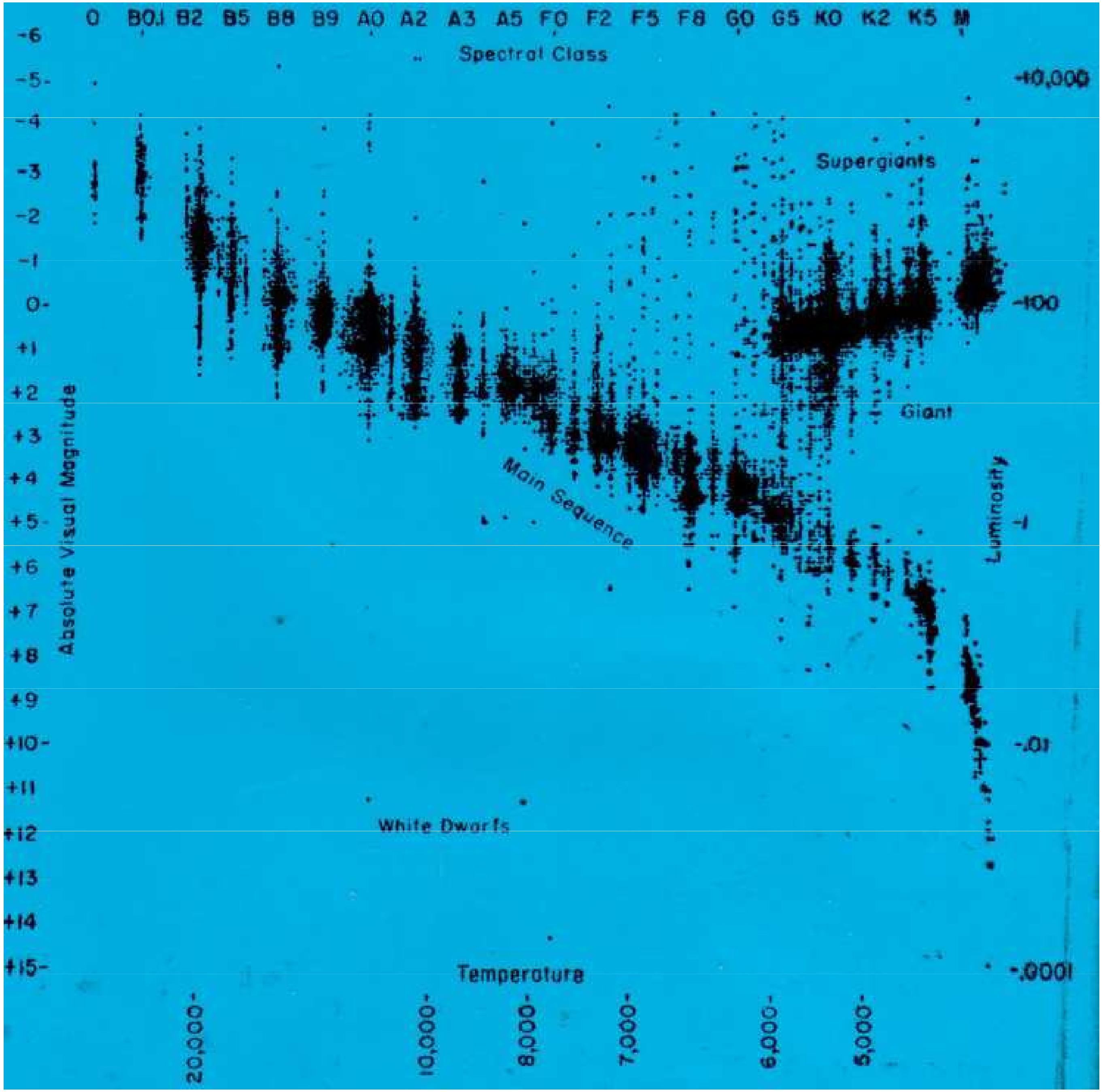
H - R diagram



1 Rigel 2 Sirius A 3 Beteigeuze 4 Sirius B

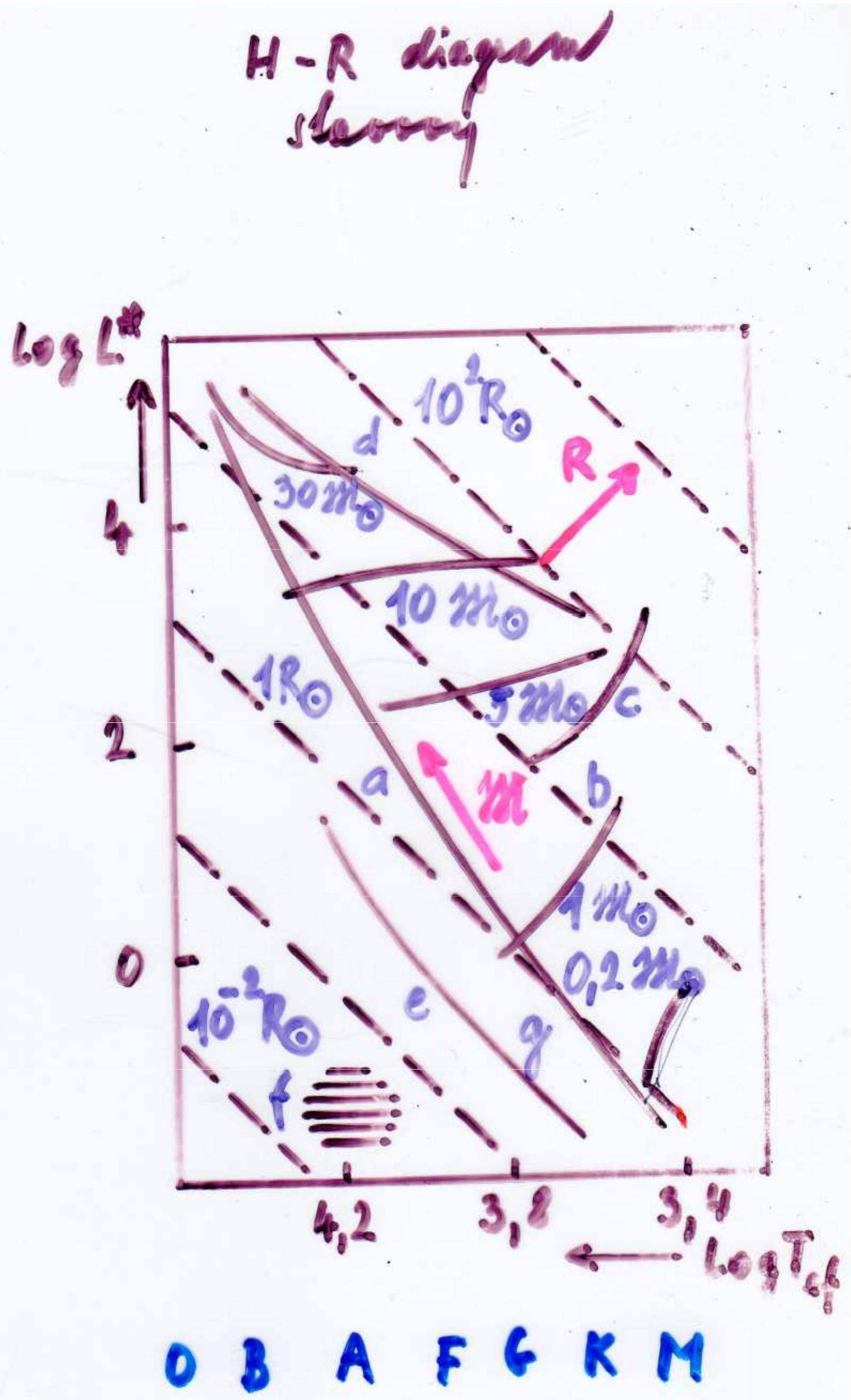
Bild 3 Hertzsprung-Russell-Diagramm

H - R diagram



O B0.1 B2 B5 B8 B9 A0 A2 A3 A5 F0 F2 F5 F8 G0 G5 K0 K2 K5 M
Spectral Class
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
+1
+2
+3
+4
+5
+6
+7
+8
+9
+10
+11
+12
+13
+14
+15
Absolute Visual Magnitude
10,000
100
1
.01
.0001
Luminosity
Supergiants
Giant
Main Sequence
White Dwarfs
Temperature
20,000
10,000
8,000
7,000
6,000
5,000

H-R diagram, závislost L - Tef



$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_{ef\odot}^4$$

$$L^* = R^{*2} \frac{T_{ef}^4}{T_{ef\odot}^4} \quad (1)$$

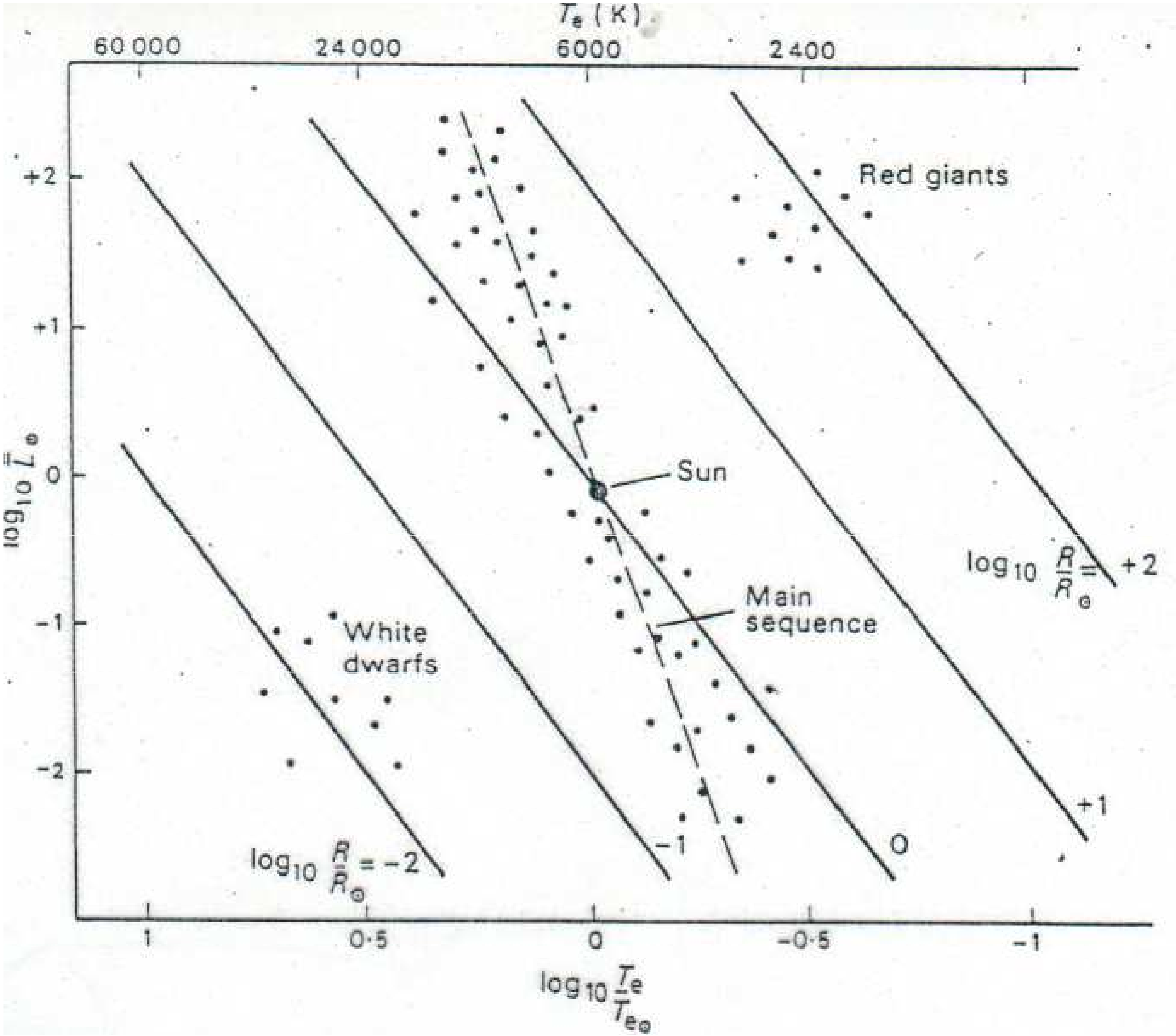
$$L^* = \frac{L}{L_\odot}$$

$$R^* = \frac{R}{R_\odot}$$

$$\log L^* = 2 \log R^* + 4 \log \frac{T}{T_\odot}$$

$$y = 4x + q$$

H - R diagram



T_e (K)
60 000
24 000
6000
2400
Red giants
Sun
Main sequence
White dwarfs
$\log_{10} \frac{R}{R_\odot} = +2$
+1
0
−1
$\log_{10} \frac{R}{R_\odot} = -2$
$\log_{10} \bar{L}_\odot$
+2
+1
0
−1
−2
1
0·5
0
−0·5
−1
$\log_{10} \frac{T_e}{T_{e\odot}}$

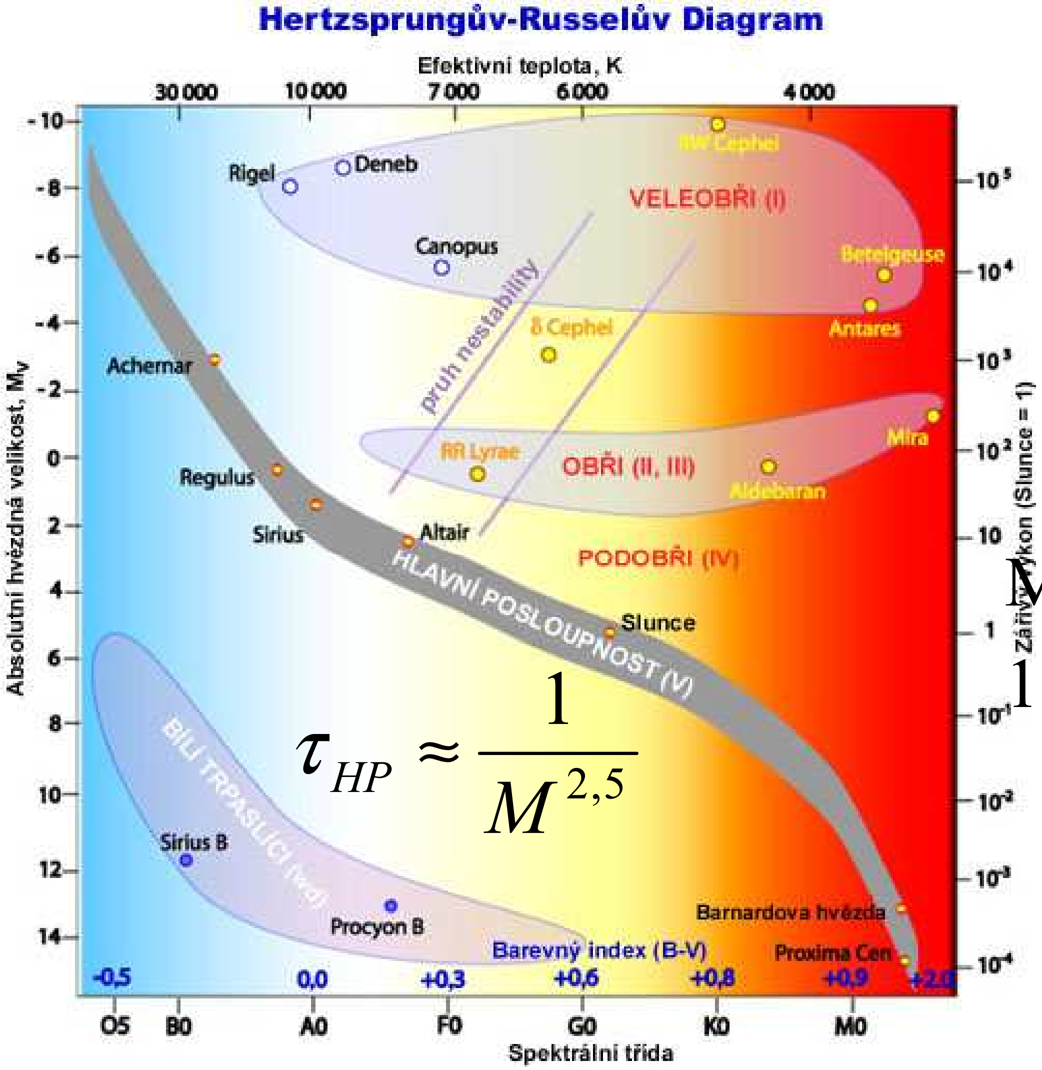
H. N. Russell
1877 - 1957

Odhalování vývoje hvězd, souvislost jednotlivých oblastí

B. Strömgren
1908 - 1987







$$\tau_{HP} \approx \frac{1}{M^{2,5}}$$

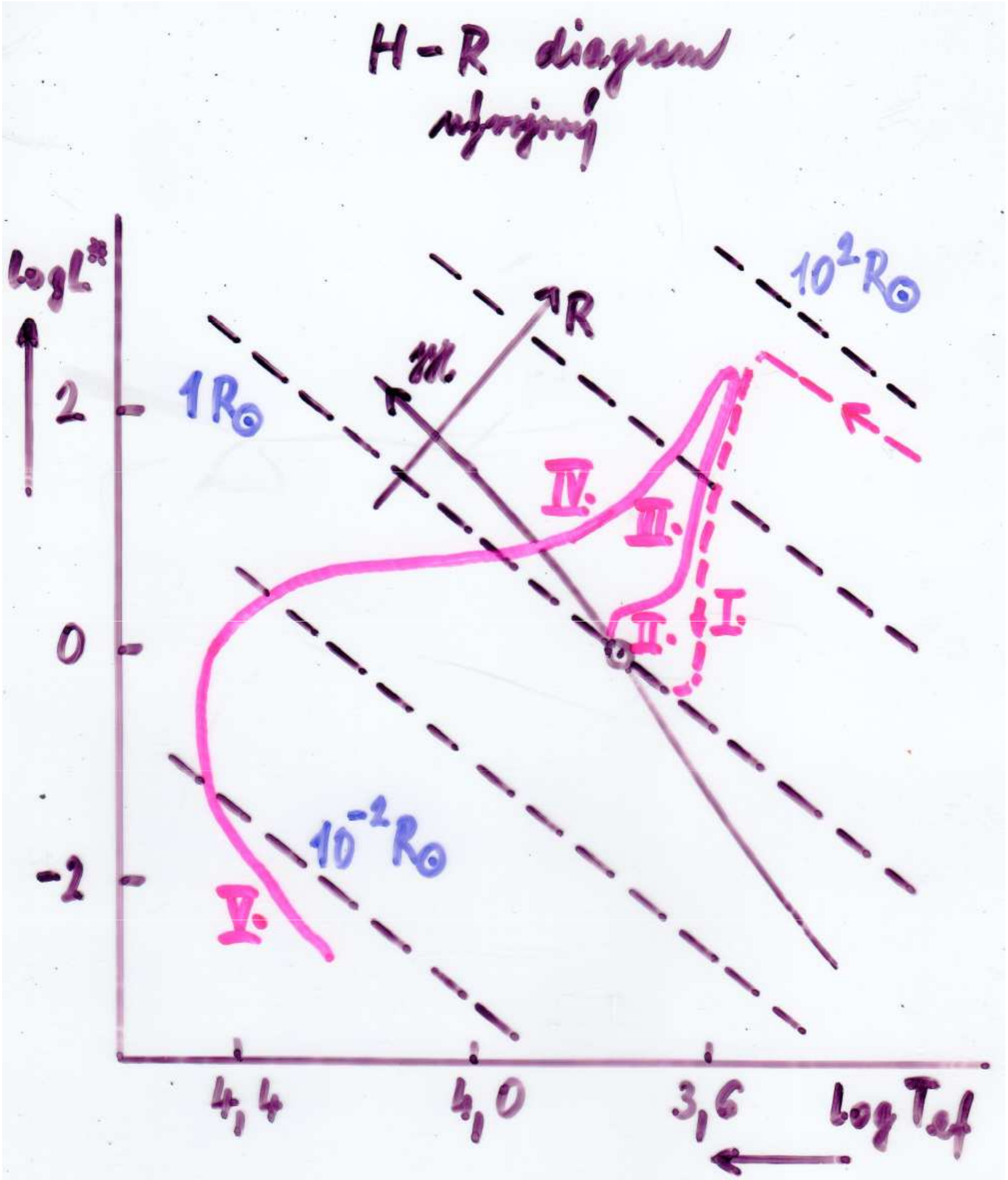
G. Gamow
1904 - 1968



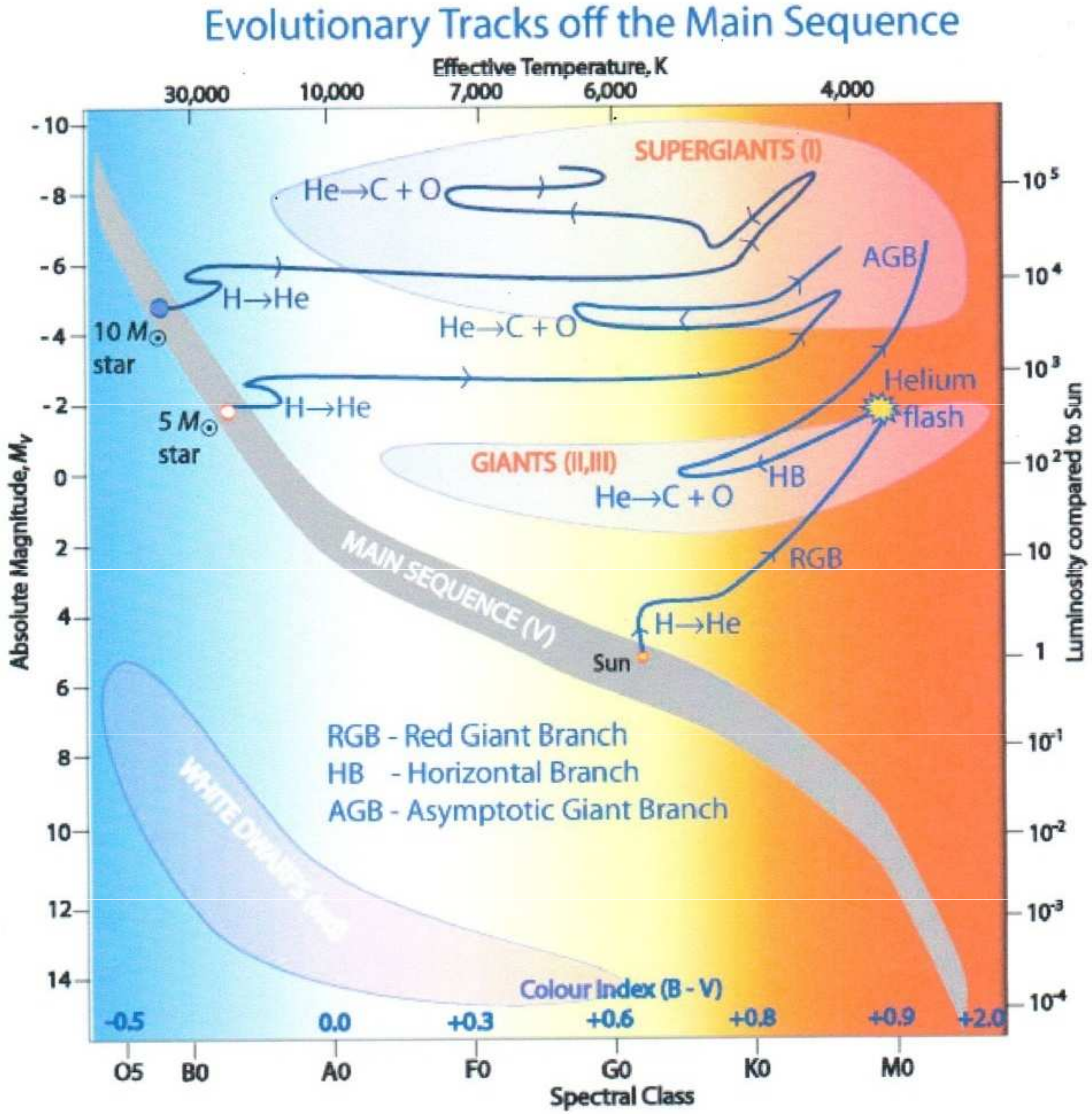
M. Schwarzschild
1912 - 1997

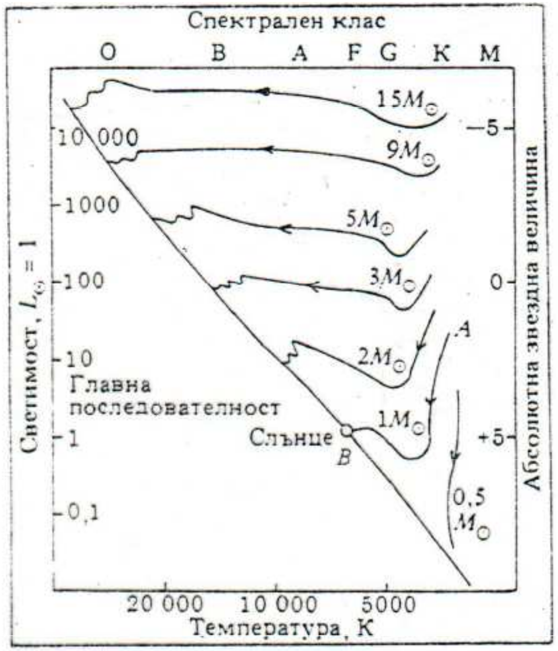


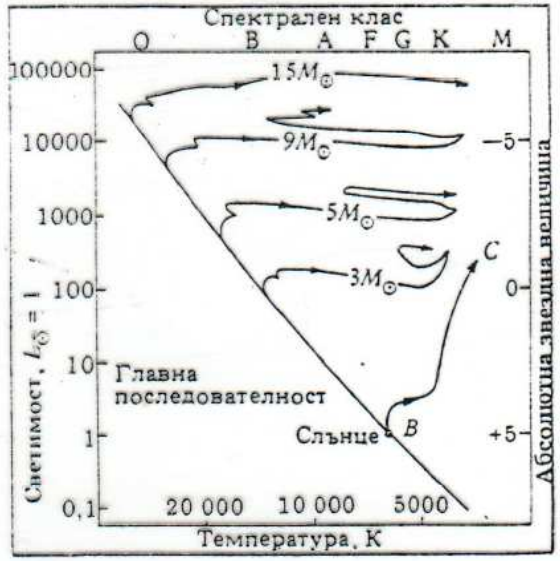
H - R diagram vývojový pro Slunce



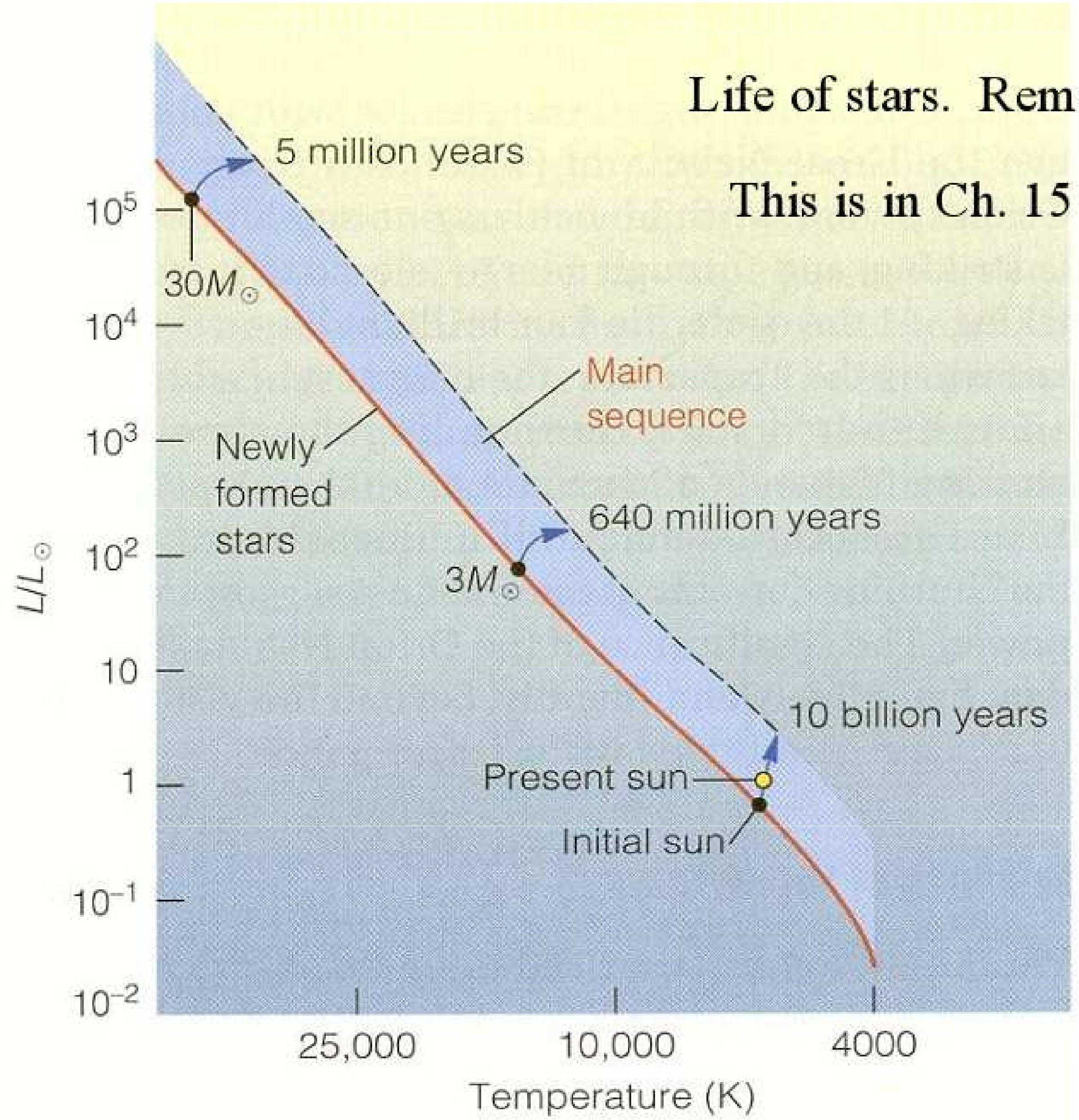
H - R diagram - vývojový







Vývoj na hlavní posloupnosti, posloupnost nulového stáří



Life of stars. Remember $L = M^{3.5}$

This is in Ch. 15 coming up.

T = fuel/rate

Fuel = M
Rate = $L = M^{3.5}$

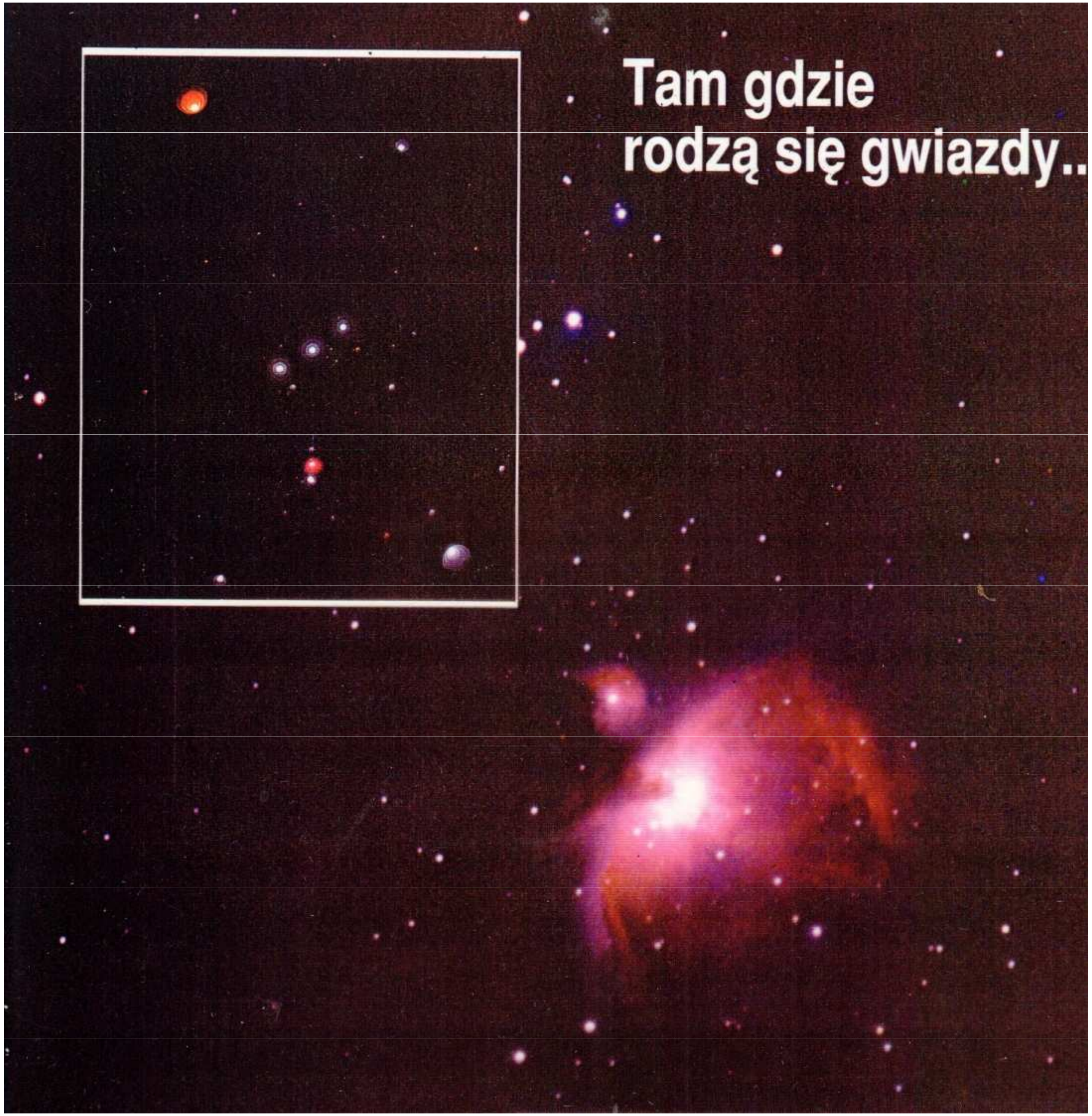
$T = M/M^{3.5}$

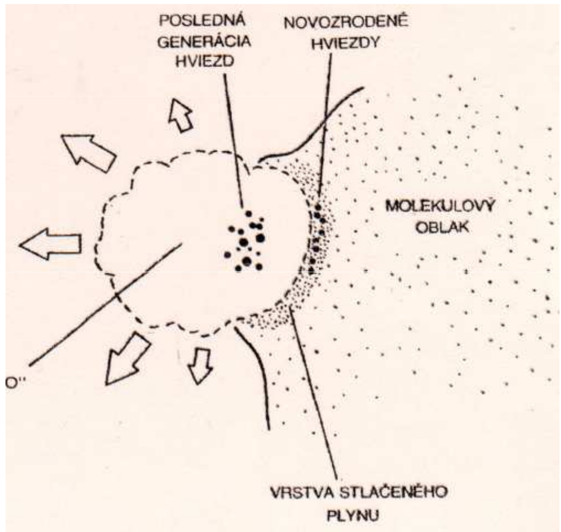
$T = 1/M^{2.5}$

(In solar lifetimes, i.e. 10 billion years)

High Mass Stars are Short-Lived

Vznik hvězd


Tam gdzie
rodzą się gwiazdy..

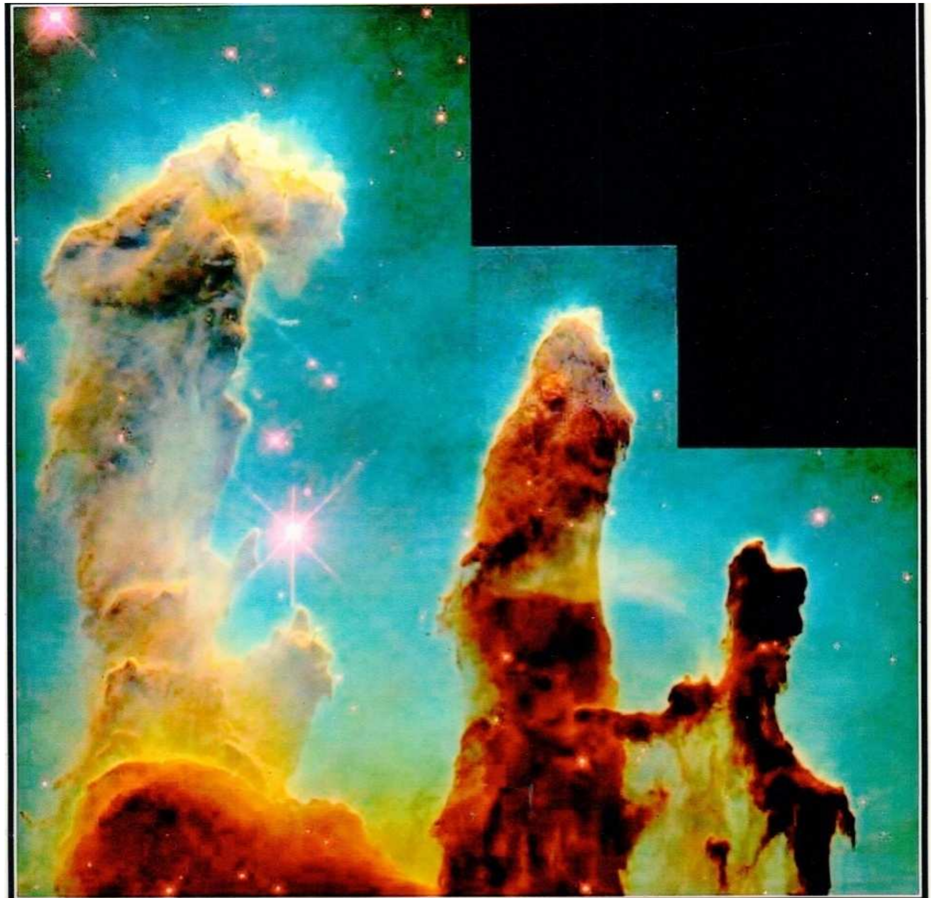

POSLEDNÁ
GENERÁCIA
HVIEZD
NOVOZRODENÉ
HVIEZDY
MOLEKULOVÝ
OBLAK
VRSTVA STLAČENÉHO
PLYNU

Vznik hvězd

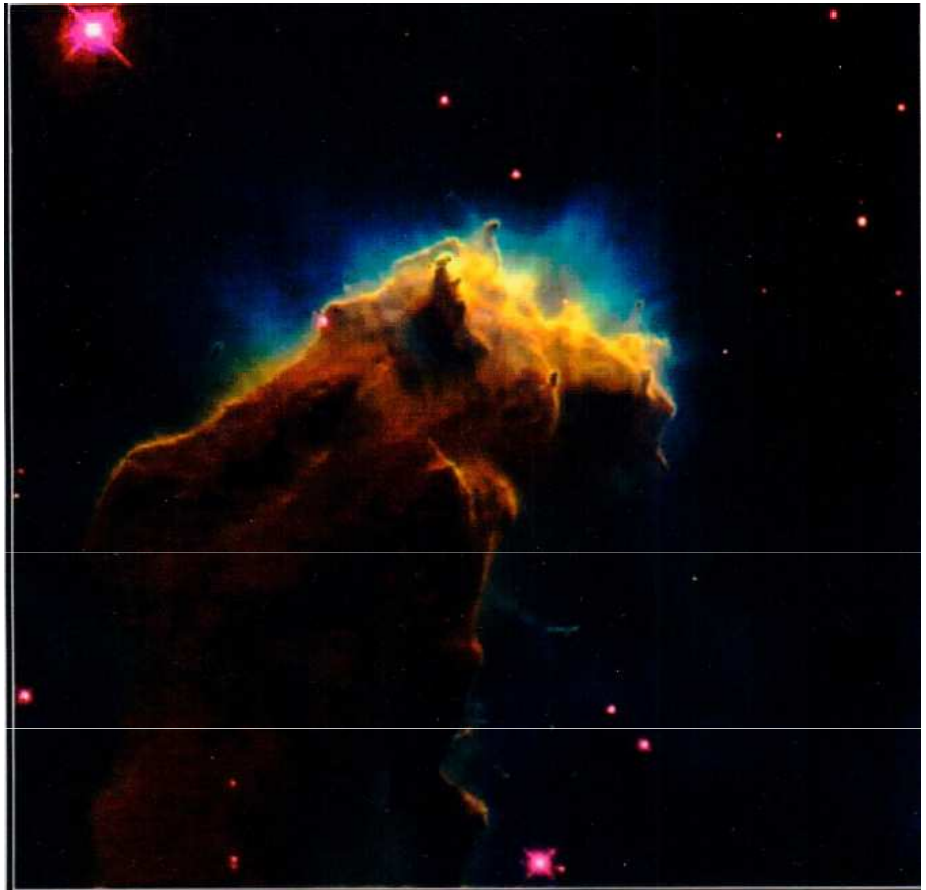


molekulární vodíkový plyn v souhvězdí Štíra

Vznik hvězd

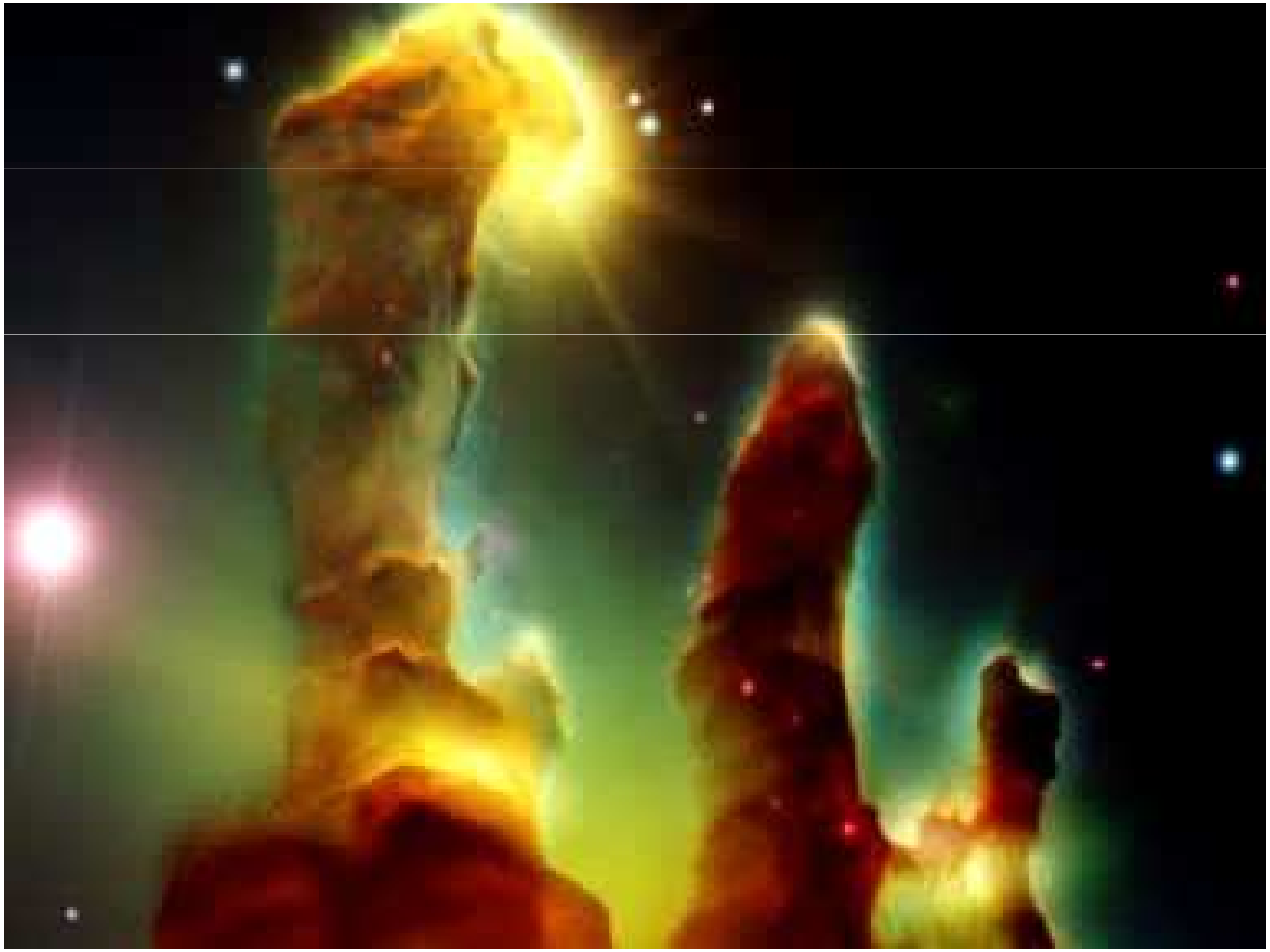


Gaseous Pillars · M16 HST · WFPC2
PRC95-44a · ST ScI OPO · November 2, 1995
J. Hester and P. Scowen (AZ State Univ.), NASA



Star-Birth Clouds · M16 HST · WFPC2
PRC95-44b · ST ScI OPO · November 2, 1995
J. Hester and P. Scowen (AZ State Univ.), NASA

Vznik hvězd v Orlí mlhovině



Vznik hvězd v současnosti

mezihvězdná mračna – částice prachu

rozsah teploty 10 - 100 K

částice mají rozměry 10^{-7} m, jejich vyzařování v infračervené oblasti, efektivní ochlazování $\lambda \sim 10^{-4} - 10^{-5}$ m

gravitační smršťování, nárůst teploty a tlaku $\Rightarrow$ podmínky pro term. reakce

$T \sim 10^{6}$ K

$$^{2}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He$$

nebo jiné reakce

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{3}_{2}He$$

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow 2\,^{4}_{2}He$$

$$^{9}_{4}Be + ^{1}_{1}H \rightarrow 2\,^{4}_{2}He + ^{2}_{1}H$$

přeměna protonů ve hvězdách při teplotách 10^{7} K jsou odlišné reakce

Vznik hvězd v současnosti

Po dosažení teploty řádově 10^6 K v jádře začne probíhat reakce

$$^{2}_{1}H + ^{1}_{1}H \longrightarrow ^{3}_{2}He \, . \qquad (2.2.1)$$

V přítomnosti lehkých prvků - lithia, berylia a bóru začne probíhat jejich spalování podle reakcí

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{3}_{2}He \, . \qquad (2.2.2)$$

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \longrightarrow 2\, ^{4}_{2}He \, . \qquad (2.2.3)$$

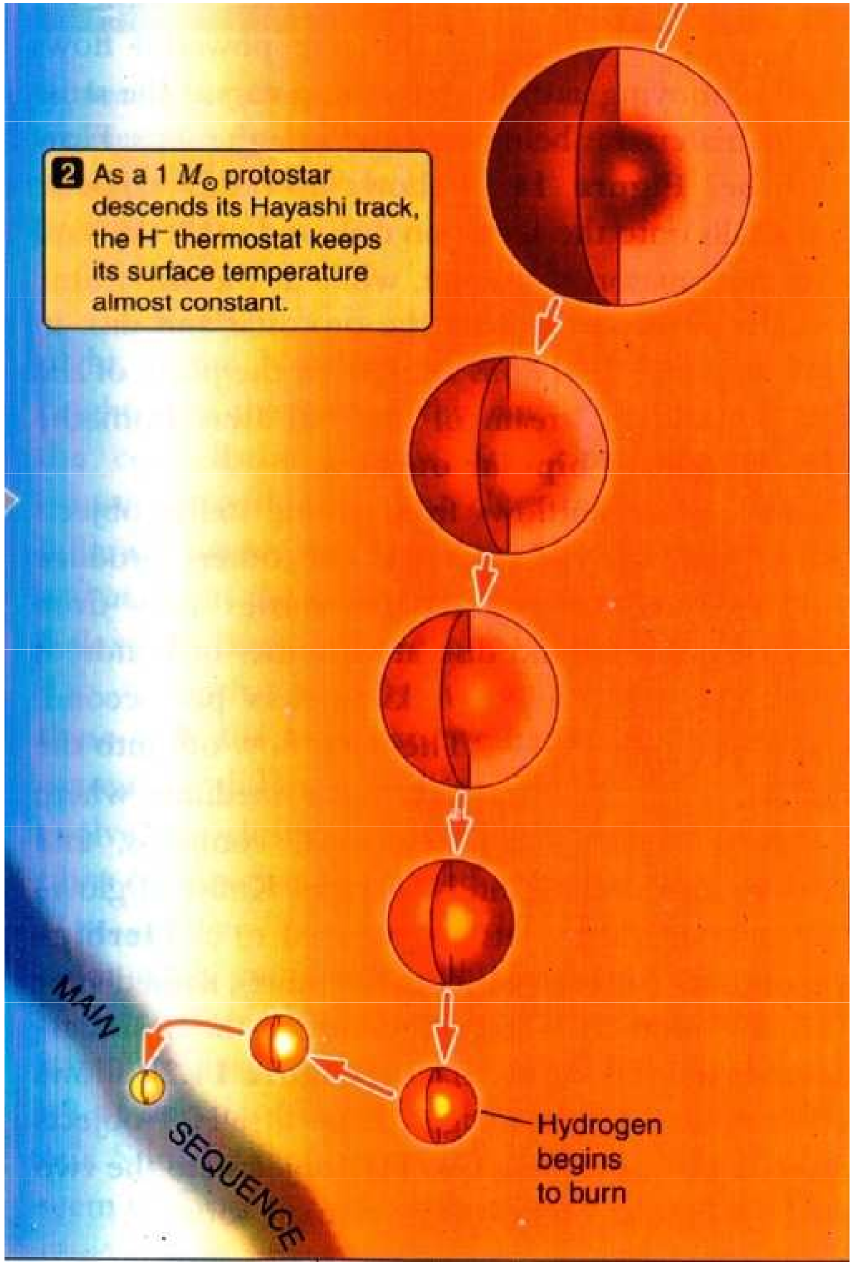
$$^{9}_{4}Be + ^{1}_{1}H \longrightarrow 2\, ^{4}_{2}He + ^{2}_{1}H \, , \qquad (2.2.4)$$

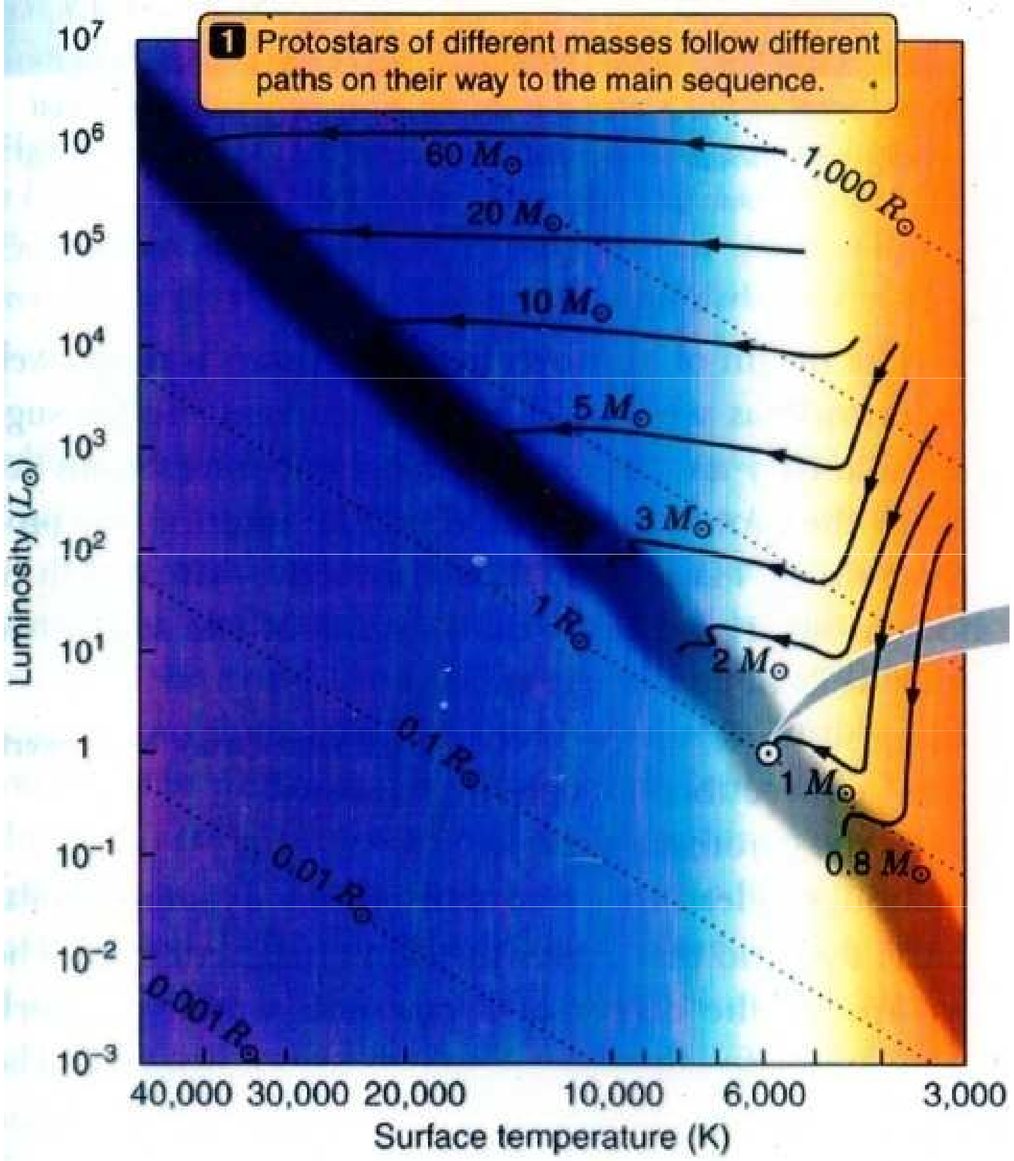
$$^{9}_{4}Be + ^{1}_{1}H \longrightarrow ^{6}_{3}Li + ^{4}_{2}He \, . \qquad (2.2.5)$$

$$^{11}_{5}B + ^{1}_{1}H \longrightarrow 3\, ^{4}_{2}He \, . \qquad (2.2.6)$$

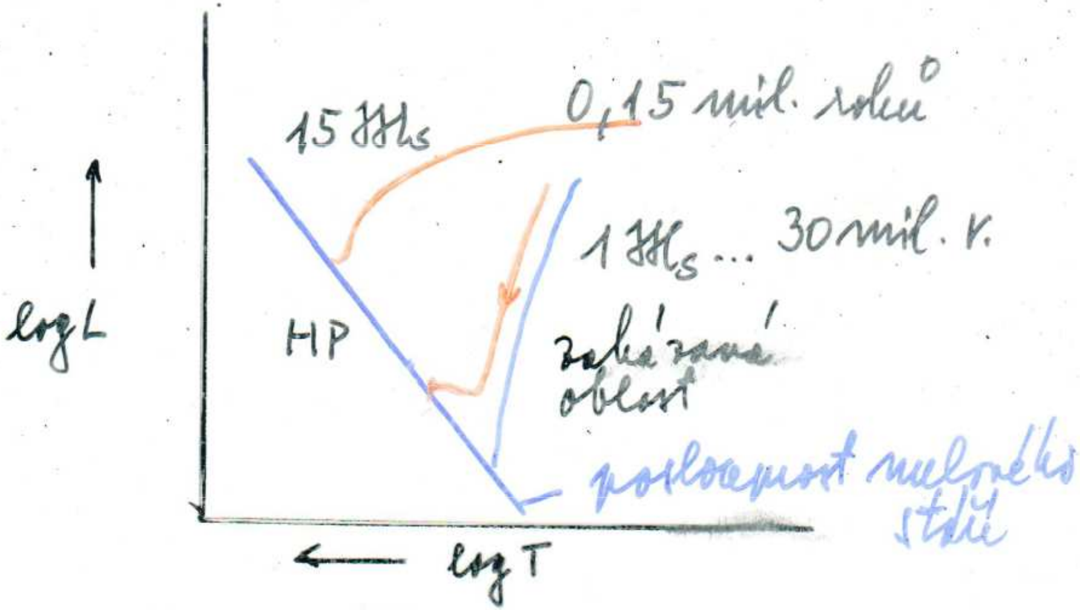
Tyto reakce mohou probíhat, protože coulombovský potenciálový val je relativně nízký a účinný průřez těchto reakcí je velký. Termonukleární reakce s deuteriem, lithiem, beryliem a bórem začínají probíhat jako první a jsou dostatečně intenzivní v prvním období vzniku hvězd, přesněji při přeměně protohvězdy ve hvězdu. Množství deuteria a lehkých prvků není velké a velmi rychle vyhoří, řádově za několik tisíc roků.

Vznik hvězd


2 As a 1 $M_\odot$ protostar descends its Hayashi track, the H⁻ thermostat keeps its surface temperature almost constant.
MAIN
SEQUENCE
Hydrogen begins to burn


1 Protostars of different masses follow different paths on their way to the main sequence.
Luminosity ($L_\odot$)
10^7
10^6
10^5
10^4
10^3
10^2
10^1
1
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
60 $M_\odot$
20 $M_\odot$
10 $M_\odot$
5 $M_\odot$
3 $M_\odot$
2 $M_\odot$
1 $M_\odot$
0.8 $M_\odot$
1,000 $R_\odot$
1 $R_\odot$
0.1 $R_\odot$
0.01 $R_\odot$
0.001 $R_\odot$
40,000
30,000
20,000
10,000
6,000
3,000
Surface temperature (K)

Vznik hvězd, kaskádní fragmentace mračna

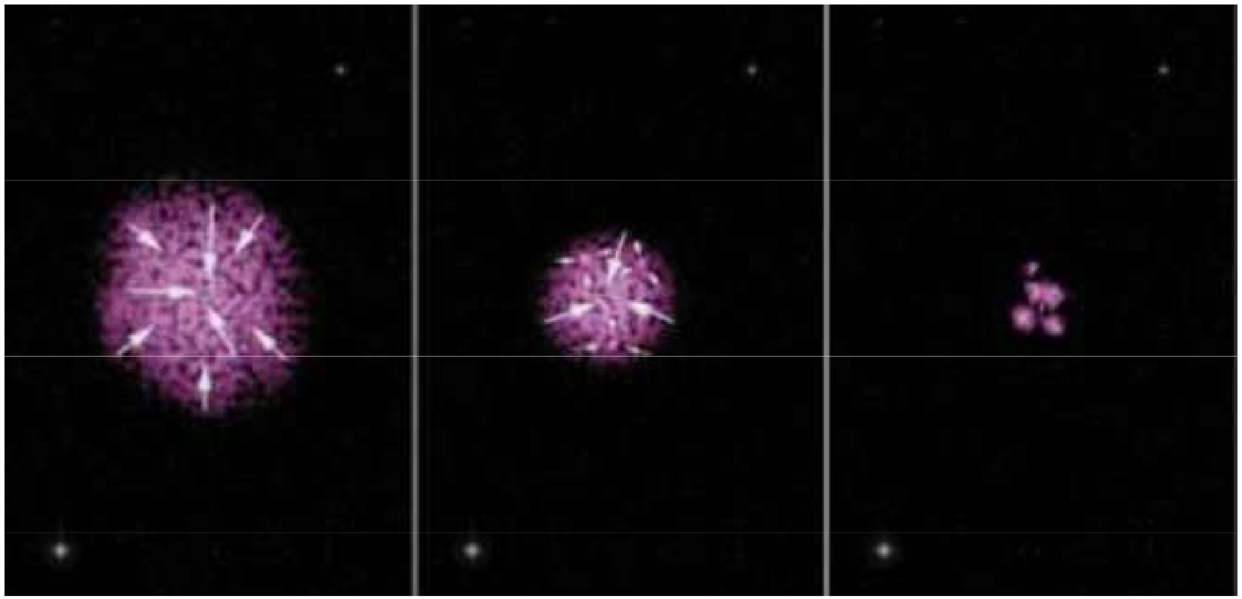


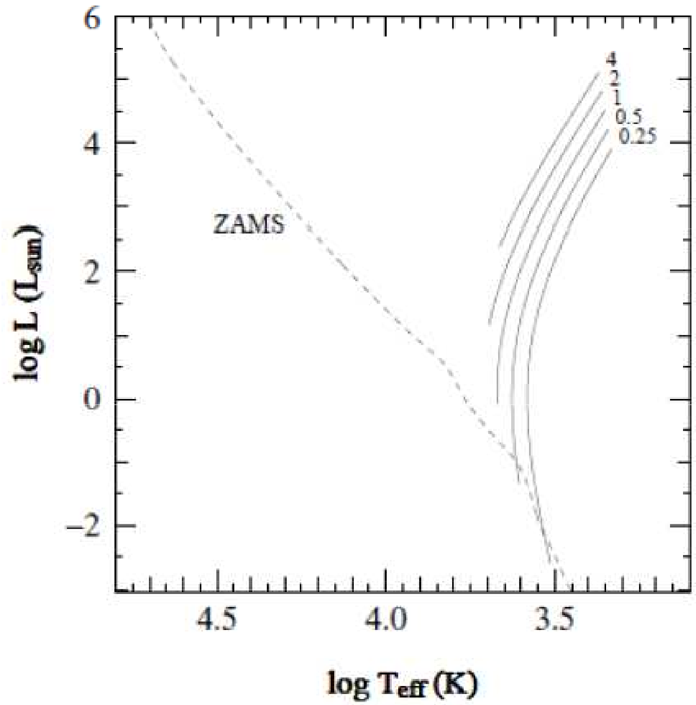
Hayashiho linie ; zakázaná oblast nezávislosti rovnovážného stavu hvězd

kvazistatický stav

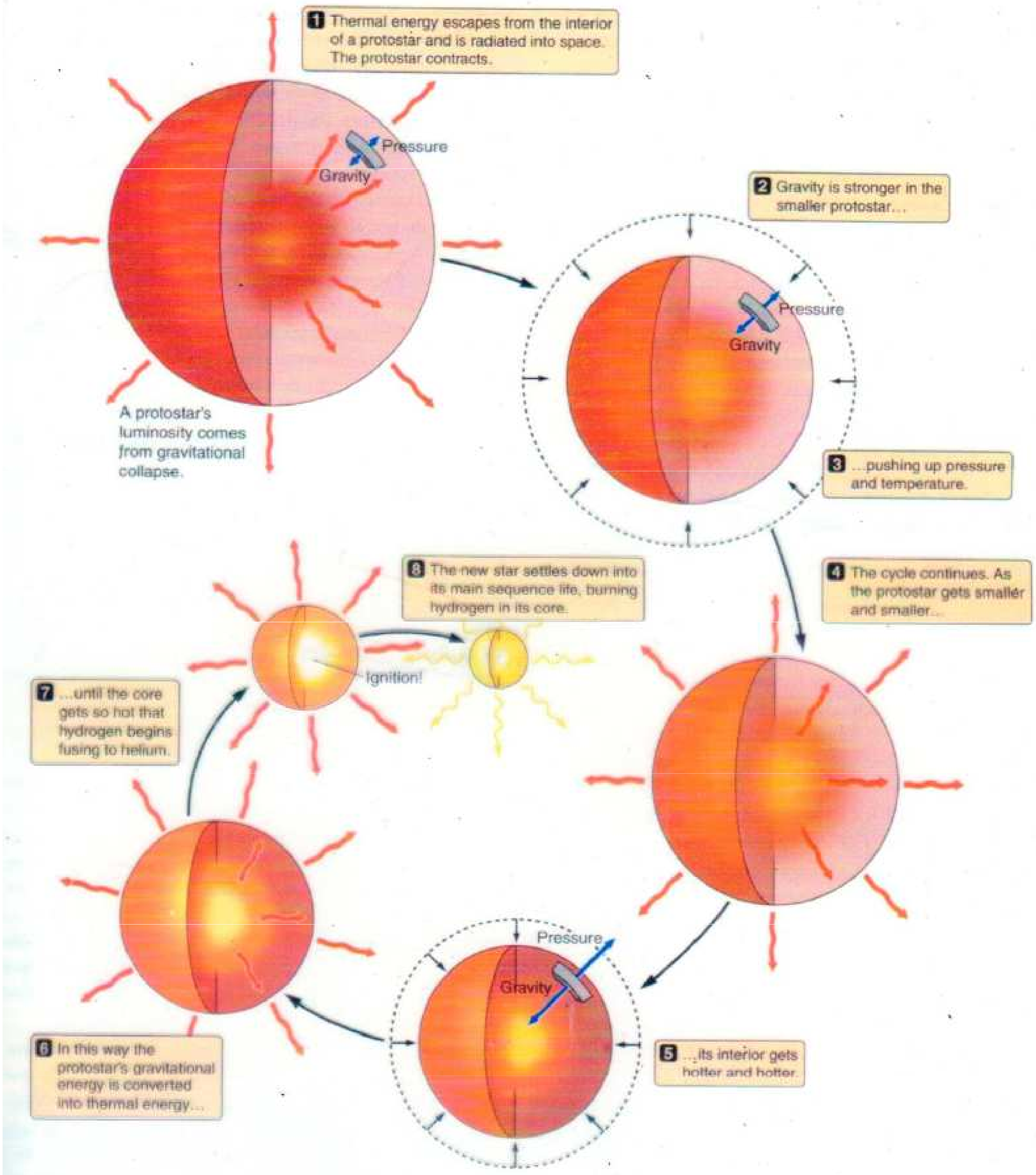
viriálová věta

$$2\langle W_K \rangle + \langle W_p \rangle = 0$$

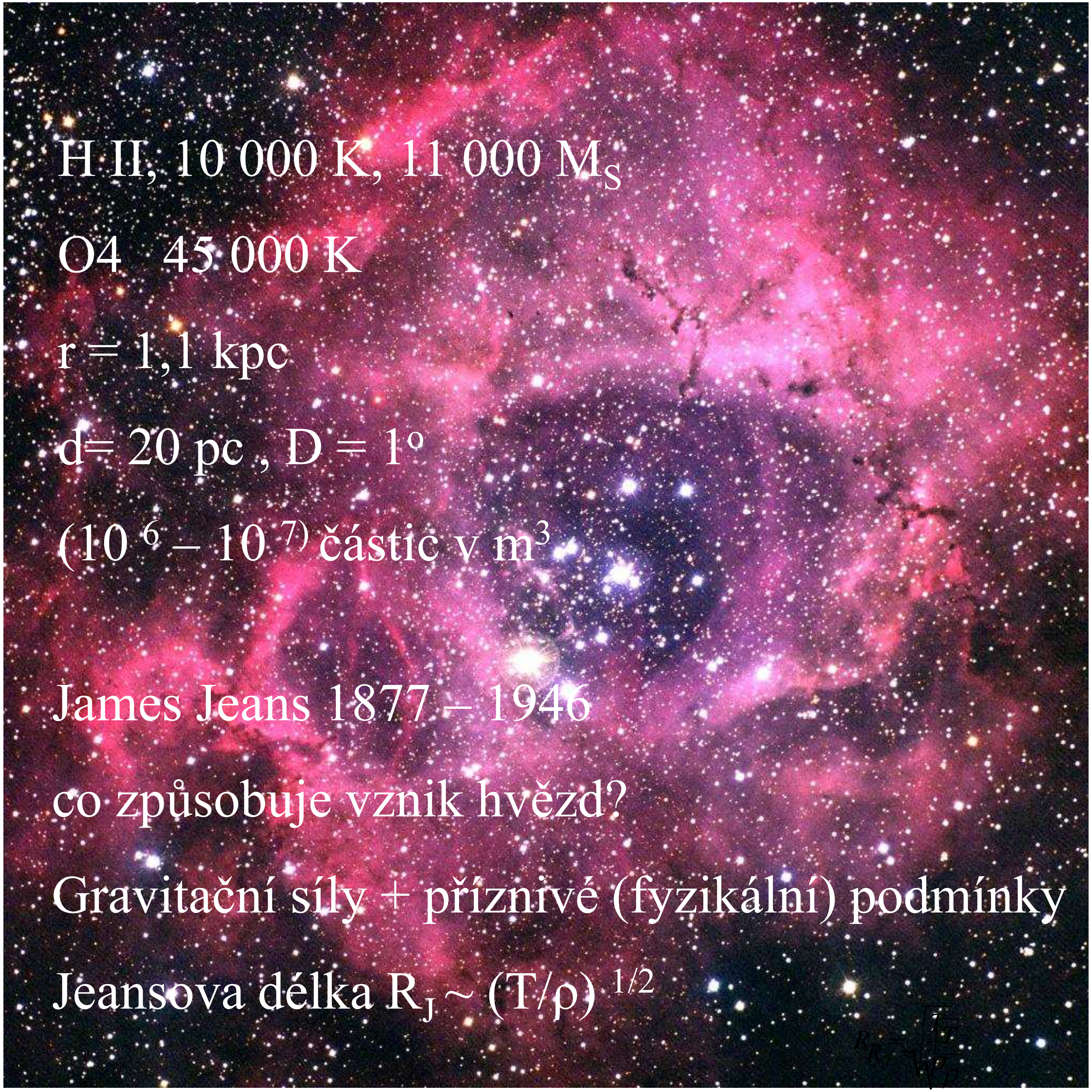




Vznik hvězd, příchod na HP



Vznik hvězd



H II, 10 000 K, 11 000 M_S

O4   45 000 K

r = 1,1 kpc

d= 20 pc , D = 1°

(10^{6} – 10^{7}) částic v m^3

James Jeans 1877 – 1946

co způsobuje vznik hvězd?

Gravitační síly + příznivé (fyzikální) podmínky

Jeansova délka $R_J \sim (T/\rho)^{1/2}$



$$M_J \sim (T^3/\rho)^{1/2}$$

Jeansovo kritérium

PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS.

I. *The Stability of a Spherical Nebula.*

By J. H. JEANS, *B.A., Fellow of Trinity College, and Isaac Newton Student in the University of Cambridge.*

Communicated by Professor G. H. DARWIN, *F.R.S.*

Received June 15,—Read June 20, 1901. Revised February 28, 1902.

INTRODUCTION.

§ 1. THE object of the present paper can be best explained by referring to a sentence which occurs in a paper by Professor G. H. DARWIN.* This is as follows:—

"The principal question involved in the nebular hypothesis seems to be the stability of a rotating mass of gas; but, unfortunately, this has remained up to now an untouched field of mathematical research. We can only judge of probable results from the investigations which have been made concerning the stability of a rotating mass of liquid."

In so far as the two cases are parallel, the argument by analogy will, of course, be valid enough, but the compressibility of a gas makes possible in the gaseous nebula a whole series of vibrations which have no counterpart in a liquid, and no inference as to the stability of these motions can be drawn from an examination of the behaviour of a liquid. Thus, although there will be unstable vibrations in a rotating mass of gas similar to those which are known to exist in a rotating liquid, it does not at all follow that a rotating gas will become unstable, in the first place, through vibrations which have a counterpart in a rotating liquid: it is at any rate conceivable that the vibrations through which the gas first becomes unstable are vibrations in which the compressibility of the gas plays so prominent a part, that no vibration of the kind can occur in a liquid. If this is so, the conditions of the formation of planetary systems will be widely different in the two cases.

Jeansovo kritérium

Pro jednoduchost vyšetřujme stabilitu stejnorodého kulového oblaku o hmotnosti M, poloměru R, teplotě T.

$$E_p \sim -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}, \qquad U \sim \frac{3}{2}NkT, \quad N = \frac{M}{\mu m_H}.$$

kde N je počet částic v oblaku.

V. V. $2\,U < |E_P|$,

pro gravitační smršťování musí platit

$$\frac{3MkT}{\mu m_H} < \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \qquad M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho, \qquad M > M_J,$$

$$M_J = \sqrt{\frac{3}{4\pi\rho}\left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^3}\,.$$

Oblak, má-li se gravitačně zhroutit, musí mít hmotnost větší než je Jeansova kritická hmotnost, která, jak vidíme závisí především na teplotě ($\sim T^{3/2}$), méně pak i na hustotě $\rho^{-1/2}$.

Z toho ovšem plyne, že hvězdy mohou vznikat jen v těch nejhustějších a nejchladnějších oblastech molekulových mračen. Tyto podmínky jsou nejčastěji splněny v centrech mračen,

Vznik hvězd, Jeansovo kritérium

nastartování procesu smršťování nastane

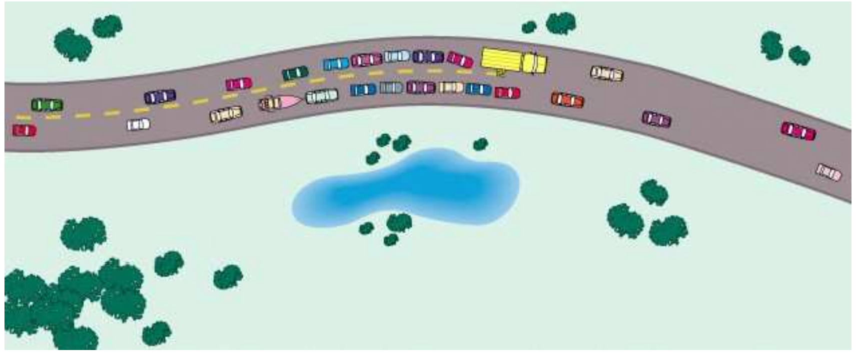
a) Molekulové mračno se setkává s expandující oblastí horkého ionizovaného vodíku

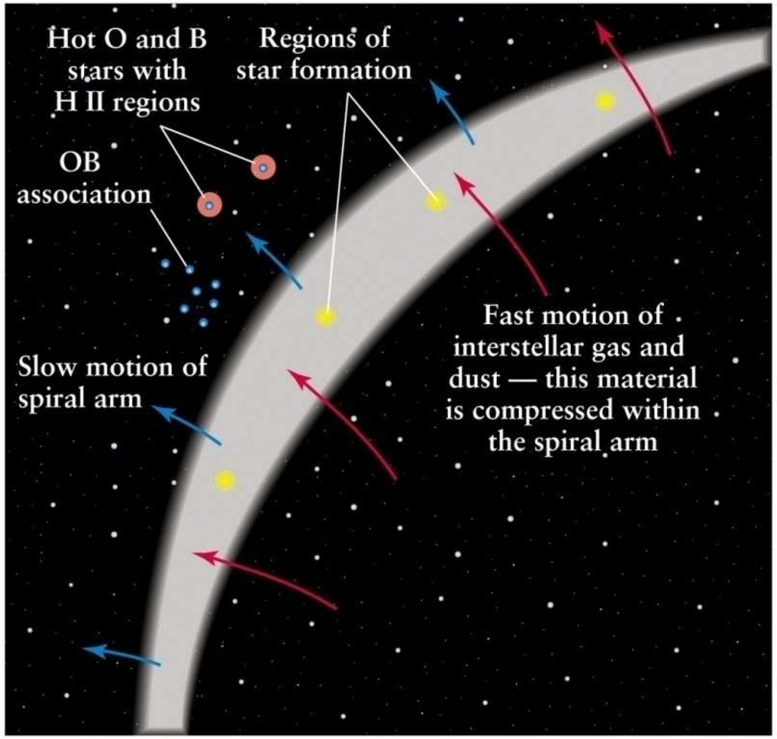
b) Exploze blízké supernovy – rázová vlna

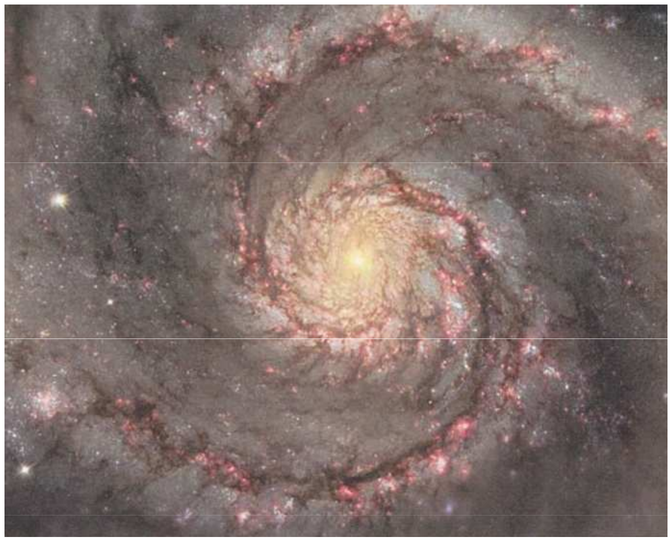
c) Průchod mračna hustotní vlnou ve spirální struktuře galaxie

d) Nepružná srážka galaxií

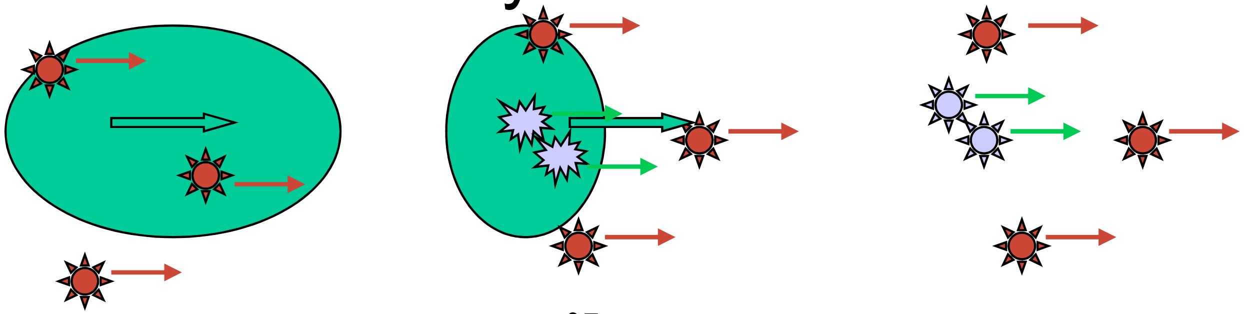
Vznik spirální struktury u galaxií, spirální hustotní vlny - vznik hvězd







Gas compression in density wave



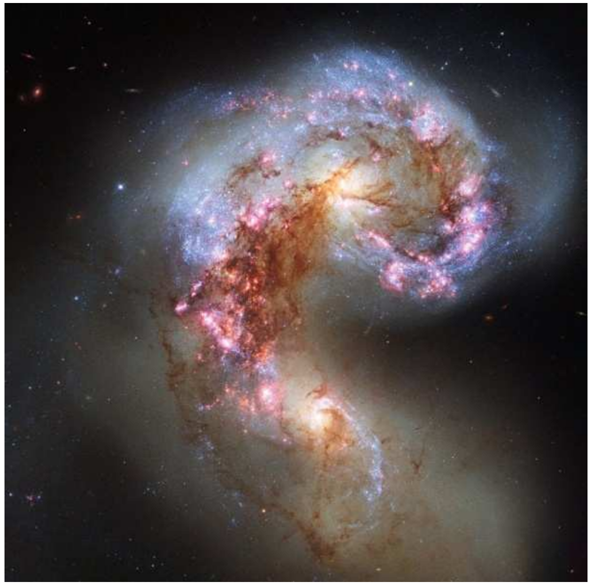
malá hustota plynu

vznik nových hvězd

nové hvězdy se starými

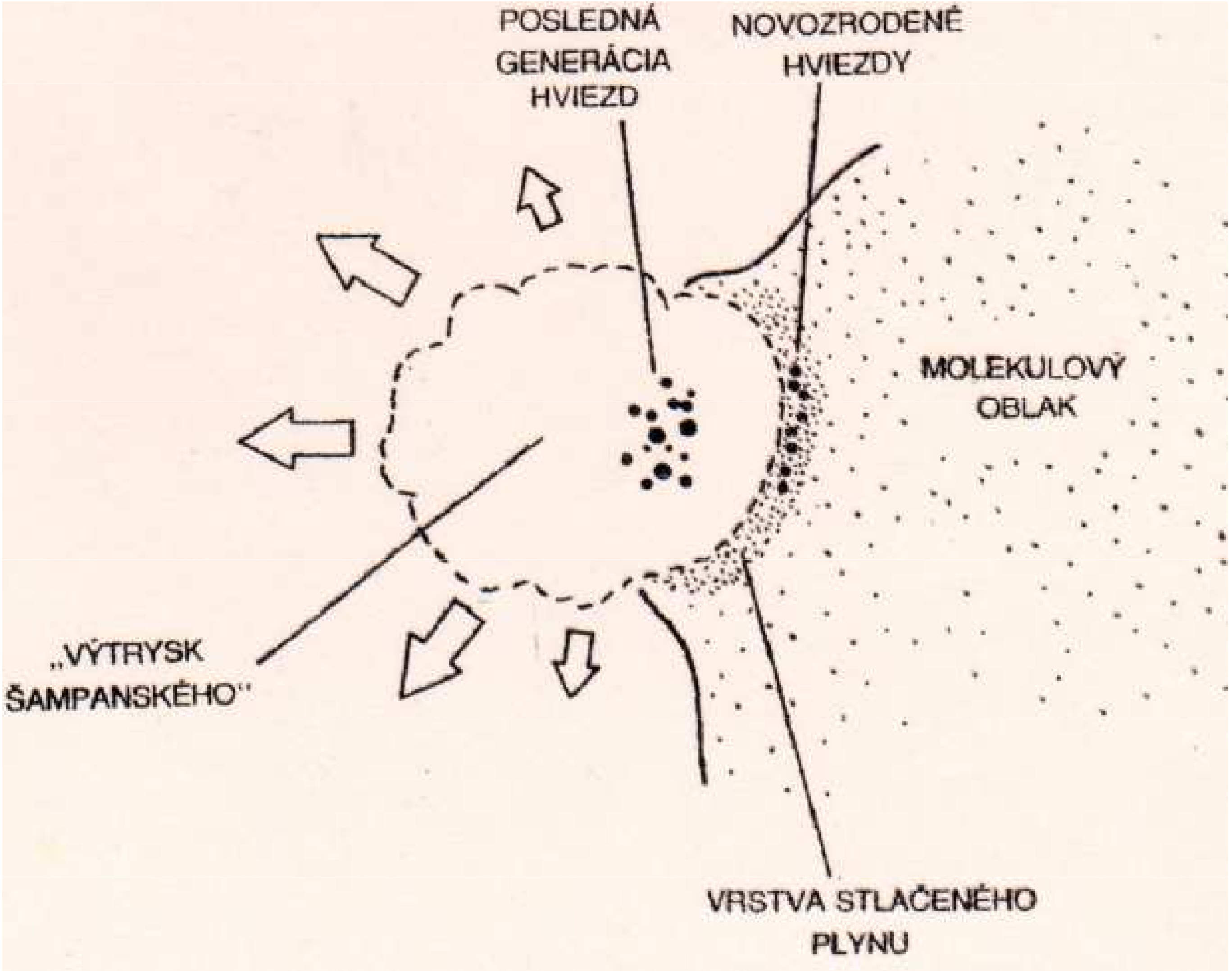
Srážky galaxií







Molekulové mračno



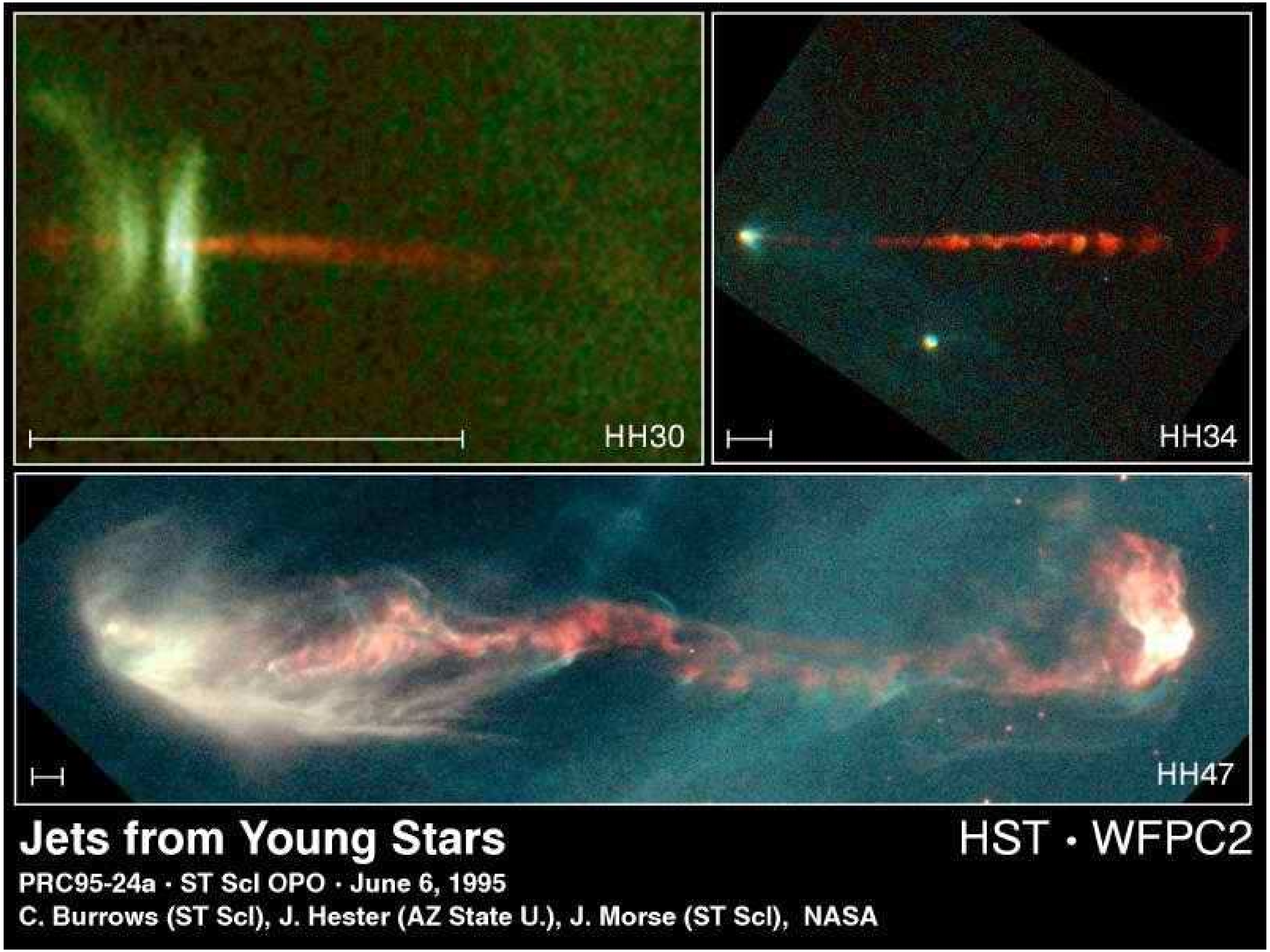


Astrofyzika II. cvičení

Vznik hvězd, Pogsonova rovnice

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Jety u mladých hvězd



Astrofyzikální jety mladých hvězd

typické hodnoty:

• l - (0,01 → 1) pc, v – (100 → 400) $km.s^{-1}$,
dM/dt - (10^{-9} → 10^{-6}) M_S

• jaké síly akcelerují a kolimují svazek, jak se jet šíří?

• jaké jsou zákony šíření jetů v mezihvězdném prostředí?

Význam HST - snímky s velkým rozlišením:
vlastní pohyb uzlů ze snímků pořízených za několik roků dříve až desítky roků, což byl čas srovnatelný s ochlazení oblasti po průchodu rázové vlny

Výzkum superjetu HH 34 – kinematika

George Howard Herbig 1920, Guillermo Haro 1913 - 1988

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 468:L103–L106, 1996 September 10

HUBBLE SPACE TELESCOPE OBSERVATIONS OF JETS FROM YOUNG STARS

THOMAS P. RAY
School of Cosmic Physics, Dublin Institute for Advanced Studies, 5 Merrion Square, Dublin 2, Ireland

REINHARD MUNDT
Max-Planck-Institut für Astronomie, 69117 Heidelberg, Germany

JOHN E. DYSON
Department of Physics and Astronomy, University of Leeds, Leeds LS2 9JT, England

SAM A. E. G. FALLE
Department of Applied Mathematical Studies, University of Leeds, Leeds LS2 9JT, England

AND

ALEJANDRO C. RAGA
Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autonoma de México, Apartado Postal 70-264, México, DF 04510
Received 1996 April 30; accepted 1996 June 21

ABSTRACT

We report on *Hubble Space Telescope* (*HST*) emission line ([S II]λλ6716,6731, Hα, and [O I]λ6300) and nearby continuum imaging of the HL Tau and HH 30 jets from our own *HST* program as well as a study of *HST* Archive [S II]λλ6716,6731 images of the HH 1 and HH 34 jets. It is found in all cases that these jets are well resolved in the lateral direction (with FWHM diameters ≳0″.2) as far as we can follow them to their source which, in the case of HH 30, is as close as 0″.25 (35 AU). Assuming the jet has essentially zero angular width at its origin, one can deduce a *lower bound* for the initial opening angle, and the values obtained are very large indeed (e.g., ≳60° for the HH 30 jet and counterjet). Our data are shown to support models in which the jet is initially poorly focused before being asymptotically collimated into a "column" with a diameter of order a few tens of AU. As regards the origin of the knots seen in these jets, it is found that many of the knots in the HH 1 and HH 34 jets resemble internal bow shocks, at least far away from their driving source (≳5″ and 10″ in the case of HH 1 and HH 34 jets, respectively). This is consistent with models in which the knots are attributed to "internal working surfaces" caused by temporal variations in the outflow from the source. It is found in the case of the HH 30 jet, however, that its knots, at least close to the source, might have another origin.

Subject headings: ISM: jets and outflows — stars: formation — stars: mass loss

Vývoj superjetu HH 34 - kinematika

A&A 395, 647–656 (2002)
DOI: 10.1051/0004-6361:20021180

Astronomy & Astrophysi

The time-dependent ejection velocity histories of HH 34 and HH 111

A. C. Raga[1], P. F. Velázquez[1], J. Cantó[2], and E. Masciadri[2]

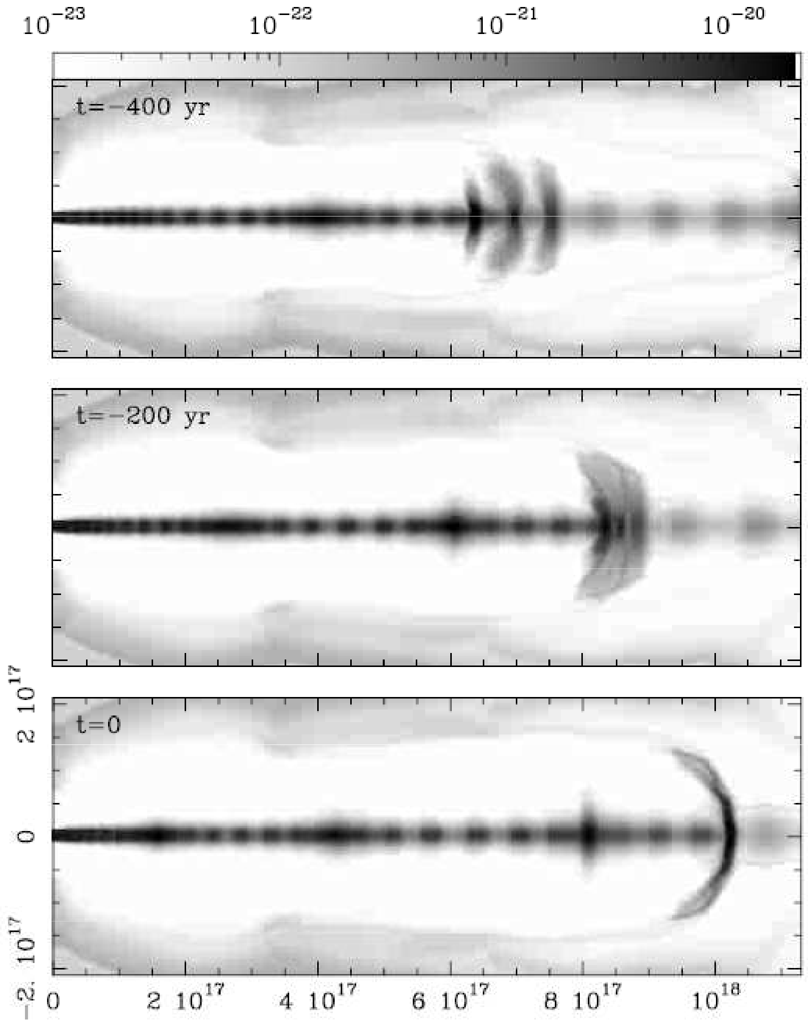
[1] Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM, Ap. 70-543, 04510 D.F., México
e-mail: pablo@nuclecu.unam.mx
[2] Instituto de Astronomía, UNAM, Ap. 70-264, 04510 D.F., México
e-mail: elena@astroscu.unam.mx

Received 24 May 2002 / Accepted 31 July 2002

Abstract. The southern lobe of HH 34 and the western lobe of HH 111 show remarkable similarities. Both objects have a chain of well aligned knots, ending in well defined bow shocks (HH 34S and HH 111V, respectively). In this paper, we derive the past ejection velocity histories from previously published radial velocity measurements of the HH 34 and HH 111 jets. This is done under the assumption that the flows are ballistic. From these reconstructed ejection velocity variabilities, we compute axisymmetric gasdynamic simulations of the two flows, and find that we do obtain large working surfaces at the positions of the HH 34S and HH 111V bow shocks for the time at which these objects are being observed. This appears to be quite definite proof that these bow shocks are indeed the result of an ejection velocity time-variability. Also, there is the observational fact that the HH 34S bow shock is huge, being wider than HH 111V by a factor of ~3. We find that we can reproduce this difference in size by choosing an appropriate value for the density of the ambient medium. Finally, from our small sample of two reconstructed ejection velocity variability histories, we attempt to make some statements about the general nature of these variabilites, and their implications on the possible ejection/collimation mechanisms.

Key words. ISM: Herbig-Haro objects – ISM: jets and outflows – ISM: kinematics and dynamics – ISM: individual objects: HH 34, HH 111 – shock waves

Vývoj superjetu HH 34



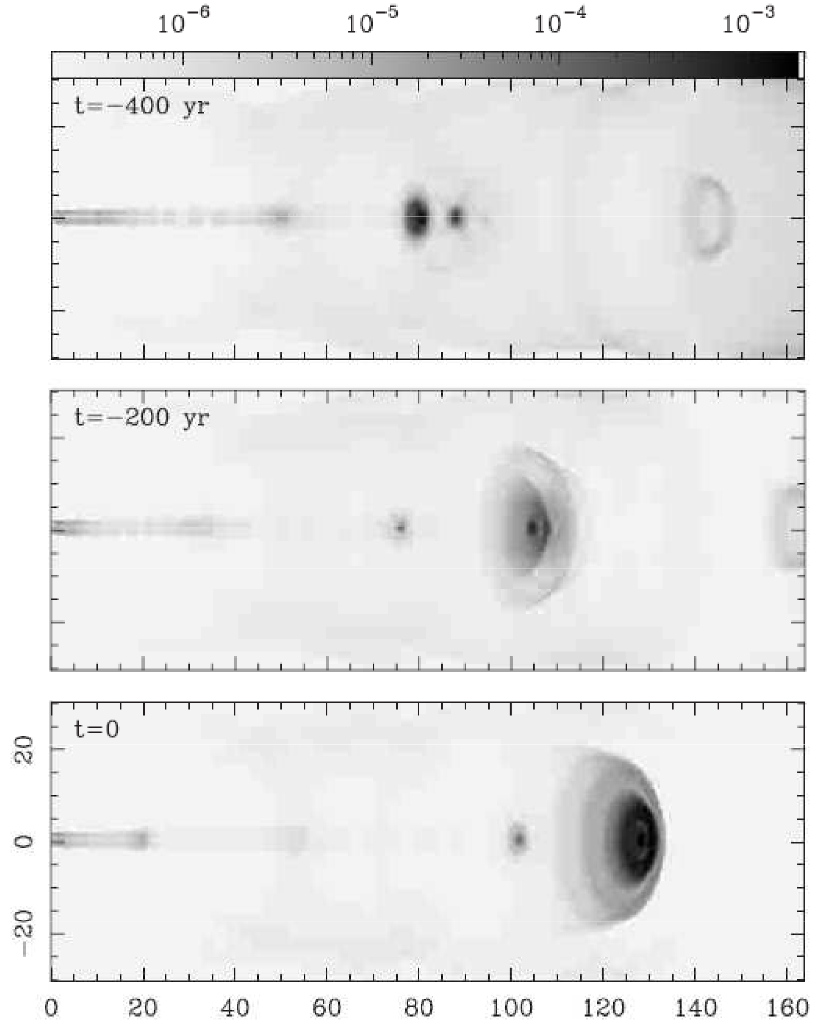


Fig. 3. Time sequence of the density stratifications obtained from the HH 34 model. The simulation is started at $t = -3000$ yr, and $t = 0$ corresponds to the time at which HH 34 is being observed. The densities are depicted with a logarithmic greyscale, with the values given (in g cm^{-3}) by the bar on the top of the figure. The z (horizontal) and r (vertical) axes are labeled in cm. The computational domain extends out to $z = 1.68 \times 10^{18}$ cm.

Fig. 4. Time sequence of the Hα maps predicted from the HH 34 model. The simulation is started at $t = -3000$ yr, and $t = 0$ corresponds to the time at which HH 34 is being observed. The maps have been computed assuming a $\phi = 30°$ angle between the outflow axis and the plane of the sky. The Hα intensities are depicted with a logarithmic greyscale, with the values given (in erg s^{-1} cm^{-2} $sterad^{-1}$) by the bar on the top of the figure. The x (horizontal) and y (vertical) plane of the sky coordinates are labeled in arcsec (computed as offsets from the position of the source assuming a distance of 460 pc to the object).

Vývoj jetu HH 34 v = f (r)

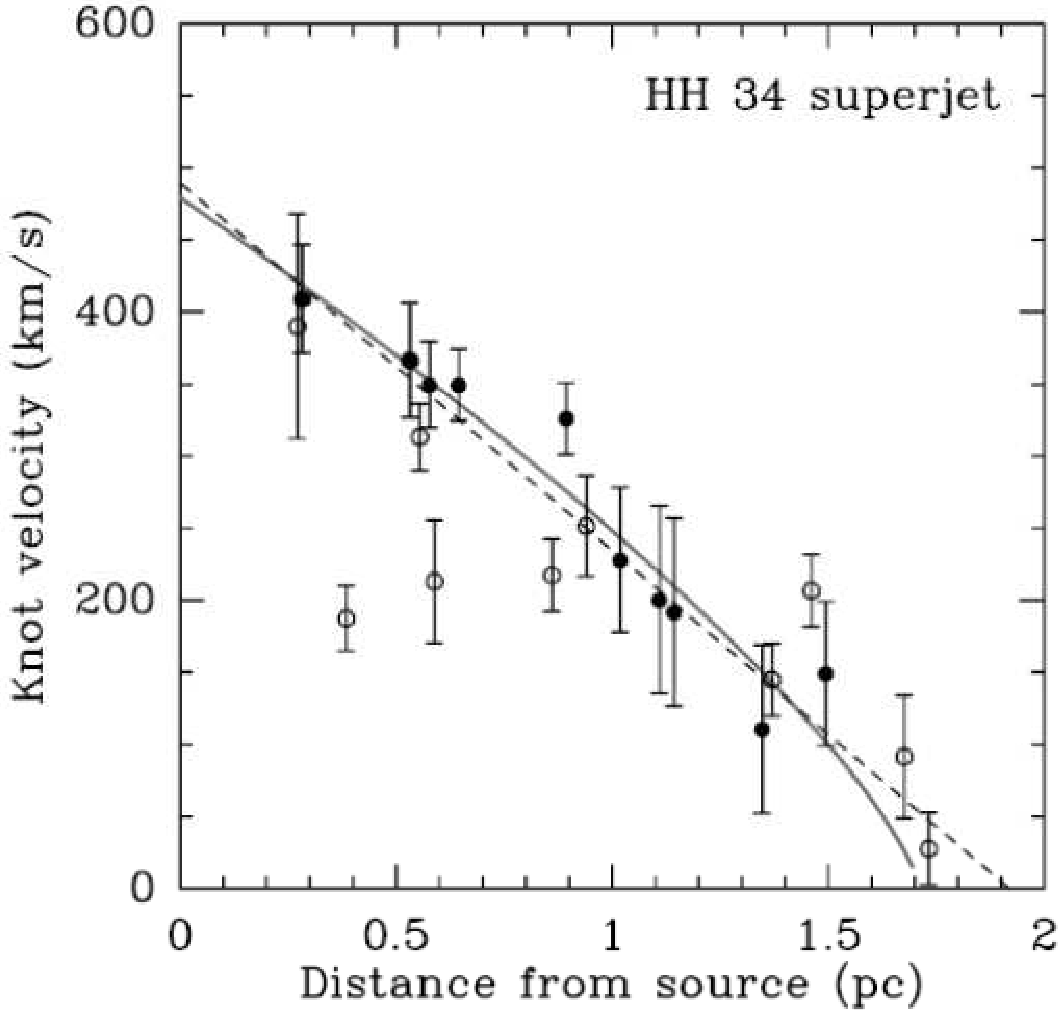


Fig. 1. Spatial velocity vs. distance for the North (filled circles) and South (open circles) knots of the HH 34 superjet system. The radial velocities and positions measured by Devine et al. (1997) have been deprojected assuming a constant angle $\phi = 28°$ to the plane of the sky. The "errorbars" denote the velocity width in each knot. The dashed line shows a linear fit to the data (see Sect. 2.1). The grey curve shows the predicted behaviour for constant mass clumps decelerated by the ambient medium (see Sect. 3).

Studium superjetu HH 34

erg cm^{-2} s^{-1} $Å^{-1}$pixel^{-1}

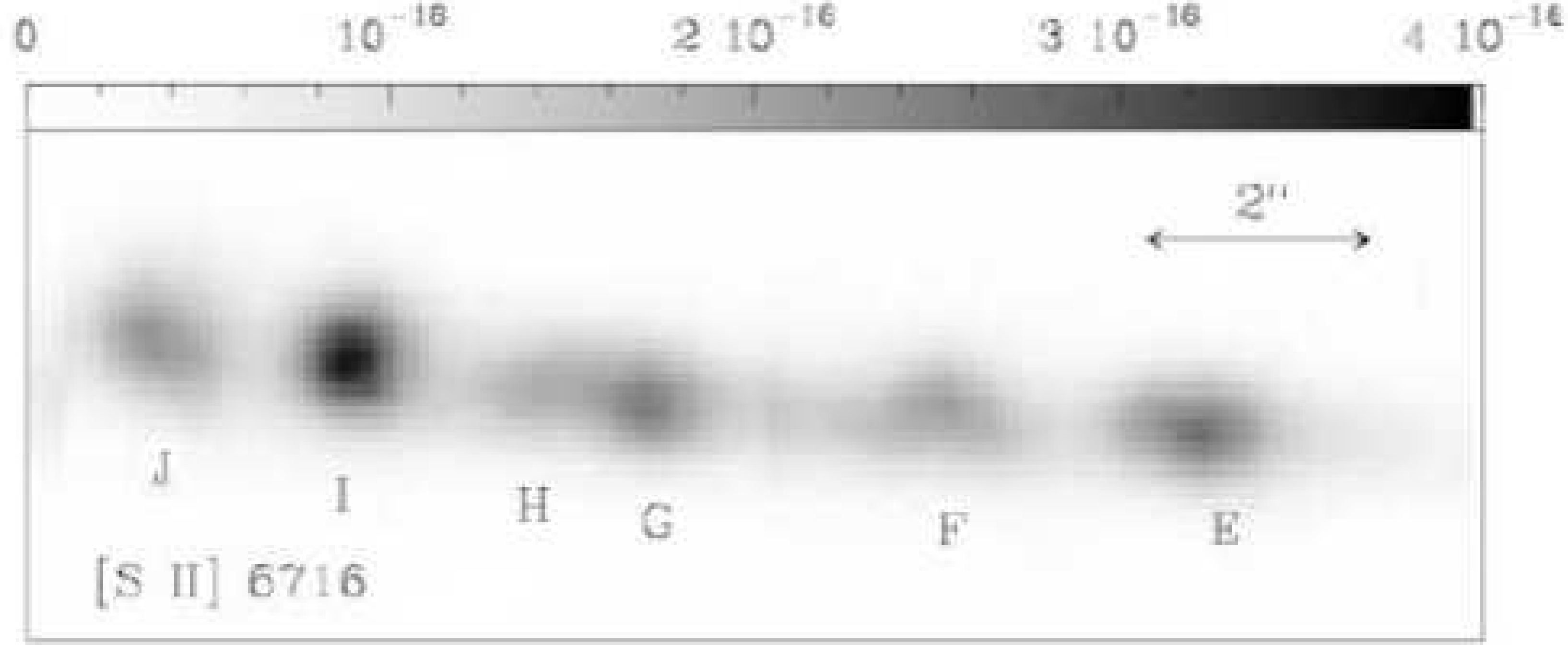


FIG. 2.—[S II] λ6716 intensity map of the collimated jet of HH 34 con-

Studium superjetu HH 34

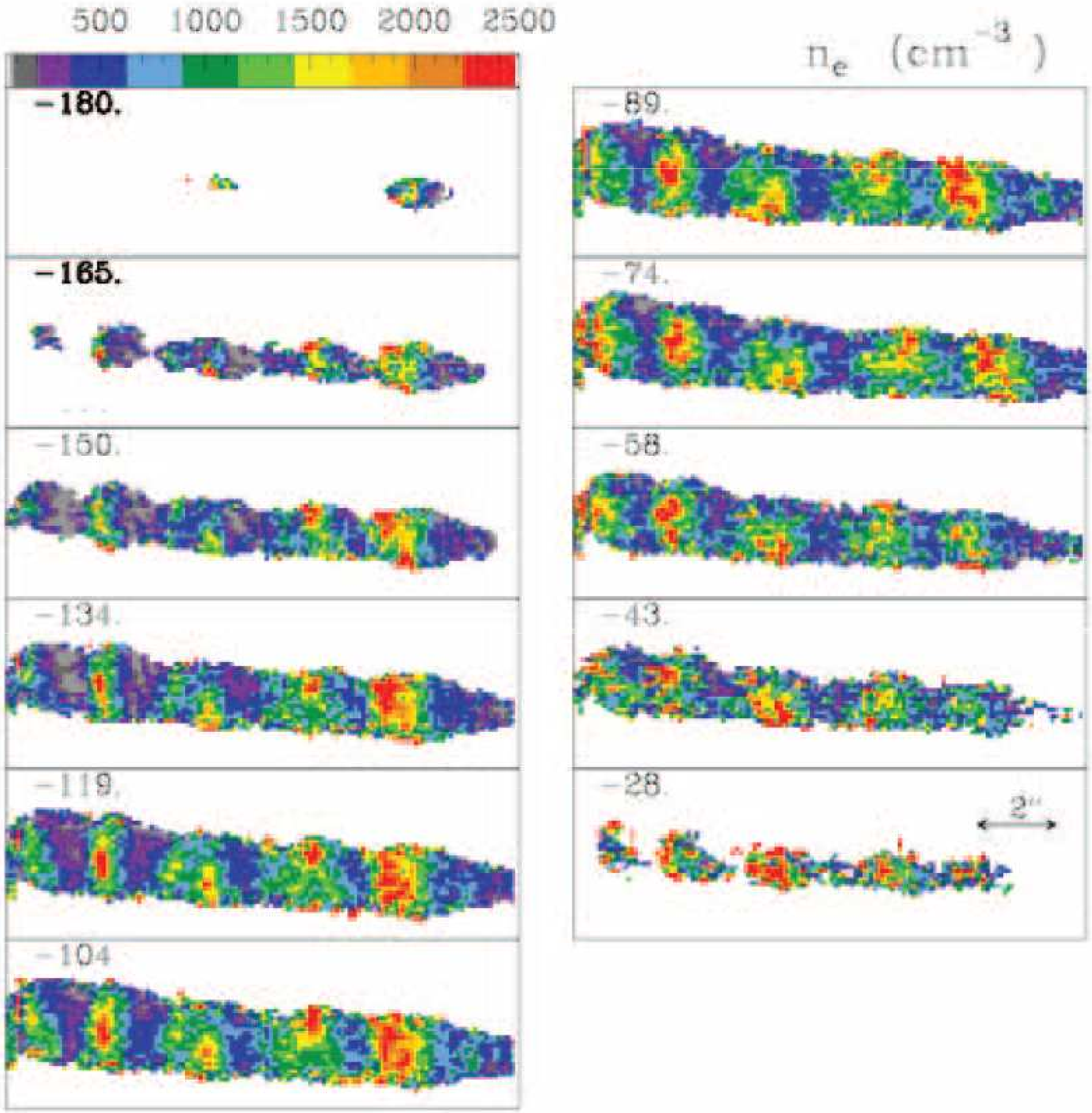
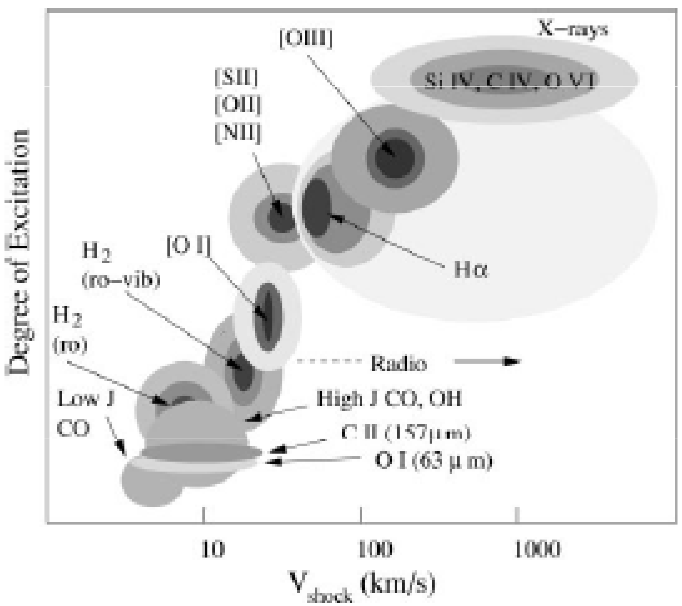


FIG. 9.—Electron density (n_e) map derived from the [S II] λ6716/λ6731 ratio maps at the heliocentric radial velocity shown in each panel. The scale in cubic centimeters is shown by the bar.

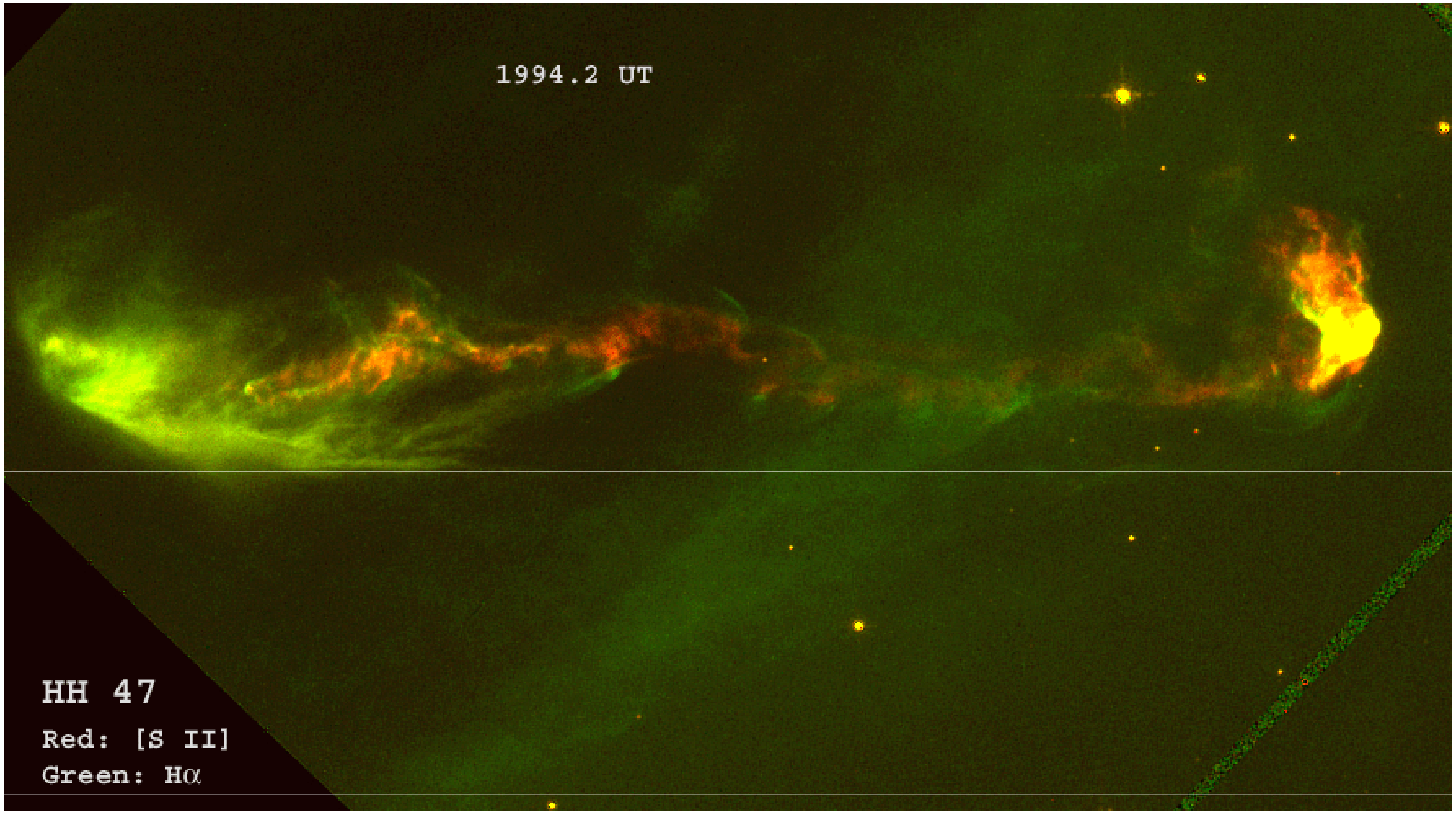
Studium superjetu HH 34

při vzdálenosti 460 pc:

délka jetu l = 1,5 pc …4,6.10^{16} m
počáteční průměr jetu d = 9,7.10^{-4} pc …6.10^{13} m
poměr l/d = 773



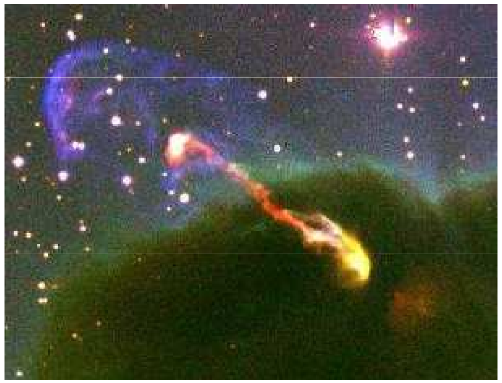
Snímek jetu HH 47



modrá barva O III

zelená barva Hα

červená barva S II



Pogsonova rovnice

1. Určete poměr hustot zářivých toků Vega a Polárky, jestliže pozorovaná bolometrická hvězdná velikost první hvězdy je m_{bV} = 0,03 mag, druhé m_{bP} = 2,02 mag.

2. V jakém poměru jsou jasnosti Capelly a Deneba, jestliže pozorované hvězdné velikosti hvězd jsou m_C = 0,08 mag, druhé m_D = 1,25 mag.

3. Jedněm z největších dalekohledů na Zemi - Keckovým dalekohledům o průměrech zrcadel 10,4 m jsou dostupné hvězdy asi 28 mag. Kolikrát jsou slabší, než hvězdy rozlišitelné lidským okem?

4. Jaká je pozorovaná hvězdná velikost dvojhvězdy, jejíž složky okem nerozlišitelné, mají hvězdné velikosti m_1 = 2,00 mag a m_2 =3,00 mag.

5. Jaká je pozorovaná hvězdná velikost dvojhvězdy, jejíž složky okem nerozlišitelné, mají hvězdné velikosti m_1 = 11,40 mag a m_2 =11,70 mag.

6. Dvě srážející se galaxie se vyznačují obě pozorovanou hvězdnou velikostí 12,00 mag. Jaká je jejich výsledná hvězdná velikost m_c?

7. Vzdálená galaxie se vyznačuje pozorovanou hvězdnou velikostí 20,30 mag. Exploze supernovy v ní zvýší její jasnost na 20,00mag. Určete hvězdnou velikost samotné supernovy.

Pogsonova rovnice

8. Nalezněte zářivý výkon jednotlivých složek dvojhvězdy a celkový zářivý výkon (v jednotkách zářivého výkonu Slunce), jestliže složky mají pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikost m_1 = 1,99 mag a m_2 = 2,85 mag, paralaxa π = 0,072 “.

9. Stanovte pozorovanou hvězdnou velikost složek trojhvězdy, jejíž celková pozorovaná bolometrická hvězdná velikost je m_c = 3,70 mag, poměr hustot zářivých toků druhé a třetí složky je 2,8 a rozdíl pozorovaných bolometrických hvězdných velikostí třetí a první složky činí $m_3 - m_1$ = 3,32 mag.

10. Rozdíl absolutních bolometrických hvězdných velikostí dvou hvězd o stejných efektivních povrchových teplotách činí 6,4 mag. Určete poměr poloměrů obou hvězd.

11. O kolik stupňů se zvýší efektivní povrchová teplota hvězdy s původní teplotou 10 000 K, jestliže se pozorovaná hvězdná velikost sníží o 0,1 mag. Předpokládáme zachování stejného poloměru.

12. Určete zářivý výkon Síria, jestliže znáte pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikost – 1,60 mag a jeho vzdálenost od Země 8,6 l.y.

$\frac{L_1}{L_2} = 2{,}512^{(M_2-M_1)}$ $\qquad$ $\frac{L}{L_S} = 2{,}512^{(4{,}75-M)}$

13. Při pozorování cefeidy v galaxii M 31 byla zjištěna perioda pulsace 3 dny a pozorovaná hvězdná velikost m = 21,6 mag, absolutní hvězdná velikost M = - 2,88 mag. Mezi periodou pulsace a absolutní hvězdnou velikostí platí vztah log P + 0,394 M = - 0,657. Stanovte vzdálenost galaxie M 31.

Pogsonova rovnice

15. Vypočtěte pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikost složek trojhvězdy, jestliže celková bolometrická hvězdná velikost je $m_c = 3{,}70$ mag, poměr hustot zářivých toků druhé a třetí složky je 2,8 a rozdíl pozorovaných bolometrických hvězdných velikostí třetí a první složky je $m_3 - m_1 = 3{,}32$ mag.

16. Pozorovaná bolometrická hvězdná velikost první hvězdy je $m_1 = 0{,}14$ mag, a roční paralaxu π" = 0,123", druhá hvězda má pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikost $m_2 = 3{,}07$ mag a roční paralaxu π" = 0,003". Nalezněte poměr hustot zářivých toků a zářivých výkonů obou hvězd.

Pogsonova rovnice

$$\log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \log 2,512^{(m_2 - m_1)}$$

$$\log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = (m_2 - m_1)\, 0,4$$

$$2,5 \log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = (m_2 - m_1)$$

hustota světelného toku…lumen/m^2

hustota zářivého toku…W/m^2

pozorovaná hvězdná velikost m závisí na vzdálenosti kosmického tělesa (např. hvězdy), proto pro srovnání byla zavedena ***absolutní hvězdná velikost M.*** Taková hvězdná velikost, kterou by kosmické těleso mělo, jestliže ho umístíme do vzdálenosti 10 pc.

Astronomické a fyzikální fotometrické veličiny

bolometrické vyjádření Pogsonovy rovnice

hvězdné velikosti bolometrické, vztahují se na celkovou energii v celému rozsahu spektra

$m_B - m_A = 2{,}5 \log \frac{\varphi_A}{\varphi_B}$

platí $m_A = 0$, jestliže $\varphi_A = 2{,}48 \,.\, 10^{-8} \; W.m^{-2}$

dosazení $m_B = -2{,}5 \log \varphi_B - 19{,}04$

jinak napsáno $\boldsymbol{m_{bol} = -2,5 \log \frac{\varphi}{\varphi_0} - 19,04}$,

úpravou obdržíme $\log \frac{\varphi}{\varphi_0} = 0{,}4 \; (m_0 - m)$ při $m_0 = 0,\; \varphi_0 = 1$

$\log \varphi = -0{,}4\, m$, $\boldsymbol{m = -2{,}5 \log \varphi}$

Určování zářivého výkonu hvězd

$$\Phi = \frac{L}{4\pi r^2}\ S$$

vycházíme z Pogsonovy rovnice $\frac{L_1}{L_2} = 2{,}512^{(M_2 - M_1)}$ M absolutní bolometrické hvězdné velikosti v mag

$$\frac{L}{L_S} = 2{,}512^{\,(M_S - M)}$$

zářivý výkon Slunce zvolíme za jednotkový $L_S = 1$, $M_{Sbol} = 4{,}75$ mag

$$L* = 2{,}512^{(M_S - M)} \qquad \log L* = 0{,}4\,(4{,}75 - M)$$

při znalosti absolutní bolometrické hvězdné velikosti lze určovat zářivý výkon

Stanovte zářivý výkon Siria A, jestliže jeho $M_{bol} = -1{,}6\ mag$ a vzdálenost činí 8,6 ly.

Určování zářivého výkonu Siria A

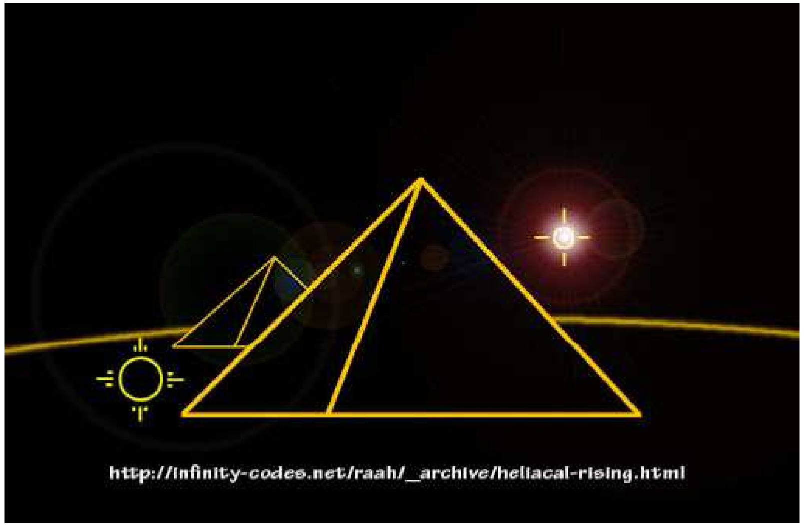
Určete zářivý výkon Síria A, jestliže M_{bol} = - 1,6 mag, vzdálenost činí 8,6 ly.

Řešení: 8,6 ly = 2,64 pc ,

$M = m + 5 - 5 \log r = 1{,}29\ mag$

$\log L = 0{,}4\ (4{,}75 - 1.29) = 24\ L_S$

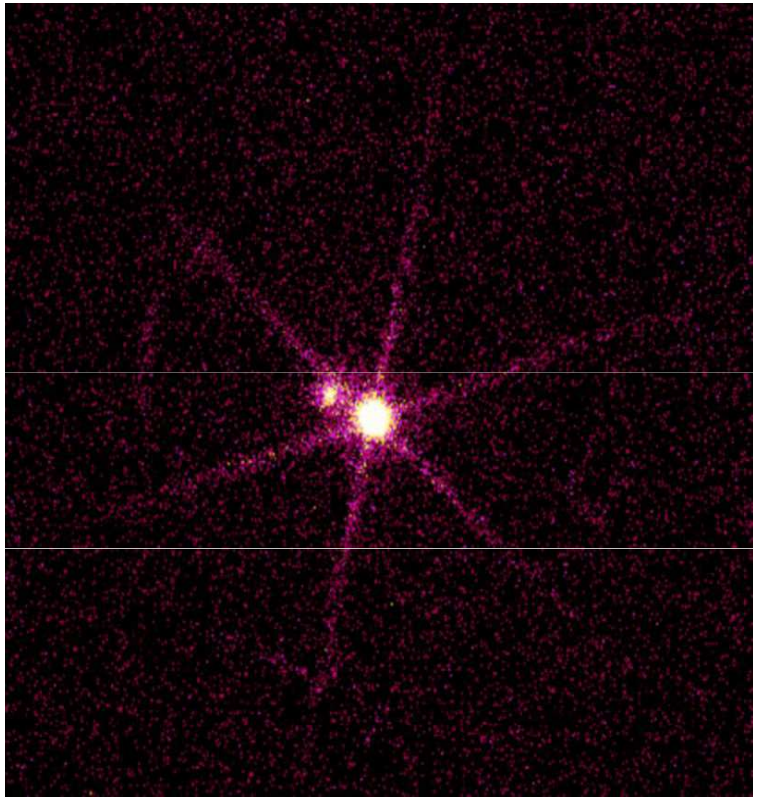
význam Siria – Soltise v Egyptě, heliakický východ určoval příchod záplav na Nilu





Sirius A i B v optickém a rentgenovém oboru





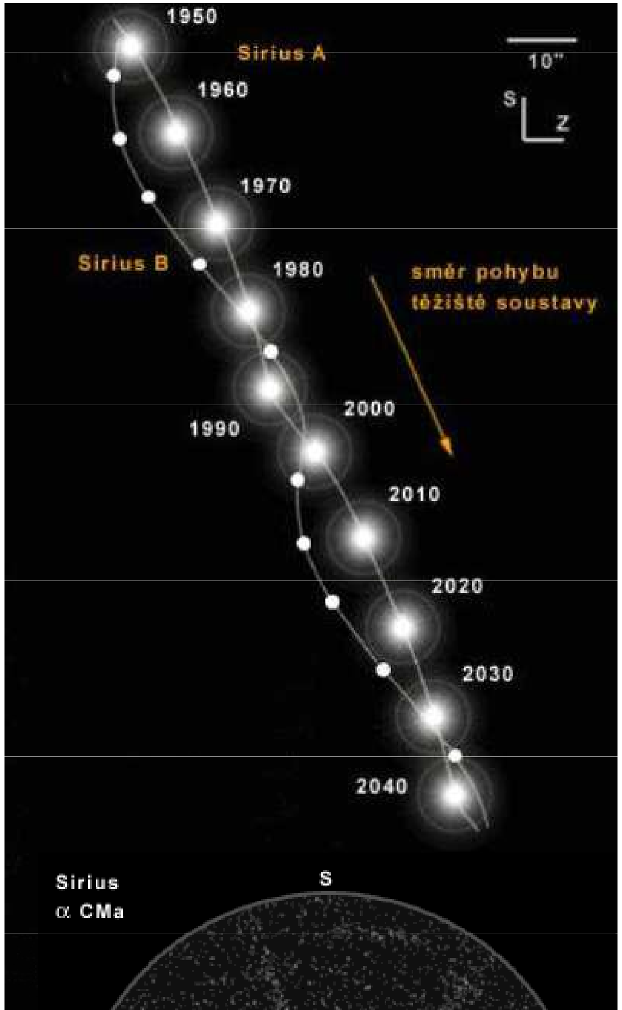
Paradox hmotností dvojhvězdy Sirius A a B

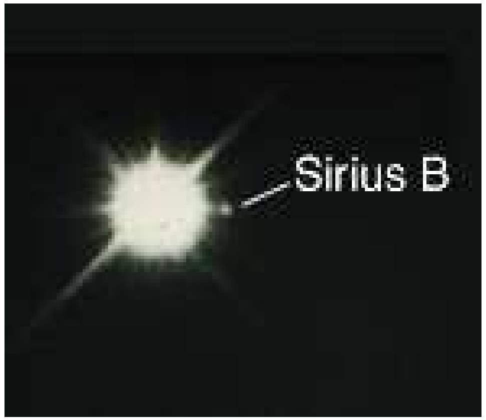


$2\ M_S$

$9\ 500\ K$

$24\ L_S$



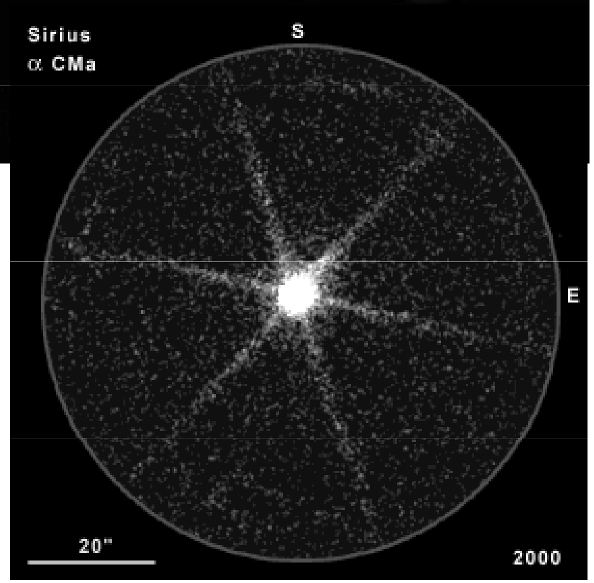


$9\ .\ 10^{-3}\ R_S \approx 9\ .10^{-1}\ R_z$

$1\ M_S$

$25\ 200\ K$

$2\ .\ 10^{-3}\ L_S$



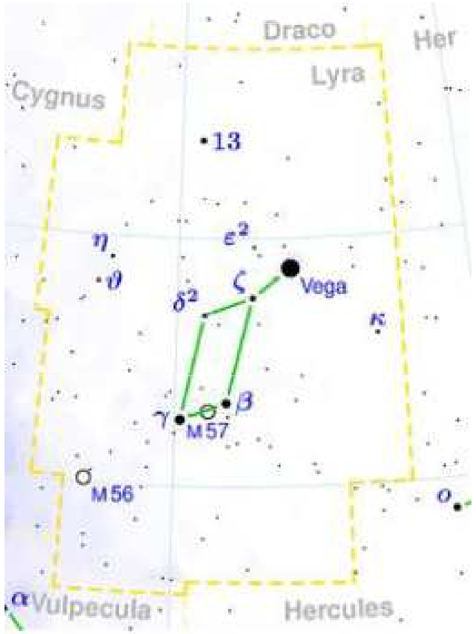
Pogsonova rovnice

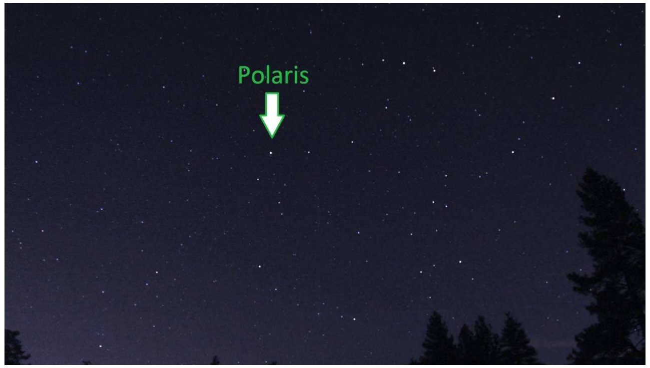
V jakém poměru jsou hustoty zářivých toků Vegy a Polárky, jestliže pozorovaná bolometrická hvězdná velikost Vegy činí $m_V = 0{,}03$ mag a Polárky $m_P = 2{,}03$ mag.

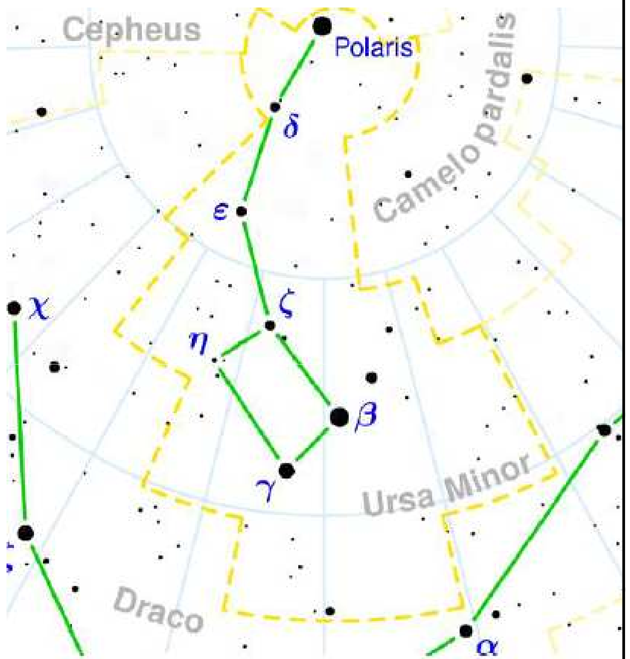
Poměr hustot zářivých toků je $\frac{\varphi_V}{\varphi_P} = 2{,}512^{(m_P - m_V)} = 6{,}25$.

Vega - α Lyr, 3 M_S, 3,5 R_S, 10 000 K, A0 V, r = 7,8 pc, rotační osa míří k nám

Polárka - Alrucaba, 6 M_S, 46 R_S, 7 200 K, F7 Ib, r = 100 pc, nepravidelná cefeida, amplituda pulsací 3,97 dne se zmenšuje, dvojhvězda, druhá složka 1,5 M_S , oběžná doba 29,6 r







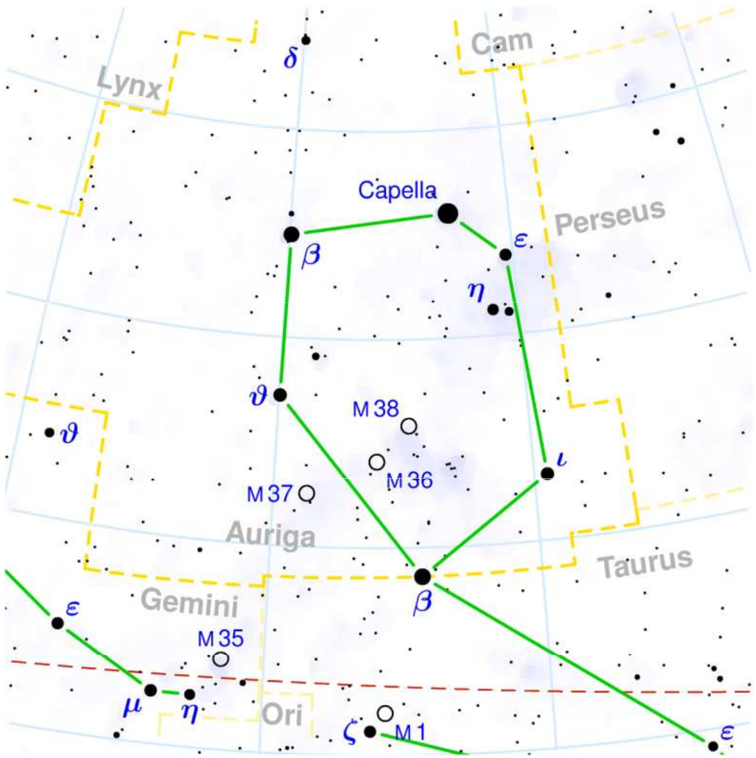
Pogsonova rovnice

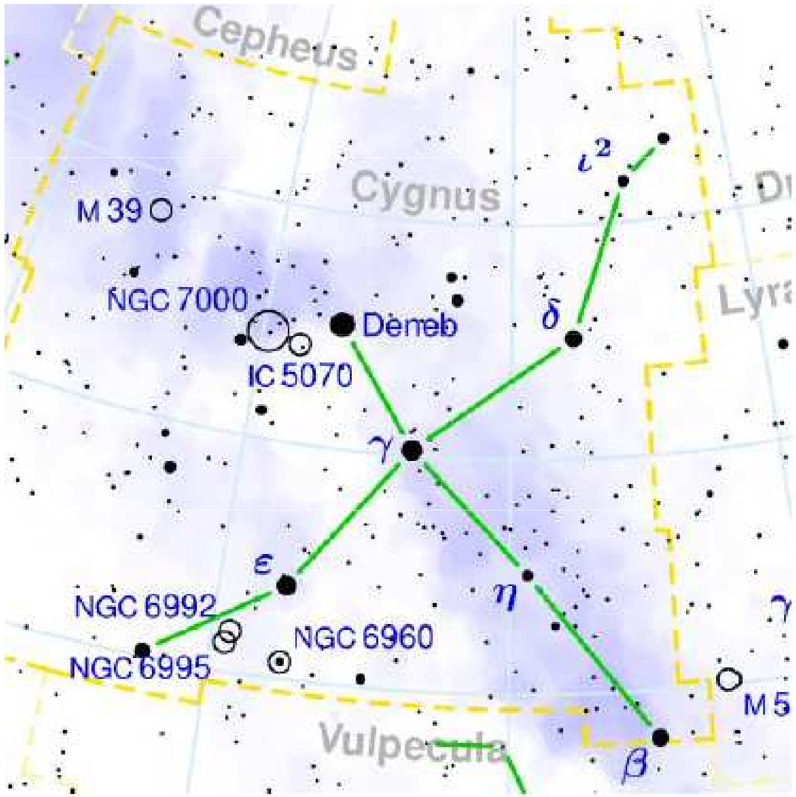
V jakém poměru jsou hustoty zářivých toků Capelly a Deneba, jestliže pozorovaná bolometrická hvězdná velikost Capelly činí m_C = 0,08 mag a Deneba m_D =1,25 mag.

Poměr hustot zářivých toků je $\frac{\varphi_C}{\varphi_D} = 2{,}512^{(m_D - m_C)} = 2{,}75.$

Capella - α Aur, 2,5 M_S, 12 R_S, 5 000 K, K0 III, r = 13 pc

Deneb - α Cyg, 21 M_S, 200 R_S, 8 700 K, A2 Ia, r = 800 pc





Pogsonova rovnice

Jedněm z největších dalekohledů na světě, Keckovým dalekohledům, jsou při pozorování dostupné hvězdy 28 mag, Kolikrát je jasnost těchto hvězd slabší než hvězd rozlišitelných pouhým okem – 6 mag? Vše vyjádřeno v pozorovaných hvězdných velikostech.

Poměr hustot světelných toků vyjádříme

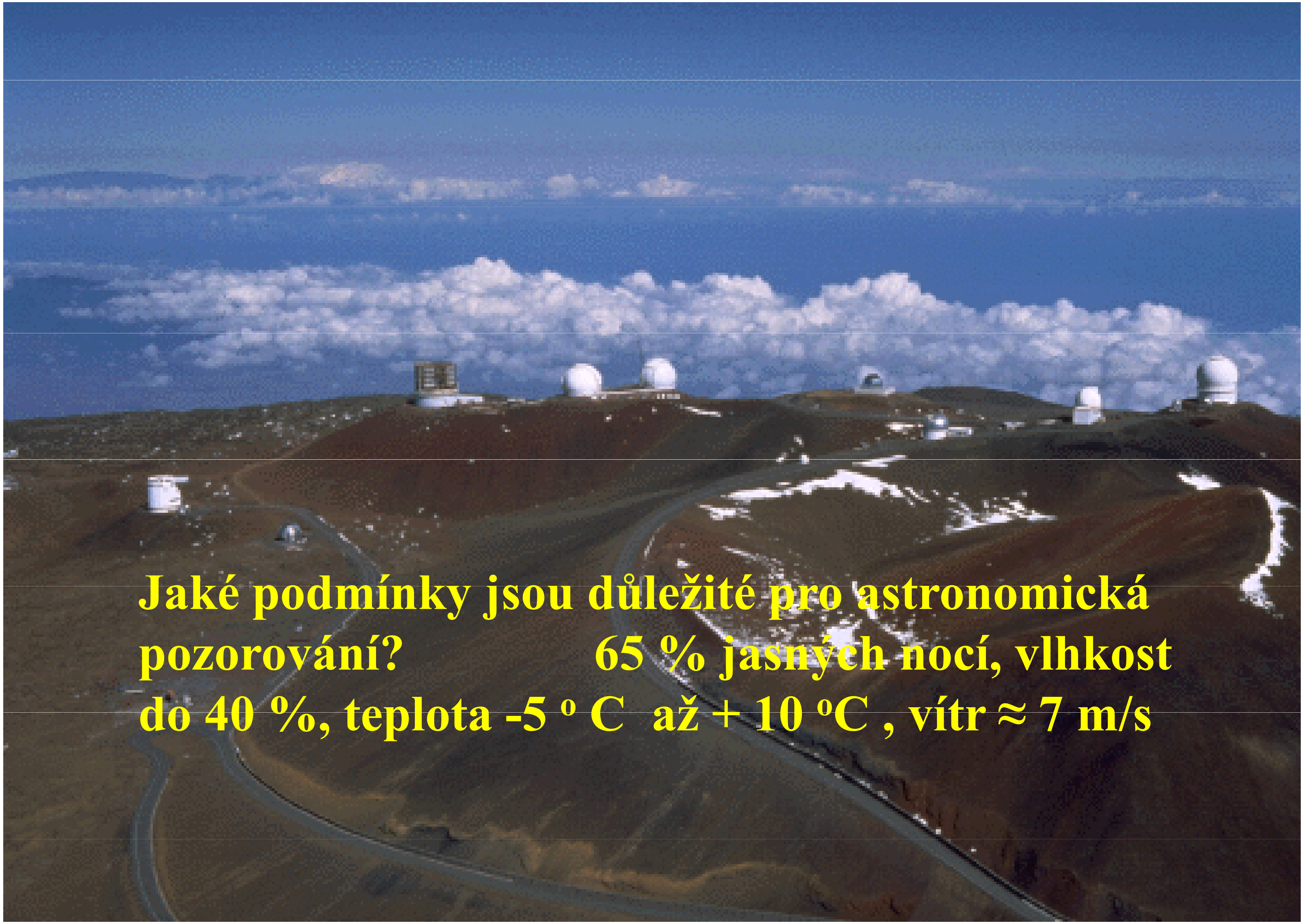
z Pogsonovy rovnice $\frac{E_{č}}{E_K} = 2{,}512^{(m_K - m_{č})} = 2{,}512^{(28-6)} = 6.10^8$

Obrovský rozdíl hustot světelných toků Pogsonova rovnice vyjadřuje malým rozdílem hvězdných velikostí





Astrofyzikálních pozorování, vrchol hory Mauna Kea



Země – atmosféra



Keckovy dalekohledy

h = 4 100 m , T = 280 K

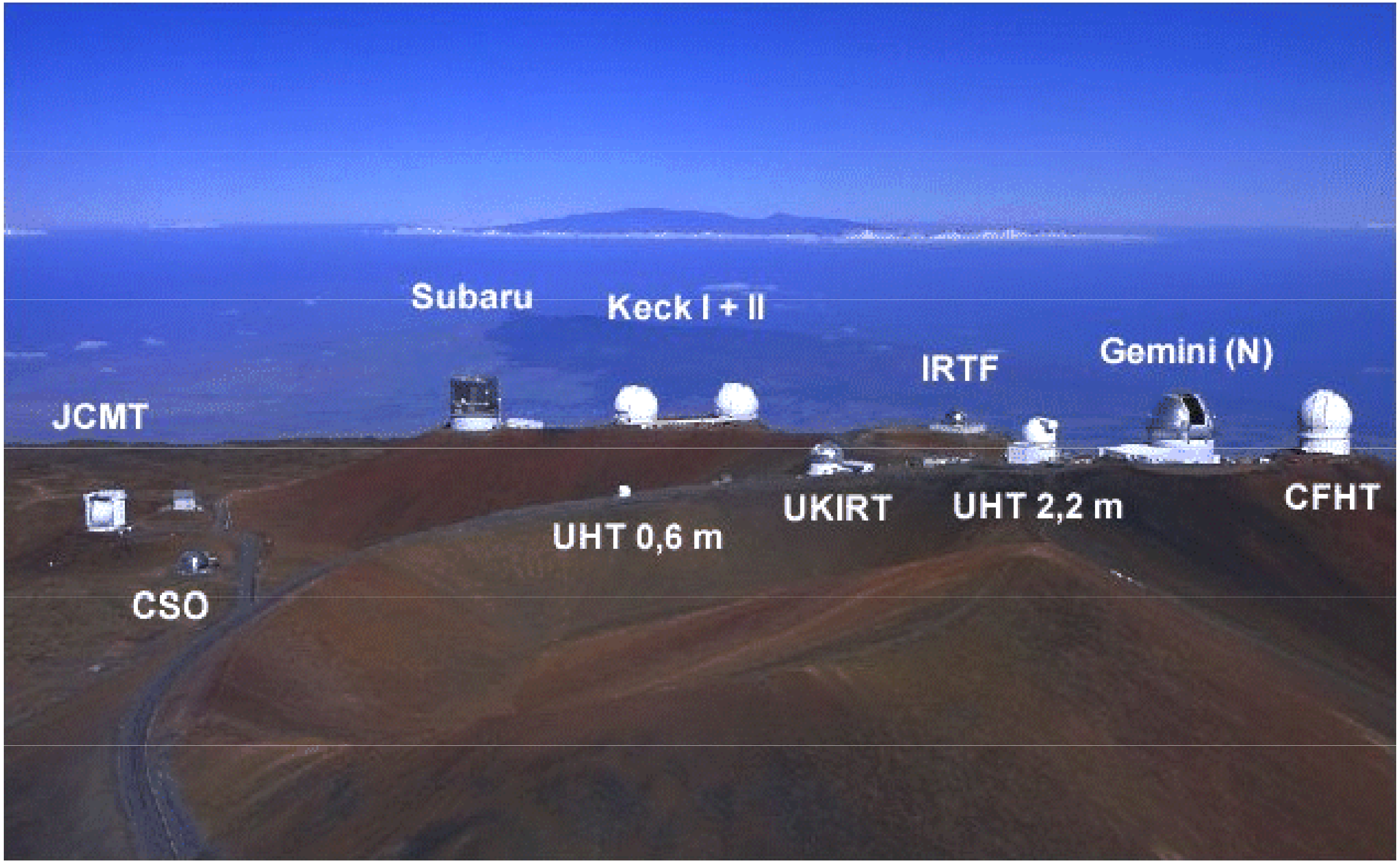
Proč jsou dalekohledy umístěny do takových míst?

Škálová tlaková výška je pro vodní páry molekul. hmotnosti $m = 18.1{,}67.10^{-27}$ kg rovna $\boldsymbol{H = kT/gm = 12{,}9\ km}$

U ideálního plynu $\boldsymbol{n \sim p}$. Platí $\boldsymbol{p(h)/p(h_o) = exp(-h/H) = 0{,}73}$.

Koncentrace vodních par je rovna přibližně 2/3 hodnoty u mořské hladiny.

Dalekohledy na Mauna Kea



Dalekohled Subaru



optický a blízký infračervený obor pozorování

h = 4 139 m

D = 8,2 m   d = 0,2 m

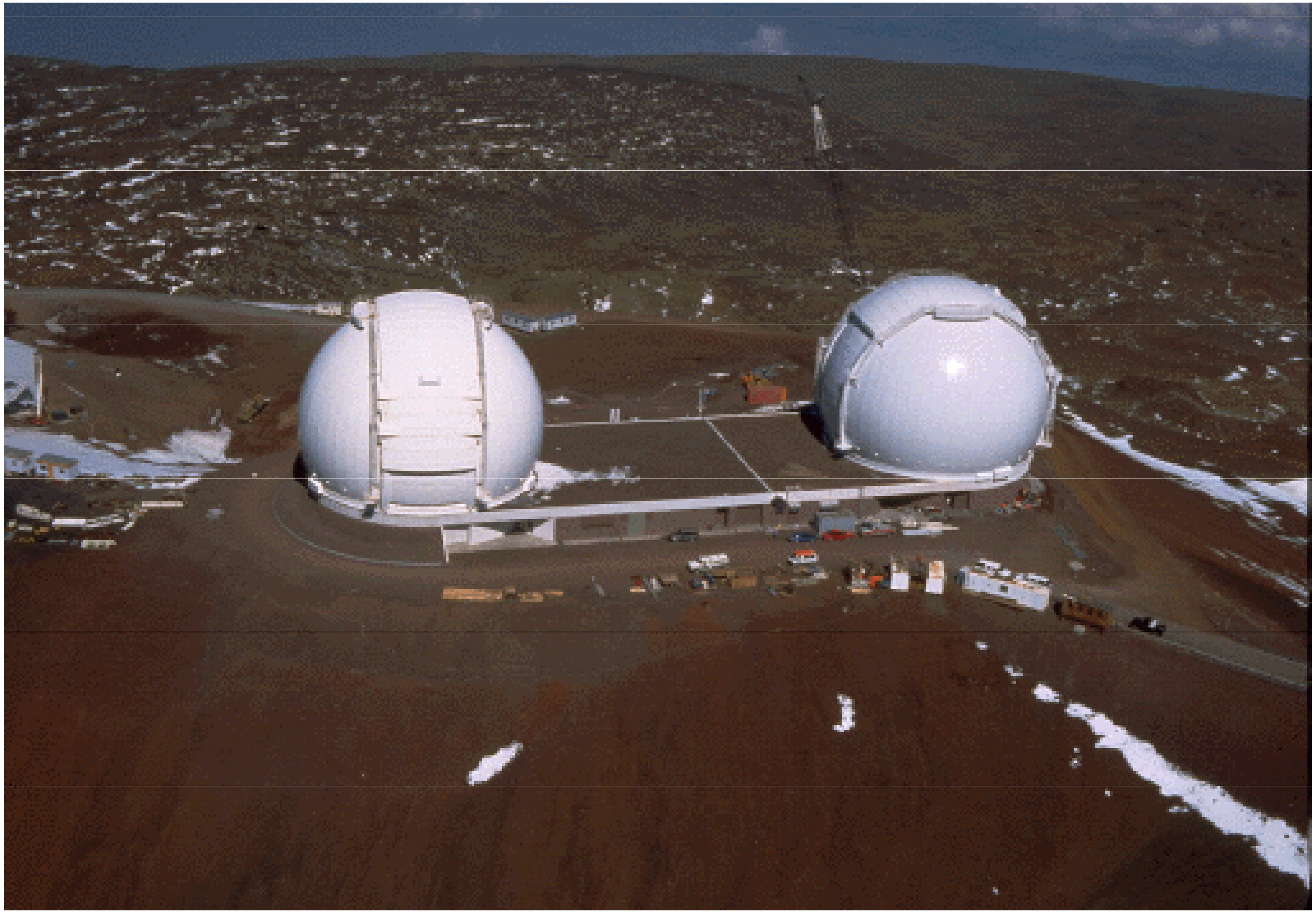
f = 15 m

m = 22,8 t   h = 4 139 m



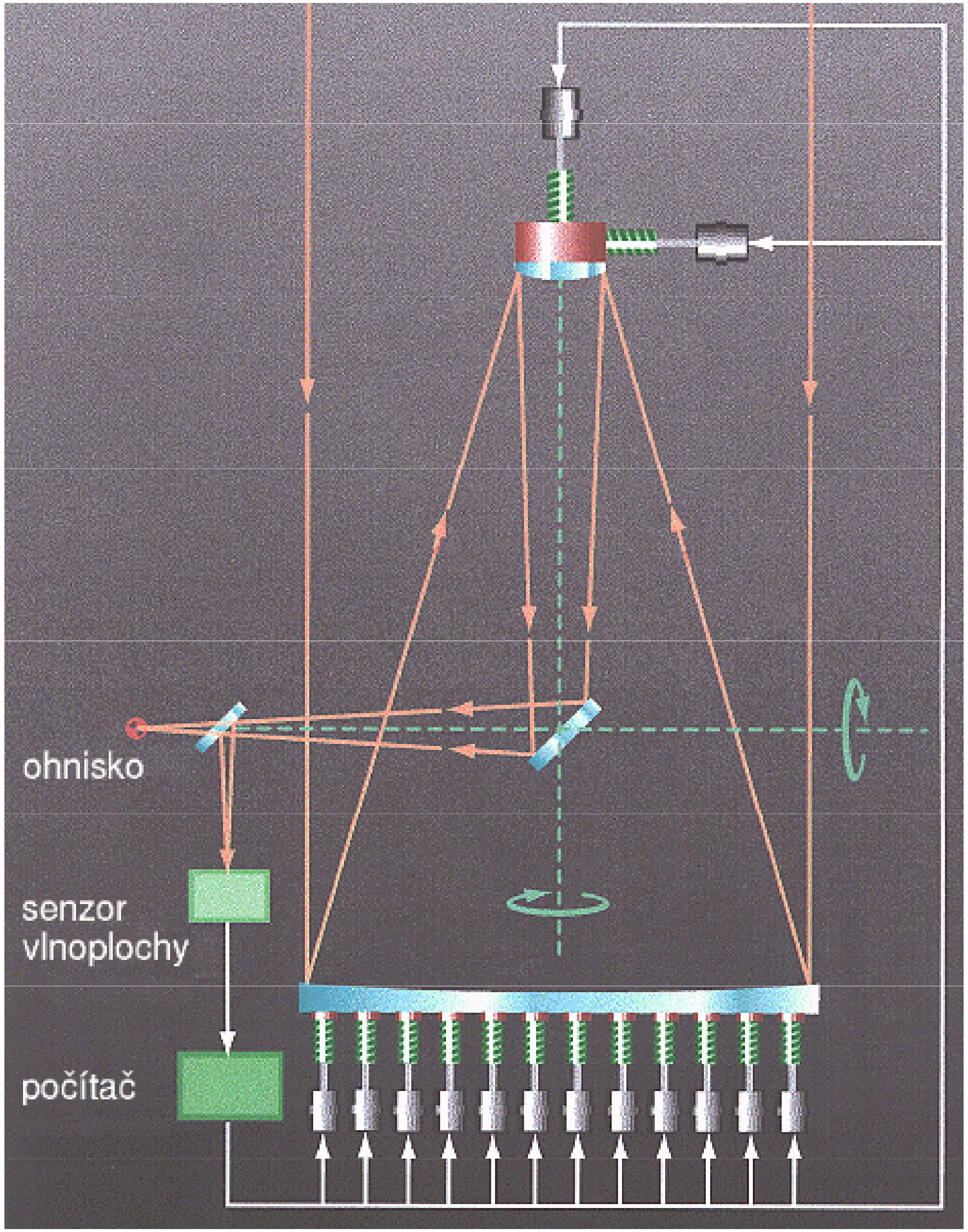


Keckovy dalekohledy



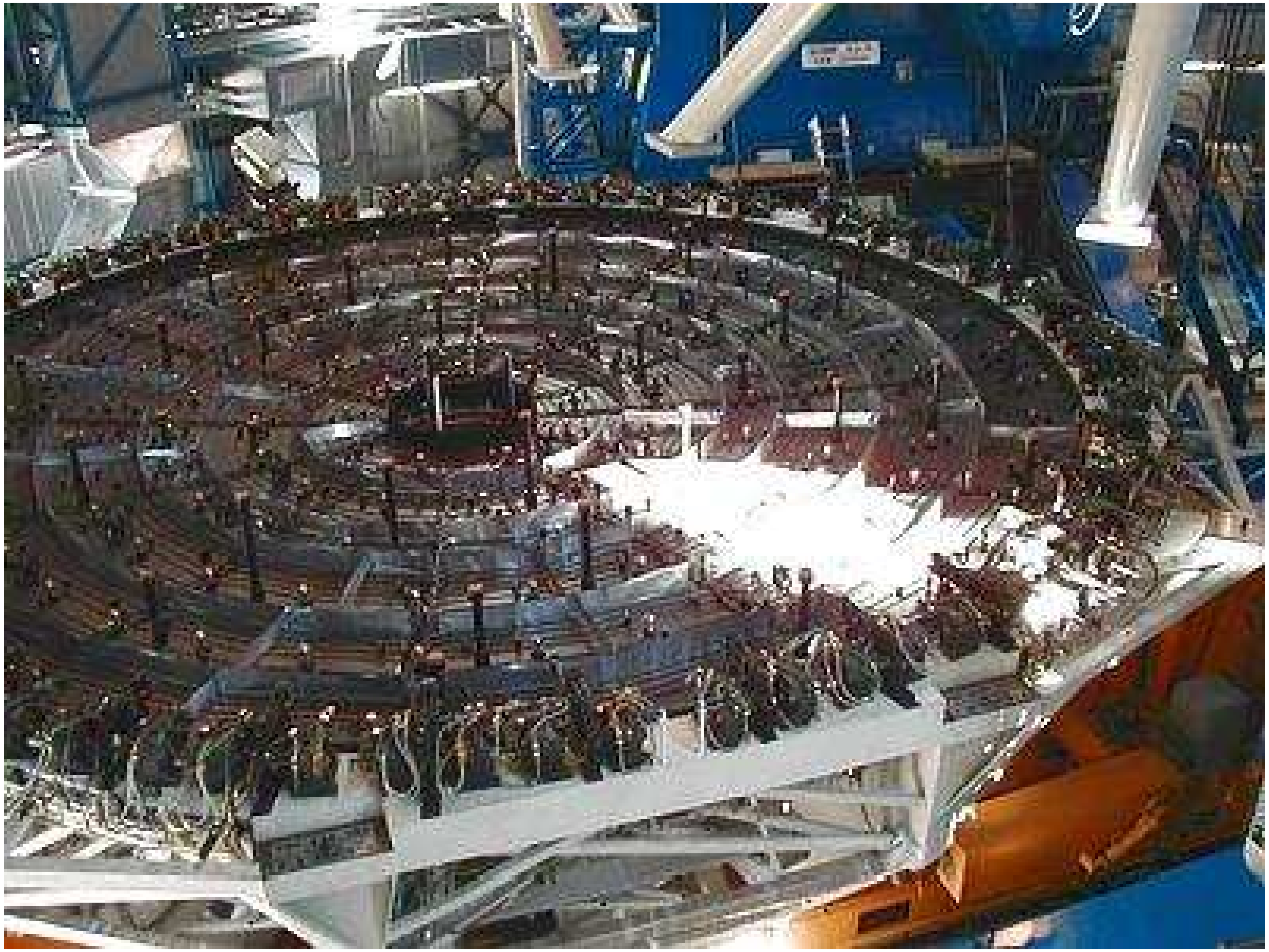
zrcadla složena z 36 menších šestihranných, d = 10 m, f = 17,5 m, *aktivní a adaptivní optika*

Aktivní optika

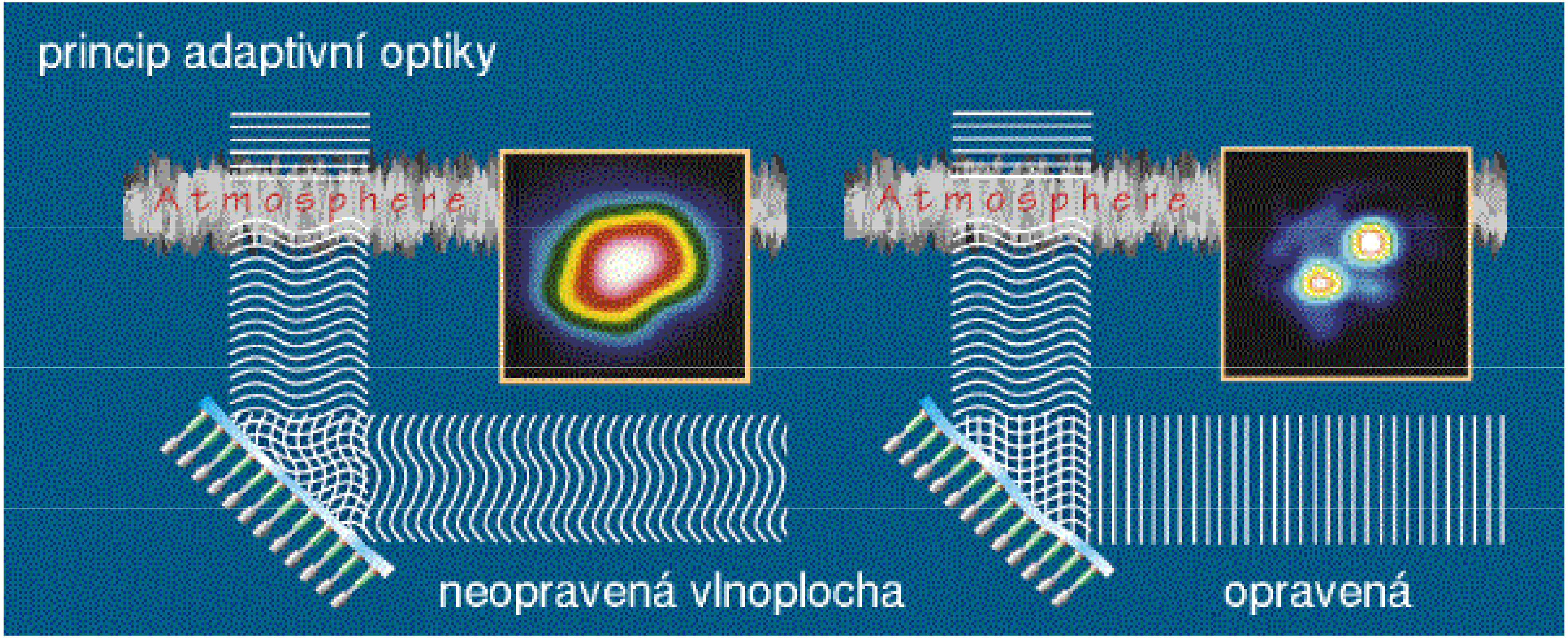


Aktivní optika VLT - dalekohled

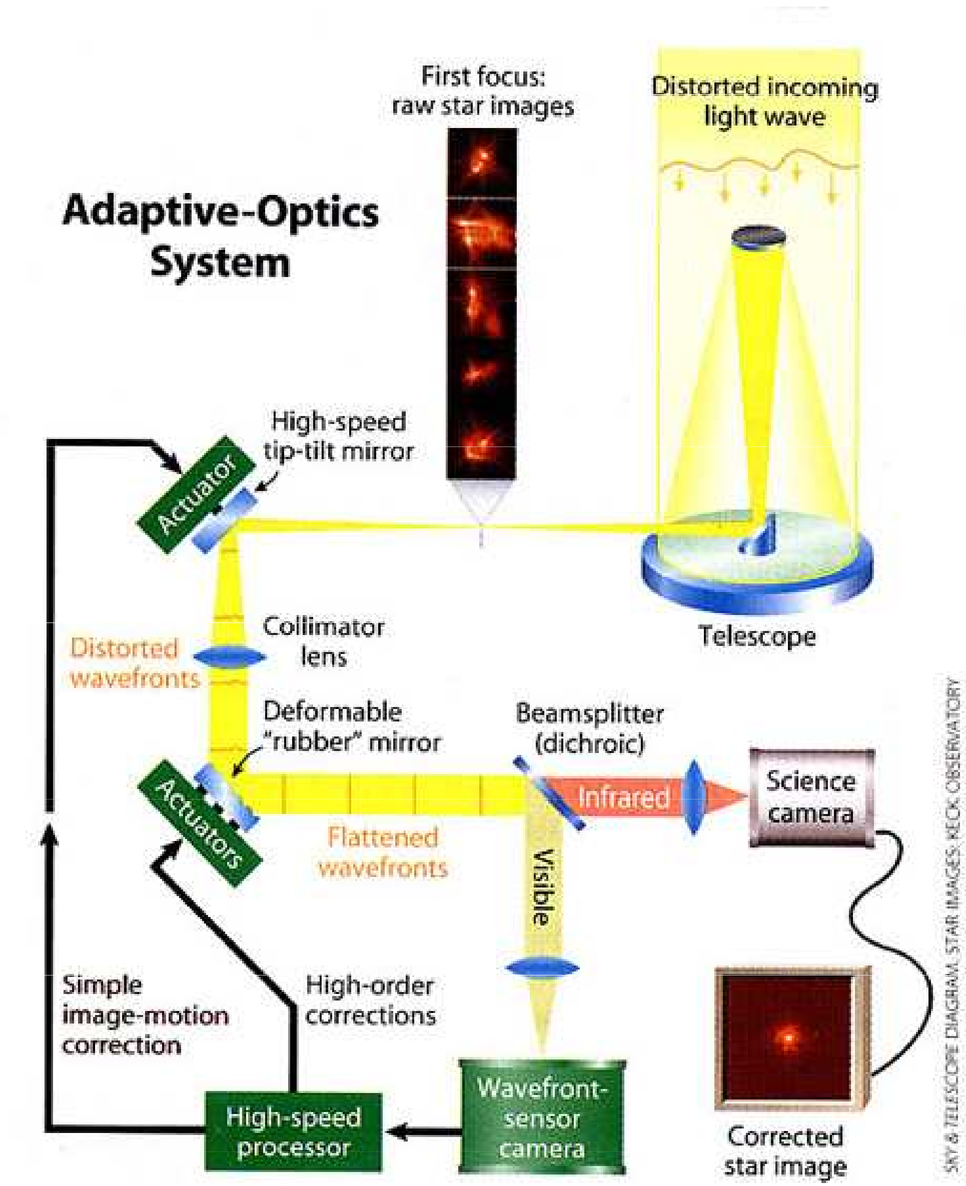
Melipal - *Jižní kříž*



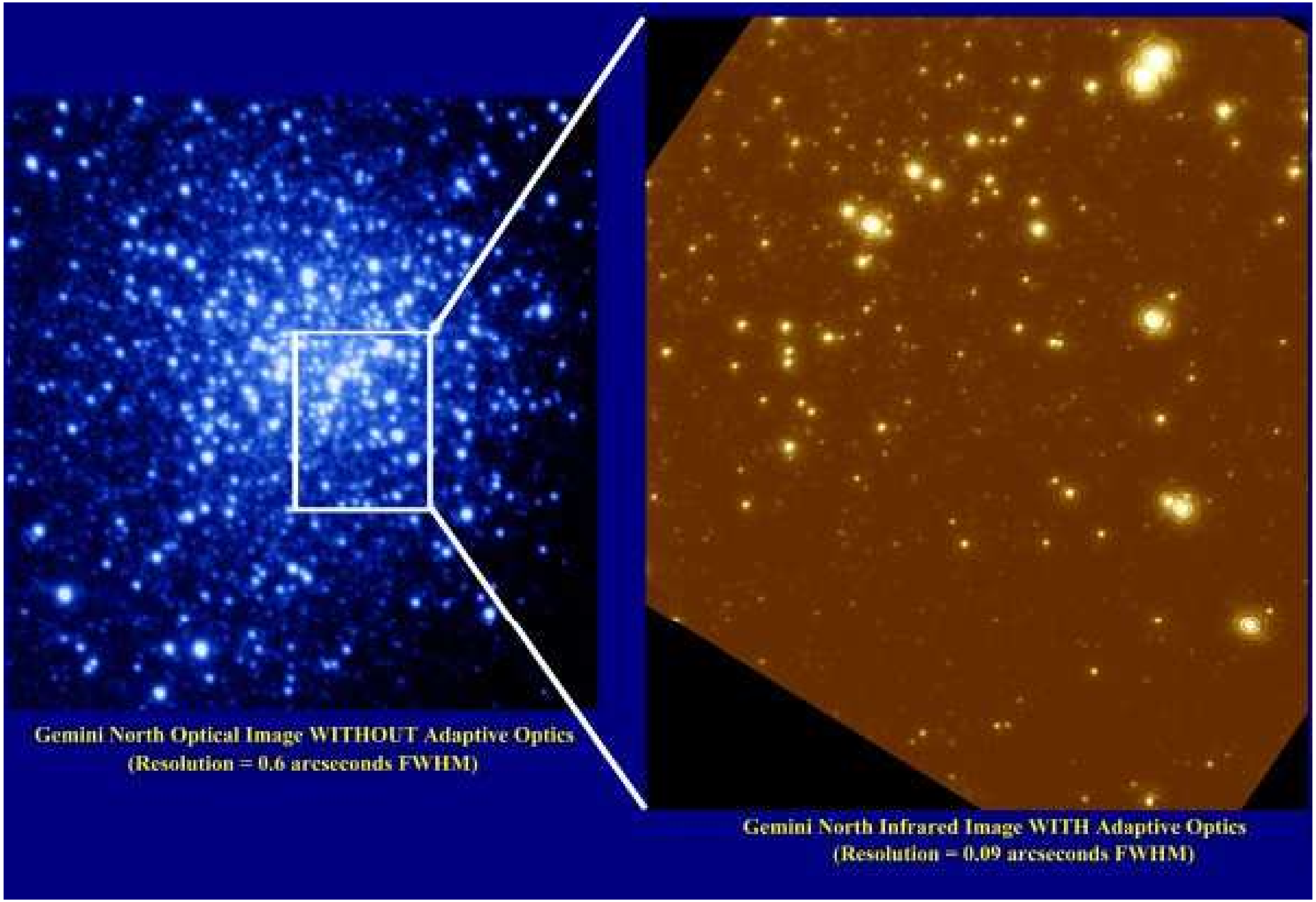
Adaptivní optika



Adaptivní optika



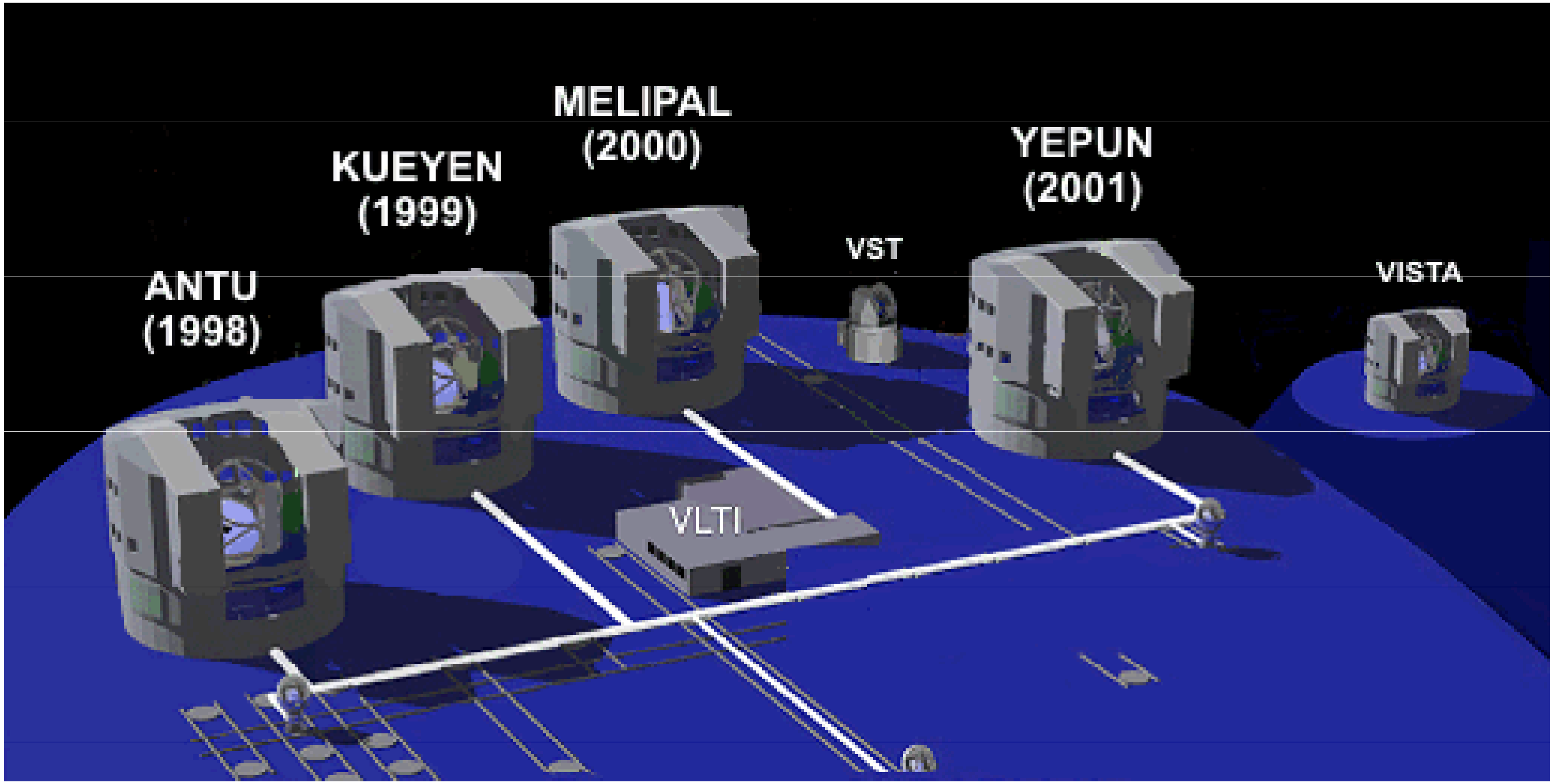
Vylepšení obrazu adaptivní optikou



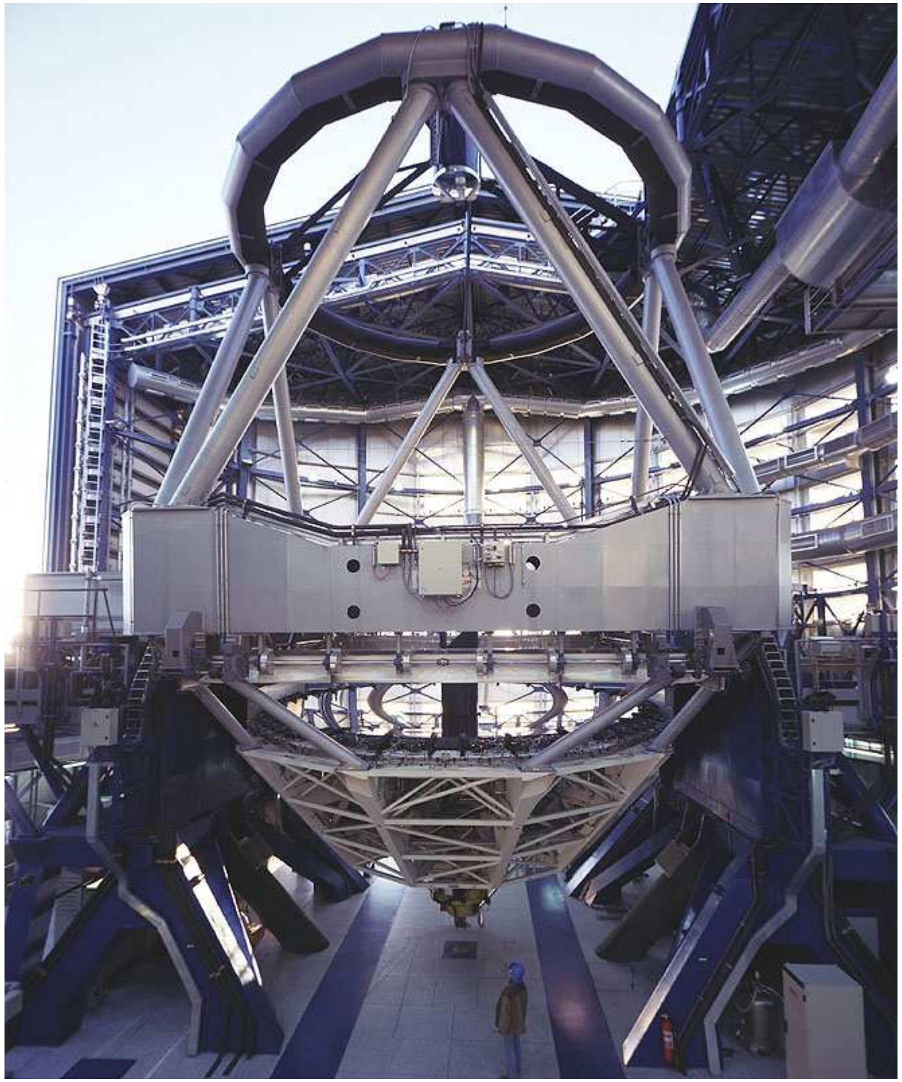
ESO - Cero Paranal VLT



Soustava dalekohledů VLT



Dalekohled Kueyen - Měsíc



La Palma ENO William Herschel





Pogsonova rovnice

Vzdálené galaxie se vyznačují průměrnou pozorovanou hvězdnou velikostí 20,30 mag. Exploze supernovy v nich zvýší jejich jasnost na 20,0 mag. Určete hvězdnou velikost samotné supernovy.

$E_c = E_1 + E_2$, $m_c = 20{,}00$ mag, $m_1 = 20{,}30$ mag, $m_2 = ?$

$\log E_c = -0{,}4\, m_c = -8$, $E_c = 1.10^{-8}$ *luxů* $\log E_1 = -8{,}12$, $E_1 = 7{,}6.10^{-9}$ *luxů*

$E_2 = E_c - E_1 = 2{,}4.10^{-9}$ *luxů* , $\log E_2 = 8,\ 62$ $m_2 = 21{,}55$ mag



Pogsonova rovnice

14. Celková pozorovaná bolometrická hvězdná velikost dvojhvězdy $m_c = 4{,}02$ mag, rozdíl hvězdných velikostí $m_2 - m_1 = 0{,}08$ mag. Stanovte pozorované bolometrické hvězdné velikosti každé složky.

Řešení: $\log \varphi_c = -0{,}4\, m_c = -1{,}608$ …. $\varphi_c = 0{,}025$ W.m^{-2} ,

$\log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = -0{,}4\,(m_2 - m_1) = 0{,}032$ $\quad \varphi_1 = 1.08\, \varphi_2 \quad \varphi_c = 2.08\, \varphi_2$

$\varphi_1 = 0{,}013$ W.m^{-2} , $\varphi_2 = 0{,}012$ W.m^{-2} ,

$m_1 = -2.5 \log \varphi_1 = 4.72$ mag $\quad m_2 = -2.5 \log \varphi_2 = 4.80$ mag

Pogsonova rovnice

Určete celkovou pozorovanou hvězdnou velikost dvojhvězdy m_c, jejíž složky jsou okem nerozlišitelné, mají hvězdné velikosti 2,00 mag a 3,00 mag.

Řešení: nejprve stanovíme hustoty světelných toků jednotlivých složek, provedeme sečtení.

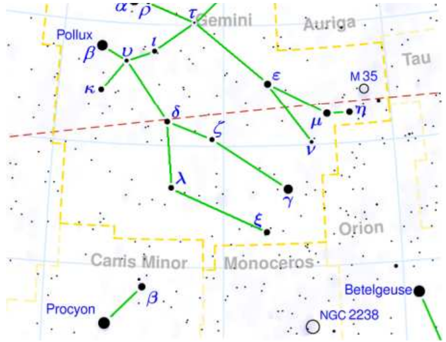
$\log E = -0{,}4\ m$, $E_1 = 0{,}158$ *luxů* $E_2 = 0{,}063$ *luxů* $E_c = 0{,}221$ *luxů*

$m_c = 1{,}64$ mag.



Pogsonova rovnice

Nalezněte zářivý výkon jednotlivých složek dvojhvězdy α Gem Castora, jejíž složky mají pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikost 1,93 mag, 2,97 mag. Paralaxa dvojhvězdy dosahuje π = 0,064" .



Řešení:

$log\ \varphi_1 = -0,4\ ,\ 1,93 = -0,772 \qquad \varphi_1 = 0,169\ W.m^{-2}$

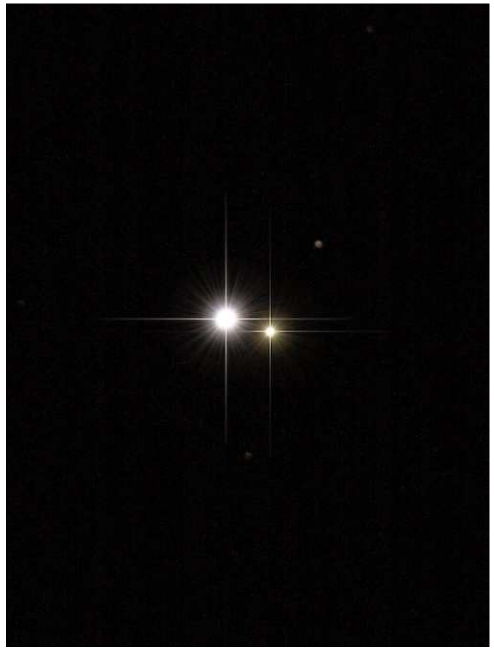
$log\ \varphi_2 = -0,4\ ,\ 2,97 = -1,188 \qquad \varphi_2 = 0,065\ W.m^{-2}$

$\varphi_c = \varphi_1 + \varphi_2 = 0,234\ W.m^{-2}$, $m_c = -2.5 \log \varphi_c = 1,58$ mag

$M_c = m_c + 5 + 5 \log \pi = 0,61$ mag

$\log L_c = 0,4\ (4,75 - 0,61) = 1,66 \quad L_c = 45\ L_S$

$L \sim \varphi\ ,\ \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 2,6\ ,\quad L_1 = 32,5\ L_S\ L_2 = 12,5\ L_S$

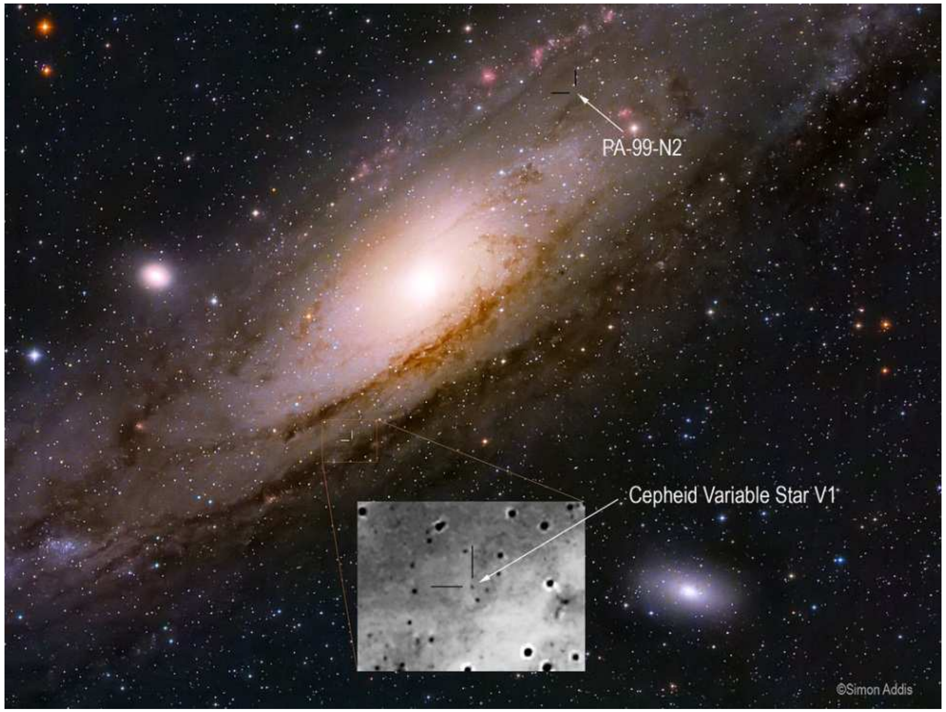


Určování vzdáleností pomocí cefeid

Při pozorování cefeidy v galaxii M 31 byla zjištěna perioda pulsace 3 dny a pozorovaná hvězdná velikost 21,6 mag. Určete její vzdálenost, jestliže mezi periodou pulsace a absolutní hvězdnou velikostí platí vztah

$$\log P + 0{,}394\, M = -\,0.657$$

Řešení: Ze uvedeného vztahu určíme M = - 2.88 mag .Dosadíme do vztahu pro modul vzdálenosti $m - M = 5 \log r - 5$, $r = 10^{0{,}2(m-M+5)} = 800$ kpc



Pogsonova rovnice

O kolik stupňů se zvýší efektivní povrchová teplota hvězdy s původní teplotou 10 000 K, jestliže se zvýší její jasnost o pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikost 0,1 mag. Předpokládáme, že poloměr hvězdy se nezmění.

$$\varphi = \frac{S}{4\pi r^2}\ \mathrm{L} \qquad r_1 = r_2 \qquad R_1 = R_2 \qquad L = 4\,\pi\ R^2\,\sigma\,T_{ef}^4$$

$$m_1 - m_2 = 2{,}5\log\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \qquad 0{,}1 = 2{,}5\log\frac{(T+\Delta T)^4}{(T)^4}$$

$$10^{0,04} = \frac{(T+\Delta T)^4}{T^4} \qquad 1{,}0233 = \frac{T+\Delta T}{T} \qquad \Delta\,T = 233\ K$$



Záření hvězd

4.1, 4.6, 4.7, 4.8 4.11, 4.20, 4.23, 4.24, 4.25



Astrofyzika III. cvičení

Záření hvězd

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Výpočet efektivní teploty Slunce

Úloha 4.1 Pomocí bolometrů umístěných na družicích byla zjištěna přesná hodnota solární konstanty K. Určete efektivní povrchovou teplotu Slunce, známe-li dále hodnoty poloměru $R_\odot$ a střední vzdálenosti Země od Slunce r.

Řešení: Efektivní povrchovou teplotu určíme ze vztahu $T_{\mathrm{ef}} = \left(\frac{K r^2}{\sigma R_\odot^2}\right)^{1/4} = 5\,780\,\mathrm{K}$.

$$L = 4\,\pi\,R^2\,\sigma\,T_{ef}^4 \qquad L = 4\,\pi\,r^2\,K \qquad T_{ef} = \left(\frac{L}{4\,\pi\,\sigma\,R^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

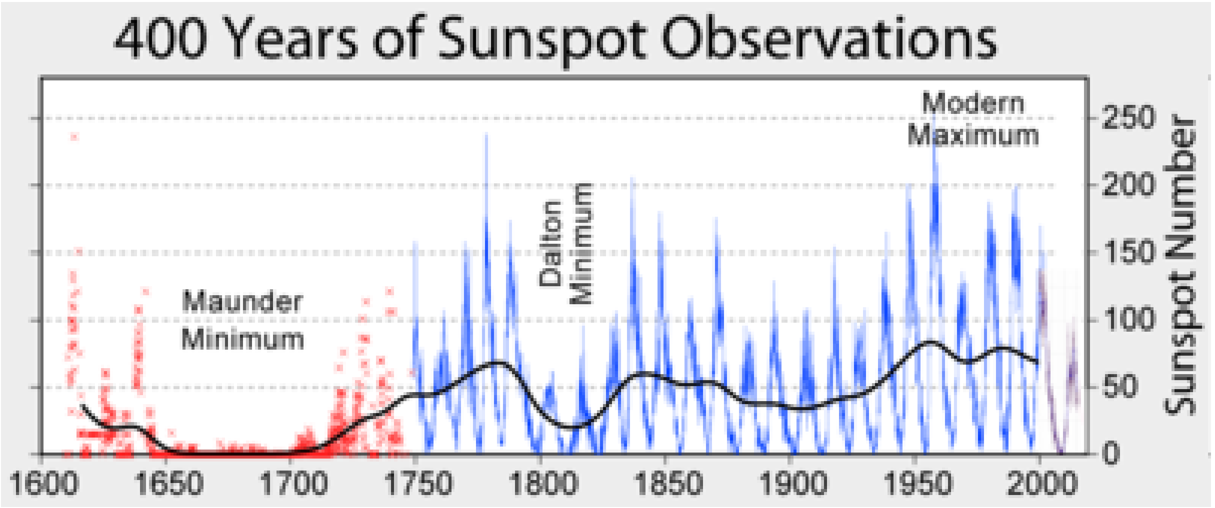
Je sluneční konstanta konstantou ?

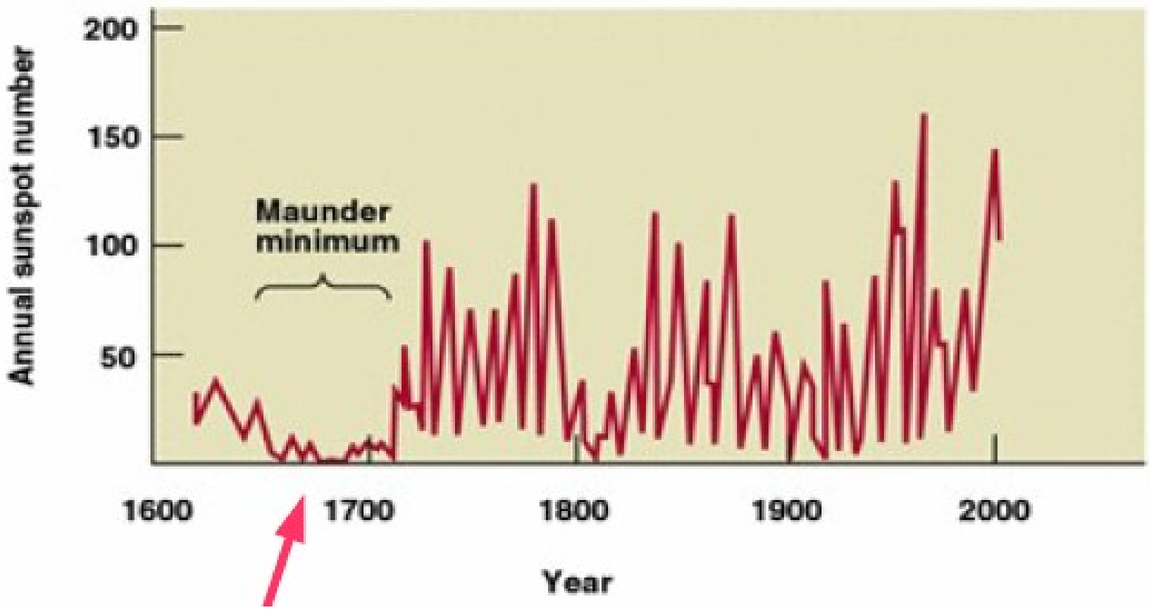
Kde je měřena a proč?

Vyjmenujte důvody její proměnnosti!

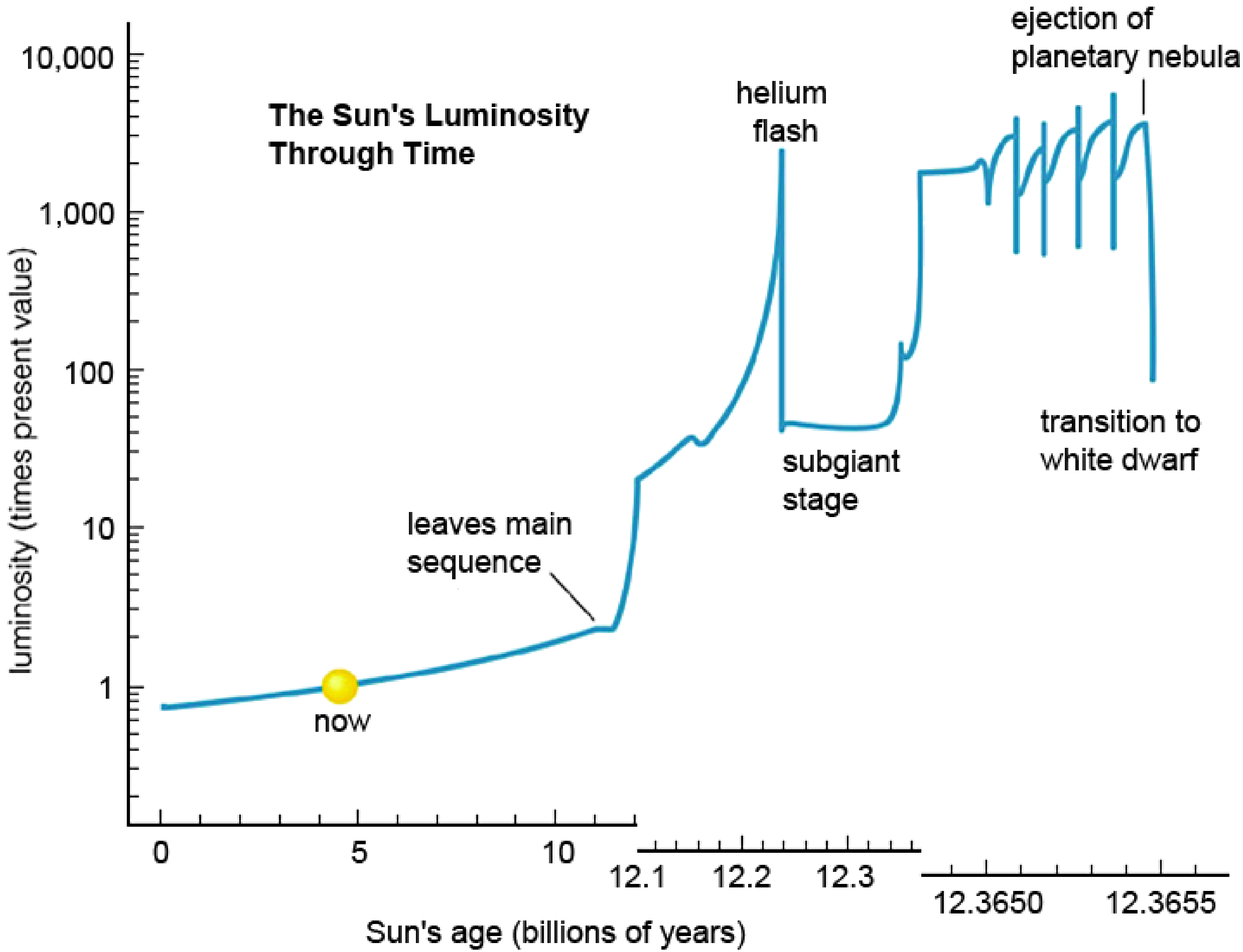
Wolfovo číslo… R = k (10G + N) G počet skupin skvrn, N celkový počet skvrn ve všech skupinách

Časový záznam sluneční aktivity

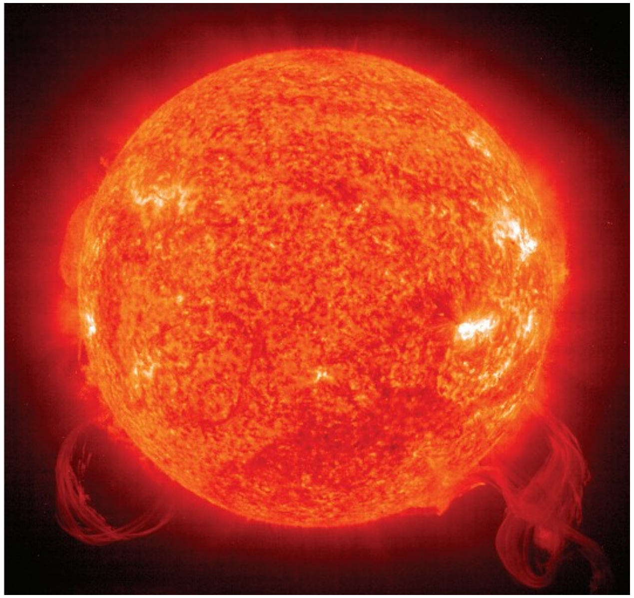


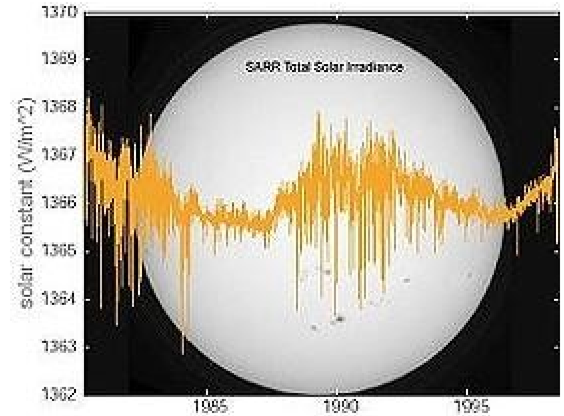


Časový vývoj zářivého výkonu Slunce



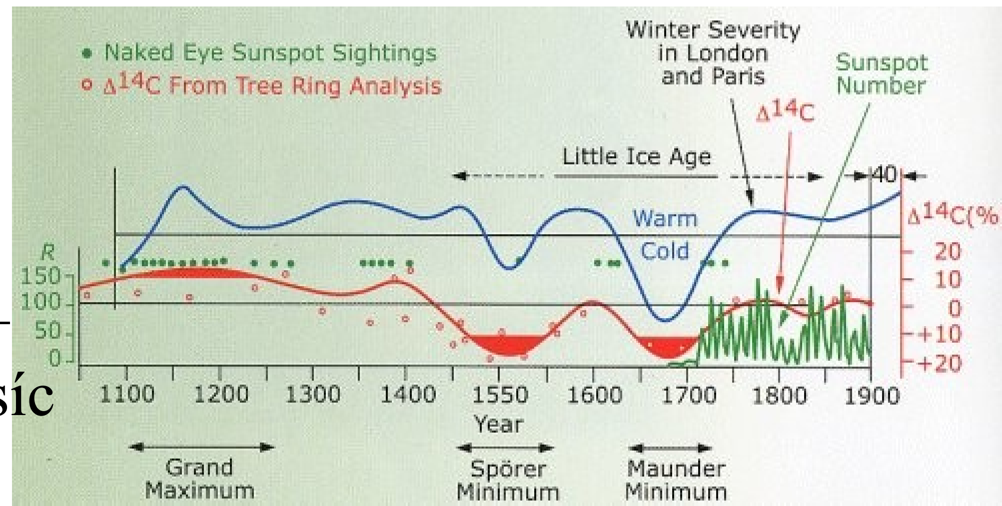
Slunce





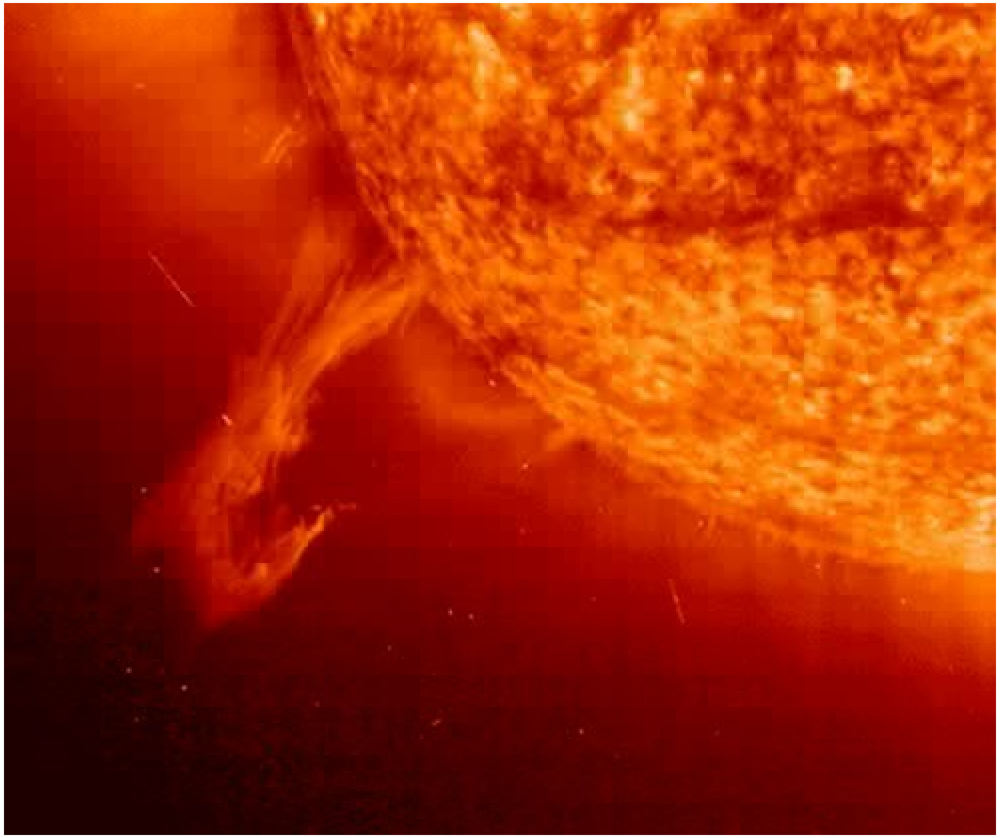
Záznam intenzity slunečního záření na základě družicových pozorování od roku 1978. Zdroj Catania Astrophysical Laboratory.

max. aktivity 1367 W.m^{-2}
min. aktivity 1365 W.m^{-2}
změna sl. konst.(0,2 – 0,6)%
studium ^{10}Be v ledu Antarktidy – dlouhá perioda sl. činnosti – 6 tisíc roků,
L_S roste o 1 % za 100 mil. let



Změny intenzity slunečního záření (červené a zelené čáry) za posledních 900 roků. Červená čára je zastoupení uhlíku ^{14}C v letokruzích stromů. Když je aktivita Slunce malá, slabé magnetické pole dovoluje větší průnik radioaktivních částic do atmosféry a umožňuje vznik radioaktivního uhlíku (autor John Eddy).

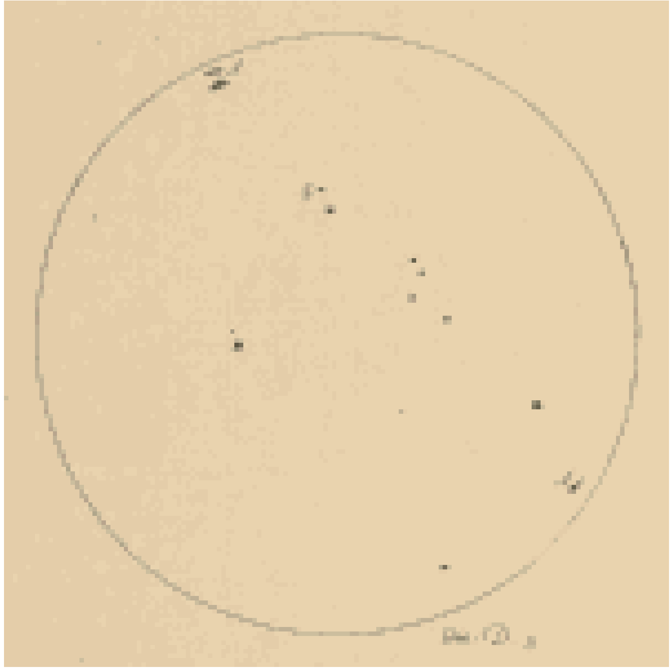
Vývoj protuberance



Sluneční skvrny

Galileo Galilei (1564-1642)

Historie a demonstrace slunečních skvrn 1613



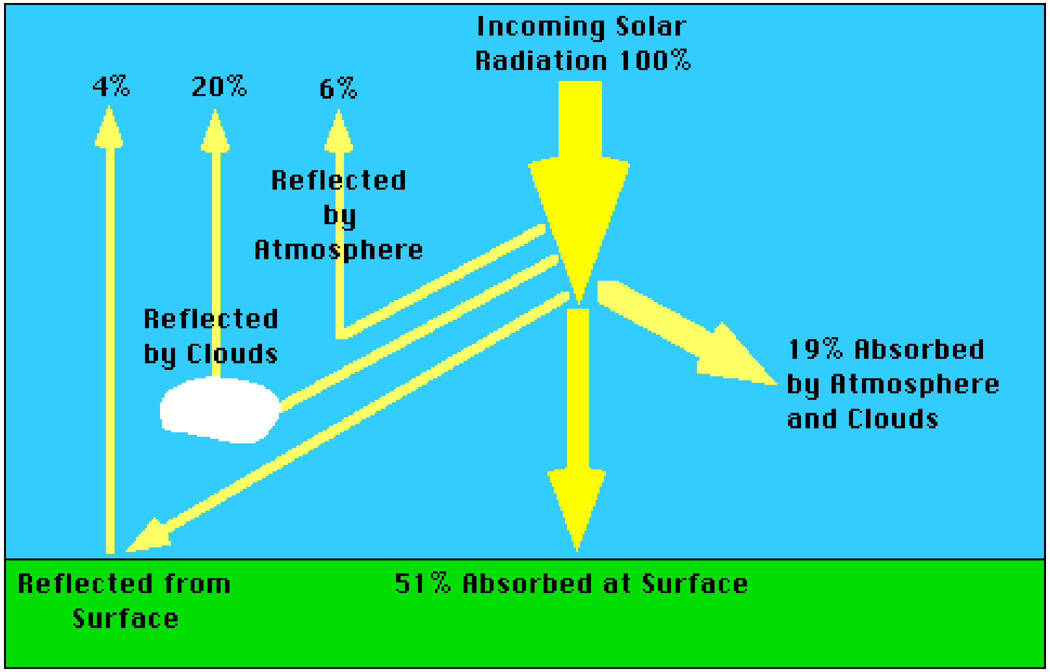
Sluneční skvrny

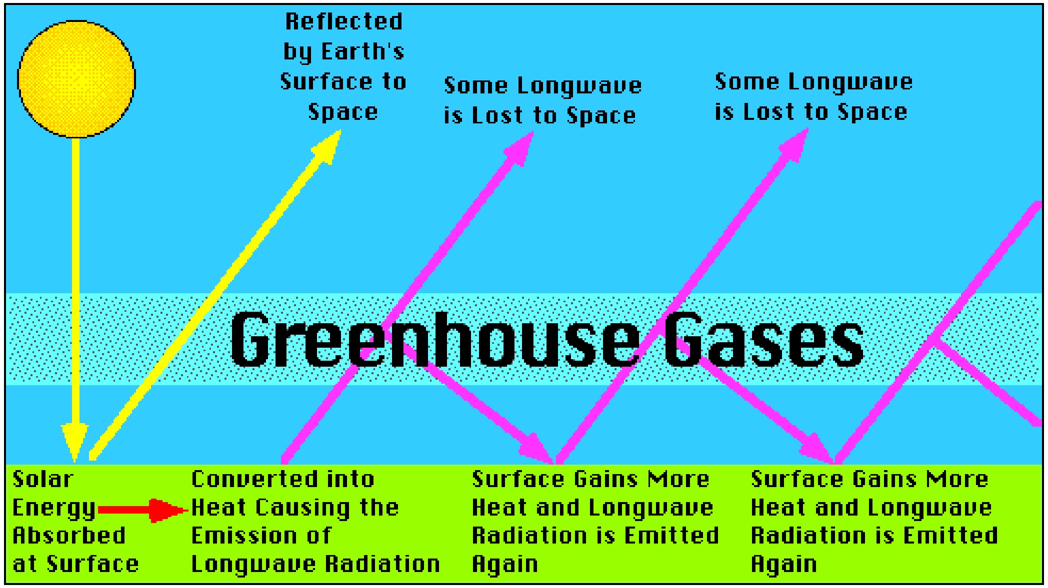


Země

solární konst.

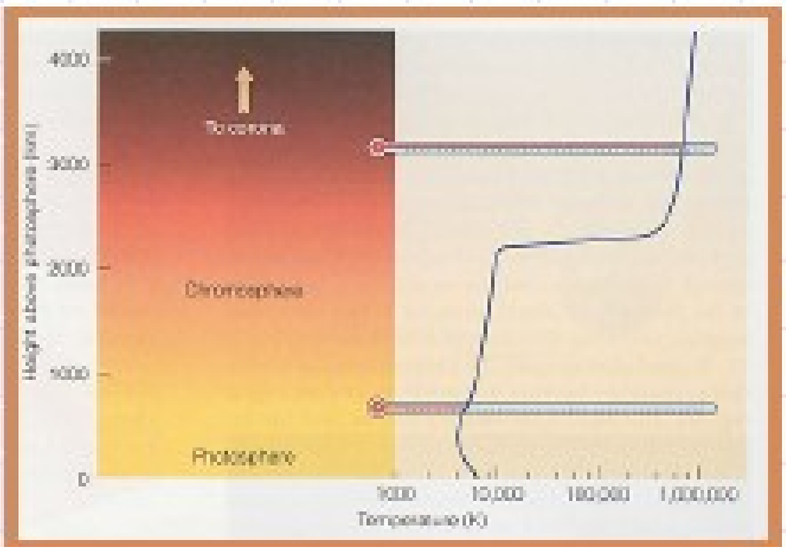


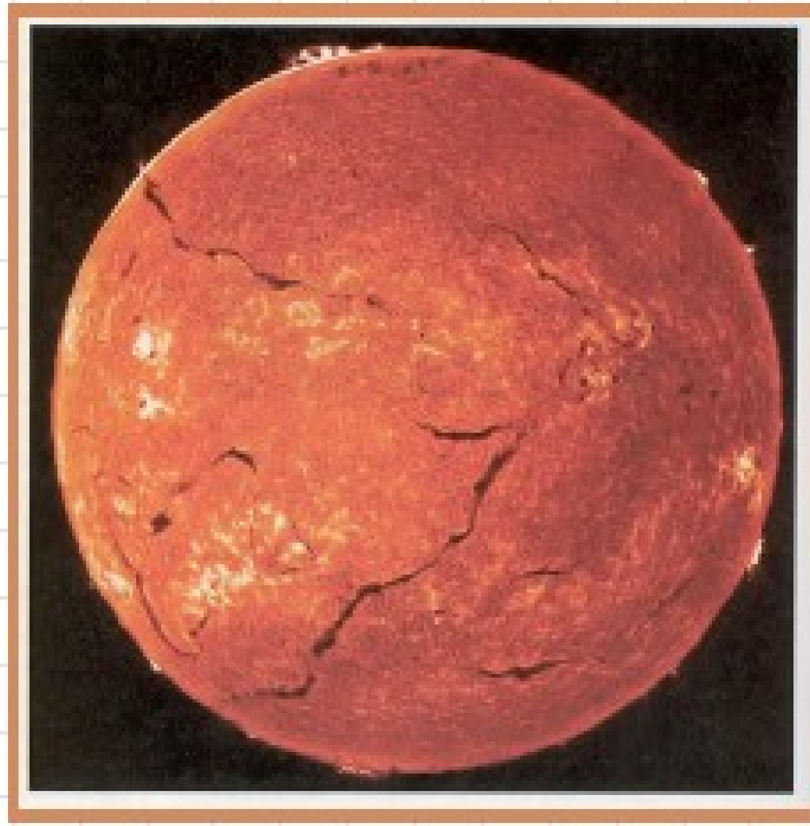




Slunce – teplotní inverze v atmosféře

- Image of chromosphere in the light from the Hydrogen α emission line, reveals a complex structure
- Temperature of the chromosphere is higher than in the photosphere, and it rises as one goes outward from the Sun



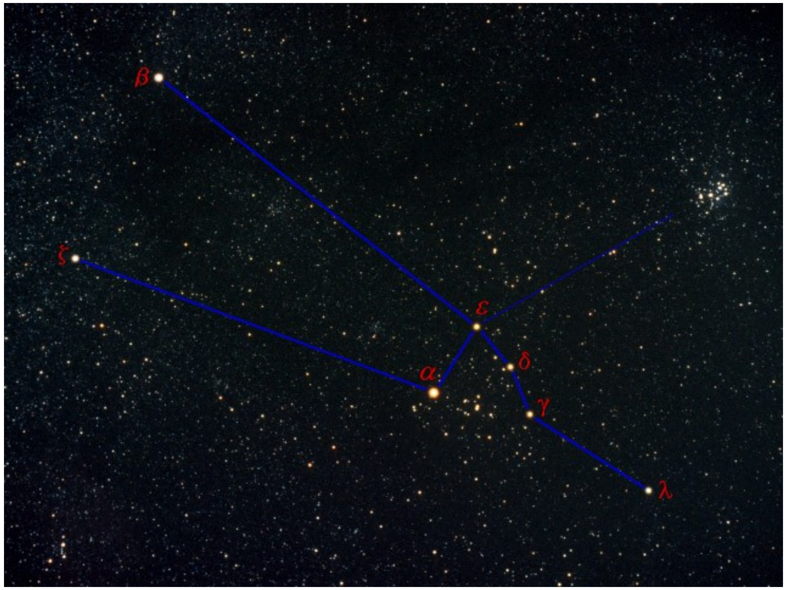


konvekce a magnetického pole v blízkosti fotosféry

Výpočet charakteristik hvězd

Úloha 4.6 U hvězdy α Tau Aldebarana K5 III byl zjištěn úhlový průměr $2\alpha = 0{,}021''$. Naměřená hodnota hustoty zářivého toku dopadajícího na vnější část atmosféry Země od této hvězdy je $F_{\mathrm{bol}} = 3{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$. Roční paralaxa $\pi = 0{,}050''$. Stanovte poloměr a efektivní povrchovou teplotu hvězdy.

Řešení: Určíme vzdálenost hvězdy $r = \frac{1}{\pi} = 20\,\mathrm{pc}$, úhlový poloměr $\alpha = 0{,}5 \cdot 10^{-7}\mathrm{rad}$. Skutečný poloměr $R = \alpha r = 3{,}09 \cdot 10^{10}\mathrm{m} = 44\,R_{\odot}$. Efektivní povrchová teplota je $T_{\mathrm{ef}} = \left(\frac{F_{\mathrm{bol}} r^2}{\sigma R^2}\right)^{1/4} = 3\,900\,\mathrm{K}$.

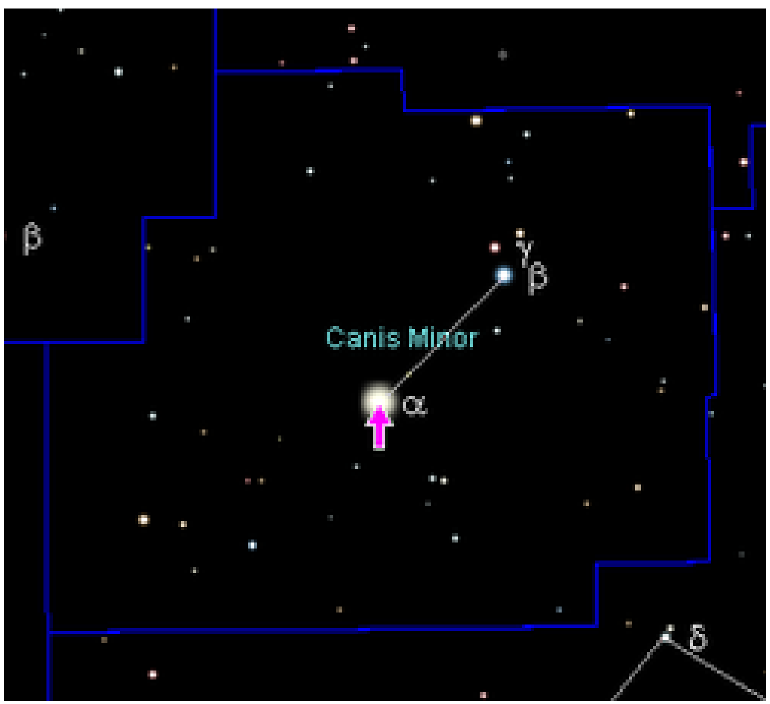




Výpočet charakteristik hvězd

Úloha 4.7 Úhlový průměr hvězdy α CMi Procyona F5 IV-V je $2\alpha = 0{,}005''$ a roční paralaxa $\pi = 0{,}292''$. Naměřená hodnota hustoty zářivého toku $F_{\mathrm{bol}} = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$. Určete poloměr a efektivní povrchovou teplotu hvězdy.

Řešení: Obdobným postupem jako u předcházejících úloh stanovíme $R = 1{,}7\,R_{\odot}$, $T_{\mathrm{ef}} = 6\,550\,\mathrm{K}$.

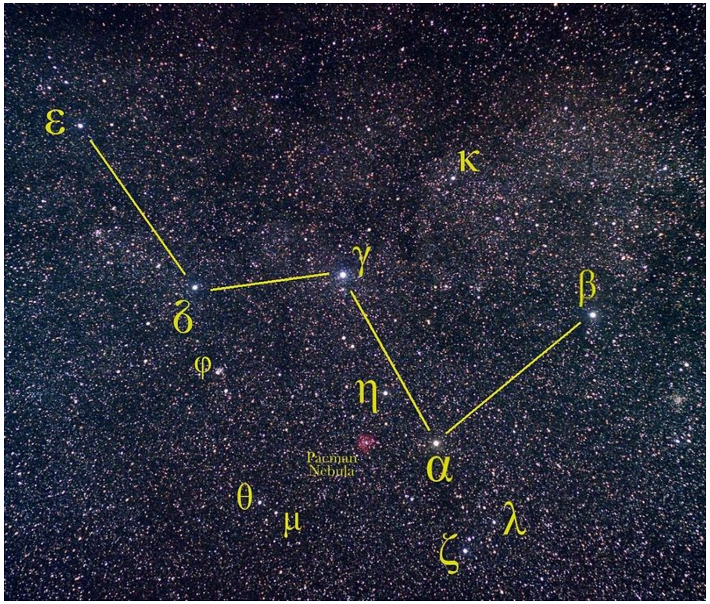




Výpočet charakteristik hvězd

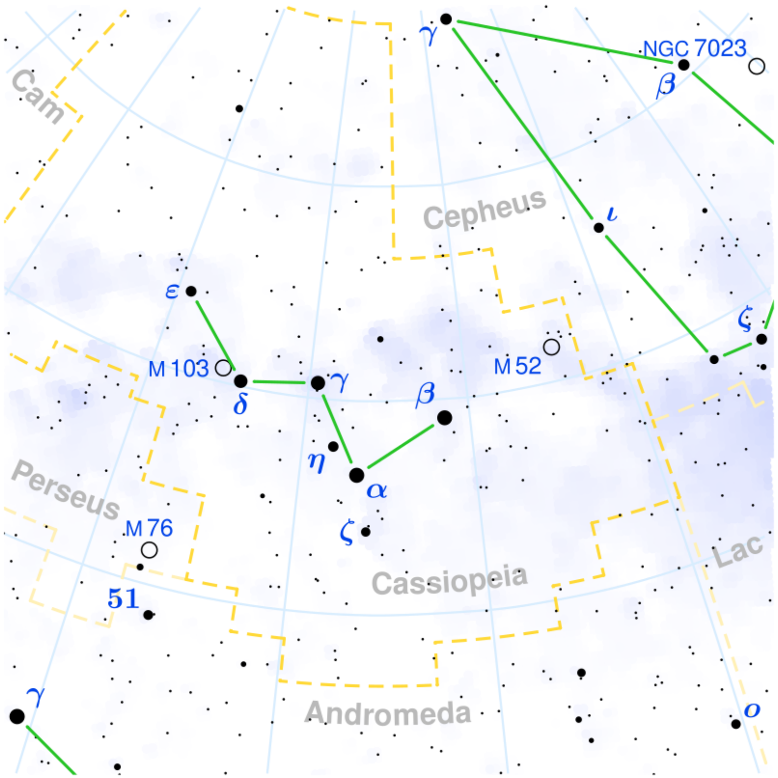
Úloha 4.8 U hvězdy α Cas Schedar K0 III s efektivní povrchovou teplotou 4 500 K, nacházející se ve vzdálenosti 70 pc byla zjištěna hustota zářivého toku $F_{\mathrm{bol}} = 1{,}65 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$. Určete L, R, M_{bol}, m_{bol}, modul vzdálenosti a λ_{max}.

Řešení: Zářivý výkon určíme ze vztahu $L = 4\pi r^2 F_{\mathrm{bol}} = 9{,}67 \cdot 10^{28}\,\mathrm{W} = 251\,L_{\odot}$. Poloměr hvězdy stanovíme ze vztahu $R = \left(\frac{L}{4\pi\sigma T_{\mathrm{ef}}^4}\right)^{1/2}$. Absolutní bolometrickou hvězdnou velikost stanovíme ze vztahu $\log L = 0{,}4\,(4{,}75 - M_{\mathrm{bol}})$, odkud $M_{\mathrm{bol}} = -1{,}24\,\mathrm{mag}$. Pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikost získáme z upravené Pogsonovy rovnice $m_{\mathrm{bol}} = M_{\mathrm{bol}} + 5\log r - 5 = 2{,}99\,\mathrm{mag}$. Modul vzdálenosti je $m_{\mathrm{bol}} - M_{\mathrm{bol}} = 4{,}23\,\mathrm{mag}$. Vlnová délka hodnoty maximální intenzity záření zjištěná z Wienova posunovacího zákona je $\lambda_{\mathrm{max}} = 644\,\mathrm{nm}$.



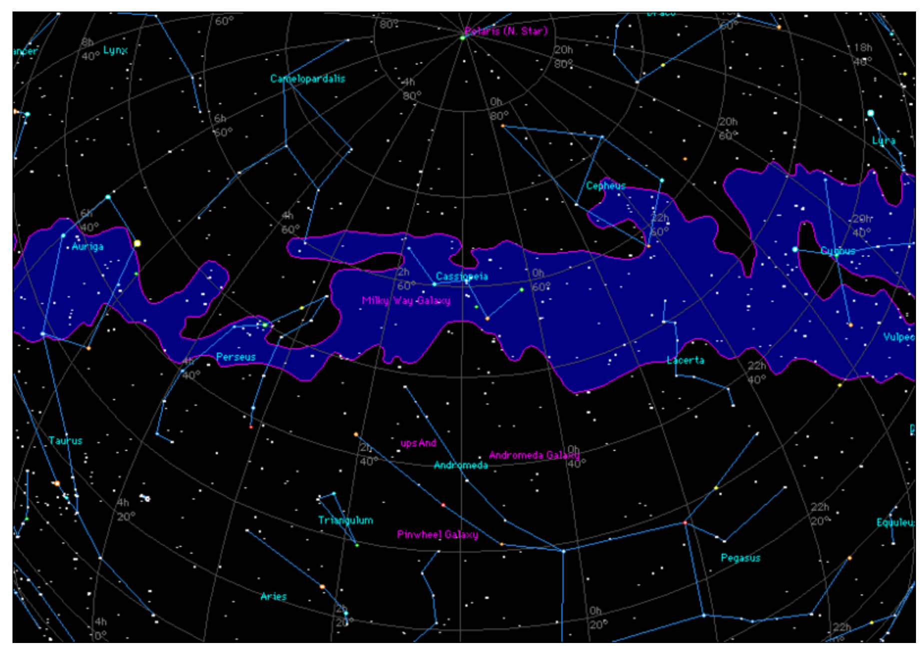


Výpočet charakteristik hvězd



Schedar moderní hodnoty

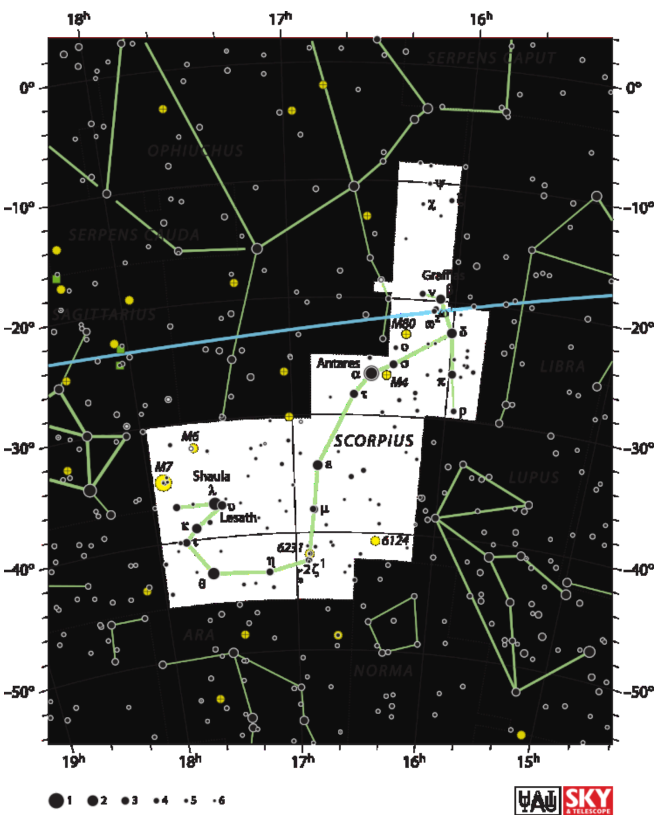
$4\ M_S$, $45\ R_S$, 4 500 K, $750\ L_S$



Výpočet charakteristik hvězd

Úloha 4.20 Hvězda 18 Sco (HD 146 233) je svými charakteristikami velmi podobná našemu Slunci. Její zářivý výkon je o 5 % větší než sluneční, zatímco efektivní teplota je o 90 K nižší než sluneční. Určete poloměr hvězdy.

Řešení: Při $L_{\odot} = 3{,}86 \cdot 10^{26}$ W a teplotě Slunce $T_{\odot} = 5\,777$ K stanovíme zářivý výkon a teplotu hvězdy 18 Sco takto $L_{\mathrm{Sco}} = 4{,}05 \cdot 10^{26}$ W a teplota $T_{\mathrm{Sco}} = 5\,687$ K. Poloměr hvězdy určíme ze vztahu $R = \left(\frac{L_{\mathrm{Sco}}}{4\pi\sigma T^4_{\mathrm{ef,\,Sco}}}\right)^{1/2} = 7{,}4 \cdot 10^8$ m.





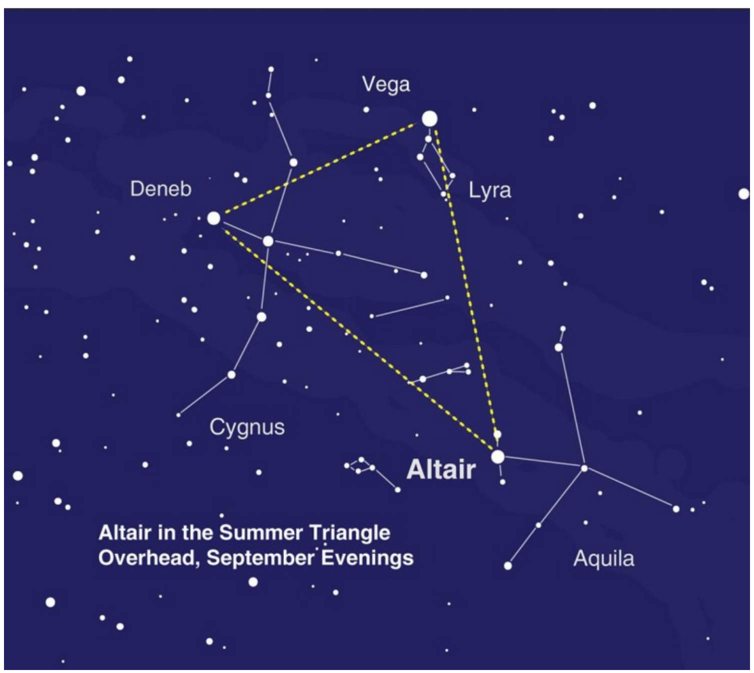
18 Sco

1 M_S , 1 R_S, 5 700 K, 1 L_S, r = 14 pc

Výpočet charakteristik hvězd

Úloha 4.24 Hvězda Altair se nachází ve vzdálenosti $r = 5{,}14\,\text{pc}$, její úhlový poloměr je $\alpha = 0{,}8 \cdot 10^{-8}\,\text{rad}$, efektivní teplota $T_{\text{ef}} = 7\,680\,\text{K}$. Na základě těchto údajů lze vypočítat zářivý výkon hvězdy. Můžeme ověřit správnost vypočítané hodnoty zářivého výkon bolometrickým měřením hustoty zářivého toku, jestliže prahová citlivost bolometru umístěného na družici k určení hustoty zářivého toku je $10^{-8}\,\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$?

Řešení: Nejprve stanovíme poloměr hvězdy $R = \alpha r = 1{,}3 \cdot 10^9\,\text{m} = 1{,}9\,R_\odot$. Propočítaný zářivý výkon hvězdy je $4\pi R^2 \sigma T_{\text{ef}}^4 = 4{,}2 \cdot 10^{27}\,\text{W}$. Odtud vypočítaná hustota zářivého toku $F_{\text{bol}} = 1{,}3 \cdot 10^{-8}\,\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$, bolometr má dostatečnou prahovou citlivost.

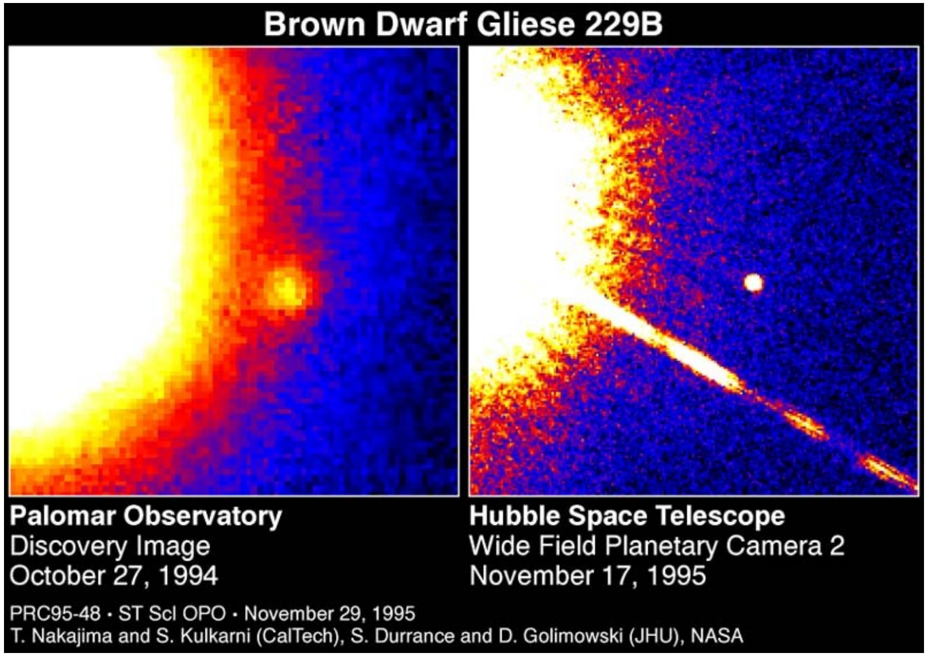




Výpočet charakteristik hvězd

Úloha 4.25 První objevený hnědý trpaslík Gl 229 B se vyznačuje roční paralaxou $\pi =$ $= 0{,}175''$. Maximum intenzity vyzařování jeho spojitého spektra připadá na vlnovou délku $2{,}9\,\mu$m, poloměr je $0{,}94\,R_{\mathrm{J}}$. Odhadněte, jaká musí být minimální prahová citlivost bolometru umístěného na družici obíhající Zemi k detekci hustoty zářivého toku od tohoto hnědého trpaslíka.

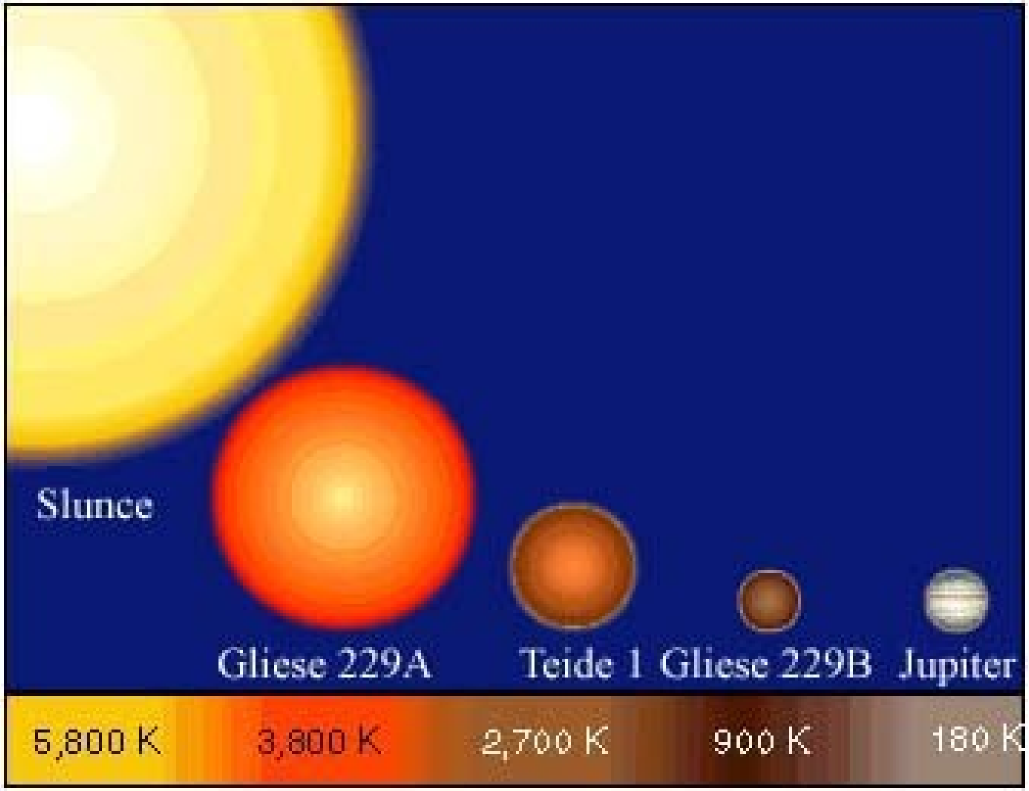
Řešení: Při paralaxe $\pi = 0{,}175''$ je vzdálenost hvězdy $r = 5{,}7\,$pc. Teplotu určíme z Wienova posunovacího zákona $T = b/\lambda = 1000\,$K. Zářivý výkon $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\mathrm{ef}}^4 = 3{,}2 \cdot 10^{21}\,$W. Požadovaná minimální prahová citlivost je $F_{\mathrm{bol}} = \frac{L}{4\pi r^2} = 8{,}2 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$.



Hnědí ? šarlatoví trpaslíci, soustava Gliese 229

fyzická dvojhvězda, T = 200 roků,
a = 40 au, π = 0,173“

M_1 = 0,6 M_S , R_1 = 0,5 R_S ,
$T_{ef} \approx$ 3000 K, hnědý trpaslík
$M_2 \sim$ 40 M_J, R = 1R_J $T_{ef} \sim$ 900 K,
CH_4



Hnědí trpaslíci

Shiv Kumar 1963 – navrhl tělesa s hmotnostmi mezi hvězdami a planetami

Jill Tarterová 1975 – pro infračervené hvězdy zavedla pojem hnědí trpaslíci, ve skutečnosti šarlatoví trpaslíci

1994 – objev prvních hnědých trpaslíků, potvrzení teoretických úvah

Hnědí trpaslíci v Orionu





Hnědí trpaslíci

Při T > 2 500 K   sp. třída L ~ 2 000 K, teplí hnědí trpaslíci
sp. třída T ~ 1 000 K, chladnější h. trpaslíci
sp. třída Y ~ 750 K , velmi chladní hnědí trpaslíci

Vyzařování v infračerveném oboru

Poloměry ~ 10^{-1} R_S
Hmotnosti ($8 . 10^{-2} – 2 . 10^{-2}$) M_S
Zářivé výkony (10^{-3} - 10^{-6}) L_S

Nejprve přeměna deutéria na helium, posléze vznik degenerovaného plynu $T_c \downarrow$, $P_c \uparrow$, $U_i \uparrow$

Jak je nalezneme? - Lithiový a metanový test

Hnědí trpaslíci

Objekt však není ani planetou, protože ve vývoji tohoto objektu s hmotností (0,07 – 0,013) M_S musí existovat krátká etapa termonukleárního stadia, v jejímž průběhu shoří těžký izotop vodíku deuterium D→ He, ${}^1_1H + {}^2_1D \rightarrow {}^3_2He$. Jde o velmi krátkou etapu vývoje, protože deutérium je velmi řídce se vyskytující izotop, D/H = 10^{-5}, hoření proto probíhá pouze několik milionů roků, což nezabrání celkovému dalšímu smršťování objektu. Povrchová teplota nepřevýší 2 800 K, proto takové hvězdy nazýváme hnědými trpaslíky, vhodněji a přesněji „šarlatovými" hvězdami.

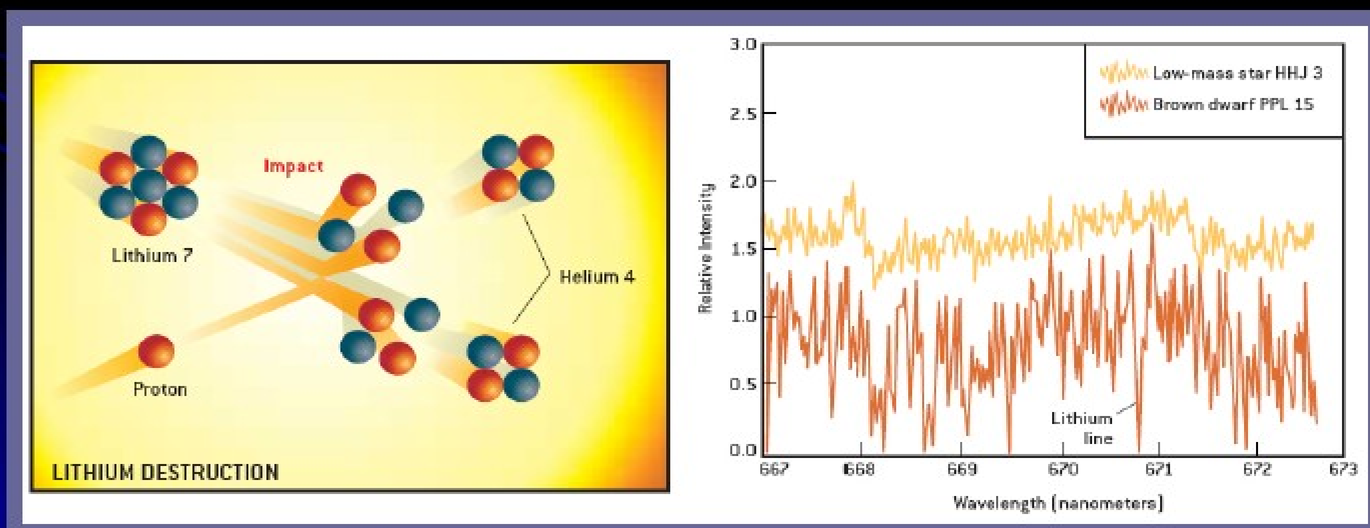
vyzařování v infračerveném oboru, uvolňování potenciální energie při smršťování

Vývoj hnědých trpaslíků můžeme sledovat prostřednictvím viriálové věty $0 = W_T + W_p$, předpokládáme, že hvězda se pozvolna smršťuje. Platí $\langle W_T \rangle = -\frac{1}{2}\langle W_p \rangle$, tudíž $W_p = -k\frac{GM^2}{R} \rightarrow \Delta W_p = k\frac{GM^2}{R^2}\Delta R$. Při konstantní hmotnosti $\Delta W_T \approx -\frac{\Delta R}{R^2} > 0$, tedy ΔR je záporné. Hvězdy se smršťují a narůstá jejich centrální teplota.

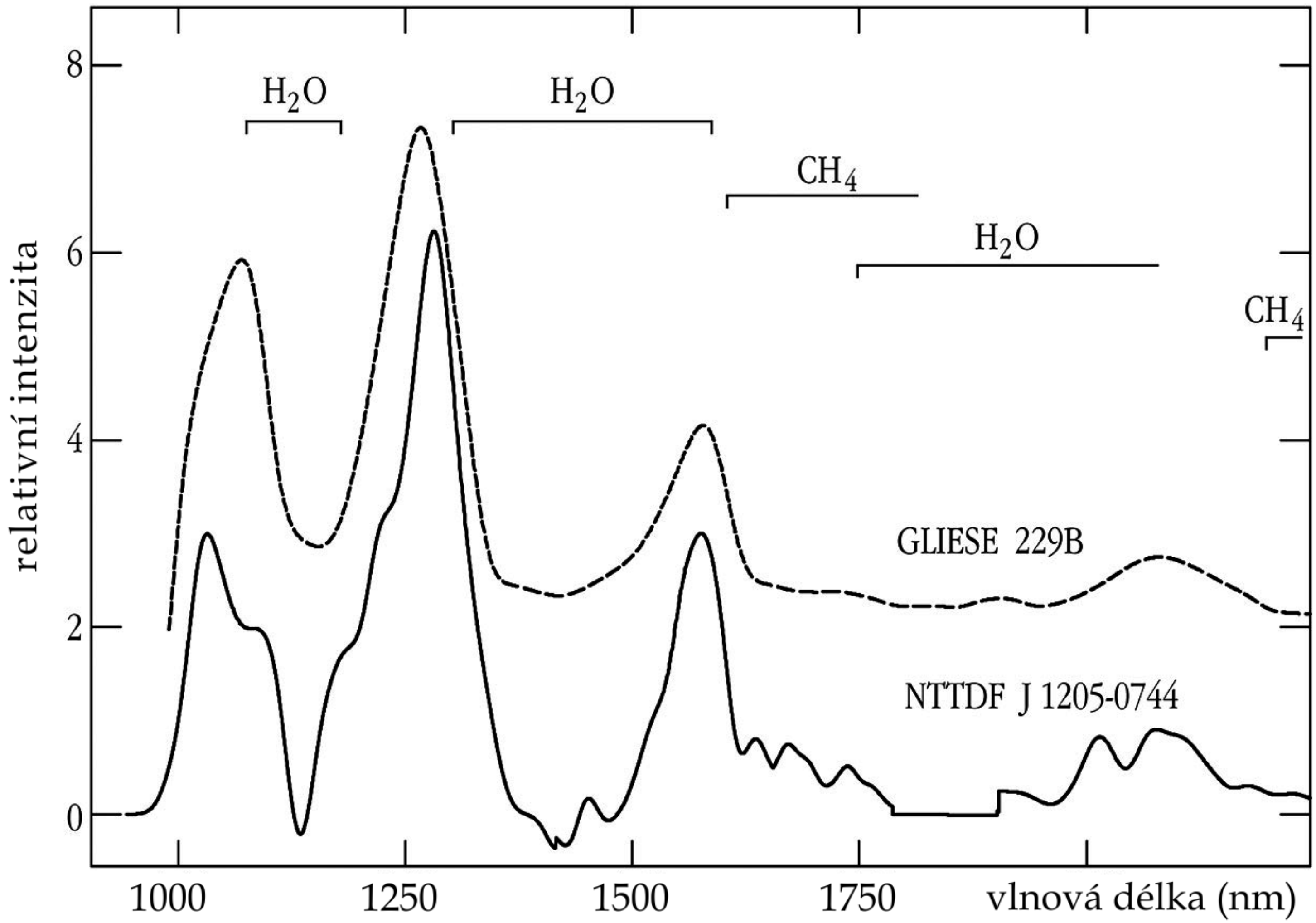
Hnědí trpaslíci

Lithiový test

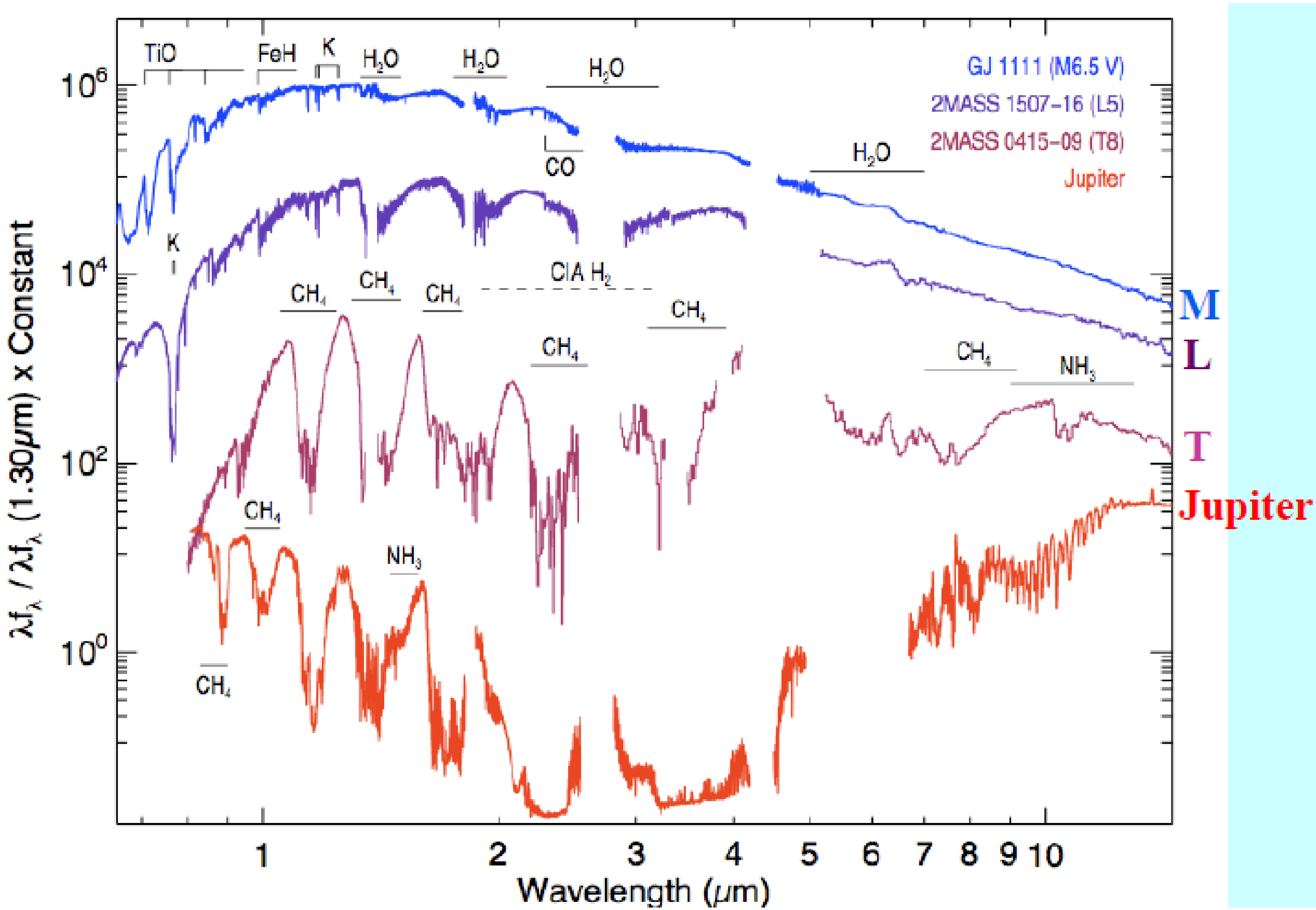
- **Přítomnost čar lithia ve spektru**
  - Zápalná teplota Li+p → 2 He o něco nižší než p+p → D
  - Nepřítomnost Li – důkaz vyšší teploty, zapálení H
- **Test není absolutní**
  - Li čáry i u velmi mladých hvězd a ve vnější atmosféře
  - Existují HT s teplotou dostatečnou k spálení Li
- **Teide 1- první izolovaný HT prověřený lithiovým testem**



Hnědí trpaslíci – metanový test



Hnědí trpaslíci – spektrum



Hnědí trpaslíci – charakteristiky

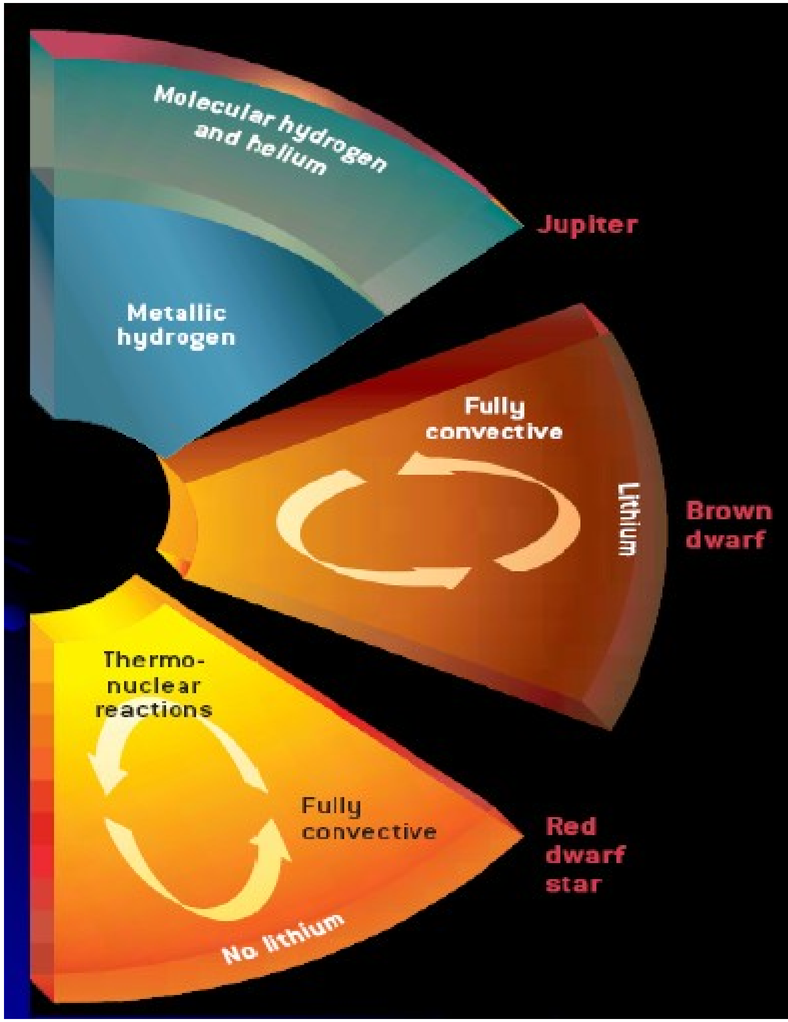


Name	Jupiter	Gliese 229B	Teide 1	Gliese 229A	Sun
Type of object	Gas-giant planet	Brown dwarf	Brown dwarf	Red dwarf star	Yellow dwarf star
Mass (Jupiter-masses)	1	30–40	55	300	1,000
Radius (kilometers)	71,500	65,000	150,000	250,000	696,000
Temperature (kelvins)	100	1,000	2,600	3,400	5,800
Age (years)	4.5 billion	2–4 billion	120 million	2–4 billion	4.5 billion
Hydrogen fusion	No	No	No	Yes	Yes
Deuterium fusion	No	Yes	Yes	Yes	Yes

Hnědí trpaslíci

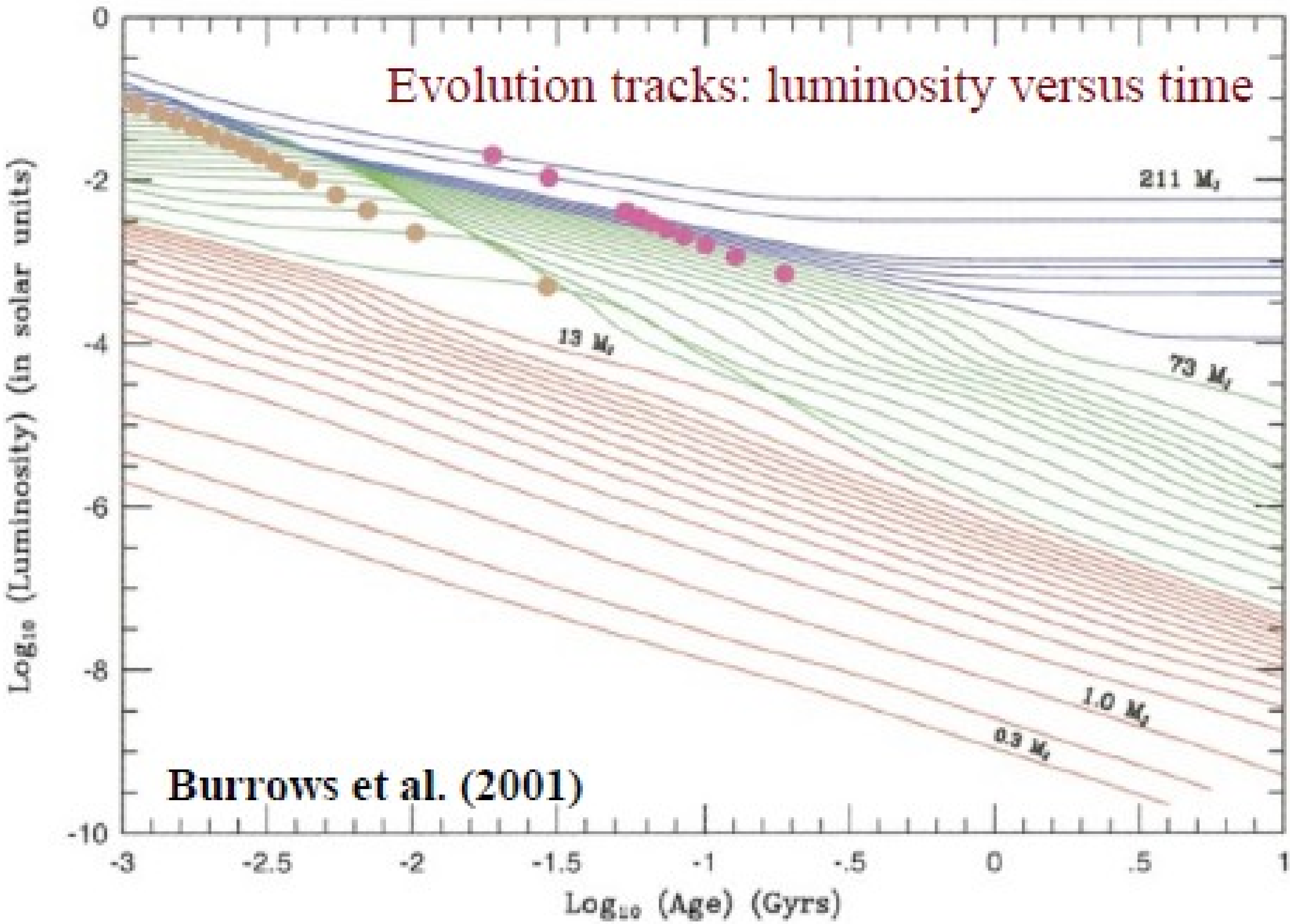


Hnědí trpaslíci

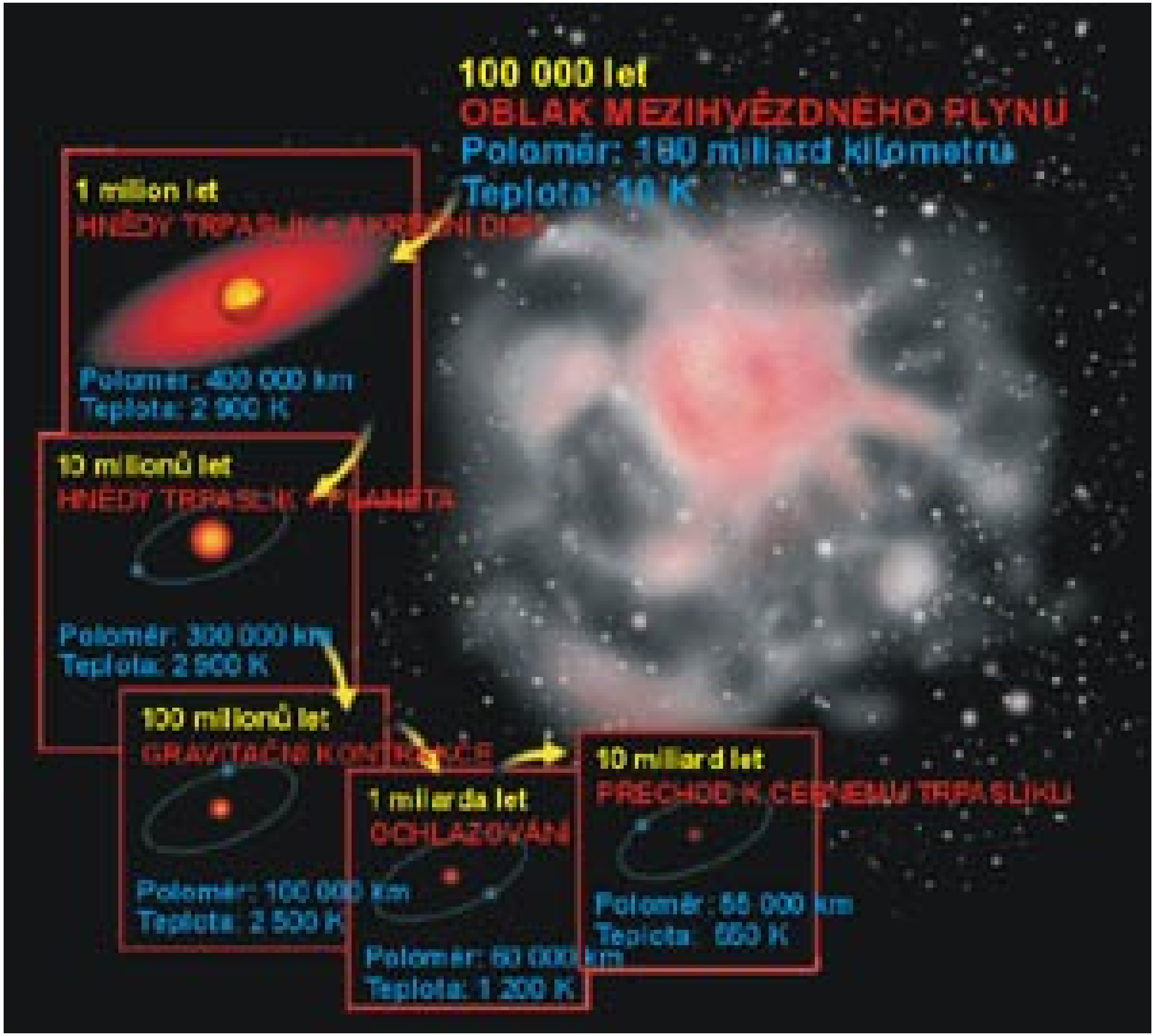


- Přenos energie **konvekcí** – vnitřek hnědých i červených trpaslíků se dokonale promíchává. **Spektrum hvězdy** tak odráží chemické složení nitra
- V nitru HT spáleno deuterium,ne ale lithium
- Ve spektru by měly být přítomny čáry lithia

Hnědí trpaslíci – vývoj



Hnědí trpaslíci – předpokládaný vývoj



Nitro hvězd

6.1, 6.5, 6.7, 6.8, 6.10, 6.11, 6.20, 6.28, 6.30

Astrofyzika V.

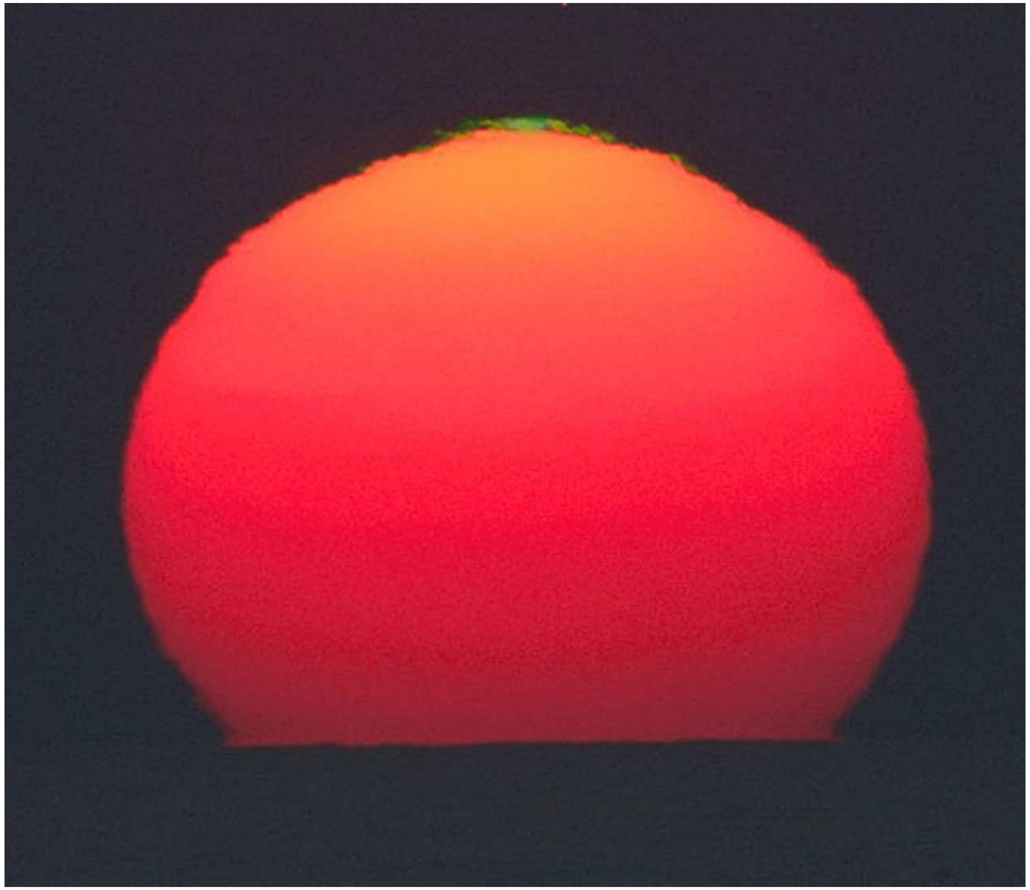
Zdroje energie hvězd, Odchod z hlavní posloupnost, závěrečná stadia vývoje hvězd

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Výzkum Slunce – co je zdrojem energie?

zelený paprsek, **atmosféra – hranol, atmosférická refrakce je větší pro kratší vlnové délky, modré světlo zeslabováno silněji než zelené**



Uvolňování energie ve hvězdách

podmínka dlouhodobosti zdrojů

$L \sim 4.10^{26}$ W , nejstarší horniny Země, Měsíc – $t \sim 4{,}5 \,.\, 10^{9}$ r

potřebná energie $E = L \,.\, t = 4.10^{26} \,.\, 4.5.10^{9}.3.10^{7} =$ **$5{,}4.10^{43}$ J**

gravitační potenciální energie 10^{41} J

termonukleární reakce $\Delta E = \Delta m\, c^{2}$

účinnost termonukleárních reakcí 0,7 %

odhad při podmínce vzniku prvků až po železo $\Delta m\, c^{2} = 0{,}007\, M_{S}\, c^{2} \sim$ **10^{45} J**

dostatečný zdroj energie

Zdroj energie Slunce - gravitační energie?

Powering the Sun: Gravitational Energy???

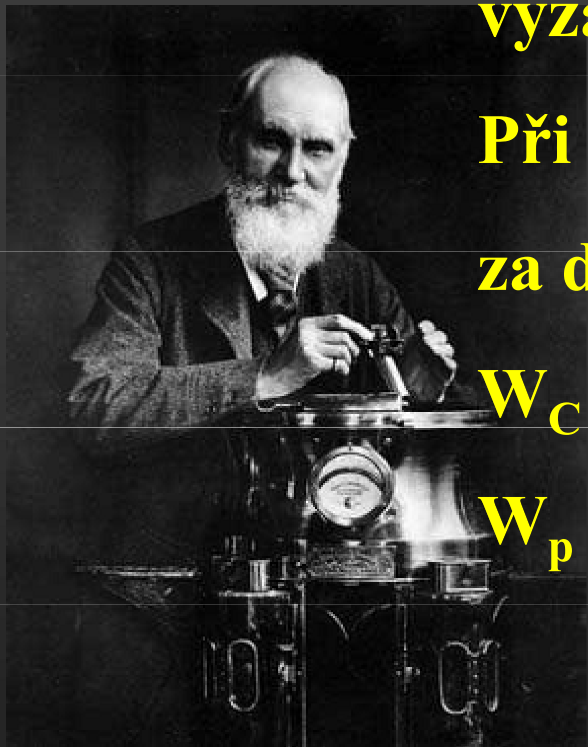
vyzářená energie Sluncem

Při $L_S = 4 \,.\, 10^{26}$ W

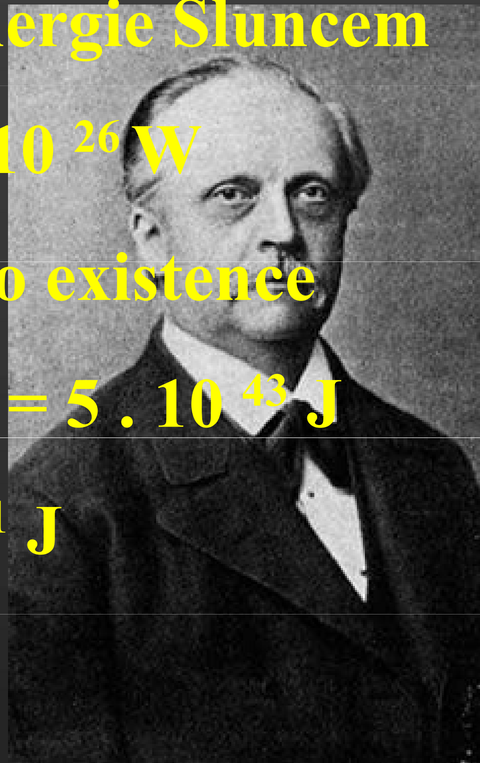
za dobu jeho existence

$W_C = L_S \,.\, t = 5 \,.\, 10^{43}$ J

$W_p = -10^{41}$ J



Lord Kelvin (1824-1907)



Hermann von Helmholtz (1821-94)



Zdroje energie

H . N. Russell (1877 - 1957) formuloval požadavky na zdroje energie hvězd

1. Uplatňují se při vysokých teplotách a hustotách, tedy v nitrech hvězd, nikoliv planet
2. Zvýšení uvolňování energie nesmí vést k explozivním procesům
3. Velikost uvolňované energie je regulována, platí zářivá rovnováha

Zdroj energie hvězd – hmotnostní úbytek



- Chaplin to Einstein: “People love me, because they understand *everything* I say, and they love you, because they understand *nothing* of what you say…”

Zdroje hvězdné energie

Zdroje hvězdné energie

gravitační potenciální energie

$$W_p = -\frac{3}{5}\frac{G M^2}{R} \quad \text{při } \rho = \text{konst.}$$

pro Slunce

$$W_p \simeq -10^{41}\ \text{J}$$

termonukleární energie

potenciální energie elektrostatického působení

2 protony :
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z e^2}{r} \simeq 10^3\ \text{keV}$$

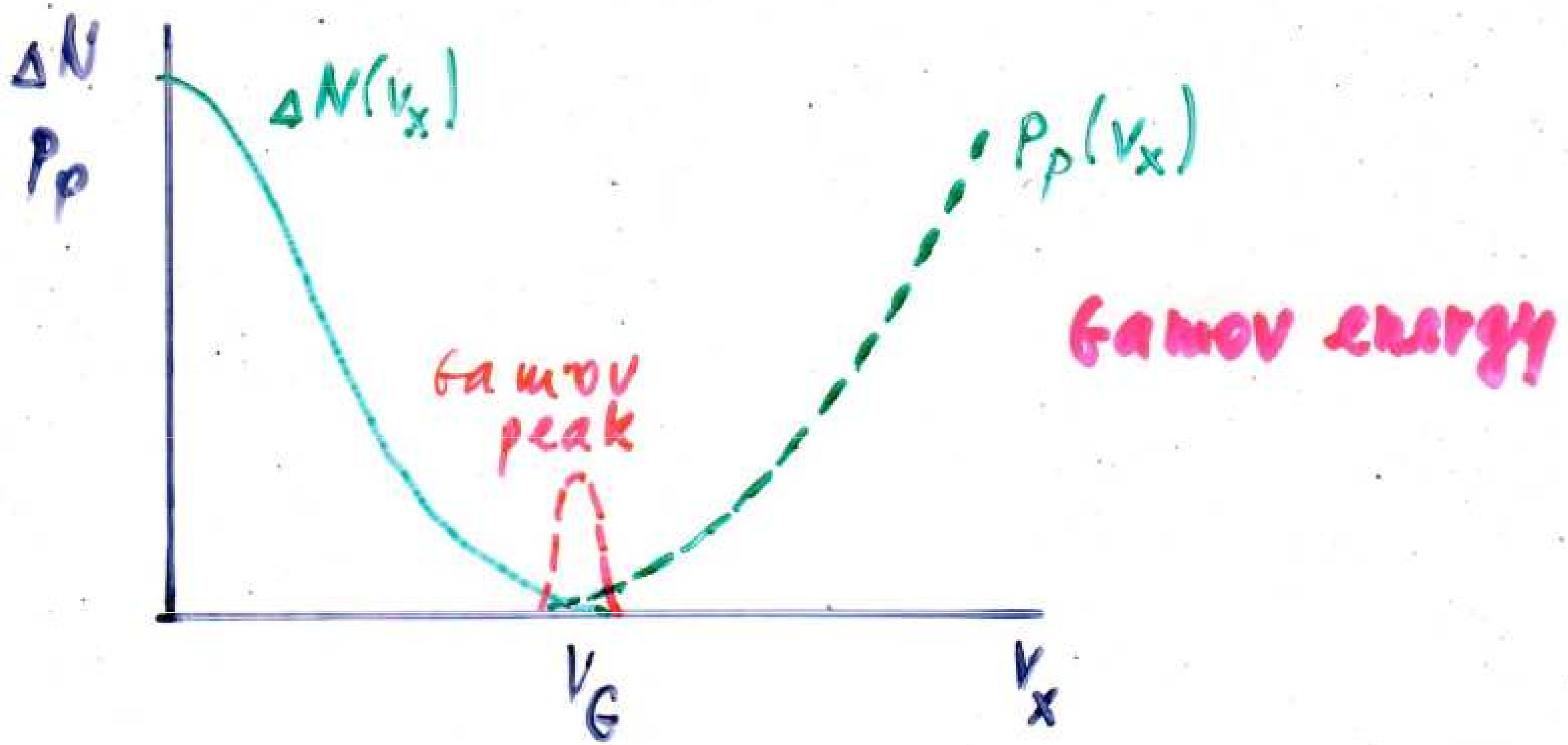
k dispozici pouze 1 keV

?

a) Maxwellův zákon statistického rozdělení

b) tunelový jev!

Zdroje hvězdné energie



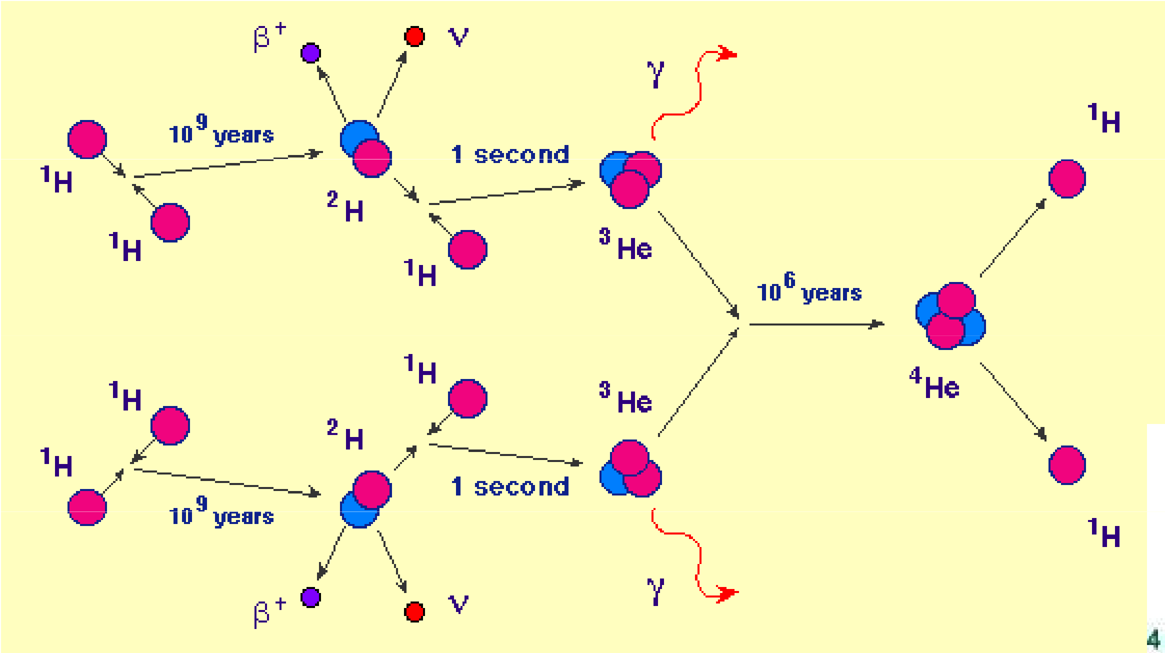
rozdělení rychlostí $\Delta N(v_x) \sim v_x$ —

pravděpodobnost průniku pot. valem $P_p(v_x) \sim v_x$ - -

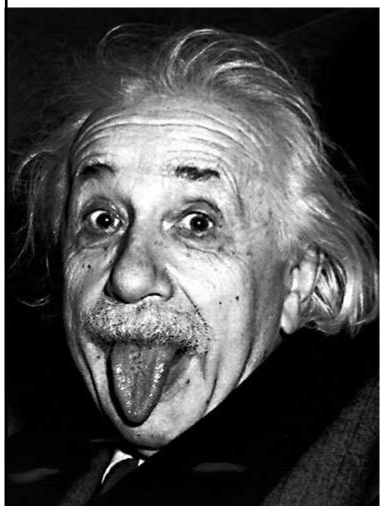
výsledek, násobek obou fcí - - -

náboje $Z_1 e$, $Z_2 e$

Termonukleární reakce - řetězce a cykly



p-p řetězec



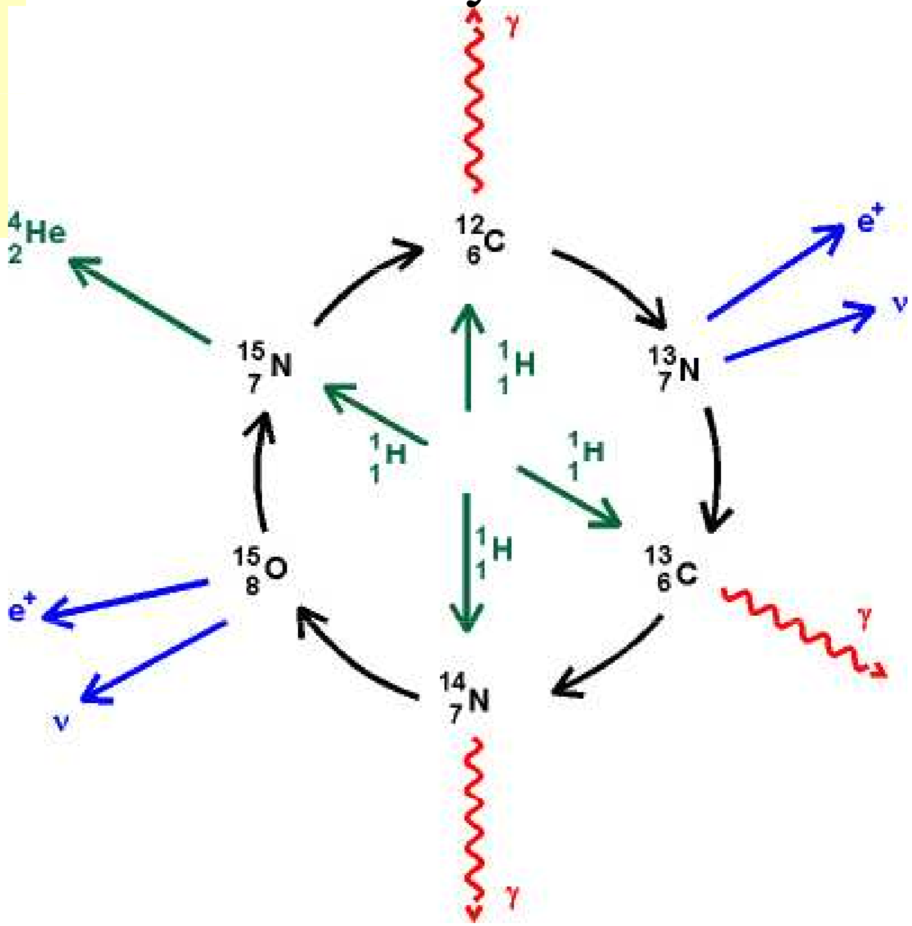
$\Delta E = \Delta m\ c^2$

$4m_p - m_{He} = 5.10^{-27}$ kg

pro Slunce

$\Delta m = 4.10^{\ 9}$ kg.s^{-1}

CNO cyklus



Termonukleární reakce p-p řetězec

spodní část HP, T (5 - 16) milionů stupňů, ze čtyř protonů vznik jádra atomu helia, první varianta, přes 70 % pravděpodobnost

$$^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{2}_{1}H + e^{+} + \nu,$$

$$^{1}_{1}H + {}^{2}_{1}H \longrightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma,$$

$$^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \longrightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{1}H.$$

druhá varianta

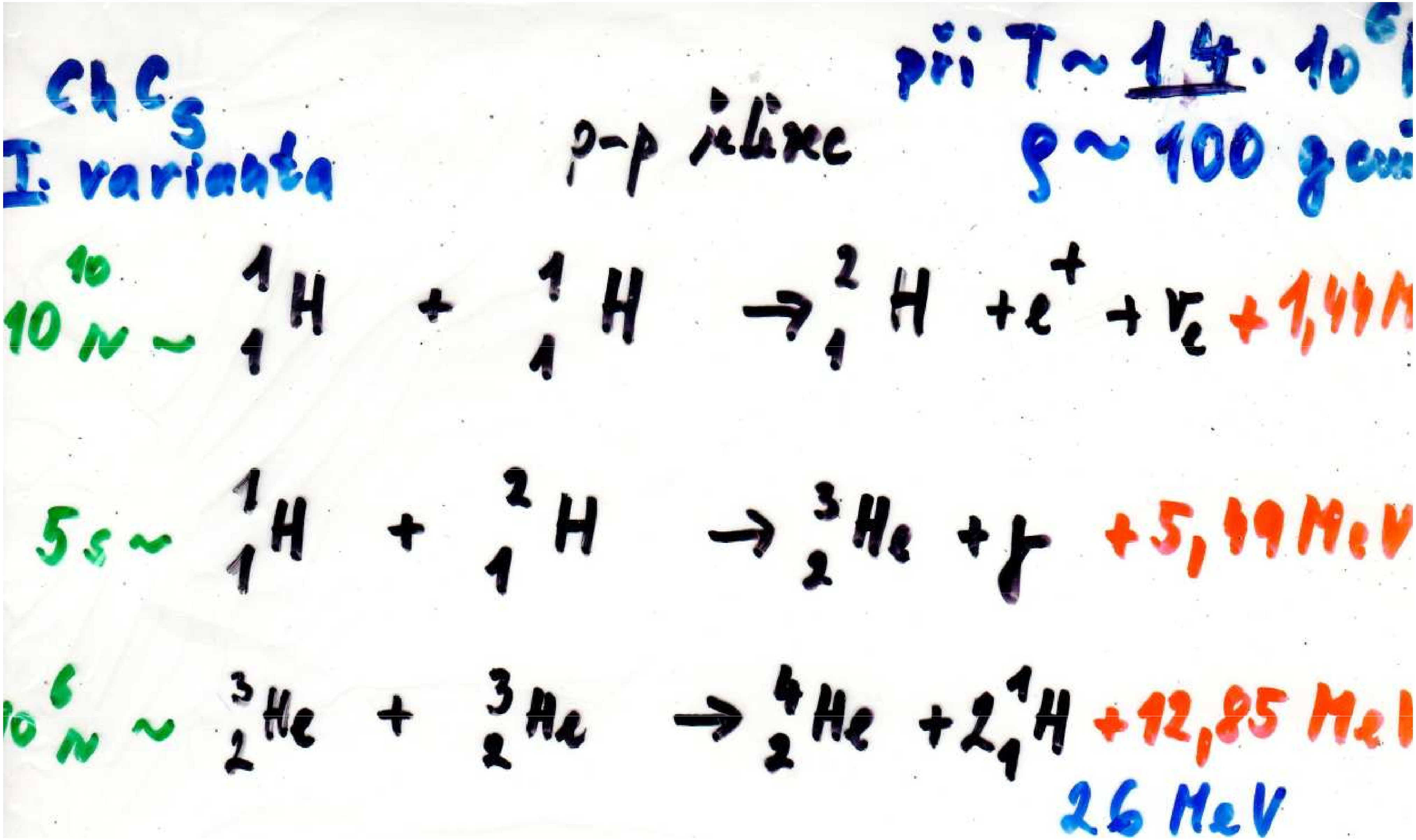
$$^{3}_{2}He + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{7}_{4}Be + \gamma,$$

$$^{7}_{4}Be + e^{-} \longrightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu,$$

$$^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{8}_{4}Be + \gamma,$$

$$^{8}_{4}Be \longrightarrow 2\,{}^{4}_{2}He.$$

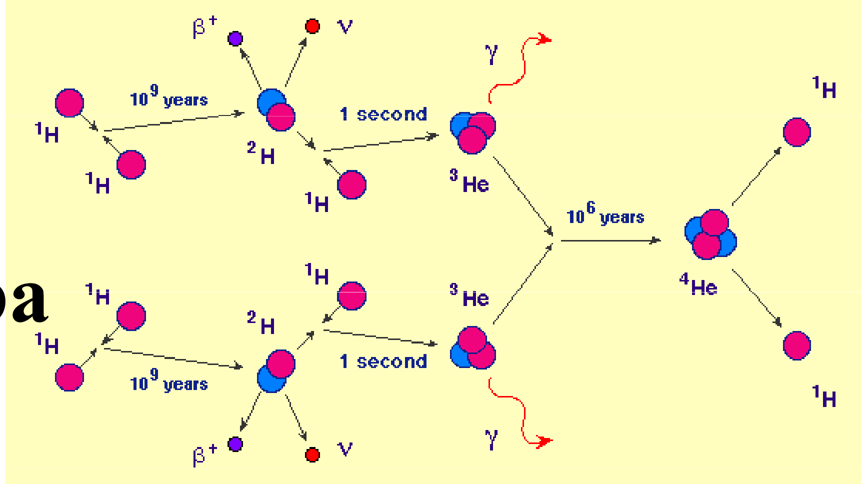
Termonukleární reakce p-p řetězec

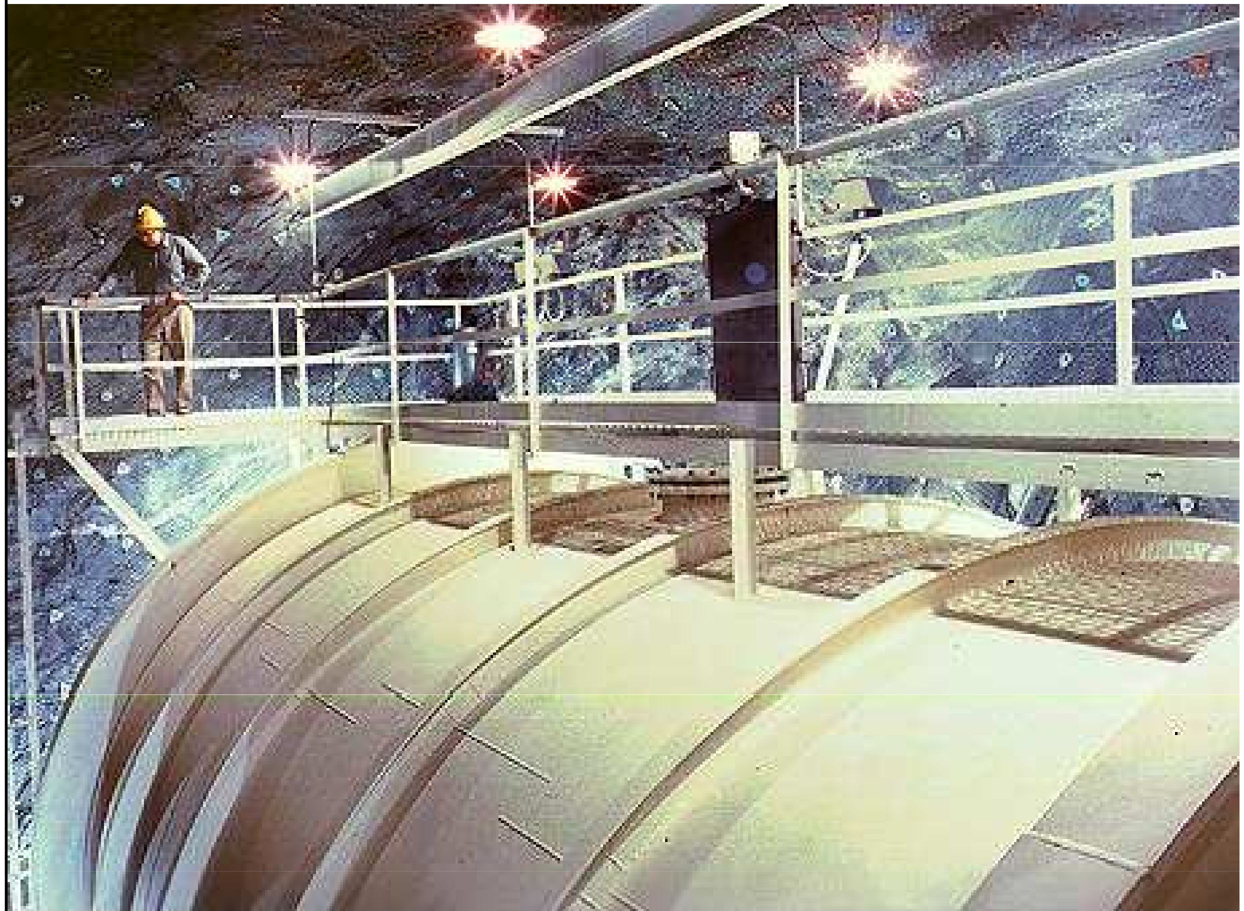


Detekce slunečních neutrin

Nobelova cena za fyziku r. 2002

Raymond Davis, Masatoshi Koshiba





Davisův experiment běžel nepřetržitě od roku 1970 do roku 1994 a za tu dobu vzniklo v Davisově cisterně díky slunečním neutrinům asi 2200 atomů radioaktivního argonu. Foto R. Davis.



Raymond Davis Jr., čerstvý nositel Nobelovy ceny. Foto Brookhaven National Laboratory.

Neutrinový skandál

asi 0,5 MeV odnáší vzniklá neutrina

provádíme jejich detekci na Zemi pomocí chlor – argonové reakce

Davies
Nobelova cena 2002!

$$\nu_e + {}^{37}_{17}Cl \rightarrow {}^{37}_{18}Ar + e^-$$

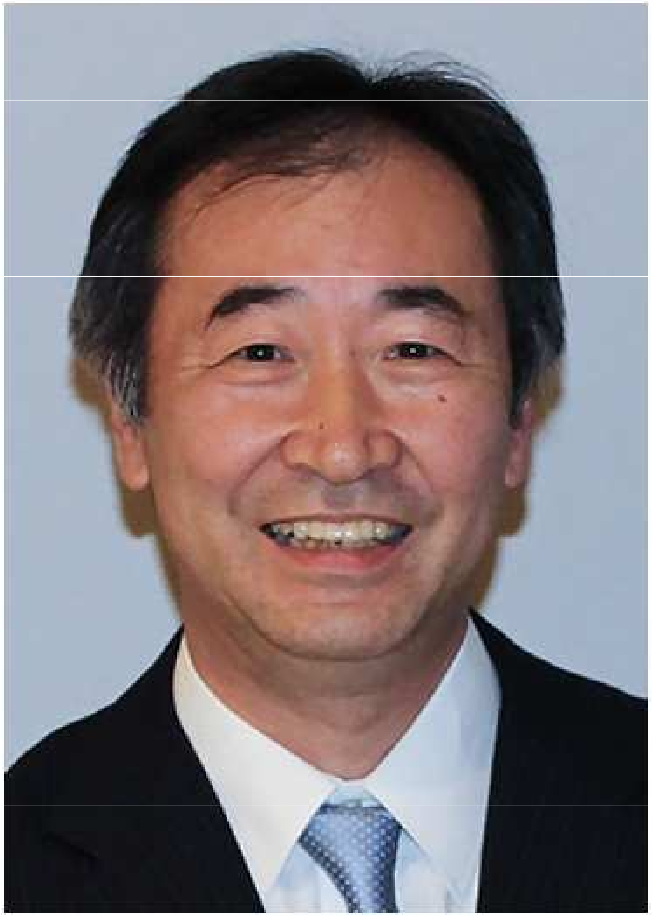
$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-$$

neutrino přeměňuje jeden neutron v jádře na proton, vzniká izotop argonu lišící se od chloru;
pro zaznamenání jsou potřebná neutrina s energií $\sim$ 0,814 MeV

Nitro Slunce - neutrina vysvětlení

Objev oscilací neutrin byl oceněn Nobelovou cenou za fyziku 2015

Abstrakt. Nobelovu cenu za fyziku pro rok 2015 získali stejným dílem Takaaki Kajita z Tokijské univerzity v Japonsku a Arthur Bruce McDonald z Queen's University v Kingstonu v Kanadě za objev oscilací neutrin. Oficiální citace nobelovského výboru zní: „for the discovery of neutrino oscillations, which shows that neutrinos have mass".



Takaaki Kajita



Arthur Bruce McDonald

Nitro Slunce – neutrina

Z detailního měření rozpadů neutrálního kalibračního bosonu Z v experimentech na urychlovači LEP v CERN víme, že **existují právě tři druhy (lehkých) neutrin**, tzv. elektronová ν_e, mionová ν_μ a tauonová ν_τ a jejich antičástice $\overline{\nu_e}$, $\overline{\nu_\mu}$ a $\overline{\nu_\tau}$. Elektronová antineutrina byla objevena až 26 let po Pauliho předpovědi v reakci: $\overline{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ antineutrin z jaderného reaktoru. V letošním roce si tedy připomeneme 60. výročí objevu neutrina. V roce 1962 bylo prokázáno, že svazky urychlovačových neutrin z rozpadů nabitých pionů při interakcích s protony a neutrony produkují miony, tj. že se jedná o mionová neutrina. Existence tauonového neutrina byla experimentálně prokázána až v roce 2000.

Sluneční neutrina. Intenzivním zdrojem *elektronových neutrin* je Slunce. Neutrina tam vznikají při jaderné fúzi protonů a v následných beta plus rozpadech anebo elektronovém záchytu vzniklých izotopů lehkých jader. Při fúzi protonů na deuterium: $p + p \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu_e$ vzniká obrovský tok elektronových neutrin s malými energiemi do 0.4 MeV. Přibližně 60 miliard těchto neutrin dopadá každou sekundu na čtvereční centimetr zemského povrchu. Neutrina s velkými energiemi až 15 MeV jsou přibližně dvacettisíckrát méně častá a vznikají především v beta plus rozpadech izotopu boru ${}^8_5B$ na dvě alfa částice: ${}^8_5B \rightarrow 2\,{}^4_2He + e^+ + \nu_e$.

Termonukleární reakce CNO cyklus

Ve hvězdách horní části hlavní posloupnosti, hvězdách s větší hmotností a vyšší centrální teplotou, přibližně 16 - 50 milionů stupňů, se uplatňuje uhlíkový cyklus, zkráceně CNO cyklus. Rychlost jeho reakcí je mnohem více závislá na teplotě, než rychlost reakcí p-p řetězce. Sled reakcí CNO cyklu je následující.

$$ {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma , \qquad (3.1.5.14) $$

$$ {}^{13}_{7}N \longrightarrow {}^{13}_{6}C + e^{+} + \nu , \qquad (3.1.5.15) $$

$$ {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma , \qquad (3.1.5.16) $$

$$ {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma , \qquad (3.1.5.17) $$

$$ {}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}N + e^{+} + \nu , \qquad (3.1.5.18) $$

$$ {}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He . \qquad (3.1.5.19) $$

Termonukleární reakce CNO cyklus

CNO cyklus

$$\ldots \cdot 10^7 \, r \sim \; {}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma \; + 1{,}95 \, MeV$$

$$\ldots 7 \, min \sim \; {}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + e^{+} + \nu_e \; + 2{,}22 \, MeV$$

$$\ldots \cdot 10^6 \, r \sim \; {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma \; + 7{,}54 \, MeV$$

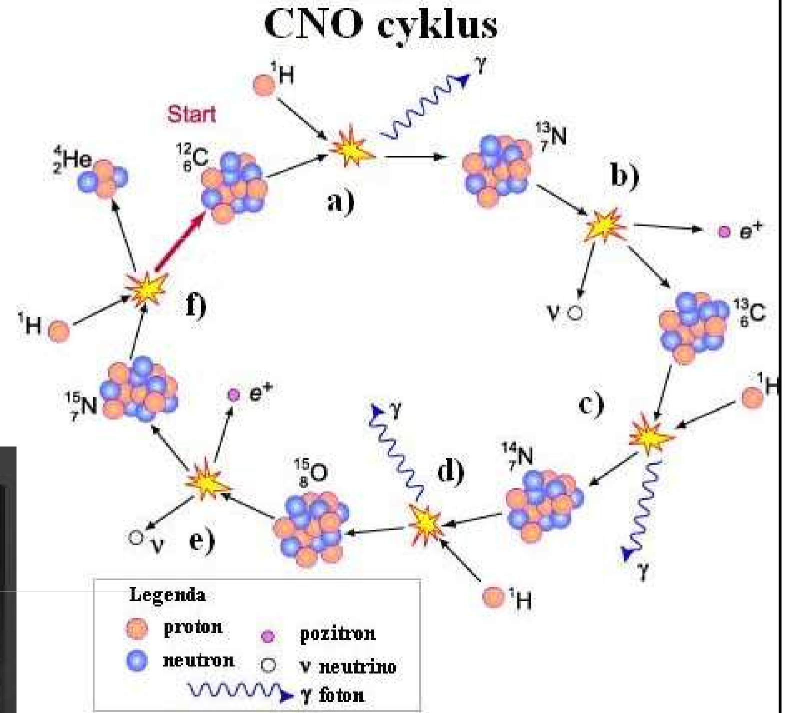
$$\ldots \cdot 10^8 \, r \sim \; {}^{14}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma \; + 7{,}35 \, MeV$$

$$\ldots 2 \, s \sim \; {}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + e^{+} + \nu_e \; + 2{,}71 \, MeV$$

$$\ldots \cdot 10^5 \, r \sim \; {}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He \; + 4{,}96 \, MeV$$

…dmínky $T = 1{,}4 \cdot 10^7 \, K, \; \rho \sim 100 \, g \, cm^{-3}$

Konkrétní typy termonukleárních reakcí



Nobelova cena za fyziku r. 1967

teorie nukleárních reakcí - H. Bethe



termonukleární reakce - dlouhodobý zdroj energie - zaručuje 5 . 10 ^{45} J

Termonukleární reakce CNO cyklus produkce energie ve hvězdách

H. A. BETHE

Energy production in stars

Nobel Lecture, December 11, 1967

History

From time immemorial people must have been curious to know what keeps the sun shining. The first scientific attempt at an explanation was by Helmholtz about one hundred years ago, and was based on the force most familiar to physicists at the time, gravitation. When a gram of matter falls to the sun's surface it gets a potential energy

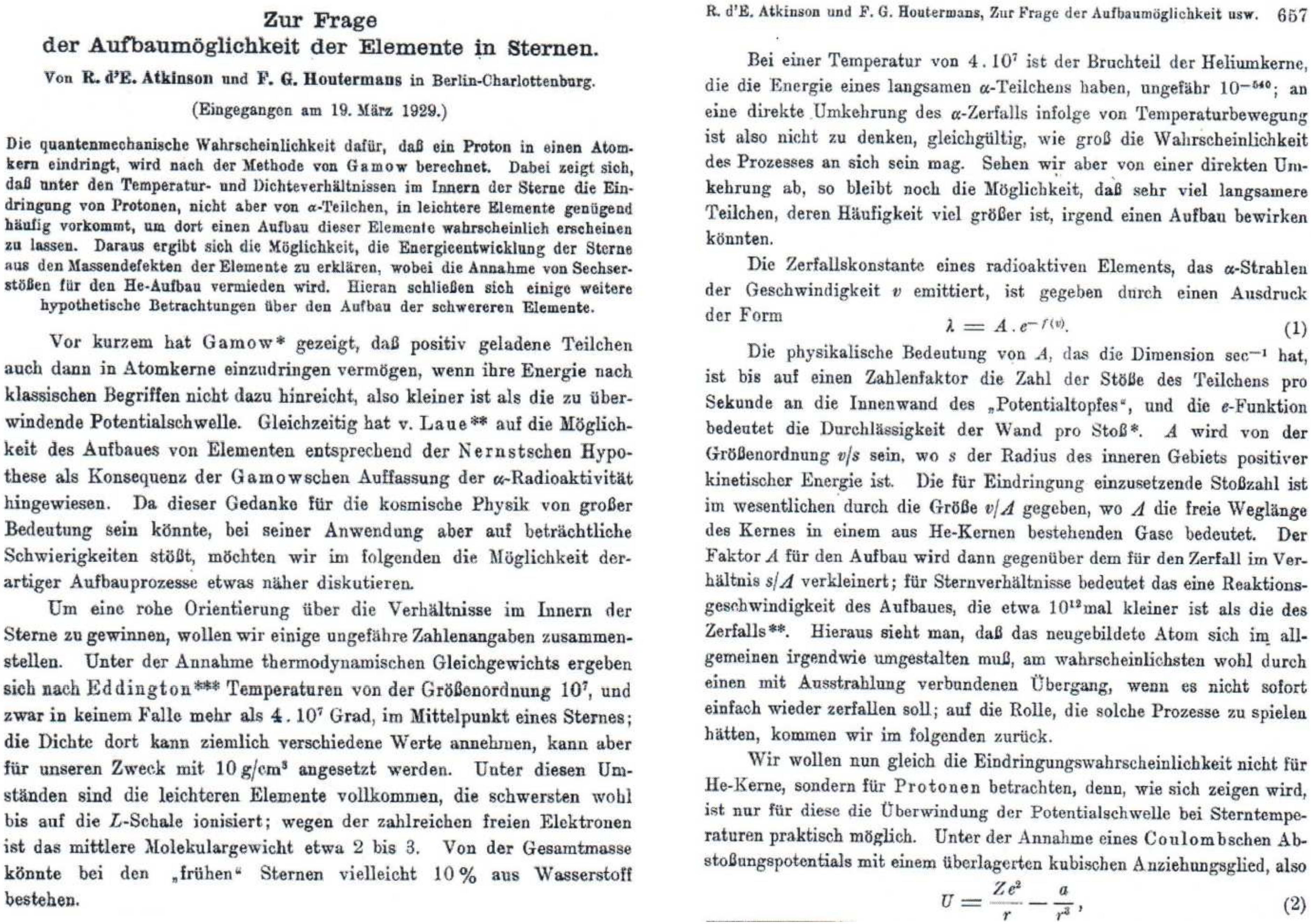
$$E_{pot} = -GM/R = -1.91 \cdot 10^{15} \text{ erg/g} \tag{1}$$

where $M = 1.99 \cdot 10^{33}$ g is the sun's mass, $R = 6.96 \cdot 10^{10}$ cm its radius, and $G = 6.67 \cdot 10^{-8}$ the gravitational constant. A similar energy was set free when the sun was assembled from interstellar gas or dust in the dim past; actually somewhat more, because most of the sun's material is located closer to its center, and therefore has a numerically larger potential energy. One-half of the energy set free is transformed into kinetic energy according to the well-known virial theorem of mechanics. This will permit us later to estimate the temperature in the sun. The other half of the potential energy is radiated away. We known that at present the sun radiates

$$\varepsilon = 1.96 \text{ erg/g sec} \tag{2}$$

Therefore, if gravitation supplies the energy, there is enough energy available to supply the radiation for about 10^{15} sec which is about 30 million years.

Termonukleární reakce
možné v důsledku tunelového jevu



Zur Frage der Aufbaumöglichkeit der Elemente in Sternen.

Von **R. d'E. Atkinson** und **F. G. Houtermans** in Berlin-Charlottenburg.

(Eingegangen am 19. März 1929.)

Die quantenmechanische Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Proton in einen Atomkern eindringt, wird nach der Methode von Gamow berechnet. Dabei zeigt sich, daß unter den Temperatur- und Dichteverhältnissen im Innern der Sterne die Eindringung von Protonen, nicht aber von α-Teilchen, in leichtere Elemente genügend häufig vorkommt, um dort einen Aufbau dieser Elemente wahrscheinlich erscheinen zu lassen. Daraus ergibt sich die Möglichkeit, die Energieentwicklung der Sterne aus den Massendefekten der Elemente zu erklären, wobei die Annahme von Sechserstößen für den He-Aufbau vermieden wird. Hieran schließen sich einige weitere hypothetische Betrachtungen über den Aufbau der schwereren Elemente.

Vor kurzem hat Gamow* gezeigt, daß positiv geladene Teilchen auch dann in Atomkerne einzudringen vermögen, wenn ihre Energie nach klassischen Begriffen nicht dazu hinreicht, also kleiner ist als die zu überwindende Potentialschwelle. Gleichzeitig hat v. Laue** auf die Möglichkeit des Aufbaues von Elementen entsprechend der Nernstschen Hypothese als Konsequenz der Gamowschen Auffassung der α-Radioaktivität hingewiesen. Da dieser Gedanke für die kosmische Physik von großer Bedeutung sein könnte, bei seiner Anwendung aber auf beträchtliche Schwierigkeiten stößt, möchten wir im folgenden die Möglichkeit derartiger Aufbauprozesse etwas näher diskutieren.

Um eine rohe Orientierung über die Verhältnisse im Innern der Sterne zu gewinnen, wollen wir einige ungefähre Zahlenangaben zusammenstellen. Unter der Annahme thermodynamischen Gleichgewichts ergeben sich nach Eddington*** Temperaturen von der Größenordnung 10^7, und zwar in keinem Falle mehr als $4 \cdot 10^7$ Grad, im Mittelpunkt eines Sternes; die Dichte dort kann ziemlich verschiedene Werte annehmen, kann aber für unseren Zweck mit $10\,\mathrm{g/cm^3}$ angesetzt werden. Unter diesen Umständen sind die leichteren Elemente vollkommen, die schwersten wohl bis auf die L-Schale ionisiert; wegen der zahlreichen freien Elektronen ist das mittlere Molekulargewicht etwa 2 bis 3. Von der Gesamtmasse könnte bei den „frühen" Sternen vielleicht 10 % aus Wasserstoff bestehen.

R. d'E. Atkinson und F. G. Houtermans, Zur Frage der Aufbaumöglichkeit usw. 657

Bei einer Temperatur von $4 \cdot 10^7$ ist der Bruchteil der Heliumkerne, die die Energie eines langsamen α-Teilchens haben, ungefähr 10^{-540}; an eine direkte Umkehrung des α-Zerfalls infolge von Temperaturbewegung ist also nicht zu denken, gleichgültig, wie groß die Wahrscheinlichkeit des Prozesses an sich sein mag. Sehen wir aber von einer direkten Umkehrung ab, so bleibt noch die Möglichkeit, daß sehr viel langsamere Teilchen, deren Häufigkeit viel größer ist, irgend einen Aufbau bewirken könnten.

Die Zerfallskonstante eines radioaktiven Elements, das α-Strahlen der Geschwindigkeit v emittiert, ist gegeben durch einen Ausdruck der Form

$$\lambda = A \cdot e^{-f(v)}. \tag{1}$$

Die physikalische Bedeutung von A, das die Dimension sec^{-1} hat, ist bis auf einen Zahlenfaktor die Zahl der Stöße des Teilchens pro Sekunde an die Innenwand des „Potentialtopfes", und die e-Funktion bedeutet die Durchlässigkeit der Wand pro Stoß*. A wird von der Größenordnung v/s sein, wo s der Radius des inneren Gebiets positiver kinetischer Energie ist. Die für Eindringung einzusetzende Stoßzahl ist im wesentlichen durch die Größe v/Λ gegeben, wo Λ die freie Weglänge des Kernes in einem aus He-Kernen bestehenden Gase bedeutet. Der Faktor A für den Aufbau wird dann gegenüber dem für den Zerfall im Verhältnis s/Λ verkleinert; für Sternverhältnisse bedeutet das eine Reaktionsgeschwindigkeit des Aufbaues, die etwa 10^{12}mal kleiner ist als die des Zerfalls**. Hieraus sieht man, daß das neugebildete Atom sich im allgemeinen irgendwie umgestalten muß, am wahrscheinlichsten wohl durch einen mit Ausstrahlung verbundenen Übergang, wenn es nicht sofort einfach wieder zerfallen soll; auf die Rolle, die solche Prozesse zu spielen hätten, kommen wir im folgenden zurück.

Wir wollen nun gleich die Eindringungswahrscheinlichkeit nicht für He-Kerne, sondern für Protonen betrachten, denn, wie sich zeigen wird, ist nur für diese die Überwindung der Potentialschwelle bei Sterntemperaturen praktisch möglich. Unter der Annahme eines Coulombschen Abstoßungspotentials mit einem überlagerten kubischen Anziehungsglied, also

$$U = \frac{Ze^2}{r} - \frac{a}{r^3}, \tag{2}$$

Termonukleární reakce
tunelový jev

Probability of tunnelling depends upon the energy of the particles, their mass, and the charge:

$$P \propto E^{-1/2} e^{-2\pi\eta} \qquad \eta = \left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar E^{1/2}}$$

- P increases rapidly with E
- P decreases with Z_1Z_2 - lightest nuclei can fuse more easily than heavy ones
- Higher energies / temperatures needed to fuse heavier nuclei, so different nuclei burn in well-separated phases during stellar evolution.

Zdroje hvězdné energie - reakce 3 α

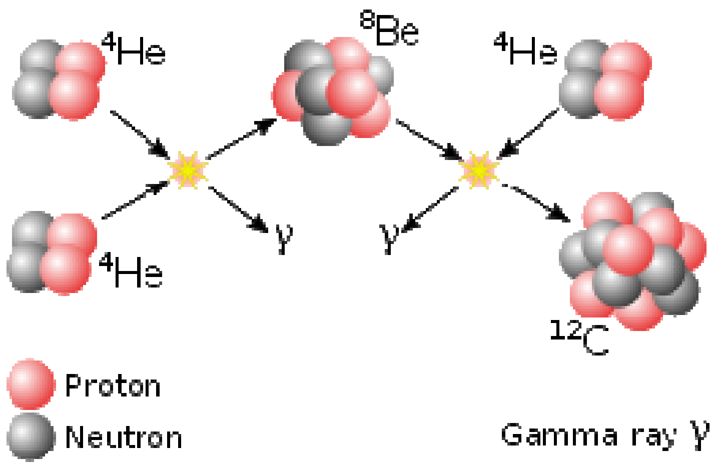
$$^{4}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \longleftrightarrow {}^{8}\mathrm{Be} + \gamma - 0,092\ \mathrm{MeV}$$

tzv. Salpeterova reakce

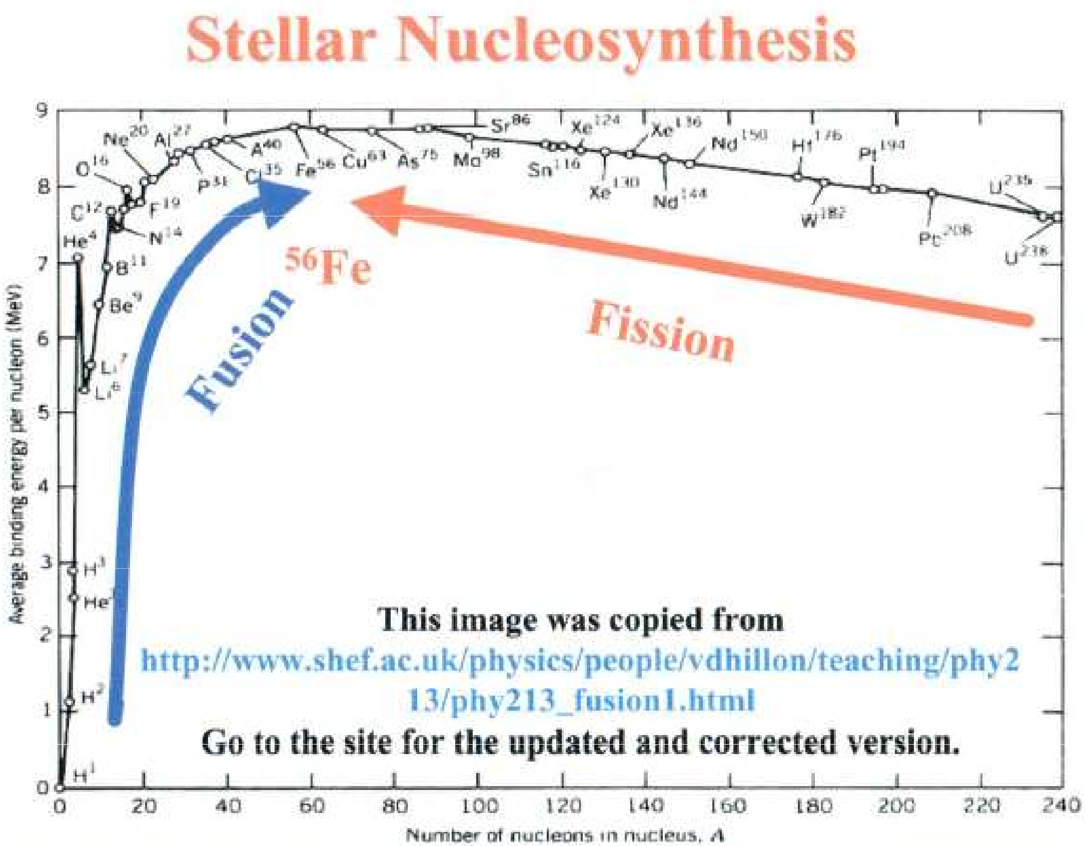
$$^{8}\mathrm{Be} + {}^{4}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + \gamma + 7,367\ \mathrm{MeV}$$

syntéza dvou jader helia dává za vznik jádru berylia, které je nestabilní, ale reakce probíhají rychle, vždy existuje dostatečný počet jader berylia, aby reakce probíhala reakce, při teplotě 10^8 K

$$3\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + \gamma \qquad 3\alpha$$



Termonukleární reakce CNO cyklus



MINIMUM TEMPERATURE	REACTION
$8x10^6$K	Proton proton chain
$20x10^6$K	CNO cycle
$600x10^6$K	Carbon helium fusion
10^9K	Carbon burning

Process	Fuel	Products	Temperature
Hydrogen Burning	H	He	$1x10^7$ K
Helium Burning	He	C,O	$1x10^8$ K
Carbon Burning	C	O,Ne,Na, Mg	$5x10^8$ K
Neon Burning	Ne	O,Mg	$1x10^9$ K
Oxygen Burning	O	Mg-S	$2x10^9$ K
Silicon Burning	Si	Fe + nearby elements	$3x10^9$ K

Průběh dalších reakcí alfa procesu

$$^{12}C + {}^{4}He \rightarrow {}^{16}O + \gamma \qquad (7.2\ Mev)$$

$$^{16}O + {}^{4}He \rightarrow {}^{20}Ne + \gamma \qquad (4.8\ MeV)$$

$$^{20}Ne + {}^{4}He \rightarrow {}^{24}Mg + \gamma \ldots \qquad (9.3\ MeV)$$

vznikem hořčíku efektivnost reakcí tohoto typu končí

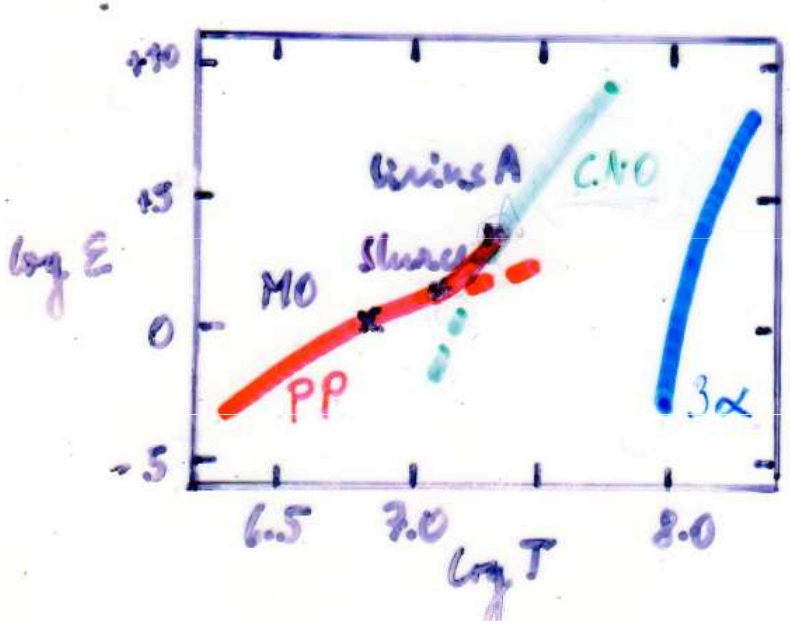
Všeobecně platí, že čím složitější jádra se reakcí účastní, tím vyšší musí být pracovní teplota, při nichž tyto reakce účinně probíhají. Současně se snižuje energetický výtěžek termonukleárních reakcí přepočtený na jeden nukleon. Je to důsledek skutečnosti, že s rostoucím atomovým číslem stabilních nuklidů roste vazebná energie přepočtená na jeden nukleon v jádru stále pomaleji. Absolutního minima (8,8 MeV/nukleon) dosáhne u jader prvků skupiny železa, u nichž klidný termojaderný vývoj v nitrech hvězd končí (pokud se k němu hvězda vůbec dostane). Chceme-li vytvořit těžší prvky, musíme naopak energii dodávat. To je ovšem možné jen při krátkodobých bouřlivých obdobích hvězdného vývoje, například krátce před vzplanutím supernovy.

Závislost produkce energie ve hvězdách na teplotě, hustotě

$$\varepsilon_{pp} \sim \rho T^5$$

$$\varepsilon_{CNO} \sim \rho T^{16}$$

$$\varepsilon_{3\alpha} \sim \rho^2 T^{30}$$



pp řetězec MO

CNO cyklus AO

energie uvolňovaná 1 g látky

Průběh dalších reakcí - vznik prvků

při teplotě 4 . 10^9 K a poměru počtu protonů/neutronů = 300 nastává tzv. rovnovážný stav, reakce e procesu vedou ke vzniku jader atomů prvků skupiny železa s maximální vazebnou energií na jeden nukleon

Při tzv. s - procesu, což je pomalé zachycování neutronů, se nestabilní jádro rozpadá dříve, než stačí zachytit další neutron, například

$$^{58}Fe \quad + \quad n \longrightarrow {}^{59}Fe \quad , \qquad (3.1.5.50)$$

$$^{59}Fe \longrightarrow {}^{59}Co \quad + \quad e^- \quad + \quad \bar{\nu} \quad . \qquad (3.1.5.51)$$

Naopak při rychlém r - procesu je tok neutronů velmi intenzivní a nestabilní jádro zachytí další neutrony dříve, než dojde k jeho rozpadu.

Pro klidný vývoj ve vyhořelých nitrech červených obrů je charakteristický s - proces, zatímco r - proces se uplatňuje u hvězd, kde přestavby nitra jsou náhlé a jsou doprovázeny explozivními změnami, jako například u supernov.

Termonukleární reakce - vznik chemických prvků v nitru hvězd

REVIEWS OF

MODERN PHYSICS

VOLUME 29, NUMBER 4 OCTOBER, 1957

Synthesis of the Elements in Stars*

E. MARGARET BURBIDGE, G. R. BURBIDGE, WILLIAM A. FOWLER, AND F. HOYLE

Kellogg Radiation Laboratory, California Institute of Technology, and Mount Wilson and Palomar Observatories, Carnegie Institution of Washington, California Institute of Technology, Pasadena, California

"It is the stars, The stars above us, govern our conditions";
(*King Lear*, Act IV, Scene 3)

but perhaps

"The fault, dear Brutus, is not in our stars, But in ourselves,"
(*Julius Caesar*, Act I, Scene 2)

FHB^2

B^2FH, the „Bible" of Nuclear Astrophysics

Časové škály nukleárního hoření

Časové škály jednotlivých fází nukleárního hoření

25 M_S, výpočty Weaver, práce C.E. Rolfs a W. S. Rodney 1988

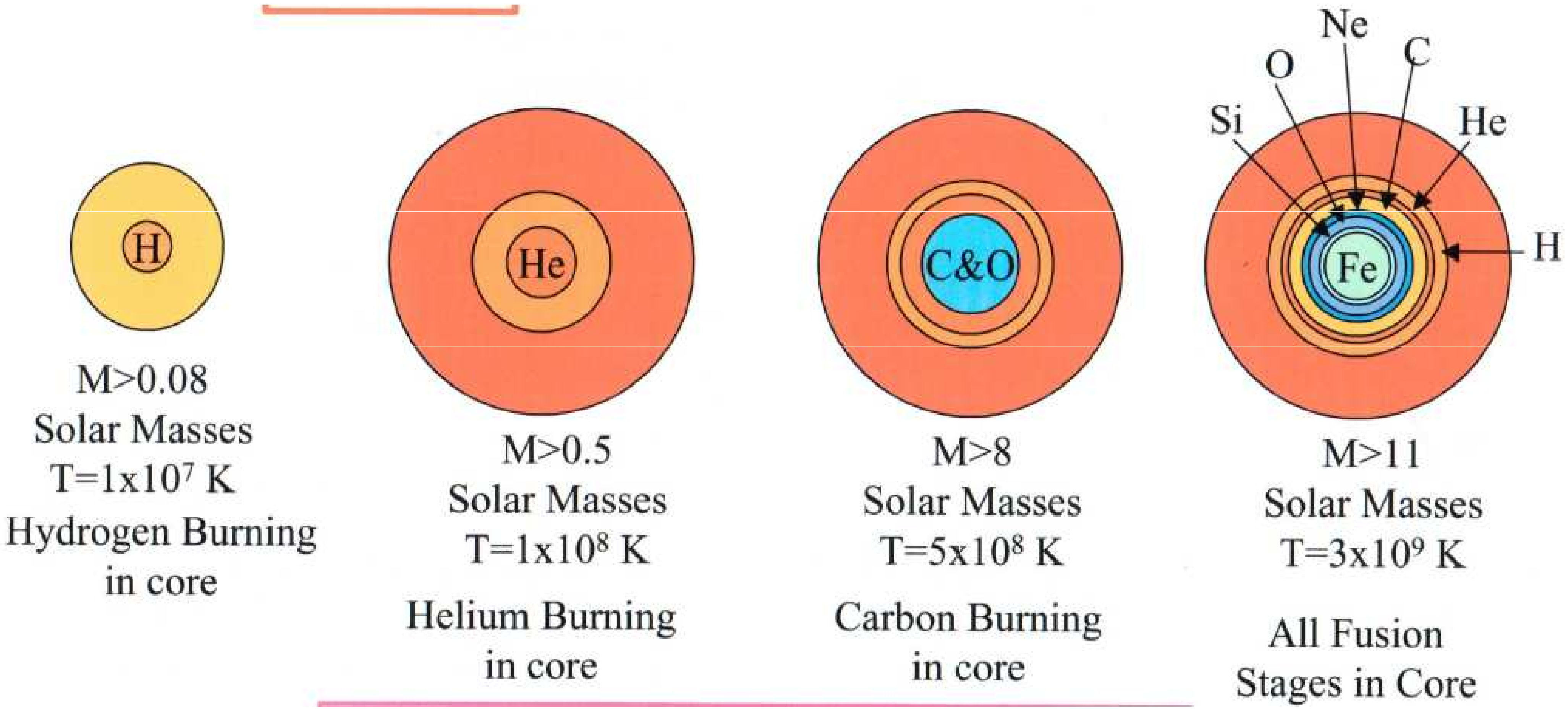
Fáze hoření	Časová škála	Teplota (10^9 K)	Hustota (kg m^{-3})
vodík	7×10^6 r	0.06	5×10^4
helium	5×10^5 r	0.23	7×10^5
uhlík	600 r	0.93	2×10^8
neon	1 r	1.7	4×10^9
kyslík	6 měsíců	2.3	1×10^{10}
křemík	1 den	4.1	3×10^{10}

Přehled vzniku prvků ve hvězdách

Proces	Palivo	Produkt	Teplota	minimální hmotnost M_S
hoření vodíku	vodík	helium	2×10^7 K	0,1
hoření helia	helium	uhlík, kyslík	2×10^8 K	1
hoření uhlíku	uhlík	kyslík, neon, sodík, hořčík	8×10^8 K	1,4
hoření neonu	neon	kyslík, hořčík	$1{,}5 \times 10^9$ K	5
hoření kyslíku	kyslík	hořčík → síra	2×10^9 K	10
hoření křemíku	hořčík ⇓ síra	prvky kolem železa	3×10^9 K	20

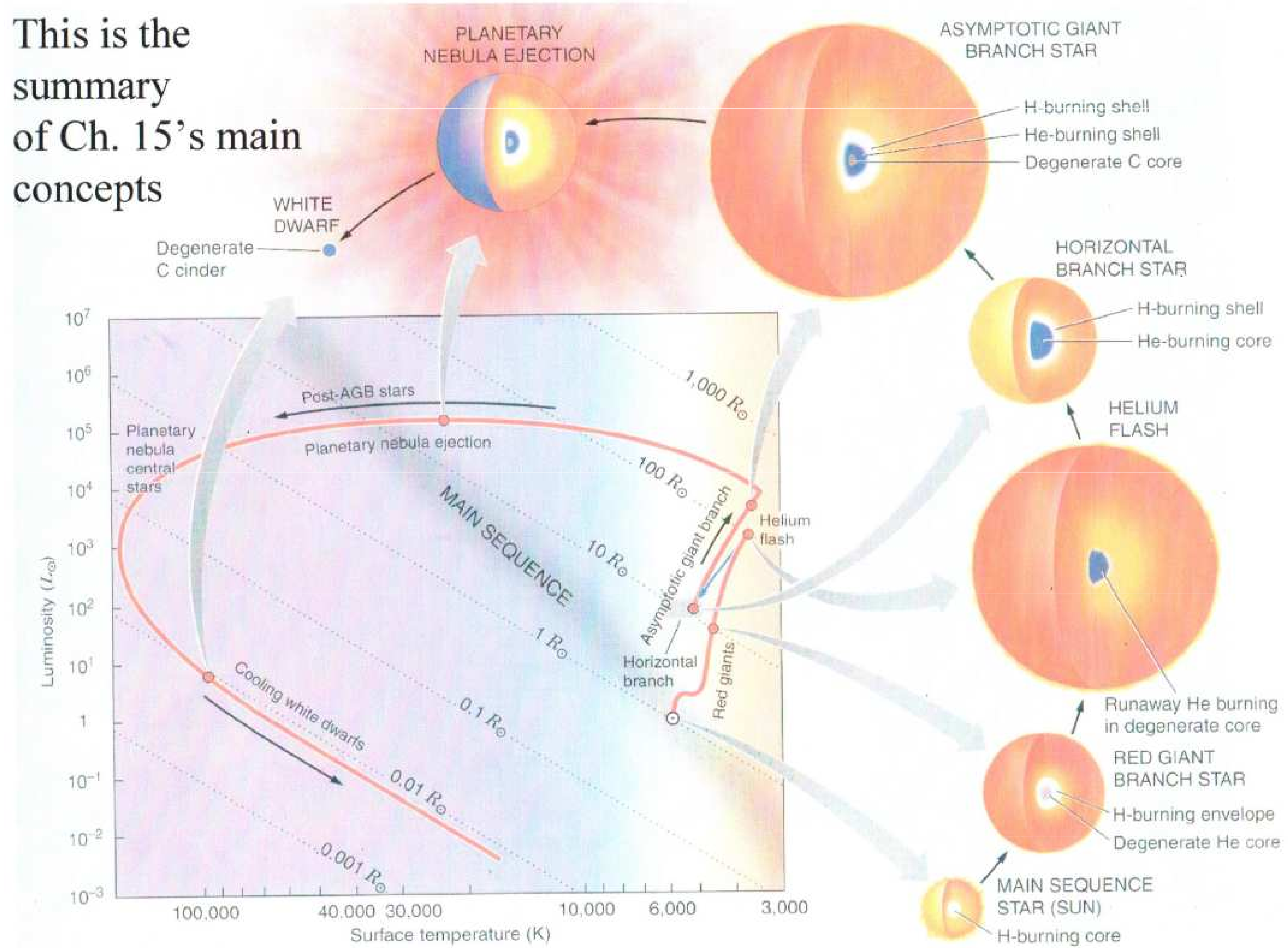
Stavba nitra hvězd v závěrečných fázích vývoje

hmotnost určuje teplotu, typy probíhajících cyklů ve hvězdách



Odchod z hlavní posloupnosti

This is the summary of Ch. 15's main concepts



Odchod z hlavní posloupnosti

Vývoj hvězd po odchodu z hlavní posloupnosti závisí na hmotnosti. U hvězd s hmotností větší než 3 $\mathfrak{M}_\odot$ existuje v centrální oblasti konvektivní jádro, které umožňuje dokonalé promíchávání hvězdné látky, takže celé jádro je chemicky stejnorodé. Hvězdy s menší hmotností, jež nemají v centrální oblasti konvektivní jádro, se vyznačují chemickou nestejnorodostí hvězdné látky. Proto hvězdy různých hmotností mají po odchodu z hlavní posloupnosti relativně odlišný vývoj. Souhrnně je tento vývoj zachycen na vývojových křivkách v H-R diagramu, viz obr. 18, pro hvězdy s hmotností 1 $\mathfrak{M}_\odot$ až 15 $\mathfrak{M}_\odot$.

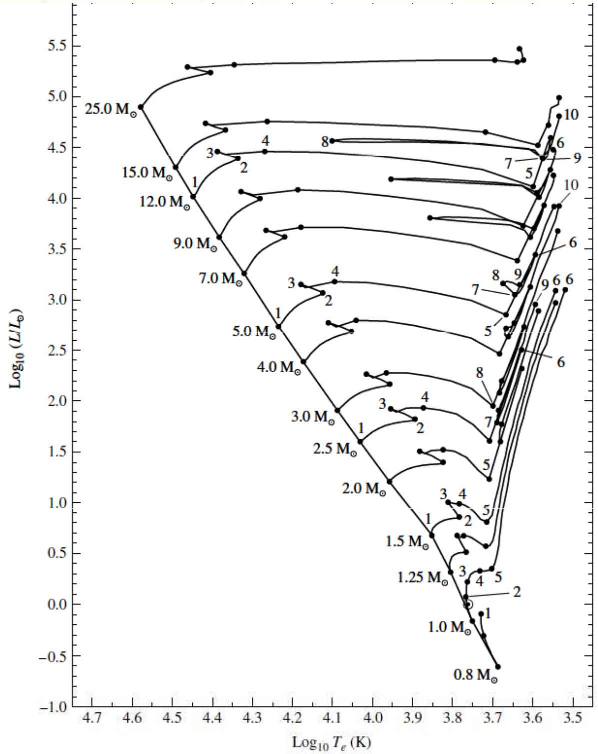


FIGURE 1 Main-sequence and post-main-sequence evolutionary tracks of stars with an initial composition of $X = 0.68$, $Y = 0.30$, and $Z = 0.02$. The location of the present-day Sun (see Fig. 2)

Proč a jak vznikají červení obři

1. Nárůst zářivého výkonu jádra.
2. Existenci gradientu střední hmotnosti připadající na jednu částici μ mezi jádrem a obalem.
3. Existenci atmosférické opacity, která je rostoucí funkcí teploty.

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

$L\uparrow$ – problém zářivého výkonu T nebo $R\uparrow$?

$$L = -4\pi r^2 \frac{4acT^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{dr}$$, T, κ, ρ ... fotosféra.

teplotní gradient $$-\frac{dT}{dr} = \frac{\mu G \mathcal{M}}{r^2 \mathcal{R}} \frac{1}{1+n}$$ – efektivní index polytropy

$\mathcal{R}$ – univ. plyn. konst.

kombinací rovnic obdržíme

$$L = \left(\frac{16\pi}{3}\right)\left(\frac{acG}{\mathcal{R}}\right)\left(\frac{\mu \mathcal{M}}{1+n}\right)\left(\frac{T^3}{\kappa\rho}\right)$$

Proč a jak vznikají červení obři

aplikujeme na atmosféry kodrd $\kappa = C \rho^{\alpha} T^{w}$ Kramersův vztah

dále platí $\rho \sim \frac{\mathcal{M}}{R^3}$, $\rho \sim R^{-\gamma}$

$$\frac{\Delta L}{L} = (3 - w)\frac{\Delta T}{T} + \gamma(1+\alpha)\frac{\Delta R}{R}$$

ze ● $\frac{\Delta L}{L} = 4\frac{\Delta T}{T} + 2\frac{\Delta R}{R}$; dosazením získáme

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\alpha}{w+5}\frac{\Delta L}{L} \qquad \frac{\Delta R}{R} = \frac{w+1}{\gamma(w+5)}\frac{\Delta L}{L}$$

$L\uparrow$ při $T\uparrow$, $R\uparrow$; $\rho\downarrow$ opacitní zeď $\kappa\uparrow$ při $T\uparrow$

při $\frac{\Delta T}{T} \to 0$ a $\frac{\Delta R}{R} \to \gamma^{-1}\frac{\Delta L}{L}$ $\quad w \to \infty$

při $L\uparrow$ $T=$ konst. $R\uparrow$

Podmínky vzniku červených obrů



pro $M_c > M_{obal}$

$$|W_p| \approx \frac{G M_c^2}{R_c} + \frac{G M_c M_{obal}}{R}$$

rozdělení mezi jádro a obálku trvalé

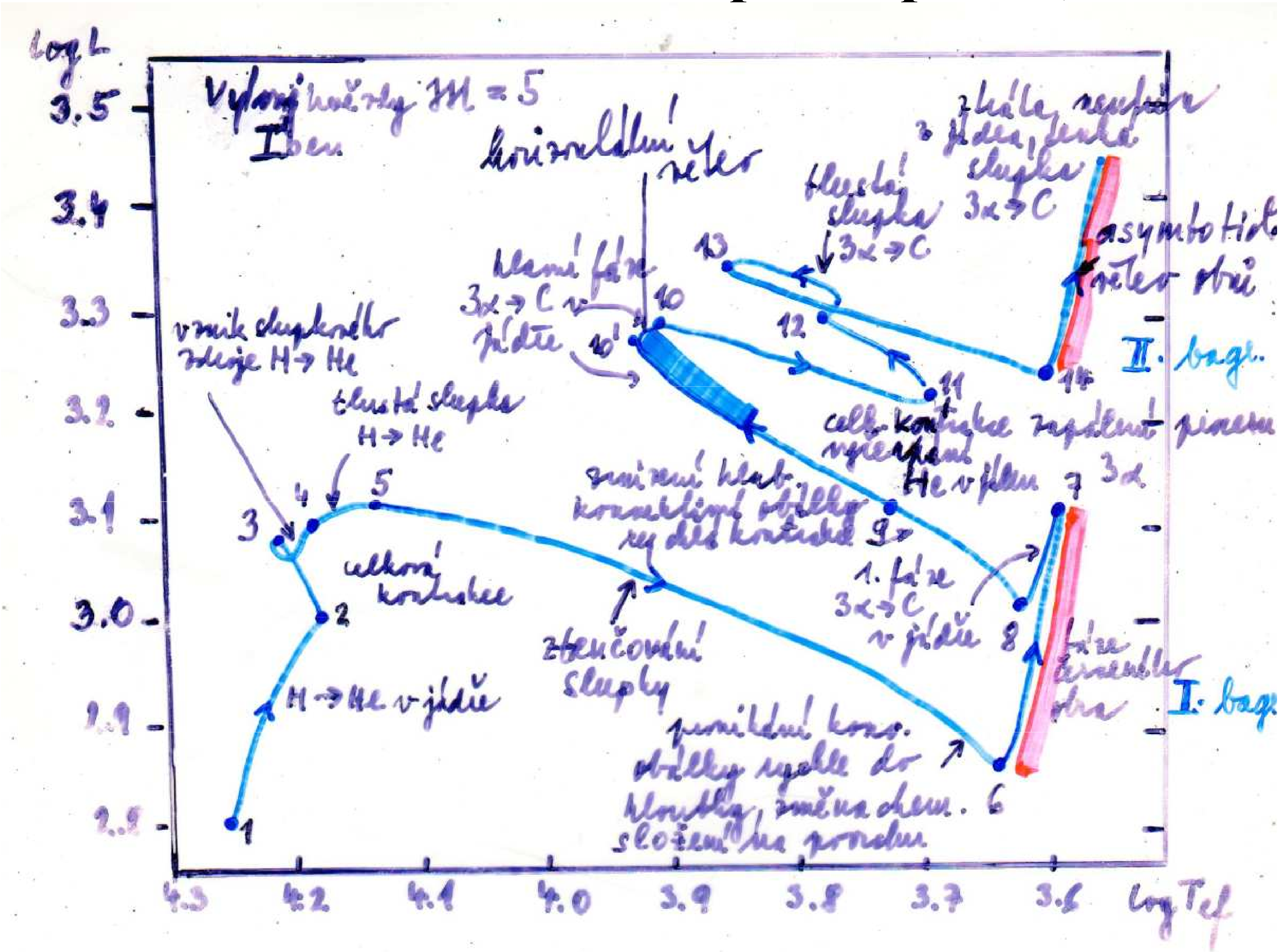
$$\frac{dW_p}{dt} = 0 \qquad 0 = -\frac{G M_c^2}{R_c^2}\frac{dR_c}{dt} - \frac{G M_c M_{ob}}{R^2}\frac{dR}{dt}$$

obálka expanduje, jádro se smršťuje

…vyplývá to z chem. nehomogenity hvězdy

$$\frac{dR}{dR_c} = -\left(\frac{M_c}{M_{ob}}\right)\left(\frac{R}{R_c}\right)^2$$

Odchod z hlavní posloupnosti, 5 Ms



Odchod z hlavní posloupnosti

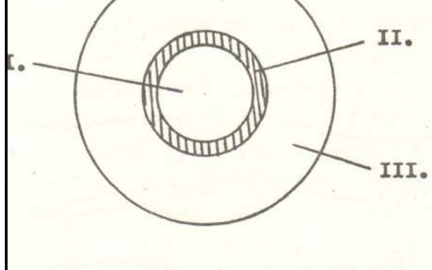
Odchod hvězdy 5 $M_\odot$ z hlavní posloupnosti

$X = 0.71$
$Y = 0.27$
$Z = 0.02$

1 – 2: HP, CNO cyklus v konvektivním jádře, zmenšování hmoty v centrální části 22 % → 8 % hmotnosti hvězdy, zvětšování teploty, hustoty, růst produkce energie → zvýšeného výkonu, poloměru 2,4 → 4,3 R_S, povrchová teplota klesá

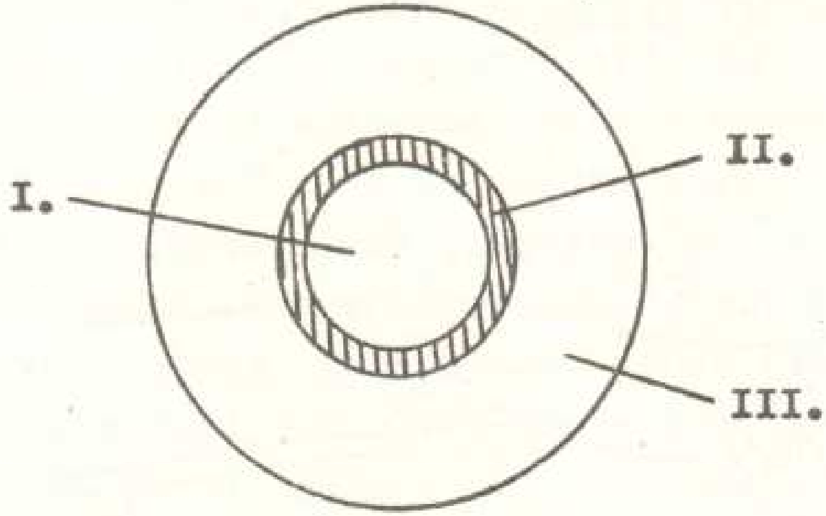
2 – 3: Od 2 celková kontrakce hvězdy, povrchová teplota naroste, konvektivní jádro se zmenšuje, 3 – opuštění HP; 3,9 R_S, $T_c \doteq 3,6 \cdot 10^7$ K, $L = 1,3 \cdot 10^3 L_S$

3 – 4: konvektivní jádro mizí, kolem heliového jádra se vytváří vodíkový slupkový zdroj, 4 – vyhořelé heliové jádro, 7 % hmotnosti hvězdy, zářivý výkon jádra hvězdy $L_c \approx 0,6 L_S$, slupky $L_{sl} \approx 1,3 \cdot 10^3 L_S$, rovnováha a stabilizace hvězdy



Hvězda s vodíkovým slupkovým zdrojem

Hvězdy s vodíkovým slupkovým zdrojem



aktivní slupkový zdroj – zrcadlový efekt mezi jádrem a obalem

smršťování jádra → expanze obálky

expanze jádra → smršťování obálky

Odchod z hlavní posloupnosti

4–5: vodíková slupka zvětšuje tloušťku, obsahuje cca 5% hmotnosti; stěhuje se směrem k povrchu hvězdy, expanze hvězdy, $L_C \simeq 6 L_S$, $L_{se} \simeq 950 L_S$, 36% energie se spotřebovává na expanzi hvězdy, → 5, hmotnost deg. izotermického jádra ~10% hmotnosti hvězdy Schönbergova–Chandrasekharova mez, jádra se smršťují, zahřívá, obálka expanduje, R↑, L⇓

5–6: tenká slupka se ztenčuje, hmotnost ubývá! ⑤ 3,5% M_H → 0,5% M_H ⑥, expanze, ochlazování obálky, zvětšování neprůzračnosti, → 6 .. přenos energie konvekcí v obálce

Schoenbergova-Chandrasekharova limitní hmotnost izotermického jádra

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL

AN INTERNATIONAL REVIEW OF SPECTROSCOPY AND ASTRONOMICAL PHYSICS

VOLUME 96 SEPTEMBER 1942 NUMBER 2

ON THE EVOLUTION OF THE MAIN-SEQUENCE STARS

M. Schönberg[1] and S. Chandrasekhar

ABSTRACT

The evolution of the stars on the main sequence consequent to the gradual burning of the hydrogen in the central regions is examined. It is shown that, as a result of the decrease in the hydrogen content in these regions, the convective core (normally present in a star) eventually gives place to an isothermal core. It is further shown that there is an upper limit (~ 10 per cent) to the fraction of the total mass of hydrogen which can thus be exhausted. Some further remarks on what is to be expected beyond this point are also made.

1. *General considerations.*—The problem of stellar evolution is intimately connected with that of energy production in the stars. Both Bethe and Weizsäcker[2] showed that the source of the energy radiated by the main-sequence stars is the transformation of hydrogen into helium through the so-called "carbon cycle." On the basis of the Bethe-Weizsäcker theory, G. Gamow[3] outlined a picture of stellar evolution.

The Gamow theory is based on three fundamental assumptions: (*a*) the stars evolve gradually through a sequence of equilibrium configurations; (*b*) the successive equilibrium configurations are homologous; and (*c*) the nuclear reaction continues to take place until the entire hydrogen in the star is exhausted.

Schoenbergova-Chandrasekharova limitní hmotnost izotermického jádra

- The reason for this maximum in stable isothermal core mass is basically the virial theorem.
- Maximum fraction of mass in core (Schoenberg and Chandrasekhar, 1942):

$$\frac{M_{\text{isoth. core}}}{M} \approx 0.37 \left(\frac{\mu_{\text{envelope}}}{\mu_{\text{isoth. core}}} \right)^2$$

$$= 0.37 \left(\frac{0.61}{1.34} \right)^2 = 0.08 \text{ for the Sun}$$

Schoenbergova-Chandrasekharova limitní hmotnost izotermického jádra

<u>maximální hmotnost</u> izotermického jádra $\mathcal{M}_J$ vzhledem k celkové hmotnosti hvězdy $\mathcal{M}$

Schönbergova - Chandrasekharova limita

Mário 1914 1990 — 1910 1995

$$\left(\frac{\mathcal{M}_J}{\mathcal{M}}\right) \simeq 0,37 \left(\frac{\mu_{ob}}{\mu_J}\right)^2$$

ApJ, 1942, p. 161

při překročení – smršťování heliového jádra

$$\mu_J \uparrow \;\Rightarrow\; \mathcal{M}_J \downarrow$$

$$\mu = \frac{2}{3X + 0,5Y + 1}$$

Schoenbergova-Chandrasekharova limitní hmotnost izotermického jádra - úloha

Úloha: Hvězda formována při počátečním chem. složení • $X = 0{,}68$; $Y = 0{,}30$; $Z = 0{,}02$; vodík v jádře → helium, $\mathcal{M}_J = ?$

• obálka $\mu_{ob} \simeq 0{,}63$, $\mu_J \simeq 1{,}34$

$(Y = 0{,}98 ; Z = 0{,}02)$

$$\left(\frac{\mathcal{M}_J}{\mathcal{M}}\right) \simeq 0{,}08$$

obecně kolem 10 %

Odchod z hlavní posloupnosti

6. červený obr, $T_c \simeq 10^8$ K, $L \simeq 8{,}8 \cdot 10^2 L_S$,
helium flash – záblesk, krátkou dobu,
mohutné konvektivní oblasti se rozšiřují, jak se
přibližuje ke slupce, tak k povrchu hvězdy,

6.–7. vzrůst teploty a hustoty ve slupce → rozšíření
produkce energie, roste zářivý výkon, pokles
opacity podpovrchových vrstev s T↓, iont H^-,
vzrůst zářivého výkonu, ⑦ – 74 R_S, konvektivní
vrstva zasahuje do vrstev ovlivňovaných
termonukleárními reakcemi ⇒ <u>změny chem.
složení na povrchu</u>, pokles obsahu Li a dalších
prvků, růst obsahu prvků, kterých přibylo
při term. reakcích, např. ^3_2He, konvektivní
vrstva se přibližuje k vodíkové slupce ⑦,

Odchod z hlavní posloupnosti

roste obsah $^{14}_{7}N$ (vzniklý z $^{12}_{6}C$) a naopak klesá obsah $^{12}_{6}C$, ⇒ změna poměru izotopů $^{12}_{6}C$ / $^{13}_{6}C$ a poměru $^{14}_{7}N$ / $^{12}_{6}C$ na povrchu hvězdy, nárůst centrální teploty ⇒ přeměna dusík – kyslík

7. – 9. ⑦ – 3α proces, méně explozivní, veškerá energie se nestačí přenést k povrchu, jádro expanduje, vnější obálka se smršťuje, povrchová teplota roste, vodíková slupka je hlavním zdrojem energie, dodává 85 % energie

Odchod z hlavní posloupnosti

energetická rovnováha mezi výdejem a produkcí vyžaduje stlačení slupky ⇒ dostatečná teplota, centrální jádro se při 3α procesu rozpíná a ochlazuje, smršťování vnější oblasti mezi body (8) – (9)

10. při hoření helia (7) – (10) roste s časem konvektivní jádro, v maximu dosahuje 6 % M_H, teplota stále stoupá v jádře, produkce energie z heliového a vodíkového hoření stále roste 0,05 → 0,36, počet reagujících částic v jádře klesá, začne se smršťovat; opačně v expandující vnější oblasti narůstá, intenzita hoření vodíkové slupky klesá

11. obsah He ve středové oblasti klesá stejně jako konstantní konvektivního jádra, za bodem (11) se vyčerpá obsah He v jádře, vytvoří se heliová slupkový zdroj, hvězda se smršťuje

Časová škála při odchod z hlavní posloupnosti

Časová škála vývojových etap po odchodu z HP 5

Body	Doba trvání v rocích	Vývojová etapa
1 – 2	$6{,}4 \times 10^7$	hoření vodíku v jádře
2 – 3	$2{,}2 \times 10^6$	celkové smršťování hvěz
3 – 4	$1{,}3 \times 10^6$	hoření ve vodíkovém slupk
4 – 5	$0{,}8 \times 10^6$	rozšiřování konvektivní ob
5 – 6	$0{,}5 \times 10^6$	rudý obr
6 – 7	$6{,}0 \times 10^6$	hoření helia v jádře
7 – 8	$1{,}0 \times 10^6$	vznik konvektivní obál
8 – 9	$9{,}0 \times 10^6$	hoření helia v jádře je v maximu
9 – 10	$1{,}0 \times 10^6$	opětné rozšiřování konv obálky

Časová škála při odchod z hlavní posloupnosti

Časová škála vývojových etap při odchodu hvězdy z hlavní posloupnosti

Body	Doba trvání v rocích	Vývojová etapa
1 - 2	$6{,}44 \cdot 10^7$	hoření vodíku v jádře
2 - 3	$2{,}2 \cdot 10^6$	celkové smršťování hvězdy
3 - 4	$1{,}34 \cdot 10^6$	hoření ve vodíkovém slupkovém zdroji
4 - 5	$0{,}8 \cdot 10^6$	rozšiřování konvektivní obálky
5 - 6	$0{,}5 \cdot 10^6$	rudý obr
6 - 7	$6{,}0 \cdot 10^6$	hoření helia v jádře
7 - 8	$1{,}0 \cdot 10^6$	zánik konvektivní obálky
8 - 9	$9{,}0 \cdot 10^6$	hoření helia v jádře je v maximu
9 - 10	$1{,}0 \cdot 10^6$	opětné rozšiřování konvektivní obálky

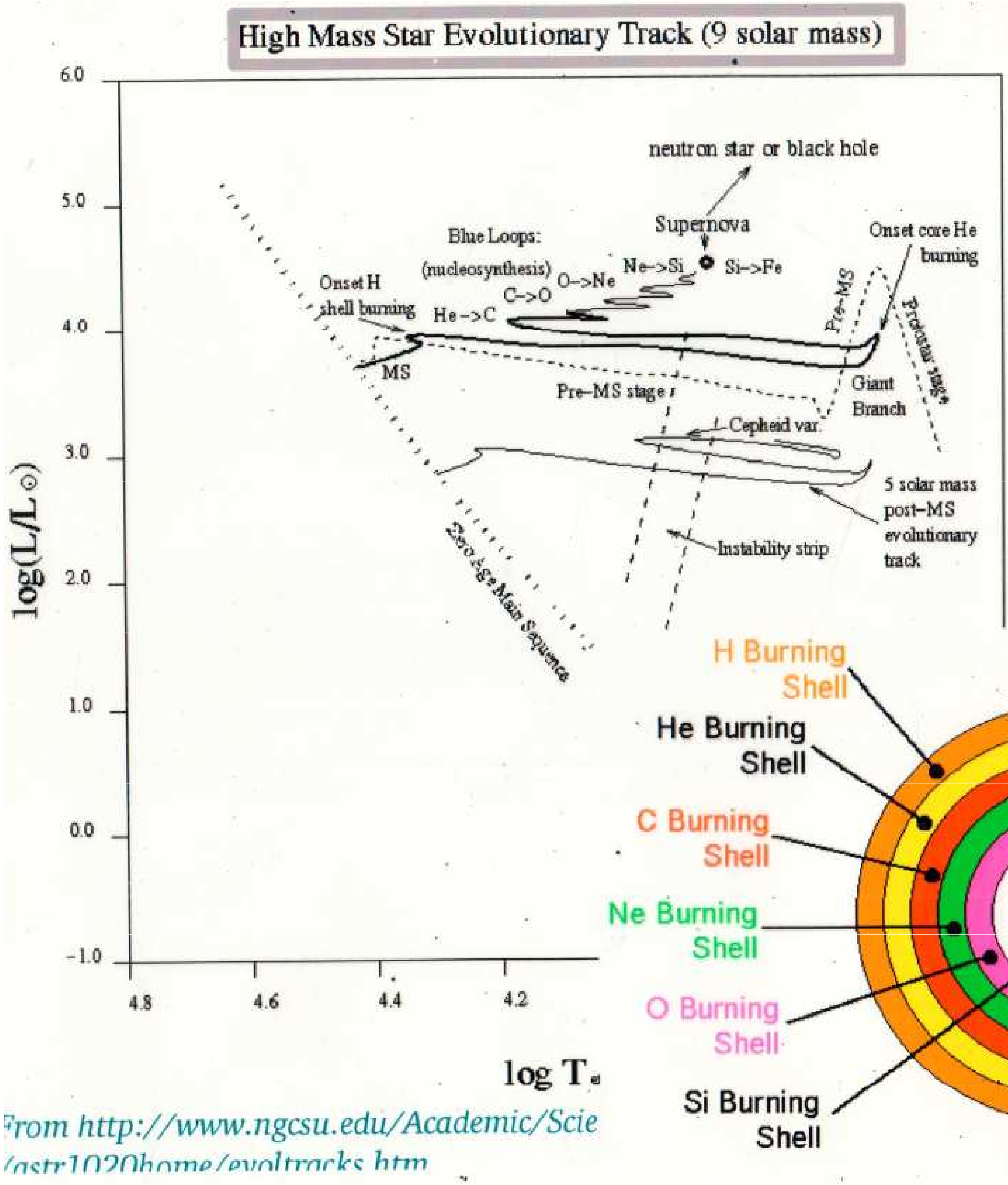
Časová škála doby pobytu na HP a ve stádiu červených obrů

Doba pobytu hvězd na hlavní posloupnosti a ve stádiu červených obrů a veleobrů pro různé hmotnosti

Hmotnost hvězd v $\mathcal{M}_{\odot}$	Doba pobytu na hlavní posloupnosti v rocích	Doba pobytu ve stádiu červených obrů, veleobrů v rocích
64	$2{,}5 \cdot 10^{6}$	$5 \cdot 10^{3}$
32	$4 \cdot 10^{6}$	$1{,}5 \cdot 10^{4}$
15	$1 \cdot 10^{7}$	$2 \cdot 10^{6}$
10	$2 \cdot 10^{7}$	$4 \cdot 10^{6}$
5	$7 \cdot 10^{7}$	$2 \cdot 10^{7}$
3	$2 \cdot 10^{8}$	$7 \cdot 10^{7}$
1,5	$1{,}5 \cdot 10^{9}$	$4 \cdot 10^{8}$
1,0	$7 \cdot 10^{9}$	$4 \cdot 10^{9}$
0,75	$2 \cdot 10^{10}$	*
0,5	$1{,}2 \cdot 10^{11}$	

*Výpočty nebyly prováděny.

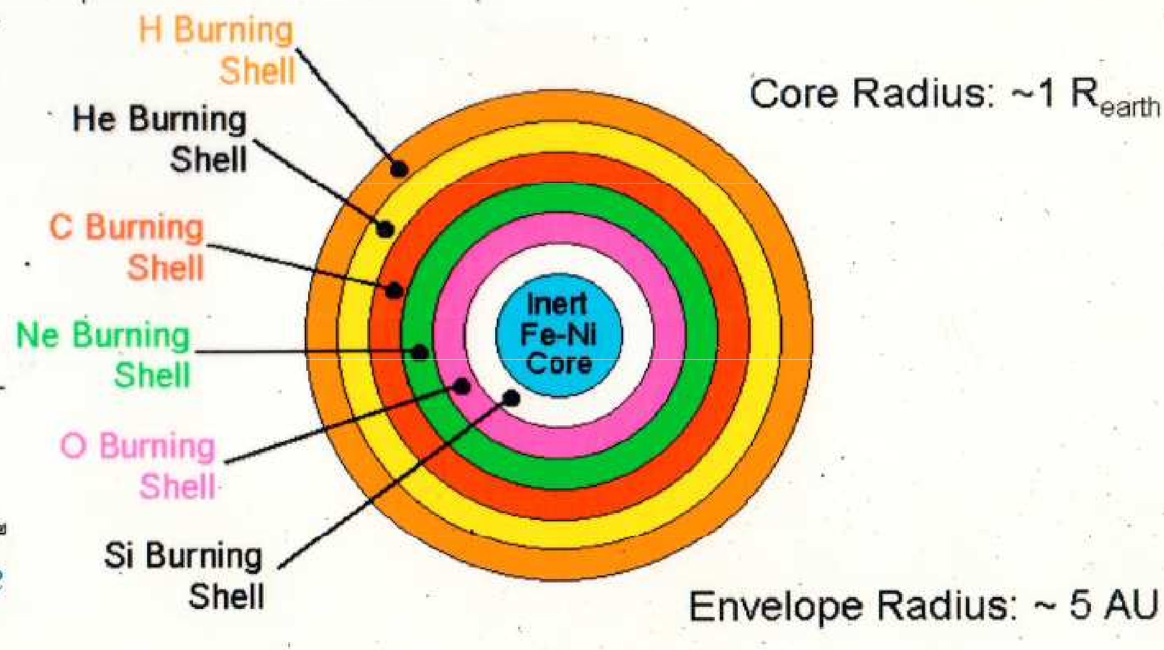
Odchod z hlavní posloupnosti, 9 Ms



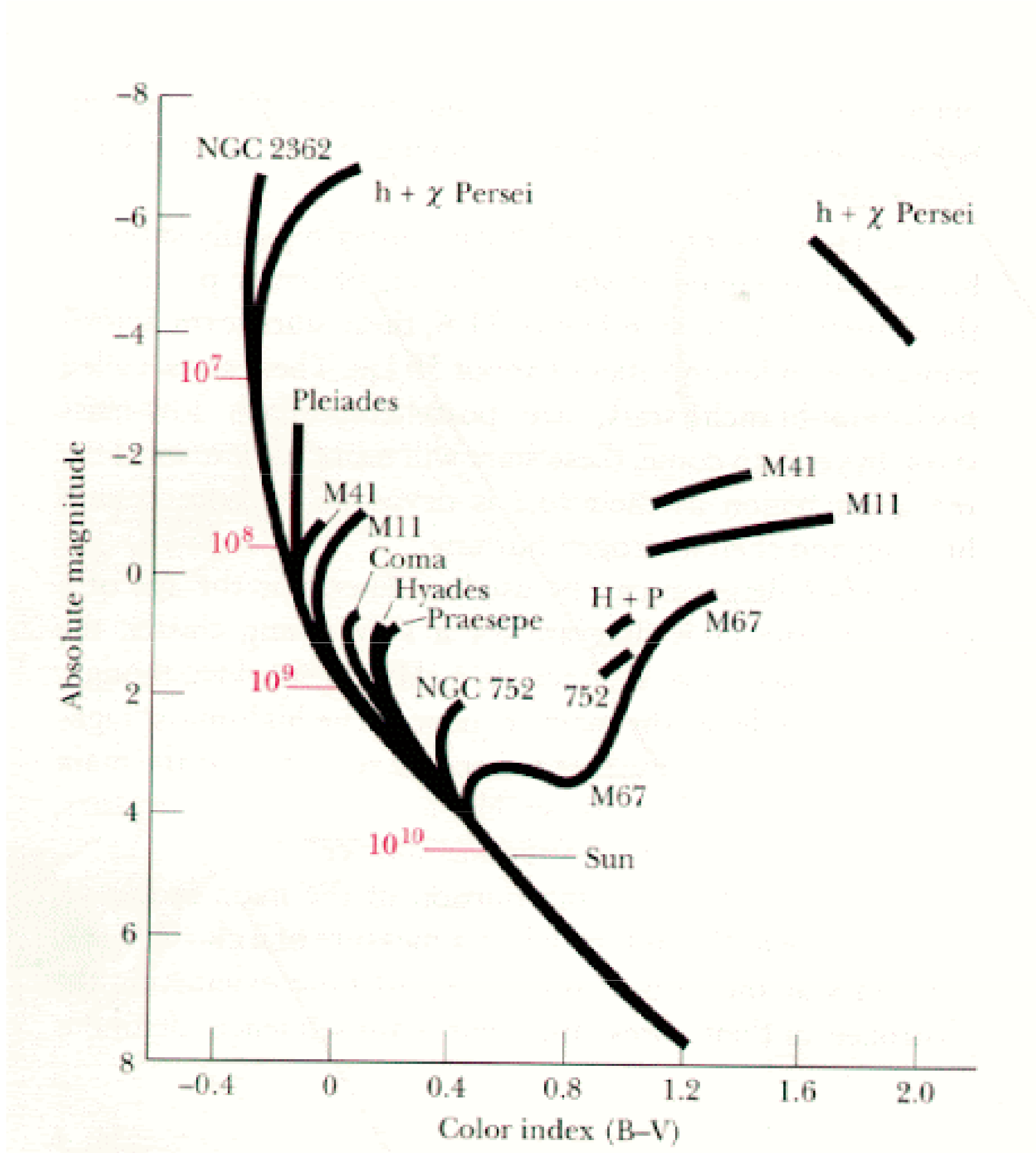
$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

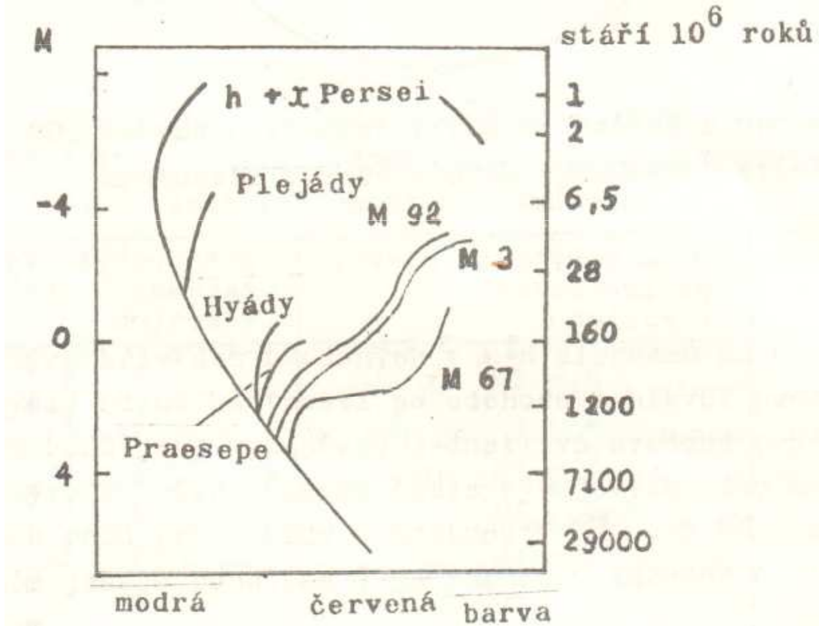
const. L -->
every turn to the right (cooler)
accompanied by expansion

Onion-shell burning

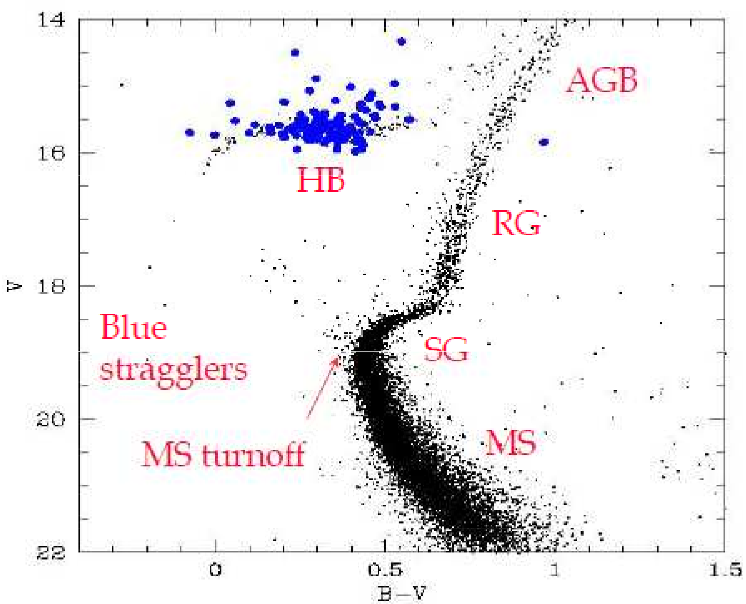


Odchod z hlavní posloupnosti



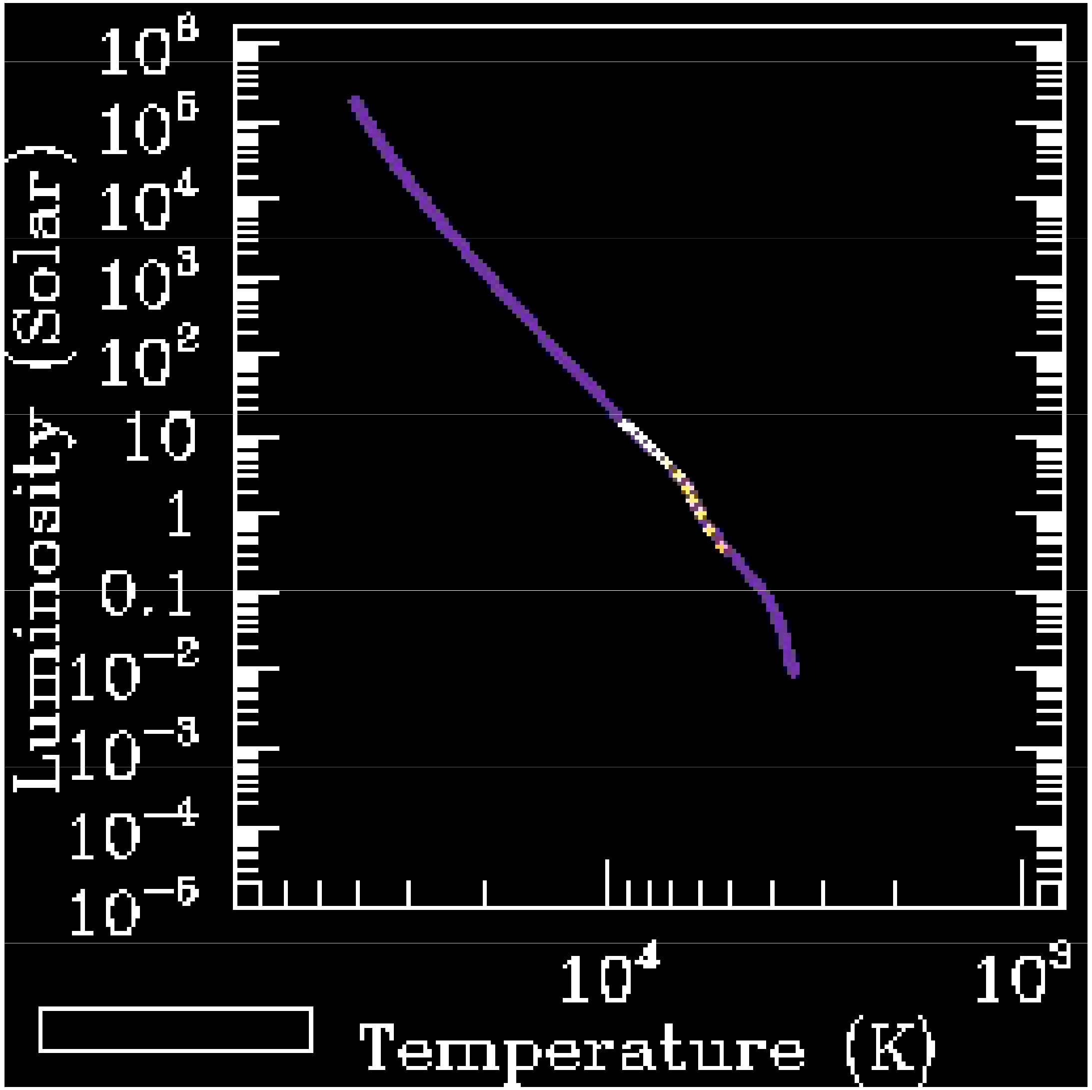


M3 color-magnitude diagram



* RR Lyrae (pulsating HB stars are highlighted)

Odchod z hlavní posloupnosti



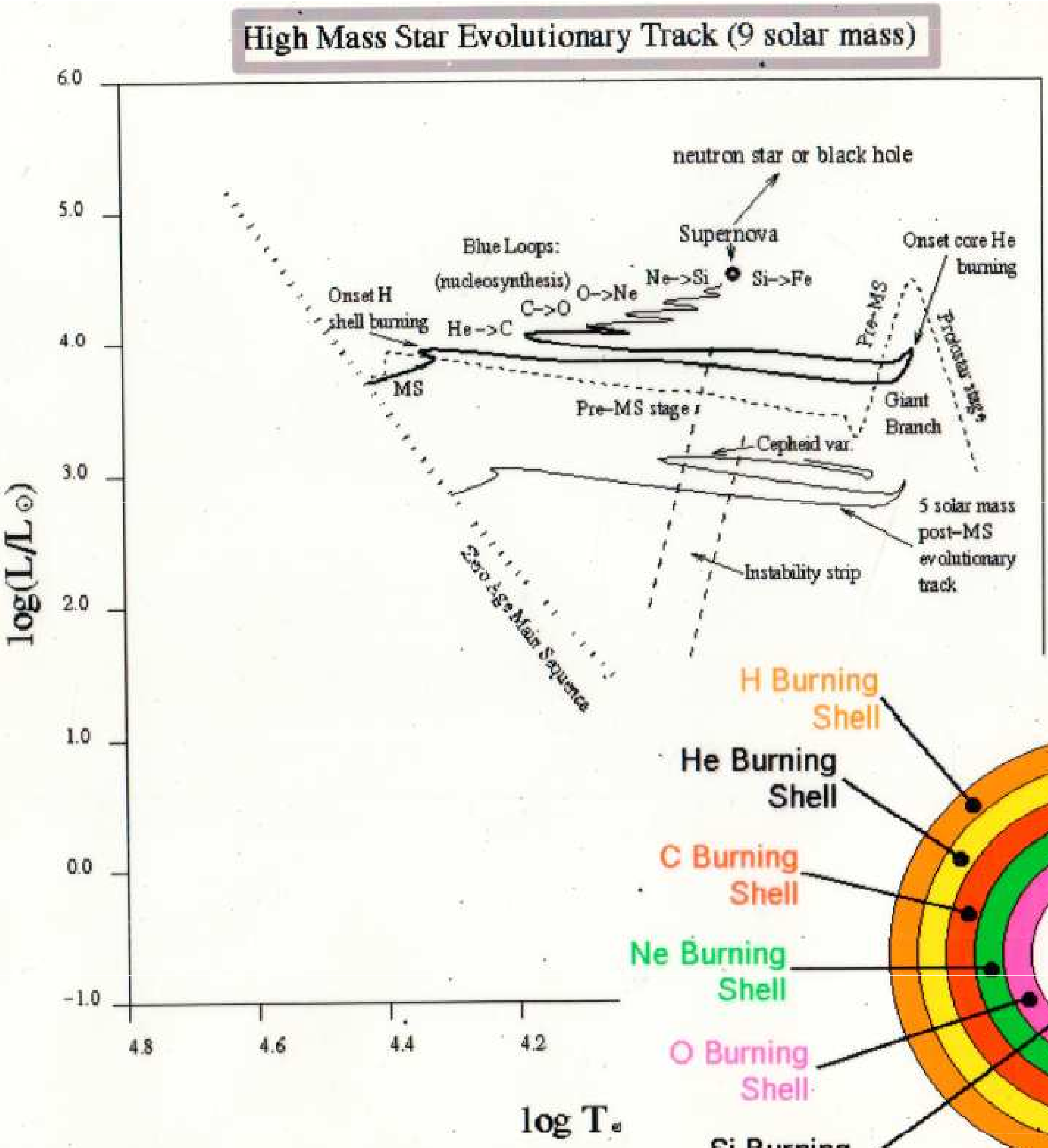
Kulové hvězdokupy - červení obři



Kulová hvězdokupa M 55 - červení obři



Odchod z hlavní posloupnosti, 9 Ms

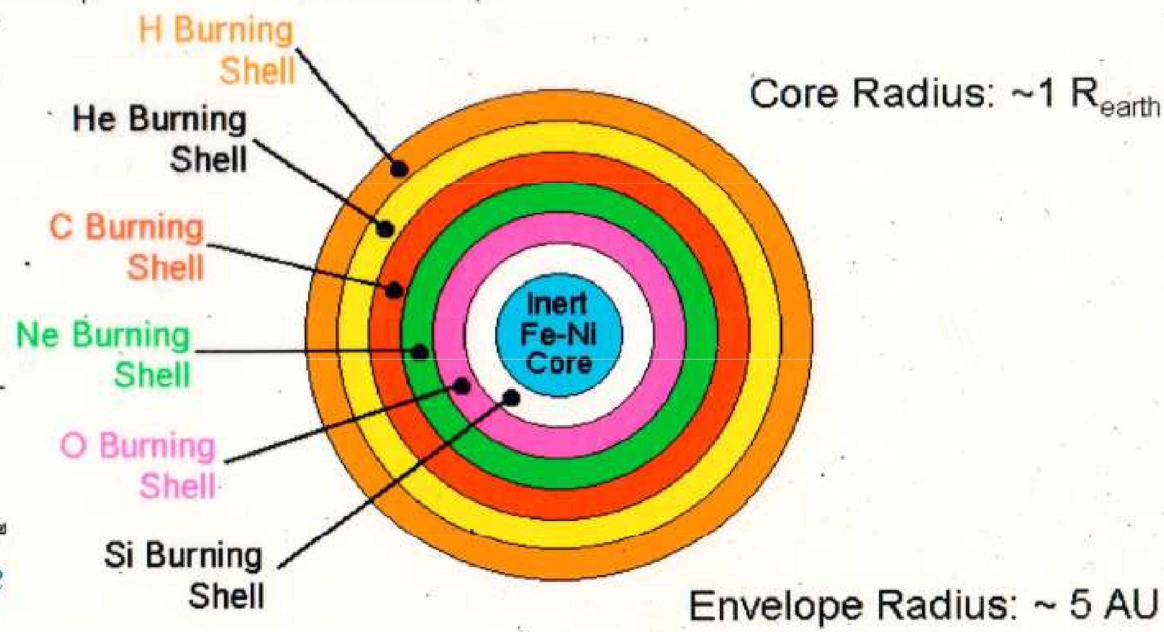


From http://www.ngcsu.edu/Academic/Scie
/astr1020home/evoltracks.htm

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

const. L -->
every turn to the right (cooler)
accompanied by expansion

Onion-shell burning



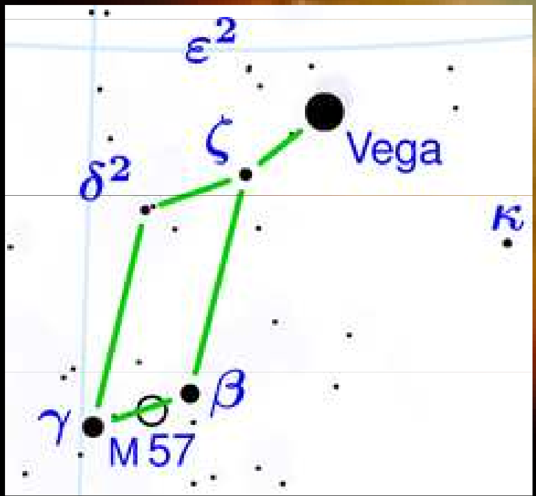
Planetární mlhoviny

při hmotnosti jádra hvězdy menší než 1,4 Ms při průchodu pásmem nestability se formuje vnější obálka, která přibližně 10 – 20 tisíc roků obklopuje hvězdu, rozpíná se, vzniká
tzv. planetární mlhovina M 72 Helix



Planetární mlhovina M 57

r = 700 pc
t ≈ 20 000 roků
v ≈ 30 km.s^{-1}



modrá barva He II 468.3 nm
zelená barva O III 500.7 nm
červená barva N II 658.3 nm

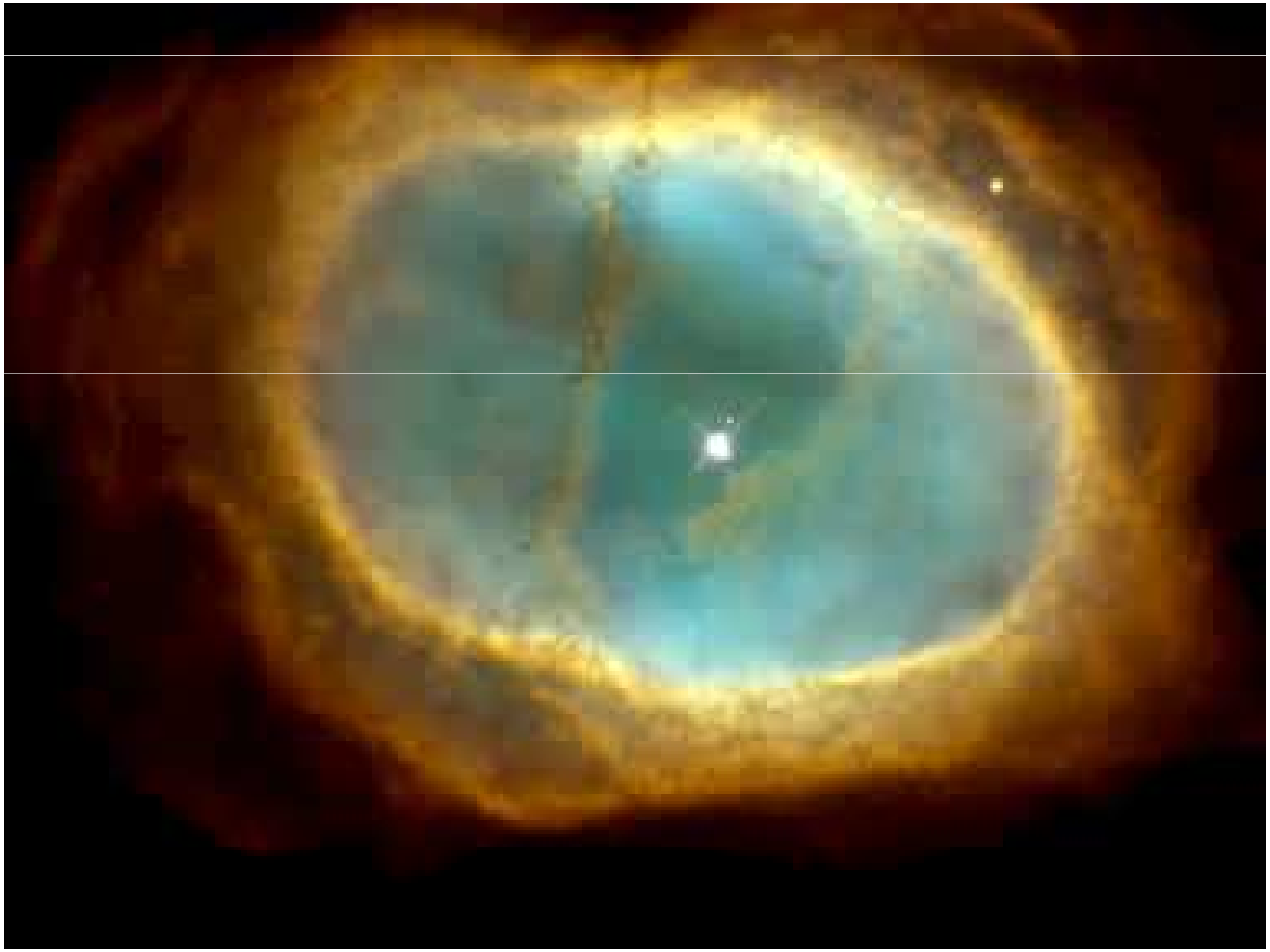
Planetární mlhovina Abell 39



Vznik planetární mlhoviny



Vznik planetární mlhoviny



Tlak v nitru hvězd při degeneraci

d ... průměrná vzdálenost mezi elektrony plynu

Heisenbergův princip neurčitosti

$$d \cdot p_F \simeq \hbar \qquad \Delta x \, \Delta p \simeq h$$

p_F Fermiho hybnost – průměrná

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ redukovaná Planckova konst.

energie elektronu – Fermiho energie

$$E_F = \frac{p_F^2}{2 m_e} \simeq \frac{\hbar^2}{2 m_e d^2}$$

$d \downarrow \quad E_F \uparrow$

$E_F \gg kT$ degenerovaný elektronový plyn

$E_F \sim \rho$ $\quad$ $\rho_{krit} \sim m_{čás}$ ... elektrony / neutrony

$P = f\,[(1+X)\rho]$ $\qquad K_1 \rho^{5/3} \rightarrow K_2 \rho^{4/3}$

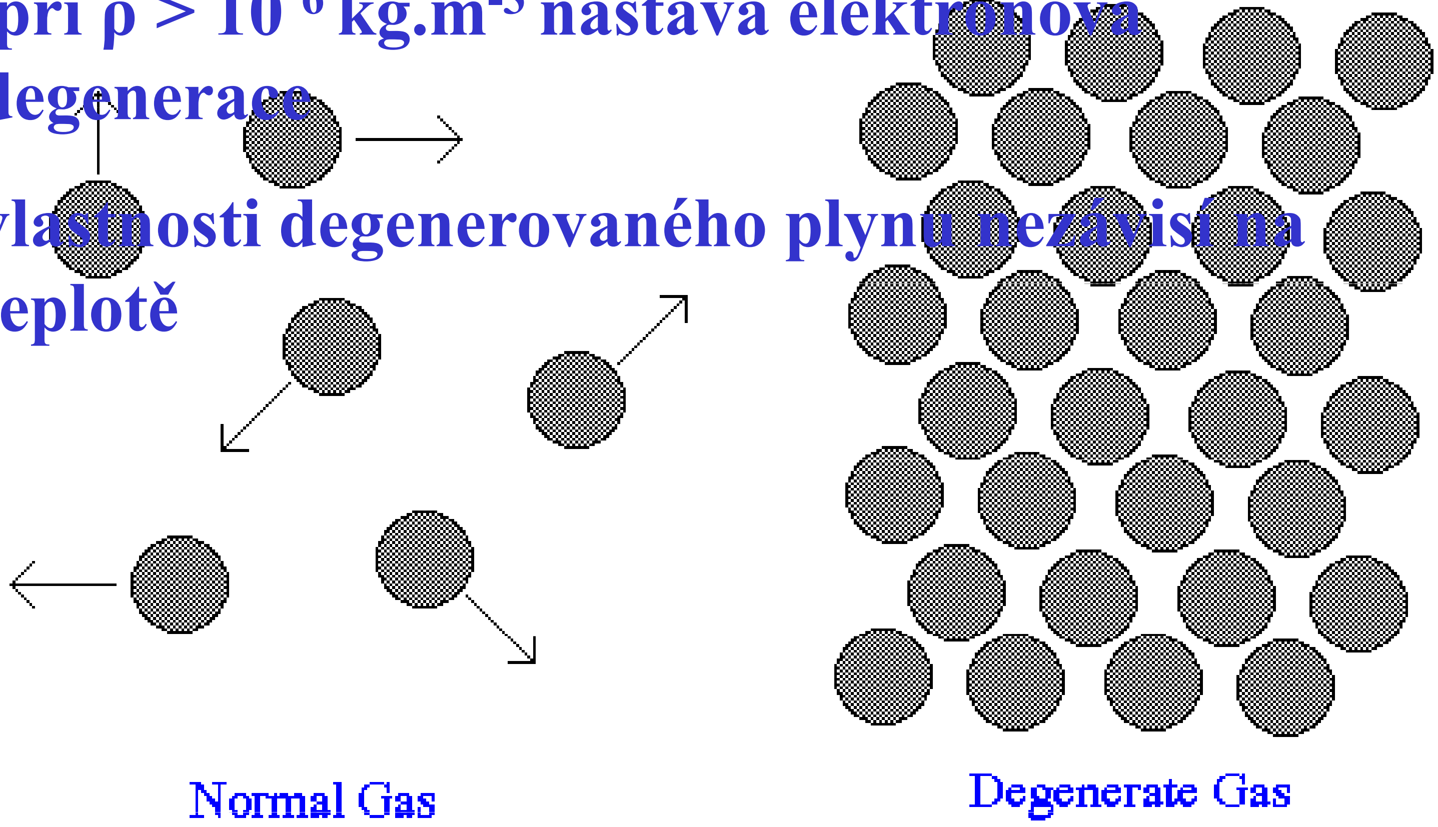
tlak degenerovaného elektronového plynu

Bílí trpaslíci – elektronová degenerace

When a gas becomes extremely high in density, the atoms are not as free to move and they become degenerate.

při $\rho > 10^{6}$ kg.m^{-3} nastává elektronová degenerace

vlastnosti degenerovaného plynu nezávisí na teplotě



the result is that you can increase the temperature of the gas (the atoms can wiggle more) but the pressure stays constant (they have no where to move).

Bílí trpaslíci

5.1. Bílí trpaslíci

Při hmotnosti jádra hvězdy $\mathcal{M} < 1,4\ \mathcal{M}_{\odot}$ se v závěrečných vývojových stádiích hvězd formuje vnější obálka, která v průběhu přibližně 10 - 20 tisíc roků obklopuje hvězdu jako planetární mlhovina a dále se pomalu rozšiřuje do okolního prostoru. Jádro se smršťuje na poloměr řádově 10^7 m a z hvězdy se stává bílý trpaslík. Uvedeným způsobem zakončuje svůj vývoj asi 95 % hvězd. Bílý trpaslík je hvězda stabilní konfigurace, tlaková síla vyvolaná degenerovaným elektronovým plynem je v rovnováze s gravitační silou.

Tlak v nitru hvězd při degeneraci

Pro tlak degenerovaného elektronového plynu platí obecný vztah

$$P = f\left[(1+X)\rho\right], \qquad (5.1.1)$$

kde funkce f se mění od $K_1\rho^{\frac{5}{3}}$ při nízkých hodnotách ρ do $K_2\rho^{\frac{4}{3}}$ při vysokých hodnotách ρ.

V nerelativistickém případě, jak bude dále odvozeno, platí vztah

$$P = K_1\rho^{\frac{5}{3}}, \qquad (5.1.2)$$

kde K_1 je konstanta.

Pro relativistický případ platí vztah

$$P = K_2\rho^{\frac{4}{3}}, \qquad (5.1.3)$$

kde K_2 je konstanta.

Připomínáme, že tlak degenerovaného plynu nezávisí na teplotě a na rozdíl od stavové rovnice pro ideální plyn je závislost mezi tlakem a hustotou výraznější. To je přirozené, neboť tlak je úměrný koncentraci částic a jejich rychlosti, koncentrace částic je úměrná hustotě a rychlost částic degenerovaného plynu roste současně s hustotou, neboť v důsledku platnosti Pauliho principu roste počet částic pohybujících se velkými rychlostmi.

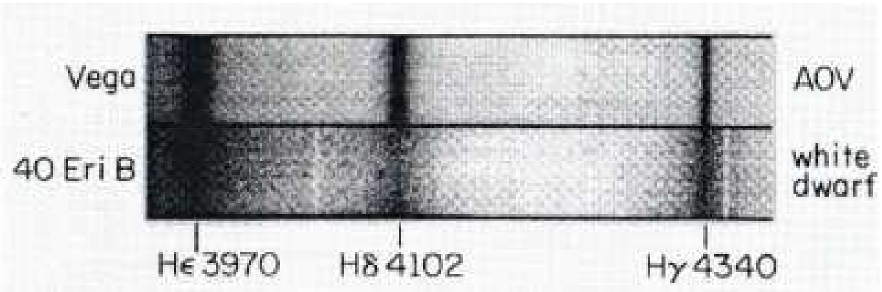
Kritériem použitelnosti rovnice (5.1.2) pro degenerovaný plyn j
její srovnání se stavovou rovnicí (3.1.1.1) pro nedegenerovaný ideál
plyn. Podmínku degenerace plynu lze vyjádřit nerovností

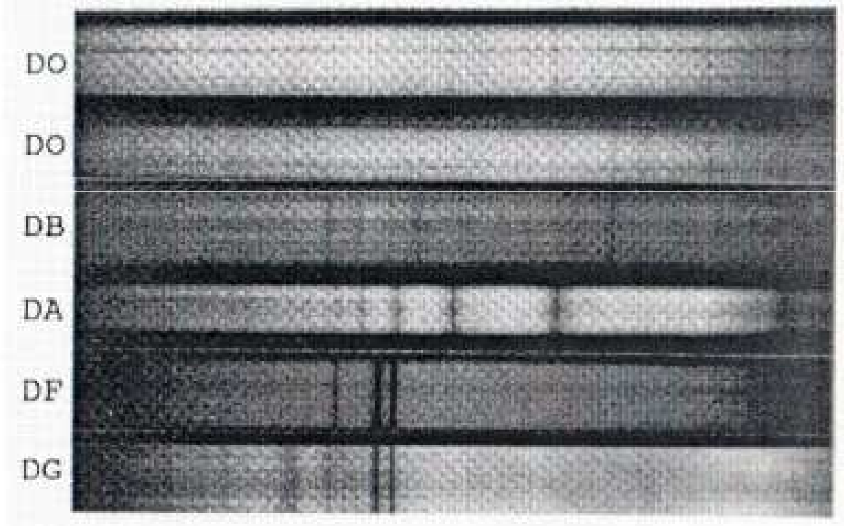
$$K_1\rho^{\frac{5}{3}} > \frac{A\rho T}{\mu}, \qquad (5.1.4)$$

podmínka degenerace: $K_1\rho^{5/3} > \dfrac{A\rho T}{\mu}$

$$\rho > \left(\frac{AT}{\mu K_1}\right)^{3/2}$$

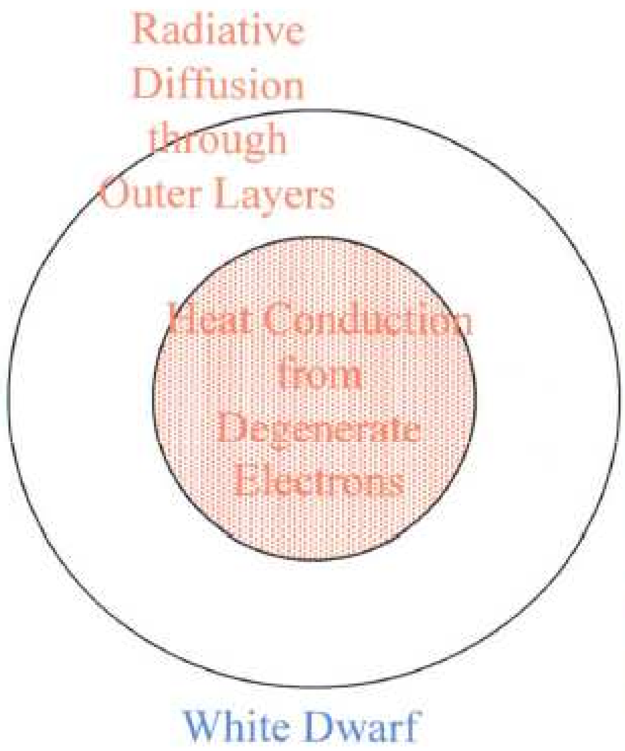
Bílí trpaslíci – spektrum



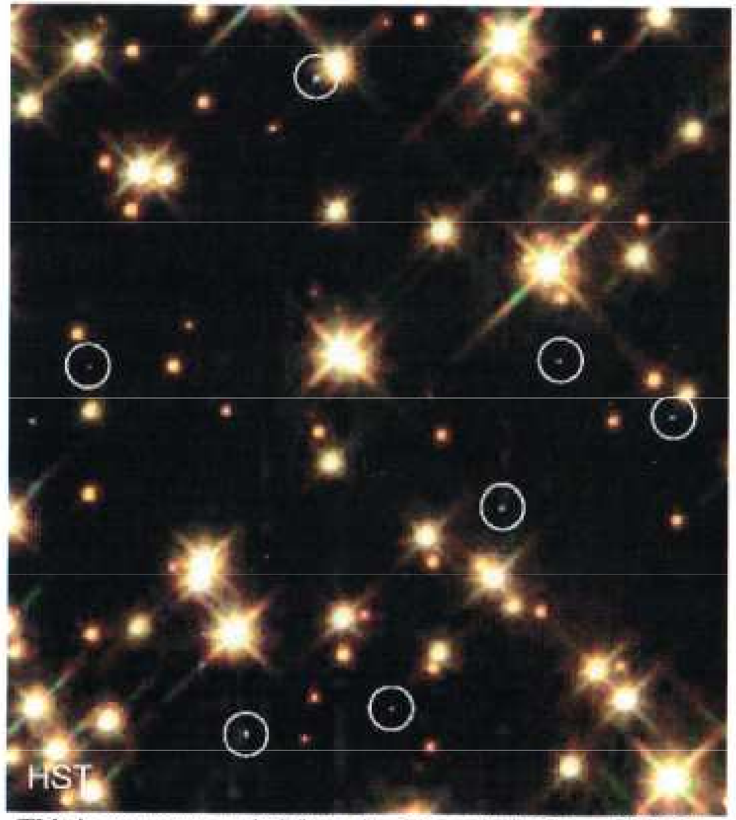


- **White Dwarfs – DO, DB, DA, DF, DG, DM, DC**
- **Classifications NOT analogous to MS – reflect compositions, not temperature**
  - **DA – hydrogen lines (no other lines, pure H atmosphere)**
  - **DB – neutral He lines (no hydrogen at all, pure He)**
  - **DO – ionized He lines (no hydrogen at all, hotter DBs)**
  - **DC – continuous spectrum, no lines**
  - **DF, DG, DM ...**

Bílí trpaslíci



Cooling white dwarfs
as seen by the
Hubble Space Telescope



This image was copied from H. Richer (UBC) and NASA.
Go to http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap971102.html
for the updated and corrected version.

Isothermal
Interior Temperature

$$L \approx \left[\frac{T_I}{7\times 10^7 K}\right]^{7/2}\left[\frac{M}{M_{Sun}}\right] L_{Sun}$$

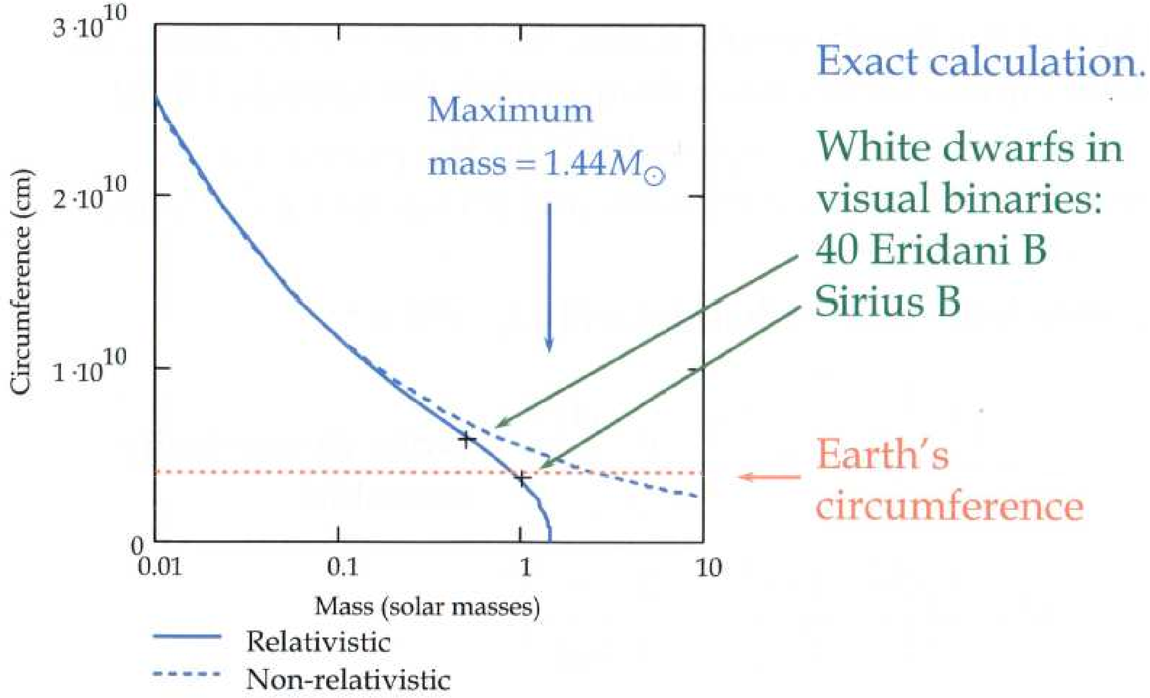
$$E \approx \frac{3}{2} M k T_I = \frac{3}{2}\left[\frac{M}{12 m_H}\right] k T_I$$

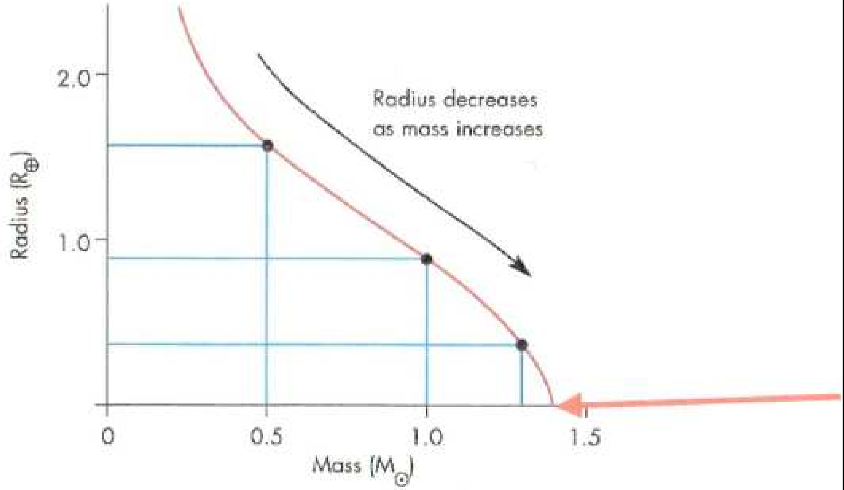
$$E \approx 8\times 10^{40} J$$

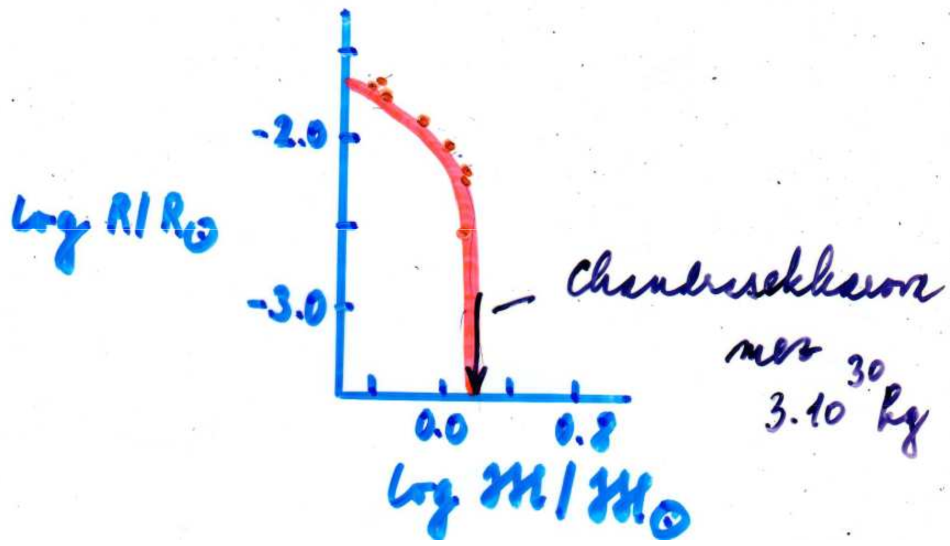
Mass = 0.4 Solar Masses
T = 10^8 K

Time from L_{sun} to 10^{-4} L_{sun}
is 1×10^9 years

Bílí trpaslíci - Chandrasekharova limita







Bílí trpaslíci

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{\mathcal{M}_r \rho_r}{r^2}$$

$$\frac{d\mathcal{M}_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho_r$$

$$P = 10^{12}\left(\frac{\rho}{\mu_e}\right)^{5/3}$$

$\frac{1}{\mu_e}$ … průměrné číslo volných elektronů/nukl

$$\mu_e = \frac{2}{1+X}$$

Bílí trpaslíci

3 rovnice pro 3 proměnné ρ_r, P, $\mathfrak{M}_r$

okrajové podmínky:

při $r = 0$ $\qquad \mathfrak{M}_r = 0$, $\rho = \rho_c$

$\qquad r = R$ $\qquad \mathfrak{M}_r = \mathfrak{M}$ $\qquad \rho = 0$

integrace od středu k povrchu

sférická slupka tloušťky Δr

n-tá vnitřní poloměr $r_n = n\,(\Delta r)$

tlak ρ_n, hustota ρ_n a konstant $\mathfrak{M}_n$

Bílí trpaslíci

$$
\left.
\begin{aligned}
r_{n+1} &= r_n + \Delta r\,, \\
P_{n+1} &= P_n + \left(\frac{dP}{dr}\right)_n (\Delta r) \\
\rho_{n+1} &= \rho\,(P_{n+1}) \\
\mathcal{M}_{n+1} &= \mathcal{M}_n + 4\pi r_{n+1}^2\, \rho_n\, \Delta r
\end{aligned}
\right\}
(\square)
$$

předpoklad ρ_c, rovnice $(*)$ $\rightarrow$ P_c

z rovnic $(\square)$ hodnoty r_1, P_1, ρ_1, $\mathcal{M}_1$

integrace pokračuje k povrchu, kde $P = 0$

Bílí trpaslíci

hydrostatická rovnováha

$$n\, m_p\, G \frac{M}{R^2} = \frac{P}{R}$$

n ... hustota elektronů

$$P \sim n^{5/3}$$

nerelativistická degenerace

$$\Rightarrow \frac{M}{R} \sim \left(\frac{M}{R^3}\right)^{2/3}$$

$$\Rightarrow R \sim M^{-1/3}$$

$v \sim c$, $P \sim n^{4/3}$

relativistická degenerace

dosazením dostaneme

$$n\, m_p\, G \frac{M}{R^2} = \frac{P}{R}$$

$$\Rightarrow M_{krit} = \left(\frac{h c}{G m_p^2}\right)^{3/2} m_p$$

Chandrasekharova mez

$$M_{krit} = 1{,}4(1 + X) M_\odot$$

Bílí trpaslíci

stavba bílých trpaslíků:

vnitřní část ... degenerovaný elektronový plyn

$\rho_c \sim 10^{9}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ $\rho_{vněj} \sim 10^{3}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$

opacita nehraje roli, vysoká tepelná vodivost deg. elektronového plynu, teplota je tedy téměř konst.

povrchová vrstva ... několik % poloměru, je složena z nedegenerovaného ideálního plynu s vysokou opacitou, výrazný teplotní gradient z 10^{7} K na 10^{4} K na povrchu hvězdy

mohou zde probíhat termonukleární reakce

Bílí trpaslíci - stavba

Stavba bílých trpaslíků se liší od stavby klasických hvězd hlavní posloupnosti. Vnitřní část bílých trpaslíků je složena z degenerovaného elektronového plynu, jehož hustota v centrálních oblastech dosahuje až 10^9 kg m^{-3}, ve vnějších oblastech hvězdy zhruba 10^3 kg m^{-3}. Hvězdná látka je průhledná pro procházející záření, neboť v degenerovaném plynu je převážná většina energetických hladin obsazena. Při absorpci záření tudíž nemůže docházet k přechodu elektronů mezi energetickými hladinami, což je základní zdroj opacity u hvězd hlavní posloupnosti. Pouze malý počet elektronů s velkou energií může ještě přecházet mezi hladinami, proto opacita hvězdné látky bílých trpaslíků dosahuje nízkých hodnot. Hvězdná látka se dále vyznačuje velmi dobrou tepelnou vodivostí. Vzhledem k nízké opacitě a velmi dobré tepelné vodivosti degenerovaného elektronového plynu je teplota v nitru bílého trpaslíka téměř konstantní, neboť se rychle vyrovnává.

Povrchová vrstva tvořící několik procent poloměru, je složena z nedegenerovaného ideálního plynu s vysokou opacitou. Tato vrstva zadržuje tok tepelné energie z nitra a je v ní velmi výrazný teplotní gradient, teplota klesá z 10^7 K na 10^4 K na povrchu hvězdy.

Bílí trpaslíci - stavba

V povrchové vrstvě se zachoval vodík, přibližně do 0,05 %, mohou zde probíhat termonukleární reakce. Malá tloušťka této vrstvy objasňuje, proč v bílých trpaslících se uvolňuje tak málo energie, přestože teplota je stejná jako u klasických hvězd hlavní posloupnosti. Povrchová vrstva vyzařuje energii na úkor ochlazování, neboť vnitřní energie z nitra hvězdy pomalu prostupuje přes málo průhlednou vrstvu.

Celkové množství vnitřní energie v bílém trpaslíku lze přibližně určit pomocí následující úvahy. V 1 gramu jednoatomového plynu je množství vnitřní energie, které je rovno $\frac{3}{2}\frac{AT}{\mu}$, kde μ je střední molekulová hmotnost plynu, skládajícího se ze zbytků atomů - iontů, jež zůstaly po ionizaci elektronů. Vztah pro celkovou vnitřní energii ve hvězdě má tvar

$$W = \frac{3}{2}\frac{AT}{\mu}\mathcal{M}. \quad (5.1.26)$$

Přibližné jednoduché vyjádření vztahu pro teplotu v nitru bílého trpaslíka lze odvodit za předpokladu zářivé rovnováhy ve vnějších nedegenerovaných vrstvách bílého trpaslíka, kde opacita je dána Kramerovým zákonem (3.1,3.2), ve kterém platí závislost $\varkappa \sim T^{-\frac{7}{2}}$. Podle Kaplana [3] vztah pro teplotu v nitru bílého trpaslíka stanovenou pomocí svítivosti a hmotnosti má tvar

$$T = 5\cdot 10^{7}\left(\frac{L}{L_{\odot}}\frac{\mathcal{M}_{\odot}}{\mathcal{M}}\right)^{\frac{2}{7}}. \quad (5.1.27)$$

Bílí trpaslíci

centrální tlak

$$\frac{dP_r}{dr} = -G\rho\frac{\mathcal{M}_r}{r^2} = -G\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{r^2}\rho = -\frac{4}{3}\pi G\rho^2 r$$

při $P=0$ na povrchu obdržíme tlak jako fci r

$$P(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r^2)$$

další volbou $r=0 \Rightarrow$

$$P_c \approx \frac{2}{3}\pi G\rho^2 R^2 \approx 3\cdot 10^{22}\ \mathrm{Pa}$$

Vývoj bílých trpaslíků - ochlazování

vnější obálka – atmosféra, ideální plyn

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M\rho(r)}{r^2} \; ; \; \frac{dT}{dr} = -\frac{3\rho(r)\kappa(r)}{4acT^3}\frac{L}{4\pi r^2}$$

$m(r) \to M$, kombin. obou rovnic

$$\frac{dP}{dT} = \left[\frac{16\pi acG}{3}\frac{M}{L}\right]\frac{T^3}{\kappa}$$

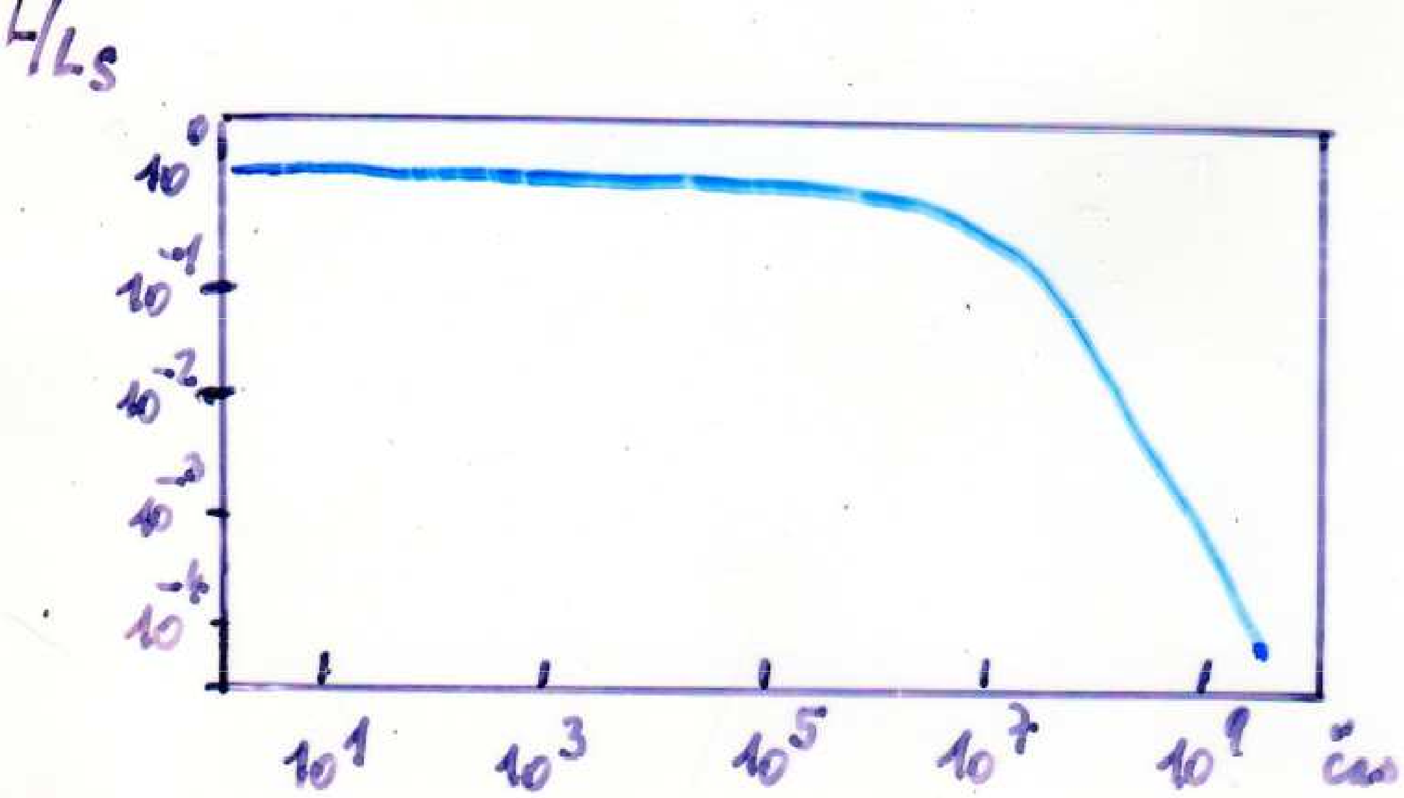
$\kappa \sim \rho, T$, ChC, vázaně-volná absorpce, $Y = 0.9$, $Z = 0.1$

$$\kappa = \kappa_0 \rho T^{-7/2} = 4{,}34 \times 10^{19} \rho T^{-7/2} \; [m^2 kg^{-1}]$$

Vývoj bílých trpaslíků - ochlazování

ochlazování

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{2}{3k}\left[\frac{12\, m_H}{M_S}\right] L_S \left[\frac{T}{5 \times 10^7}\right]^{7/2}$$



$0{,}4\, M_S$

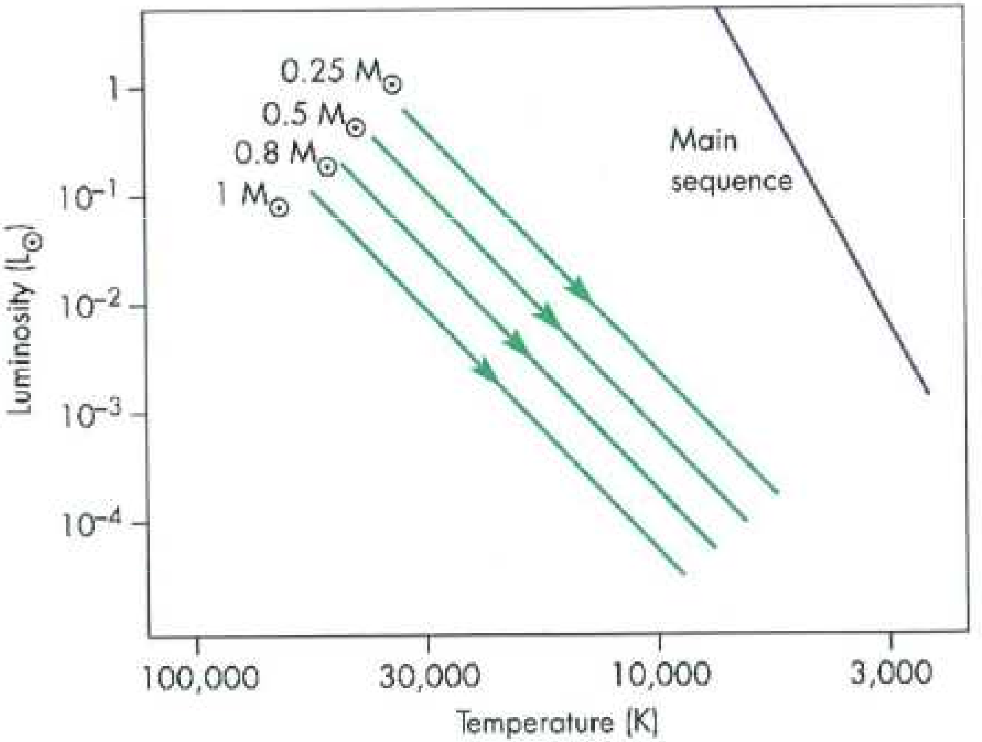
$T_i \sim 10^8\, K$

$C \sim$ b.t.

Vývoj bílých trpaslíků - ochlazování

Cooling of White Dwarfs

- no nuclear fuel source
- large supply of internal heat
- just cools at constant radius



- 0.6 solar mass star declines

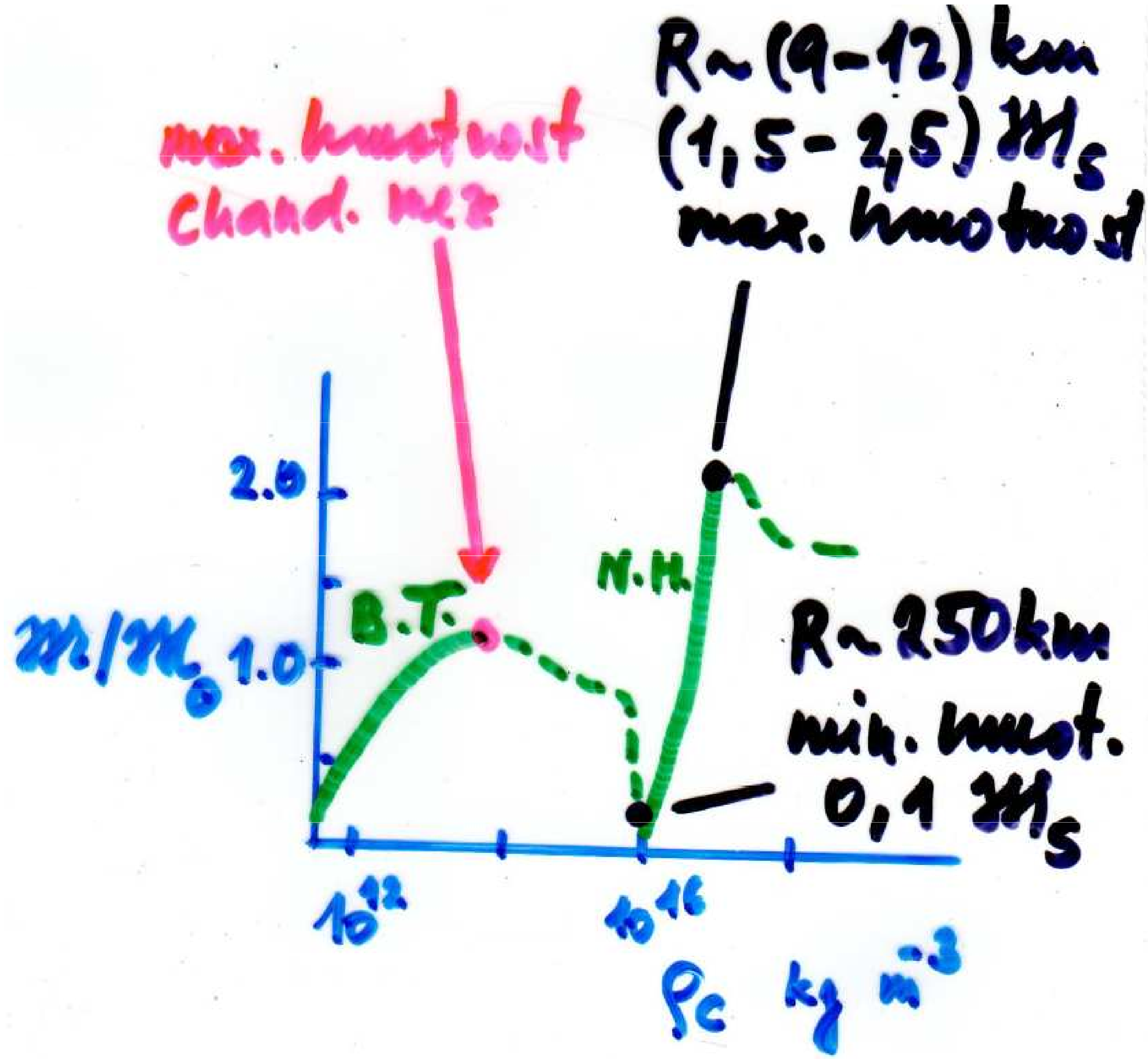
→ to 0.1 solar L in 20 x 10^6 y

→ to 0.01 solar L in 300 x 10^6 y

→ to 0.001 solar L in 10^9 y

→ old white dwarfs are difficult to detect

Závislost mezi hmotností a hustotou, degenerované hvězdy



Neutronové hvězdy

$$e^- + p \rightarrow n + \nu$$

neutronizace

$$p \sim 10^{10} \rho^{5/3}$$

Neutronové hvězdy

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r \rho_r}{r^2} \frac{\left(1 + \frac{P}{c^2 \rho_r}\right)\left(1 + 4\pi r^3 \frac{P}{c^2 M_r}\right)}{\left(1 - \frac{2 G M_r}{c^2 r}\right)}$$

ZZMH

rotační periody:

$\Rightarrow$ $I_i \omega_i = I_f \omega_f$ $\qquad I = 2/5\, M R^2$

$$\omega_f = \omega_i \left(\frac{R_i}{R_f}\right)^2$$

magnetické pole: $\qquad \int B\, dS = \text{konst.}$

$$B_i\, 4\pi R_i^2 = B_f\, 4\pi R_f^2$$

$$B_{nh} \simeq 10^{10}\ \mathrm{T}$$

Neutronové hvězdy -

Neutronové hvězdy

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{\mathcal{M}_r \rho_r}{r^2}\,\frac{\left(1+\frac{P}{c^2\rho_r}\right)\left(1+4\pi r^3\frac{P}{c^2\mathcal{M}_r}\right)}{\left(1-\frac{2G\mathcal{M}_r}{c^2 r}\right)}$$

ZZMH ⇒

rotační periody:

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f \qquad I = 2/5\,MR^2$$

$$\omega_f = \omega_i\left(\frac{R_i}{R_f}\right)^2$$

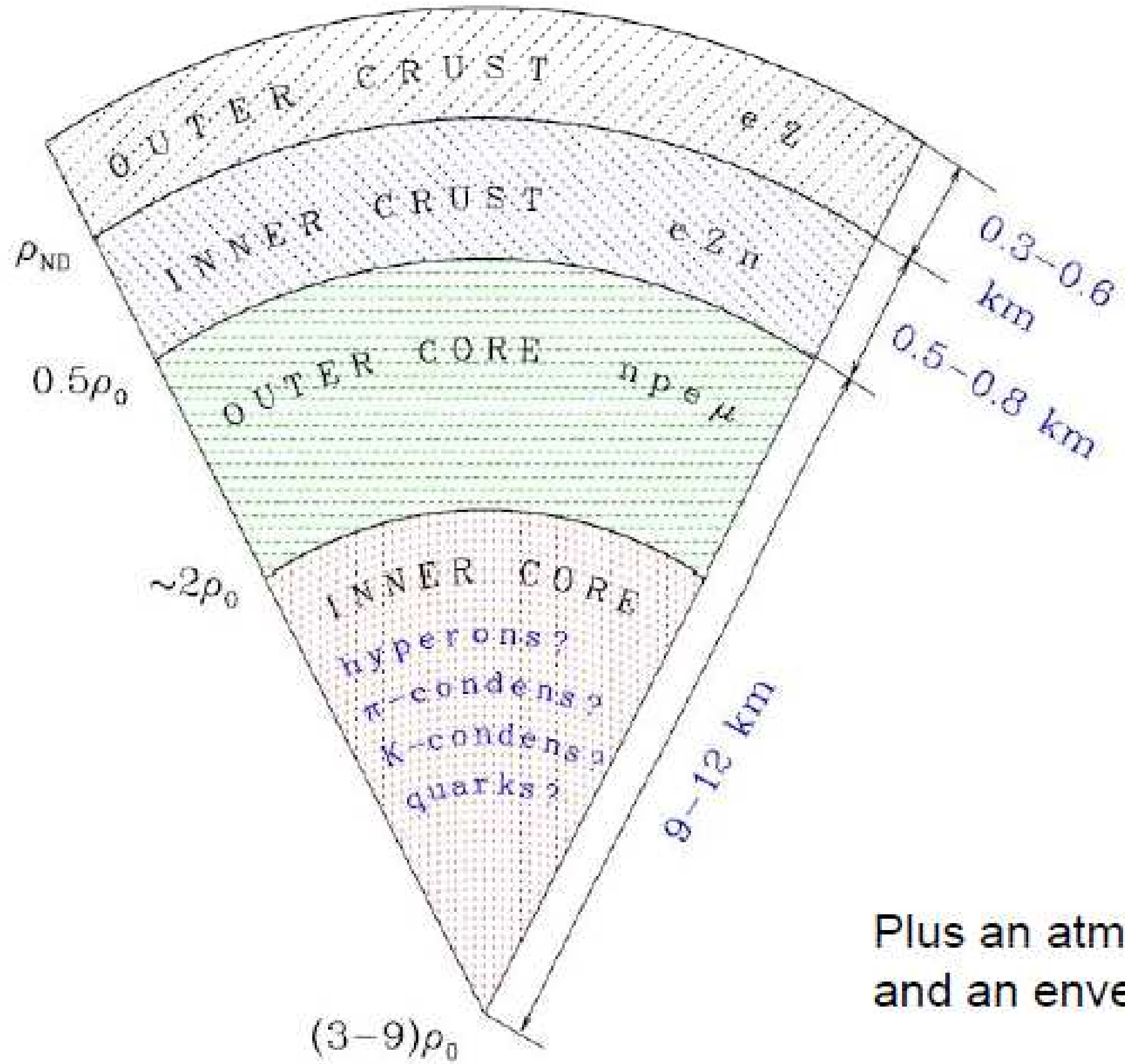
magnetické pole:

$$\int B\,dS = \text{konst.}$$

$$B_i\,4\pi R_i^2 = B_f\,4\pi R_f^2$$

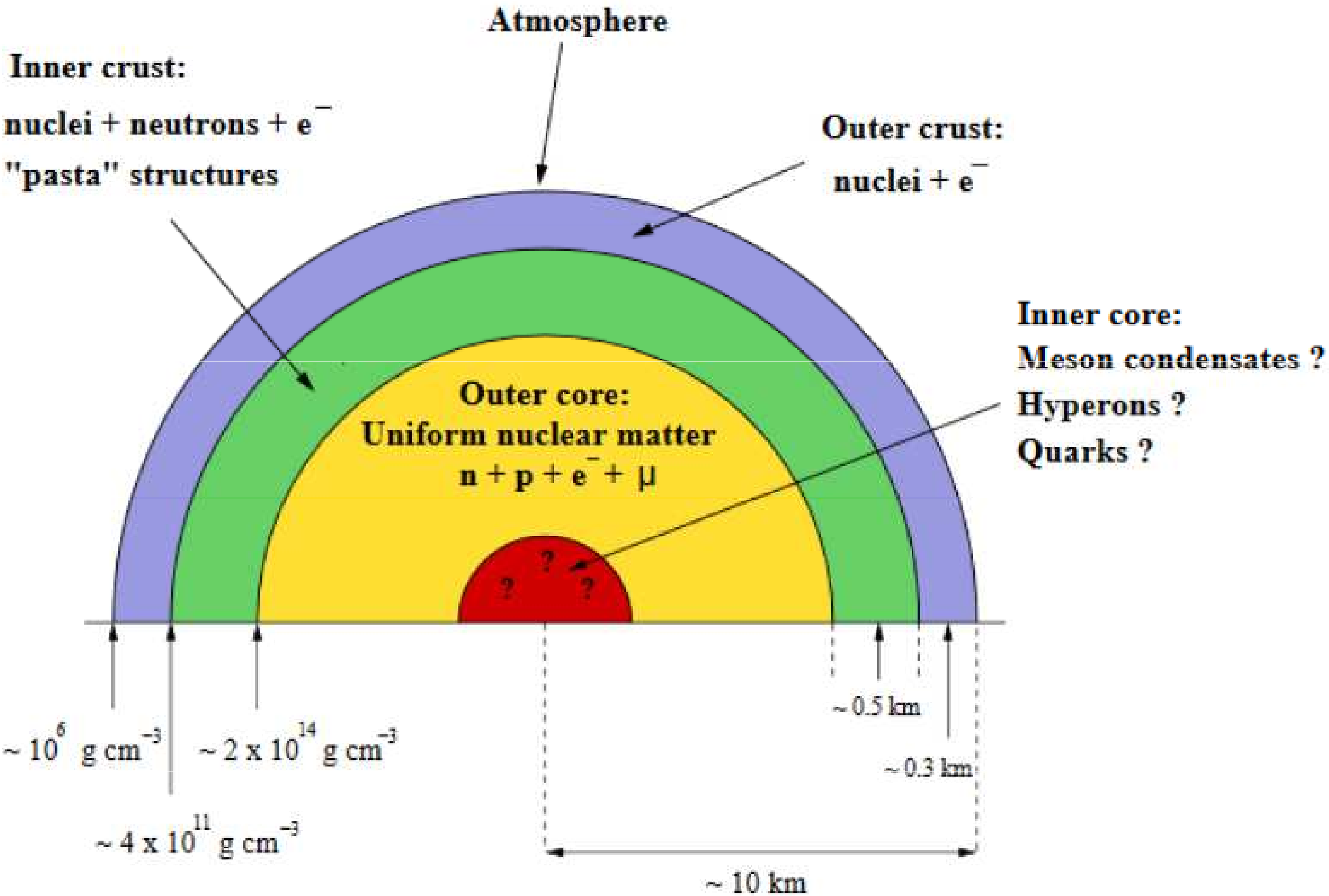
$$B_{nh} \simeq 10^{10}\,\mathrm{T}$$

Neutronové hvězdy - stavba



Plus an atmosphere
and an envelope ...

Neutronové hvězdy – stavba

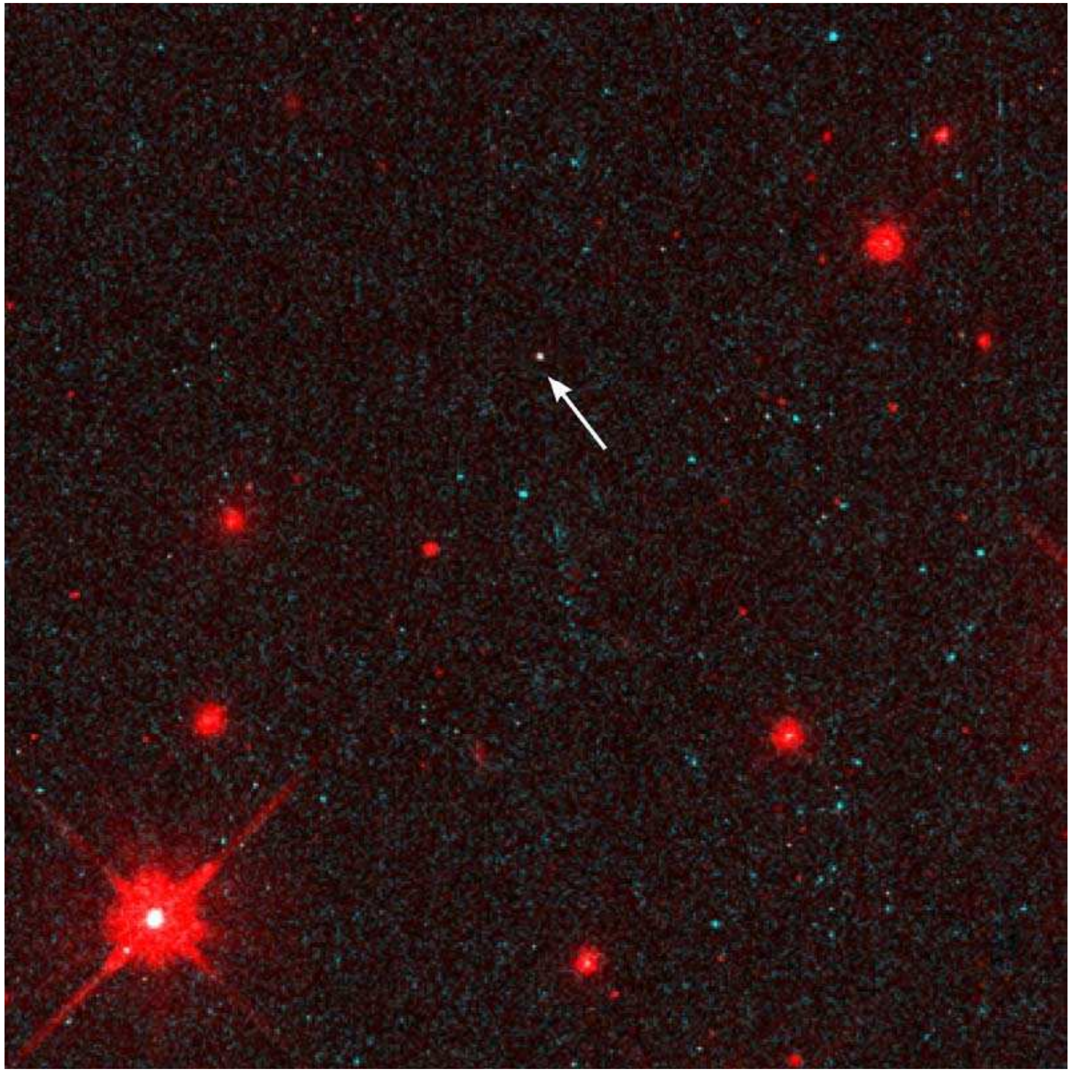


Neutronová hvězda

15 km

1,5 M_S

10^6 K



Neutronové hvězdy

při $\rho > 10^{12}$ kg.m^{-3} nastává neutronová degenerace

neutronizace $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$



výrazné gravitační a magnetické pole neutronových hvězd



Neutronové hvězdy

srovnání neutronových hvězd a obrů básníkem



Jan Neruda
Písně kosmické

Toť prostě tím: ty maličké

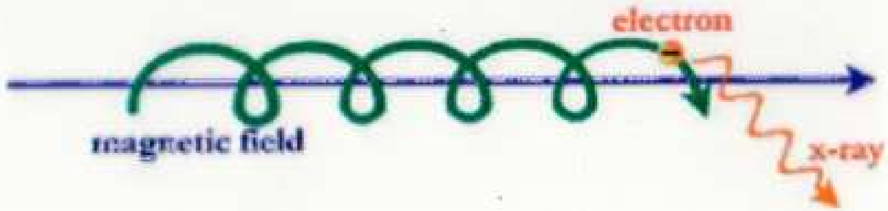
z jadrného jsou fládru,

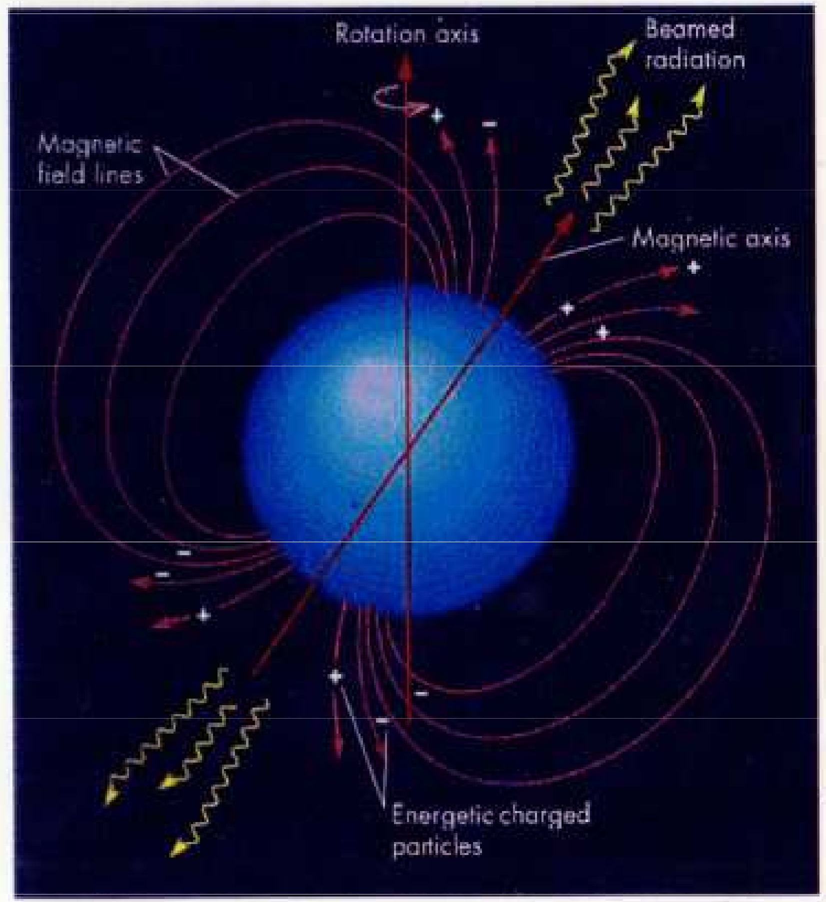
ale ty velké a poslušné

jen z plynových jsou hadrů.

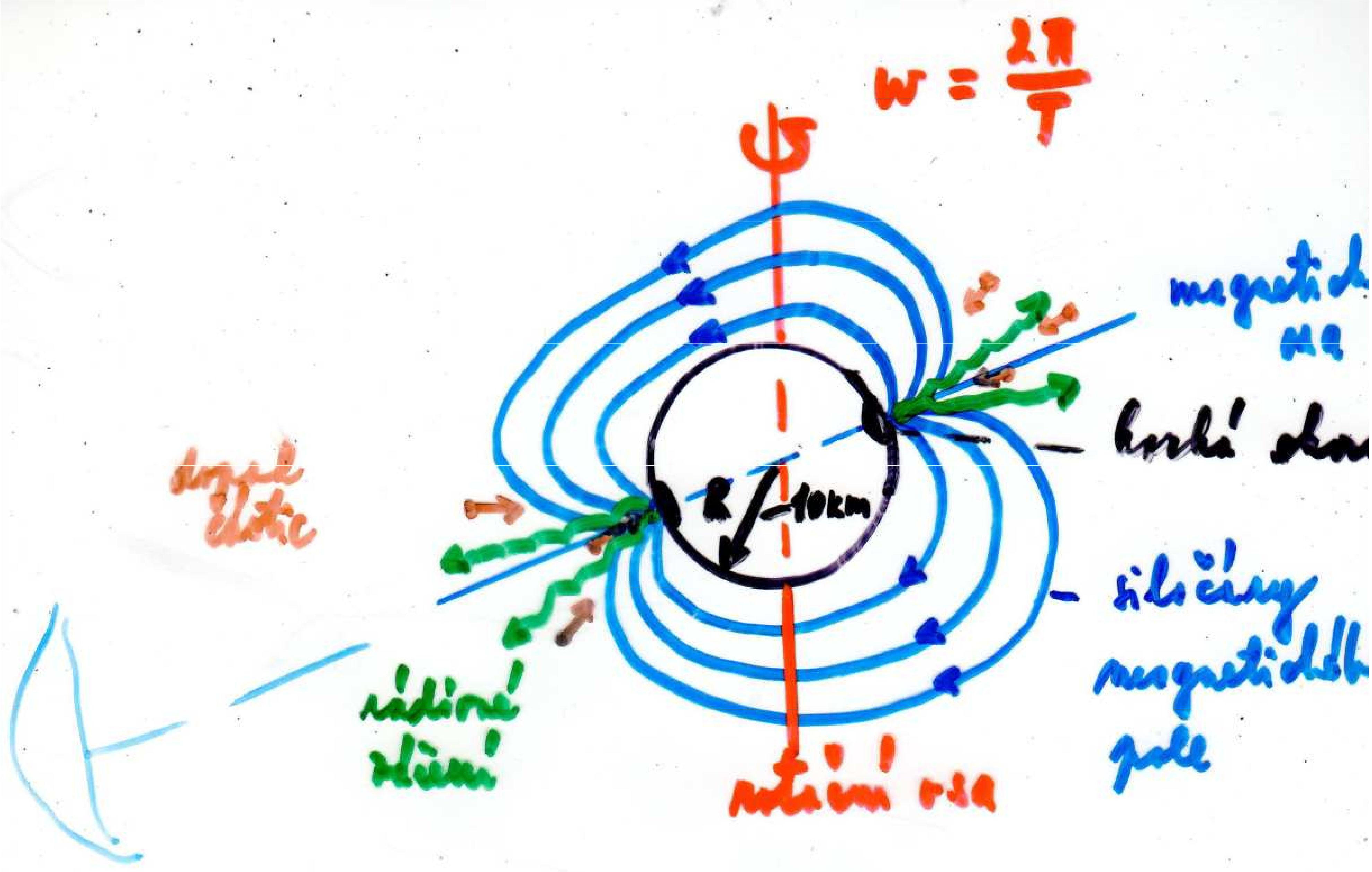
Neutronové hvězdy - pulsary

- 1968: T. Gold & F. Pacini
- Magnetic axis is tipped to rotation axis
- Charged particle can move along magnetic field lines only
  → escape along open field lines
  → trapped along closed field lines

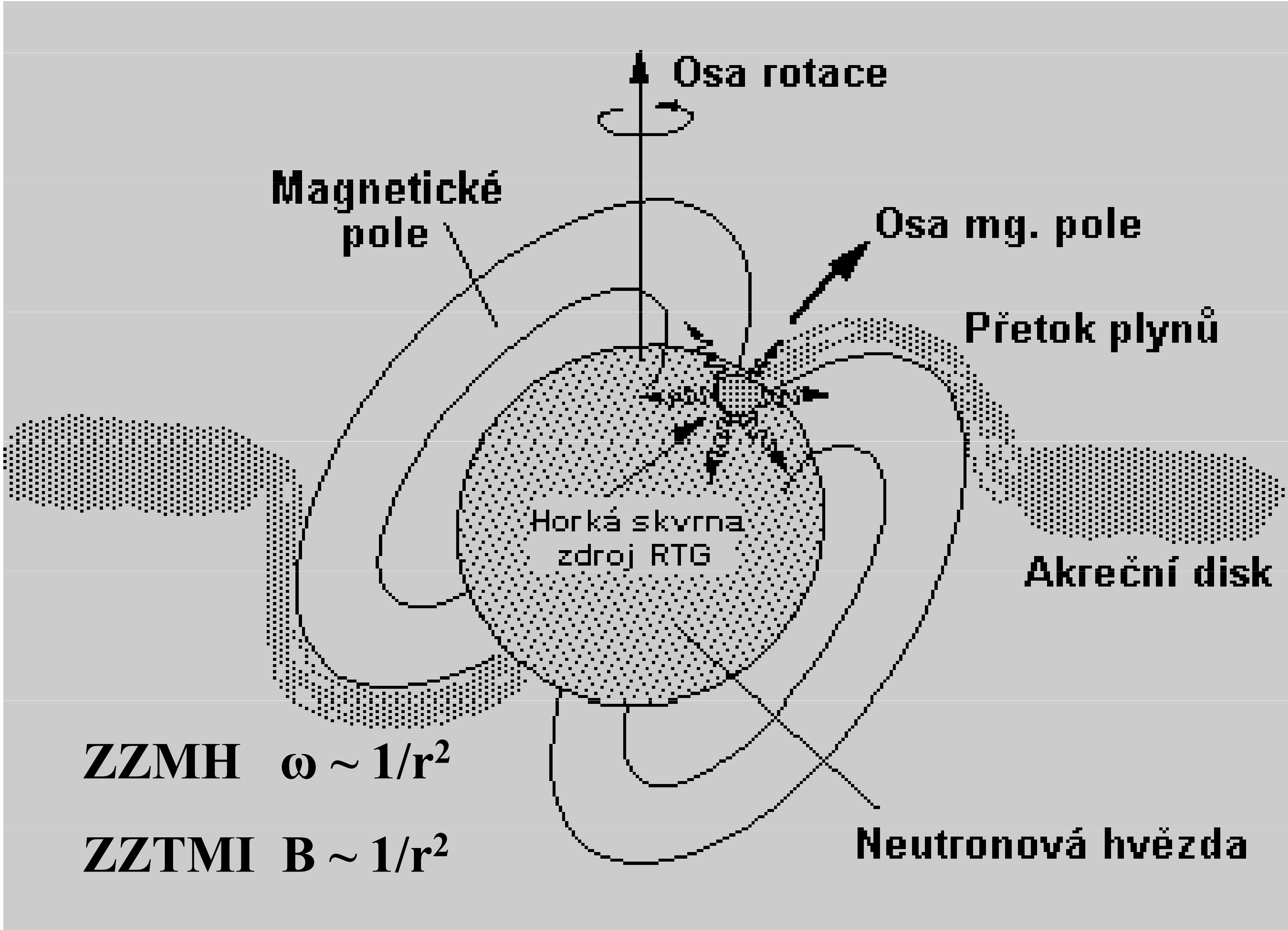




Neutronové hvězdy - pulsary



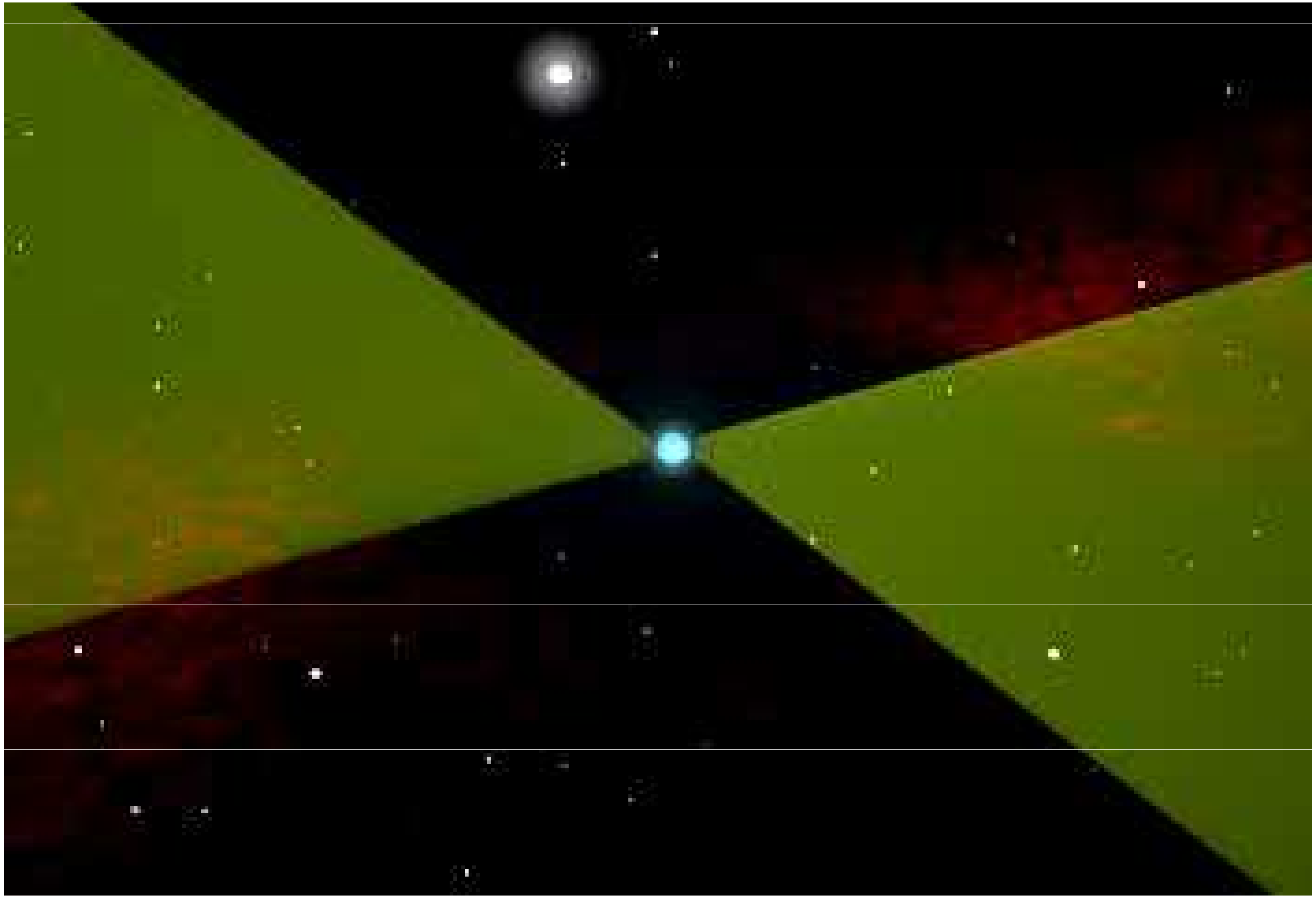
Majákový model pulsaru



ZZMH $\omega \sim 1/r^2$

ZZTMI $B \sim 1/r^2$

Majákový model pulsaru



Neutronové hvězdy

Neutronové hvězdy

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M_r \rho_r}{r^2}\,\frac{\left(1+\frac{P}{c^2\rho_r}\right)\left(1+4\pi r^3\frac{P}{c^2 M_r}\right)}{\left(1-\frac{2GM_r}{c^2 r}\right)}$$

ZZMH $\Rightarrow$

rotační periody:

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f \qquad I = \tfrac{2}{5}MR^2$$

$$\omega_f = \omega_i\left(\frac{R_i}{R_f}\right)^2$$

magnetické pole:

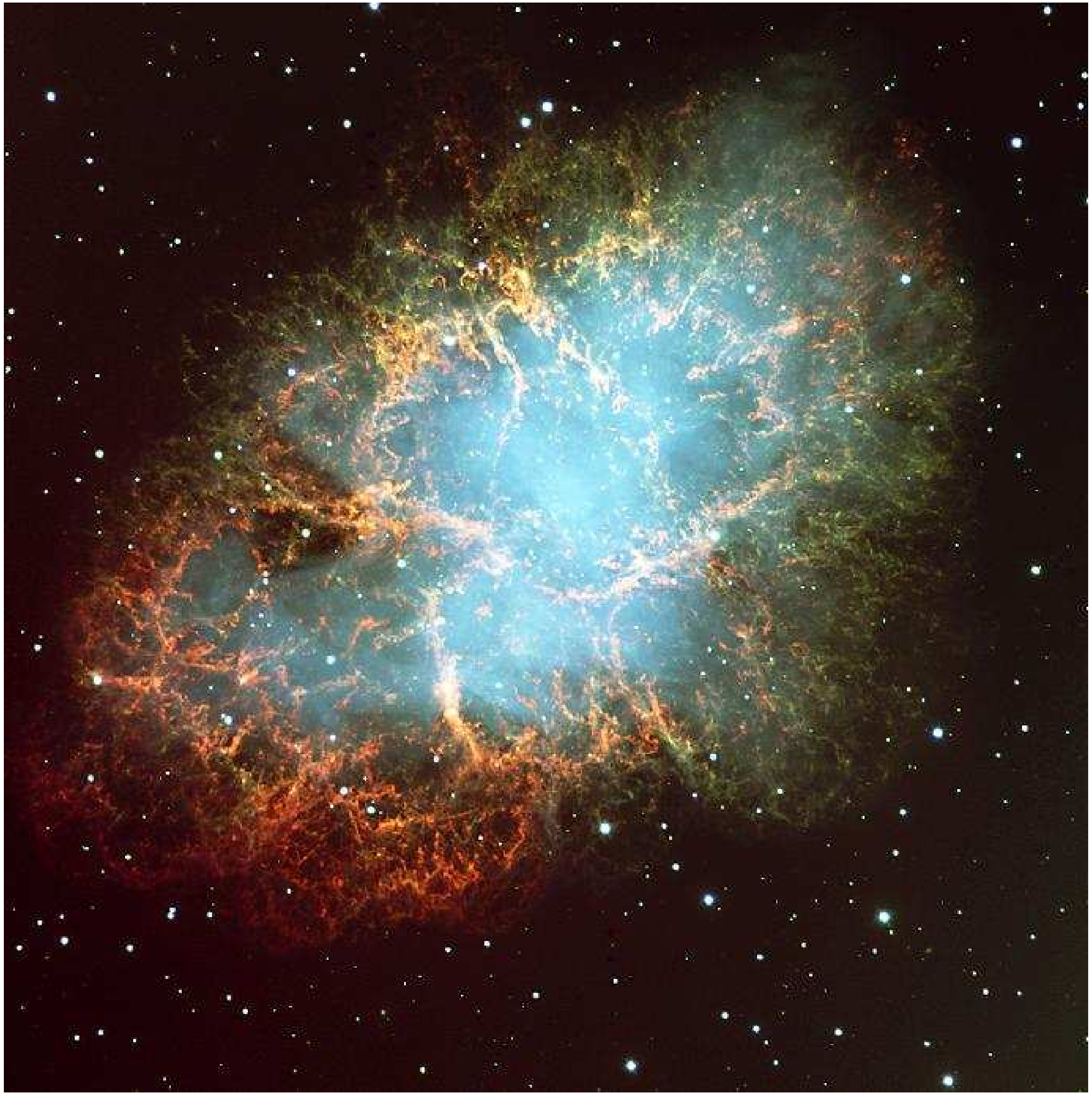
$$\int B\,dS = \text{konst.}$$

$$B_i\,4\pi R_i^2 = B_f\,4\pi R_f^2$$

$$B_{nh} \simeq 10^{10}\ \mathrm{T}$$

pulsary – rychle rotující neutronové hvězdy se silným magnetickým polem

Krabí mlhovina



vznik r. 1054

r = 2 kpc, d = 3 pc

hmotnost 3,5 M_S

pulsar 1,4 M_S

P = 0,033 s

L = 5 . 10^{31} W

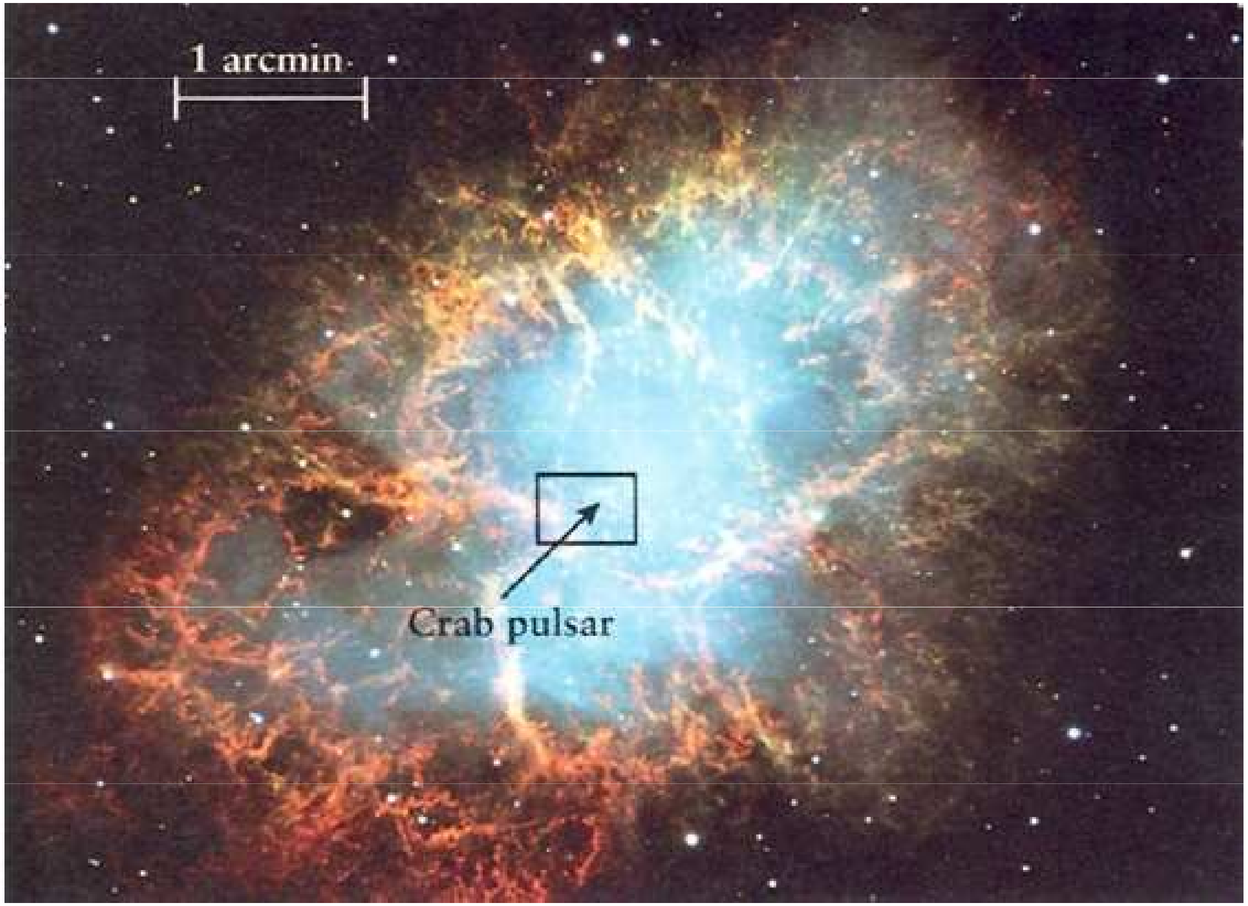
v_{exp} = 1 500 km.s^{-1}

vodíkové čáry - II typ supernovy

Krabí mlhovina



Vznik neutronové hvězdy – pulsaru



Krabí mlhovina – ***M 1***

Vznik Krabí mlhoviny



Pulsar v Krabí mlhovině

úbytek kinetické rotační energie = vyzářená energie

$$\frac{dE_{rot}}{dt} = \frac{dE_{zar}}{dt}$$

zářivý výkon Krabí mlhoviny $\frac{dE_{rot}}{dt} = -5.10^{31} W$

- odpovídá změně rotační energie za sekundu

rotující magnetický dipól, ve vnitřní části mlhoviny

produkce vysoce energetických elektronů

Pulsar v Krabí mlhovině

Proč má takové extrémní vlastnosti ?

jeho vznik - zákon zachování momentu hybnosti $L = mrv$

při M = 1,4 M_S, R = 10 km, P = 0,033 s, dP/dt = 4.10^{-13}

moment setrvačnosti tuhého tělesa - koule $J = \frac{2}{5} MR^2$

rotační kinetická energie $E_{rot} = \frac{1}{2} J\omega^2$

úhlová rychlost $\omega = \frac{2\pi}{P}$

změna rotační energie

$$\frac{dE_{rot}}{dt} = -\frac{8}{5}\pi^2 MR^2 P^{-3} \frac{dP}{dt}$$



Vlastnosti neutronových hvězd

Neutronové hvězdy

$\mathcal{M} \approx (1-2)\,\mathcal{M}_S$

PSR J 1614 2230

$(1{,}97 \pm 0{,}04)\,\mathcal{M}_S$

$R \approx (10-14)$ km

$\rho \approx 10^{12}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

teoretické modely – interpretace záření, analýza

relativistické objekty, významnost

parametr kompaktnosti $x_g = \dfrac{r_g}{R}$

$$r_g = \frac{2G\mathcal{M}}{c^2} \approx \frac{2{,}95}{\mathcal{M}_\odot}\,\mathcal{M}\ [\mathrm{km}]$$

$$g = \frac{G\mathcal{M}}{R^2\sqrt{1-x_g}}$$

kanonická n. hvězda $1{,}4\,\mathcal{M}_\odot$, $R \approx 12$ km

relativistické efekty ~ desítky %

většina n. hvězdy – pozorování efektů OTR

Vývoj neutronových hvězd

pro neutrinové záření, $W\downarrow$, $T\downarrow$

ochlazování v krystalizovaném

režimu: 1. Neutrinové ochlazování
10^5 roků

2. Fotonové ochlazování
při $t \gtrsim 10^5$ roků

$$\frac{dW}{dt} = c\frac{dT}{dt} = -L_\nu - L_f$$

$$L_f = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

teorie × pozorování → $\mathcal{M}$, R n. h.

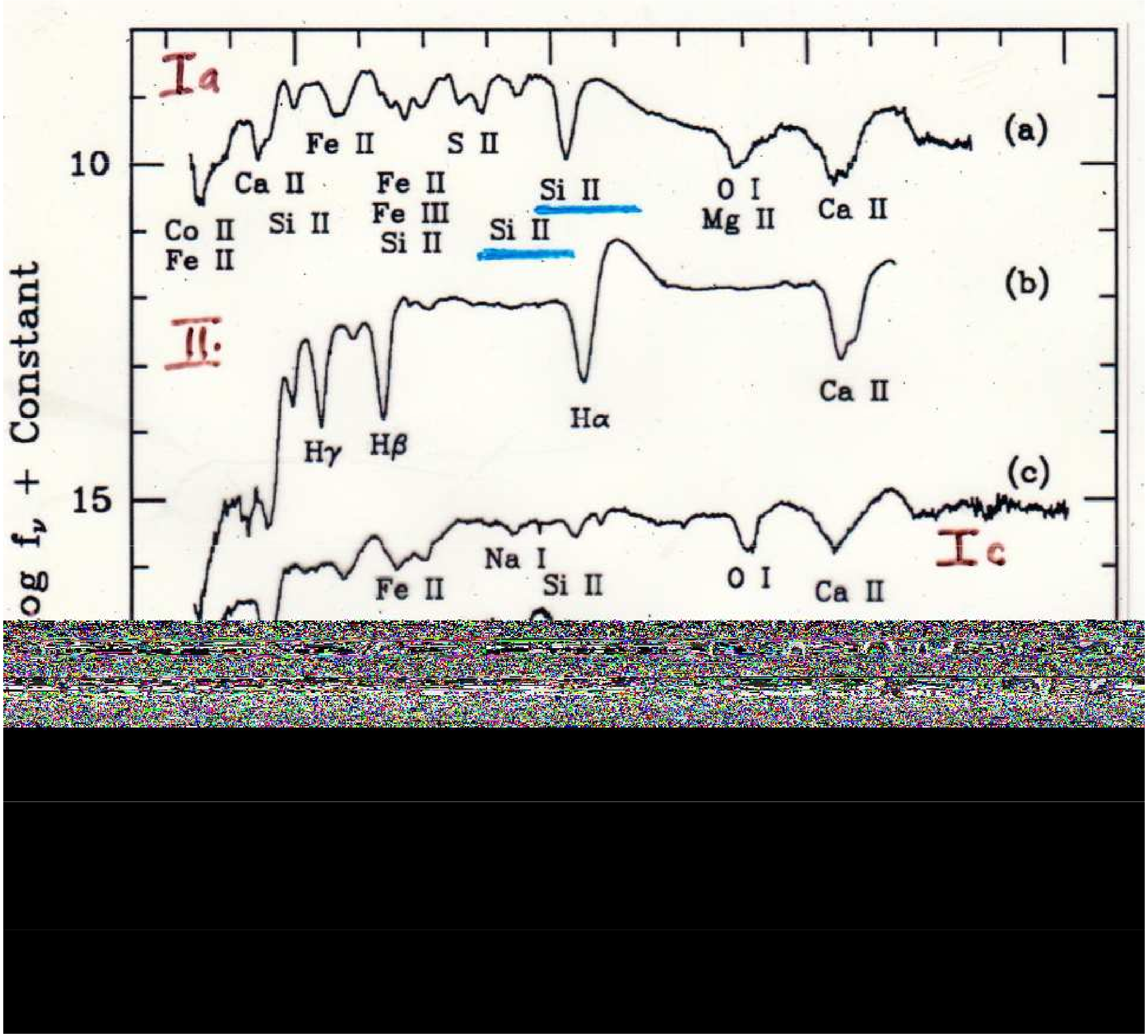
Supernovy Ia typ

první scénář - bílý trpaslík, těsná dvojhvězda, přenos hmoty z druhé složky, nárůst hmotnosti $\approx 10^{-6} - 10^{-8}\ M_S/rok$ **překročení Chandrasekharovy meze, nestabilita,**

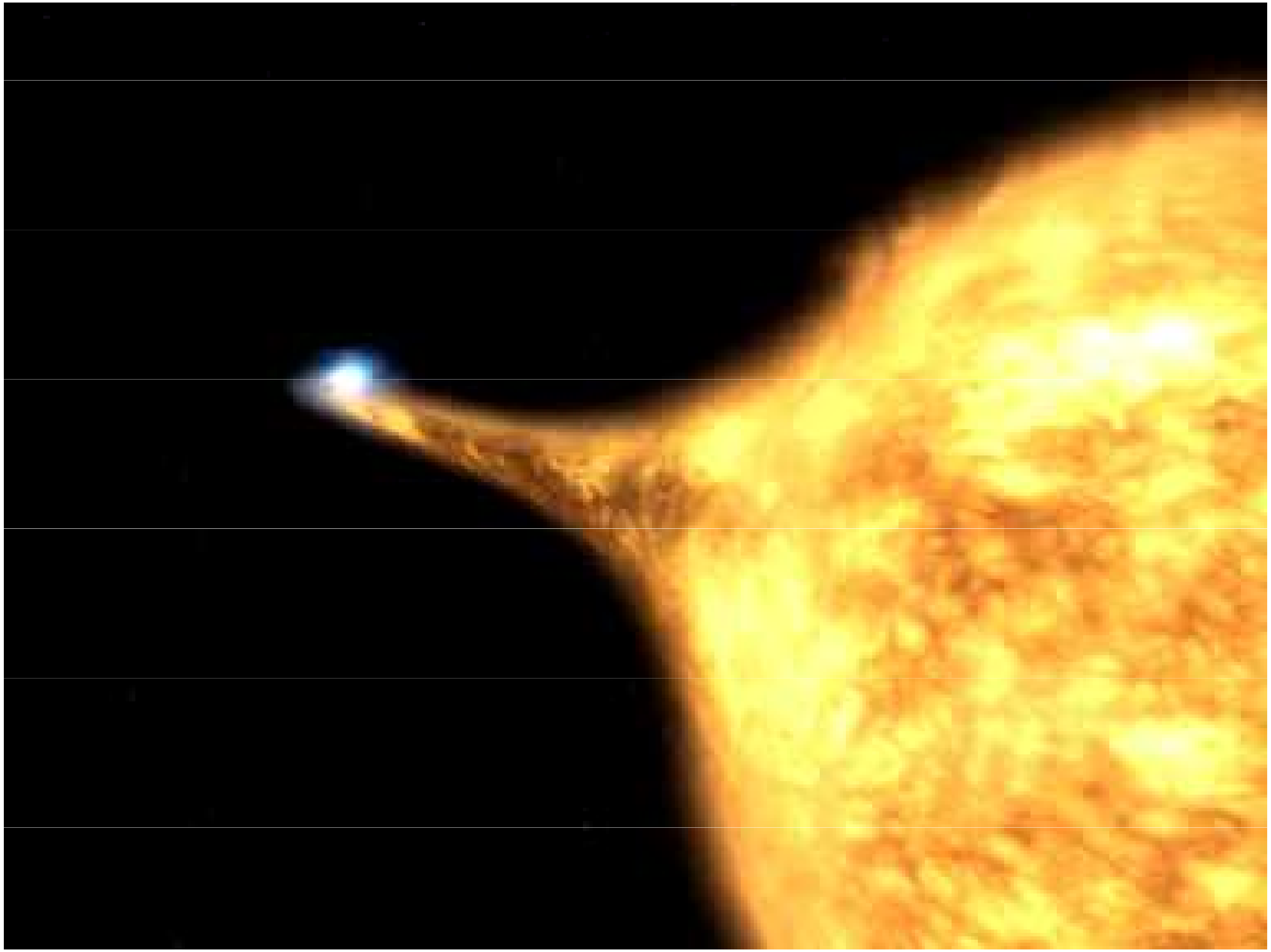
T ≈ $3 . 10^8$ K hoří uhlík, → T ↑ ≈ 10^9 K, spalování explozivní, šíří se rychlostí 100 km/s, vznikají Fe, Co, Ni, Si, P, S,…**exploze celého bílého trpaslíka**, zjasnění hvězdy o 10^{12} , plyn expanduje rychlostí až 25 000 km/s, ve spektru chybí vodík (b.t. – C,O), maximální zářivý výkon $\mathbf{10^9}\ \boldsymbol{L_S}$, Chandrasekharova mez je téměř stejná, po maximu jasnosti exponenciální pokles v průběhu řádově měsíce,

druhý scénář – srážka neutronové hvězdy a bílého trpaslíka

Supernovy


Ia
II.
Ic
(a)
(b)
(c)
10
15
log f_ν + Constant
Fe II
S II
Ca II
Fe II
Si II
O I
Si II
Fe III
Mg II
Ca II
Co II
Si II
Si II
Fe II
Ca II
Hα
Hγ
Hβ
Na I
Fe II
Si II
O I
Ca II

Supernovy Ia typ



Supernovy II. typu

předchůdce červený, modrý velebobr, ≈ (10 – 25) M_S, nestabilní stav, efekty obecné teorie relativity - T ≈ 10^{11} K , hustoty ≈ 10^{18} $kg.m^{-3}$ nejprve imploze, zhroucení do jádra (1-2) M_S,

$$e^+ + e^- \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e$$

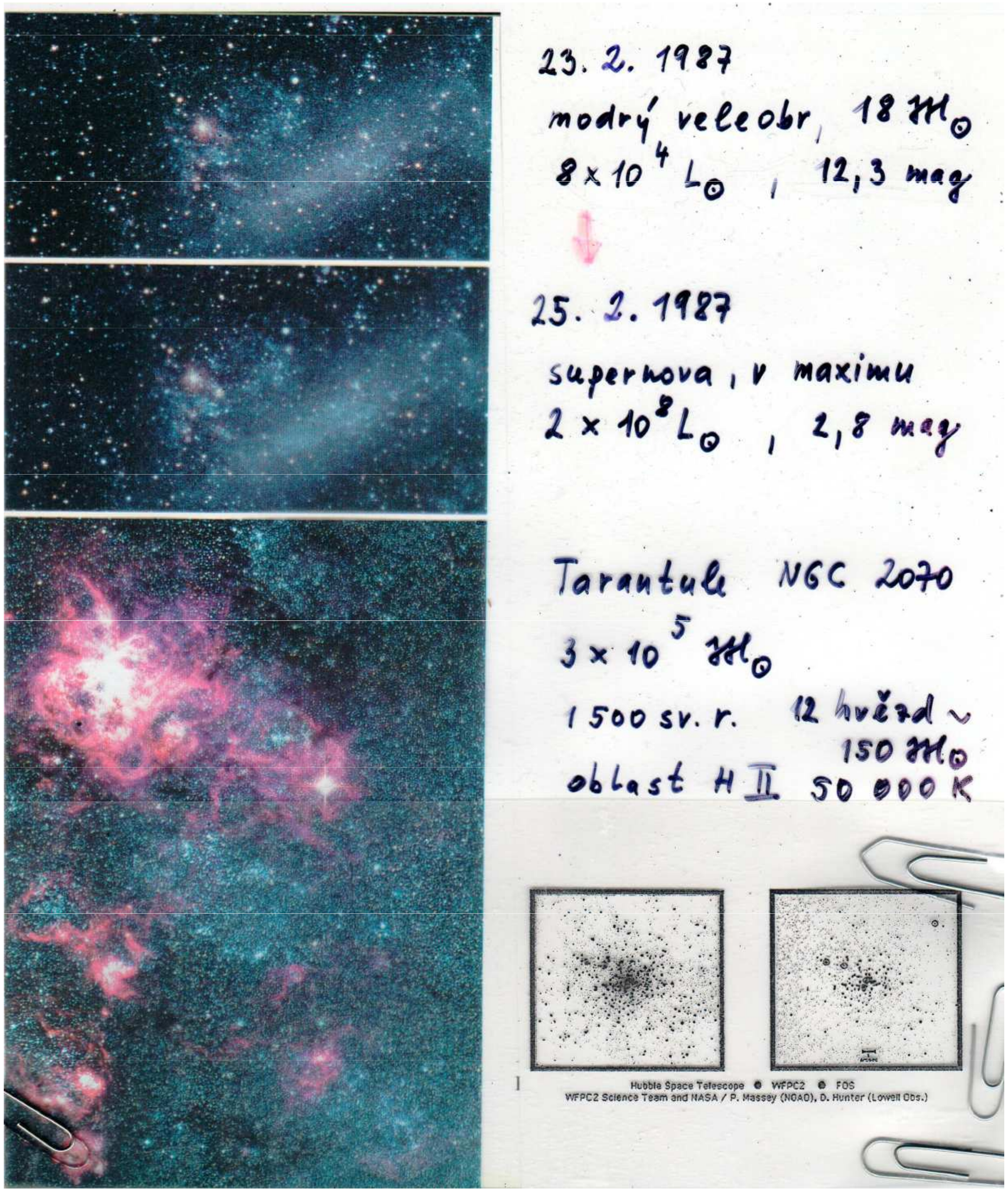
$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e$$

$$e^+ + n \rightarrow p + \bar{\nu}_e$$

neutrina odnáší energii

následně exploze, maximální zářivý výkon $\mathbf{10^8}$ $\boldsymbol{L_S}$**,** rychlost expanze (6 000 – 20 000) km/s, silné vodíkové čáry ve spektru

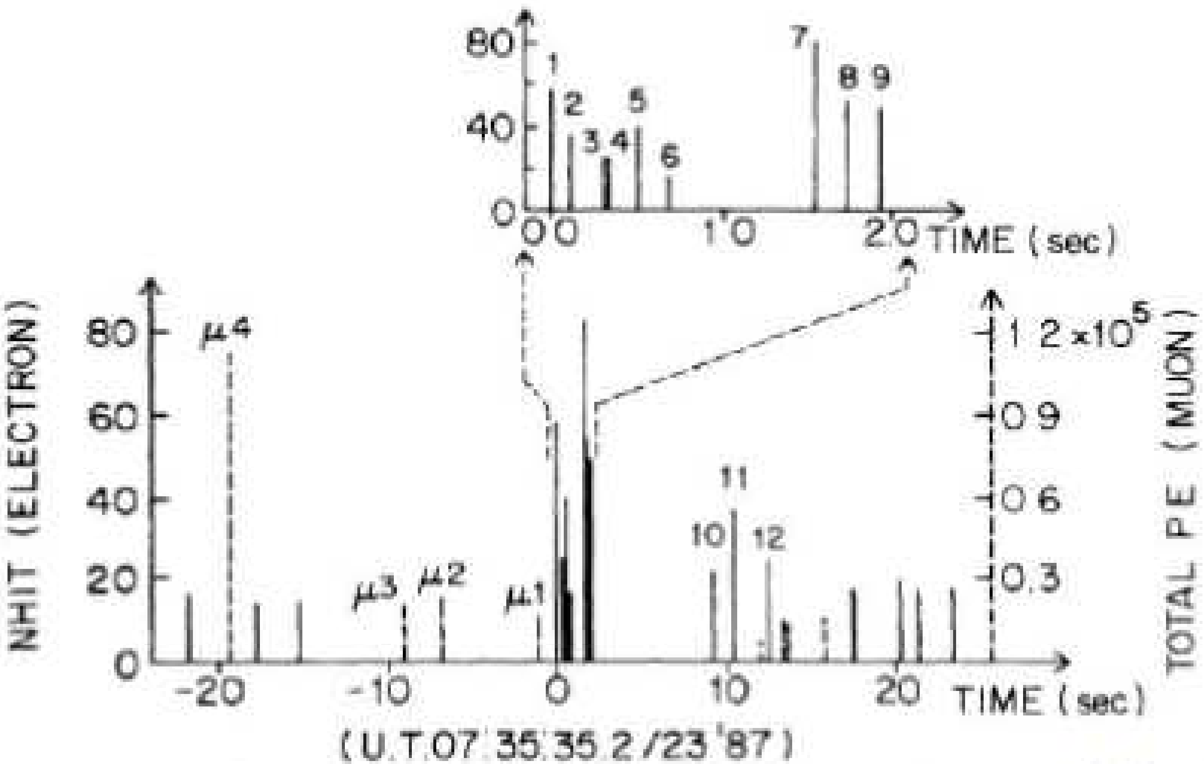
Supernova 1987 A



Supernova 1987 A

Neutrina se supernovy SN1987A

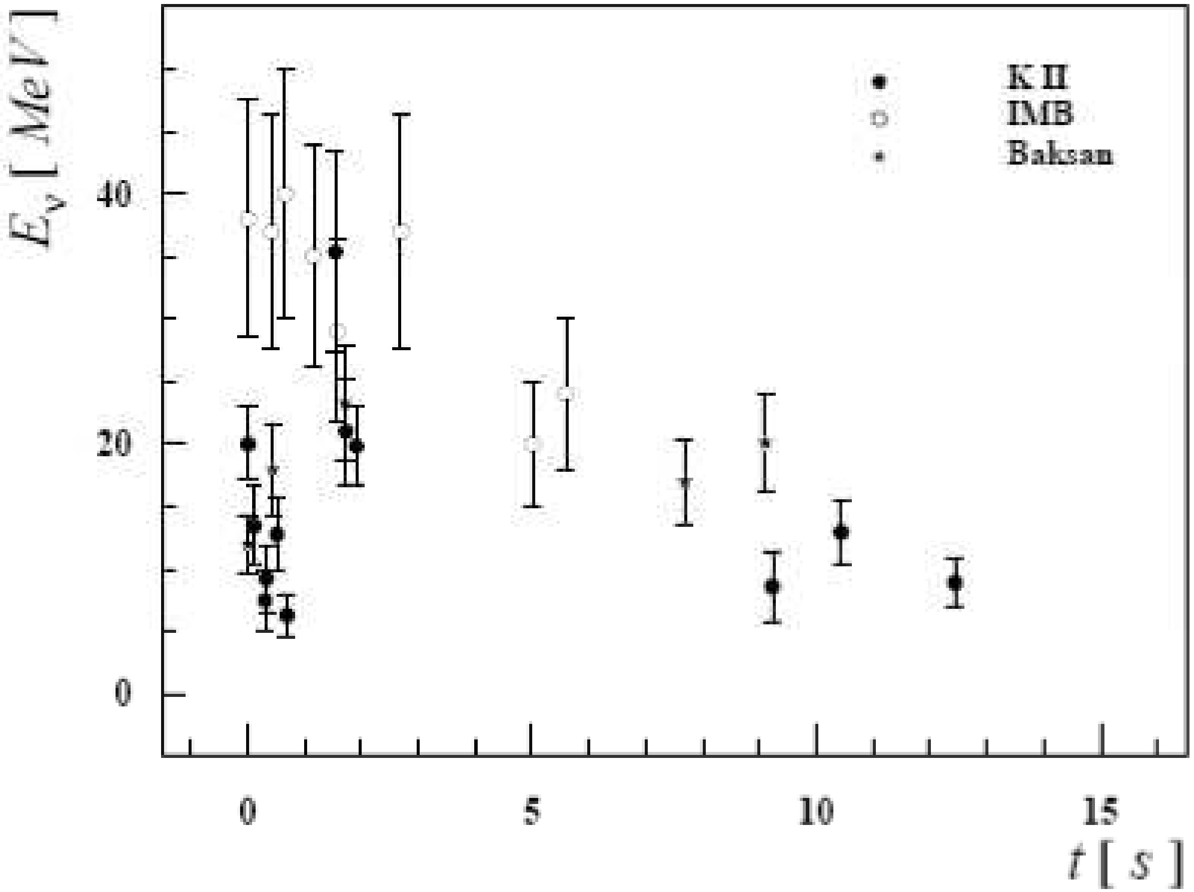
23. února 1987 byl ve Velkém Magellanově mraku pozorován výbuch supernovy SN1987A. Kamiokande zaznamenal 3 hodiny před optickým signálem shluk 11 případů během 13 vteřin.



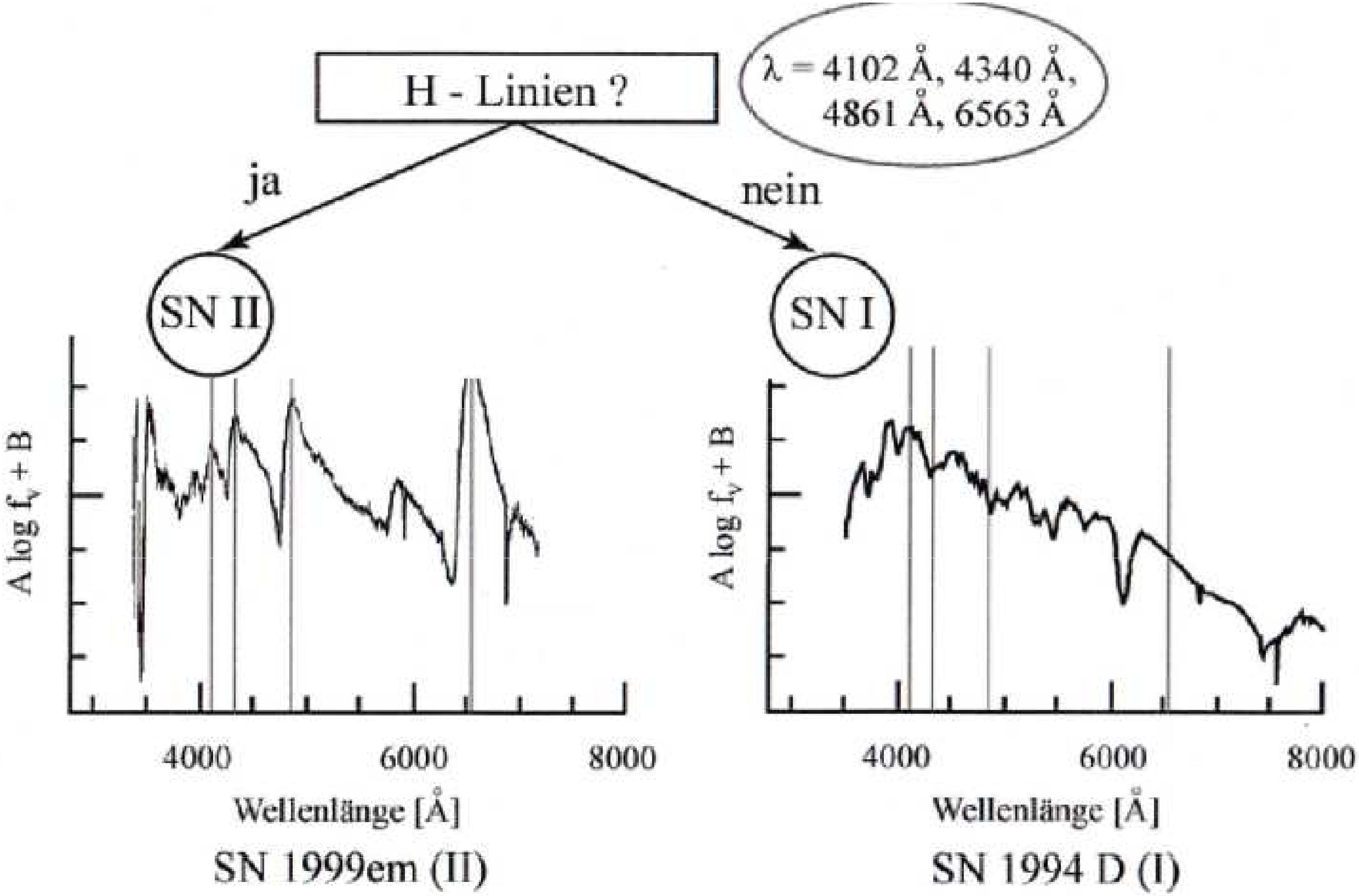
Interpretace: neutrina doprovázející vznik neutronové hvězdy u supernov typu II v procesu: $e^- + p \rightarrow \nu_e + n$

Supernova 1987 A

Neutrina ze supernovy SN1987A

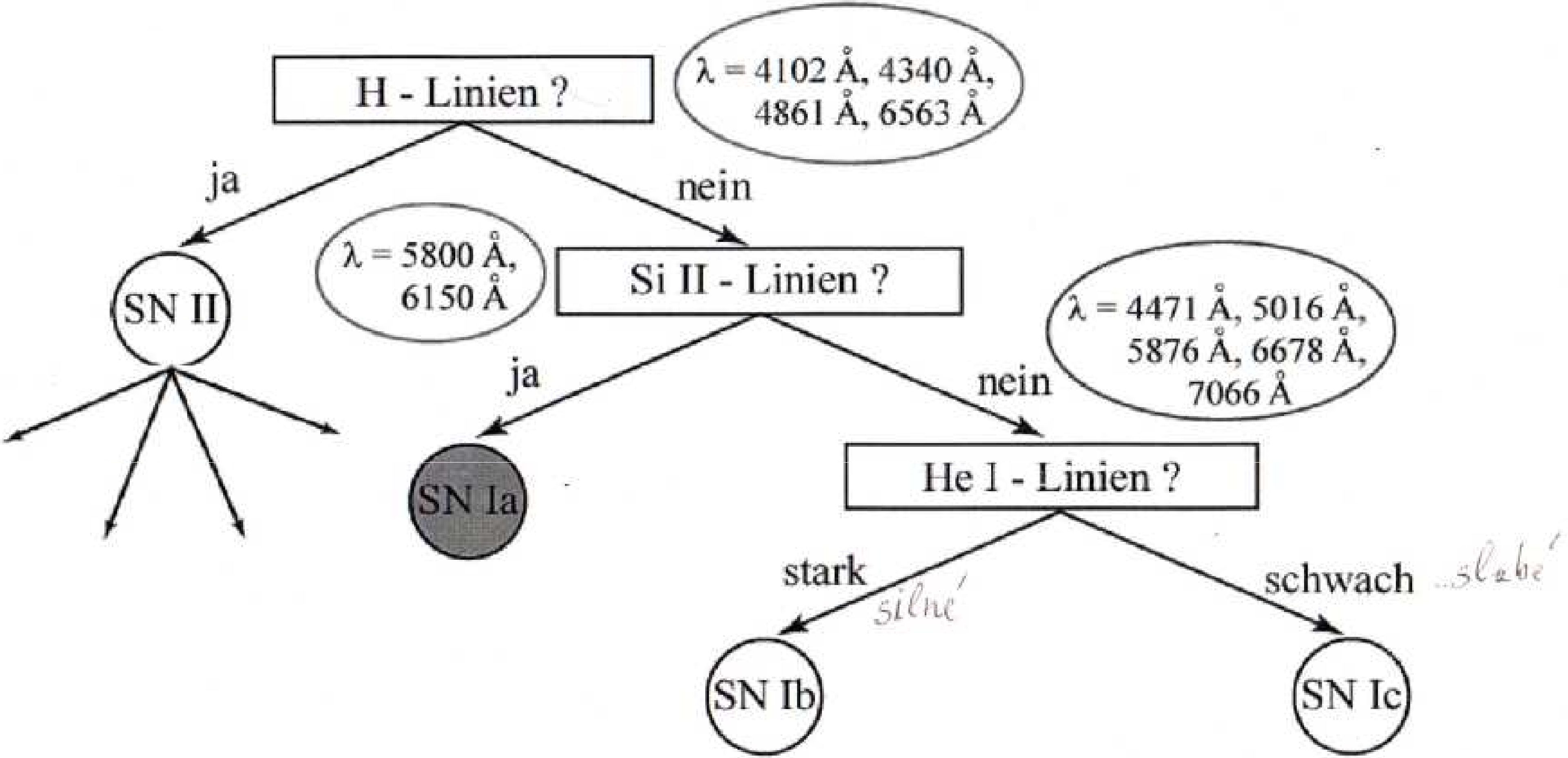


Supernovy – klasifikace



SN 1987 A

Supernovy – klasifikace



Černé díry - vznik

Jestliže se smršťování jádra hvězdy nezastaví při elektronovém degenerovaném plynu jako u bílých trpaslíků respektive při neutronovém degenerovaném plynu jako u neutronových hvězd a pokračuje dále, pak hvězda přechází do stavu tzv. černé díry. Ta vzniká jako závěrečné stádium vývoje hvězdy při relativistickém gravitačním smršťování - kolapsu hvězdy, jejíž hmotnost jádra v okamžiku smršťování převyšuje určitou kritickou hodnotu hmotnosti z intervalu 2,5 $\mathfrak{M}_\odot$ - 3,0 $\mathfrak{M}_\odot$, v závislosti na přijaté stavové rovnici. Při zrychlujícím se smršťování jádra hvězdy se uvolňuje gravitační potenciální energie, jejíž podstatná část je z jádra hvězdy odnášena prostřednictvím neutrin.

Pokud pro poloměr hvězdy platí, že $r > 10\ R_g$, smršťování probíhá rychlostí volného pádu za čas

$$t = (6\pi G \rho)^{-\frac{1}{2}} . \qquad (5.3.1)$$

Uvedený vztah lze zjednodušeně odvodit z volného pádu částice na povrch kolabující koule o poloměru r, hmotnosti $\mathfrak{M}$ a hustotě ρ. Ze zákona zachování mechanické energie pro jednotkovou hmotnost platí

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{G\mathfrak{M}}{r} , \qquad (5.3.2)$$

odkud úpravou obdržíme

$$dt = \left(\frac{r}{2G\mathfrak{M}}\right)^{\frac{1}{2}} dr. \qquad (5.3.3)$$

Černé díry - vznik

Dosazením za hmotnost $\mathcal{M} = \frac{4\pi r^3 \varrho}{3}$ a další úpravou dostaneme vztah (5.3.1).

Při $r < 10\ R_g$ se stávají výraznými efekty obecné teorie relativity a k popisu dalšího smršťování volným pádem použijeme povrchu jádra hvězdy, přičemž popis však nyní závisí na volbě vztažné soustavy, ve které se nachází pozorovatel. V případě, že pozorovatel je ve vztažné soustavě spojené s povrchem smršťujícího se jádra, naměří tzv. vlastní čas. Zaregistruje, že od počátku pohybu ze vzdálenosti $r = 10\ R_g$ do vzdálenosti $r = R_g$ uběhlo řádově několik sekund. Rychlost smršťování vzrostla prakticky až na rychlost světla. Průchod přes povrch sféry o Schwarzschildově poloměru proběhne okamžitě. Pro vnějšího pozorovatele, spojeného se vztažnou soustavou kosmických těles vně černé díry, rychlost smršťování povrchu jádra hvězdy nejprve roste, ale potom se pohyb zpomaluje a při $r \longrightarrow R_g$ rychlost klesá k nule. Časový interval přechodu povrchu jádra hvězdy přes povrch sféry o Schwarzschildově poloměru je nekonečně velký.

Černé díry - vznik

... je nekonečně velký.

Charakter řešení rovnic popisujících gravitační pole ve sféricko-symetrickém případě byl nalezen K. Schwarzschildem. Podle jeho řešení je závislost poloměru kolabující hvězdy na čase z hlediska vztažné soustavy spojené s vnějším pozorovatelem dána vztahem

$$r = R_g + (r_1 - R_g)\, e^{-\frac{c(t - t_1)}{2R_g}}, \qquad (5.3.4)$$

kde r_1 je poloměr hvězdy v čase t_1 a ve vztahu se předpokládá, že $(r_1 - R_g) \ll R_g$. Ze vztahu vyplývá, že z hlediska vnějšího pozorovatele při přibližování $r \longrightarrow R_g$ rychlost smršťování se asymptoticky zmenšuje k nule. Schwarzschildovo řešení kolapsu nerotující hvězdy vede k tomu, že pohyb každého bodu na povrchu kolabujícího jádra je zkoumán jako volný pád ve sféricko-symetrickém gravitačním poli.

Rovněž svítivost kolabující hvězdy klesá s časem podle vztahu

$$L = L_0\, e^{-\frac{2c}{3\sqrt{3}\, R_g}(t - t_1)}, \qquad (5.3.5)$$

kde L_0 je svítivost hvězdy v čase t_1, při $t \rightarrow \infty$ svítivost $L \rightarrow 0$.

Černé díry

Kerrova černá díra

hmotnost M, moment hybnosti J, elektrický náboj Q

charakterizujeme bezrozměrným parametrem

$$a = \frac{c J}{G M^2}$$

max... $a = 1$

$a_{\odot} = 0.185$

Schwarzschildova černá díra

$J = 0$, $Q = 0$ $\quad R_g = \frac{2 G M}{c^2}$

Černé díry - vznik

Nechť $\Delta\tau$ je časový interval mezi dvěma událostmi, které probíhají ve vzdálenosti r od středu černé díry, pro konkrétnost zvolme že r je poloměr černé díry. Čas naměřený pozorovatelem na povrchu černé díry je vlastní čas τ. Dále nechť Δt je časový interval mezi stejnými dvěma událostmi, který je naměřen pozorovatelem v tzv. souřadnicovém čase v nekonečně velké vzdálenosti od černé díry. Oba časové intervaly jsou mezi sebou vázány vztahem

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\left(1 - \frac{2G\mathcal{M}}{rc^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\Delta\tau}{\left(1 - \frac{R_g}{r}\right)^{\frac{1}{2}}} . \quad (5.3.6)$$

Jestliže je vzdálenost r od středu černé díry podstatně větší než gravitační poloměr R_g, pak platí $\Delta t = \Delta\tau$, tedy ve velkých vzdálenostech od černé díry je souřadnicový čas shodný s vlastním časem. Při $r \longrightarrow R_g$ pro libovolný interval vlastního času $\Delta\tau$ platí, že $\Delta t \to \infty$. Jinými slovy časový interval mezi dvěma událostmi je nekonečně velký.

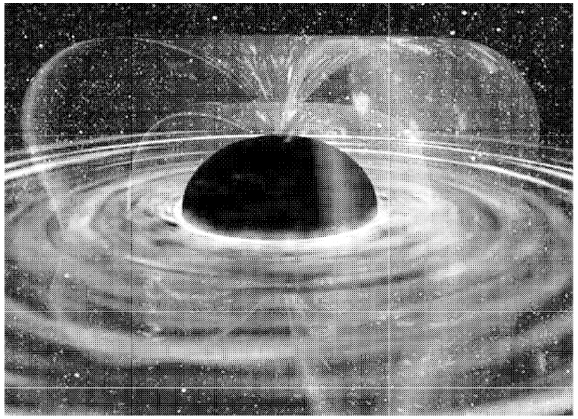
Pod časovým intervalem $\Delta\tau$ můžeme rozumět periodu elektromagnetické vlny $T = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda}{c}$. Ze vztahu (5.3.6) vyplývá, že vlnová délka λ registrovaná pozorovatelem bude větší než vlnová délka λ_0, kterou emituje atom ve vzdálenosti r od černé díry, přičemž platí

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\left(1 - \frac{R_g}{r}\right)^{\frac{1}{2}}} . \quad (5.3.7)$$

Ze vztahu vyplývá, že při $r \longrightarrow R_g$ dostáváme $\lambda \to \infty$.

Relativistický efekt gravitačního rudého posuvu vlnových délek v blízkosti hvězd s velkou hmotností je nutno uvažovat při studiu smršťování jader hvězd v závěrečných stádiích vývoje hvězd.

Černé díry



Další aplikaci rozměrové analýzy spojujeme s astrofyzikálně exotickými objekty - černými děrami (obr. 2), zpracováno podle [7]. Nechť A je plocha horizontu událostí. Vyjádříme ji pomocí konstant G, c a hmotnosti černé díry M. Platí vztah $A \sim G^x c^y M^z$. Rozměr jednotlivých parametrů je $[A] = \mathrm{m}^2$, $[G] = \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, $[c] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, $[M] = \mathrm{kg}$. Srovnáním rozměrů levé a pravé části vztahu obdržíme $m^2 = m^{3x} \cdot \mathrm{kg}^{-x} \cdot \mathrm{s}^{-2x} \cdot \mathrm{m}^y \cdot \mathrm{s}^{-y} \cdot \mathrm{kg}^z$. K platnosti rozměrové rovnice musí být splněny podmínky algebraických rovnic:

$$[\mathrm{m}] \quad 2 = 3x + y$$

$$[\mathrm{kg}] \quad 0 = -x + z$$

$$[\mathrm{s}] 0 = -2x - y$$

Řešením rovnic obdržíme $x = 2$, $y = -4$, $z = 2$, hledaný vztah má tvar $A \sim G^2 c^4 m^2$.

Černé díry

Předpokládejme, že plocha povrchu černé díry odpovídá ploše horizontu událostí. V roce 1971 *Hawking* v [8] na základě úvah vyplývajících z obecné teorie relativity dospěl k závěru, že plocha horizontu událostí černé díry se při libovolných klasických procesech nemůže zmenšovat, tj. chová se jako entropie, $\Delta A \geq 0$. Platí tvrzení analogické druhému zákonu termodynamiky konstatujícímu, že celková entropie uzavřeného systému se nezmenšuje. *Bekenstein* [9] formuloval názor, že entropie černé díry je úměrná ploše jejího povrchu, $S = \eta A$. Při znalosti rozměru entropie $[S] = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$ vyjádřete prostřednictvím konstant c, G, h a k o rozměrech:

$$[c] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$
$$[G] = \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$
$$[h] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$$
$$[k] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$$

Úpravou obdržíme $\eta = \frac{S}{A}$, $[\eta] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$. Platí $\eta \sim C^x G^y \mathrm{h}^z \mathrm{k}^w$. Srovnáním rozměrů levé a pravé části máme:

$$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1} = \mathrm{m}^x \cdot \mathrm{s}^{-x} \cdot \mathrm{m}^{3y} \cdot \mathrm{kg}^{-y} \cdot \mathrm{s}^{-2y} \cdot \mathrm{kg}^z \cdot \mathrm{m}^{2z} \cdot \mathrm{s}^{-z} \cdot \mathrm{kg}^w \cdot \mathrm{m}^{2w} \cdot \mathrm{s}^{-2w} \cdot \mathrm{K}^{-w}$$

Černé díry

K platnosti rozměrové rovnice musí být splněny podmínky algebraických rovnic:

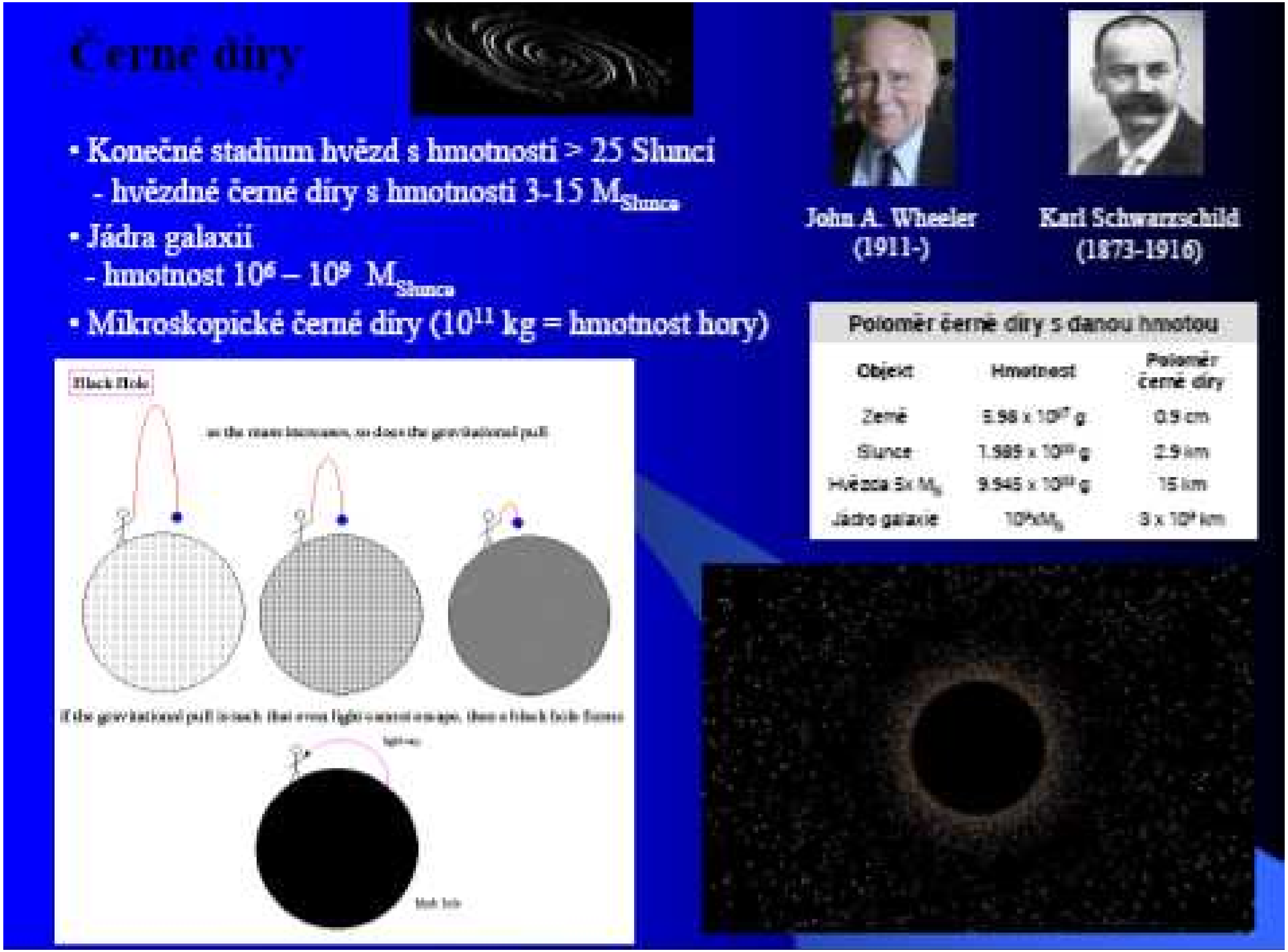
$$
\begin{aligned}
&[\mathrm{m}] \quad 0 = x + 3y + 2z + 2w \\
&[\mathrm{s}] \quad -2 = -x - 2y - z - 2w \\
&[\mathrm{kg}] \quad 1 = -y + z + w \\
&[\mathrm{K}] \quad -1 = -w
\end{aligned}
$$

Řešením systému obdržíme $x = 3$, $y = -1$, $z = -1$, $w = 1$. Odtud pro $\eta = \frac{c^3 k}{G h}$, tedy platí $S = \frac{c^3 k}{G H} A$. Až na numerický faktor jde o stejný vztah, který obdržel v původním historickém odvozením [9] Bekenstein.

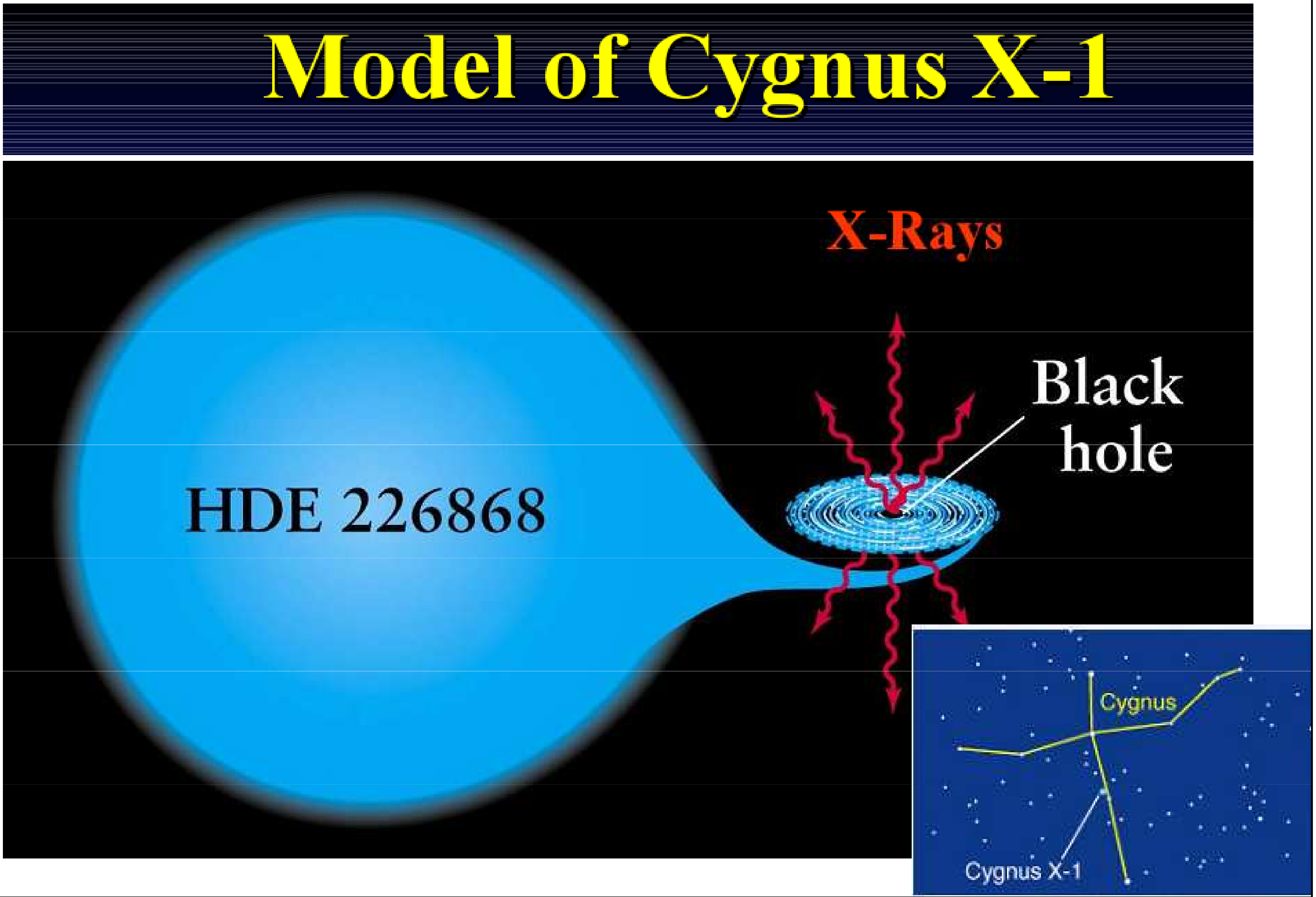
[8] *Hawking, S.*: Gravitational radiation from colliding black holes. Phys. Rev. Lett., 26, (1971), p. 1344.

[9] *Bekenstein, J.*: Black holes and entropy. Phys. Rev. D, 7 (1973), p. 2333.

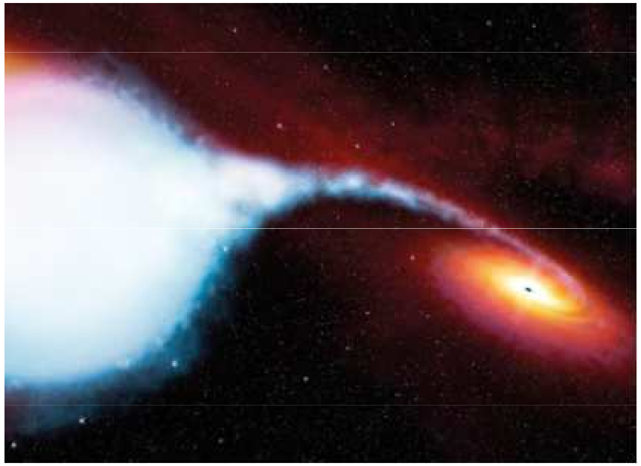
Černé díry


Černé díry
• Konečné stadium hvězd s hmotností > 25 Slunci
- hvězdné černé díry s hmotností 3-15 M_Slunce
• Jádra galaxií
- hmotnost 10⁶ – 10⁹ M_Slunce
• Mikroskopické černé díry (10¹¹ kg = hmotnost hory)
John A. Wheeler
(1911-)
Karl Schwarzschild
(1873-1916)
Poloměr černé díry s danou hmotou
Objekt
Hmotnost
Poloměr černé díry
Země
0.9 cm
Slunce
2.9 km
15 km
Jádro galaxie
Black Hole

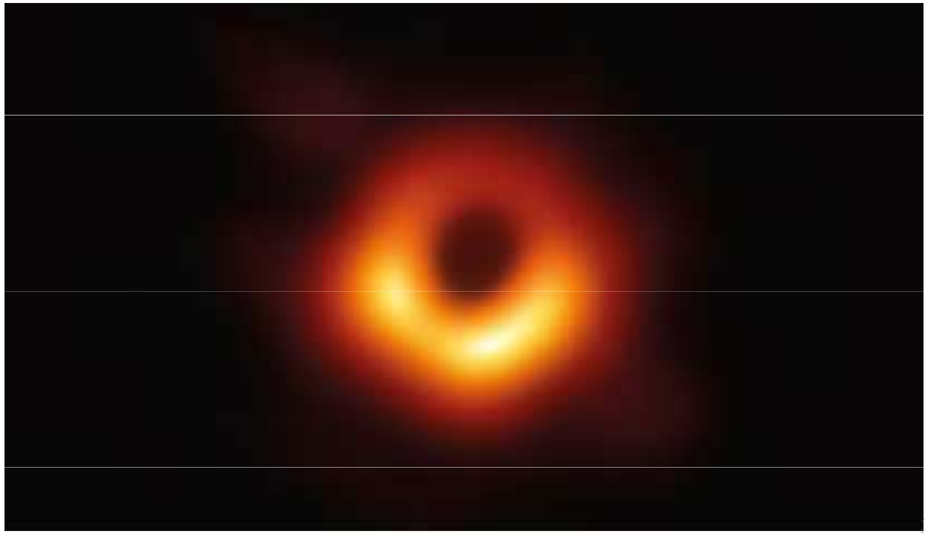
Dvojhvězda Cygnus X - 1



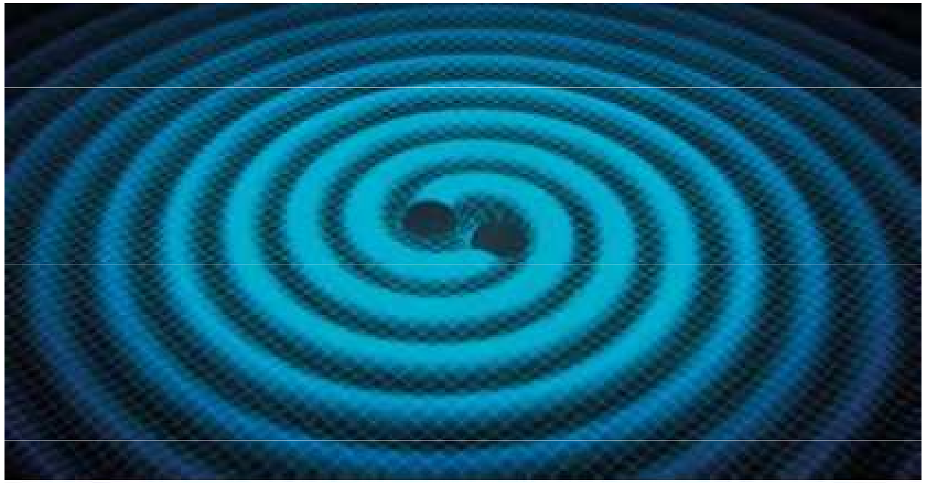
Černé díry



Obr. 7 Umělecká představa černé díry v rentgenové dvojhvězdě Cygnus X-1. Jedná se o první objevenou černou díru. Váží okolo 15 hmot Sluncí – stejně jako hvězda, spolu s níž obíhají okolo společného těžiště. *Kredit: NASA*

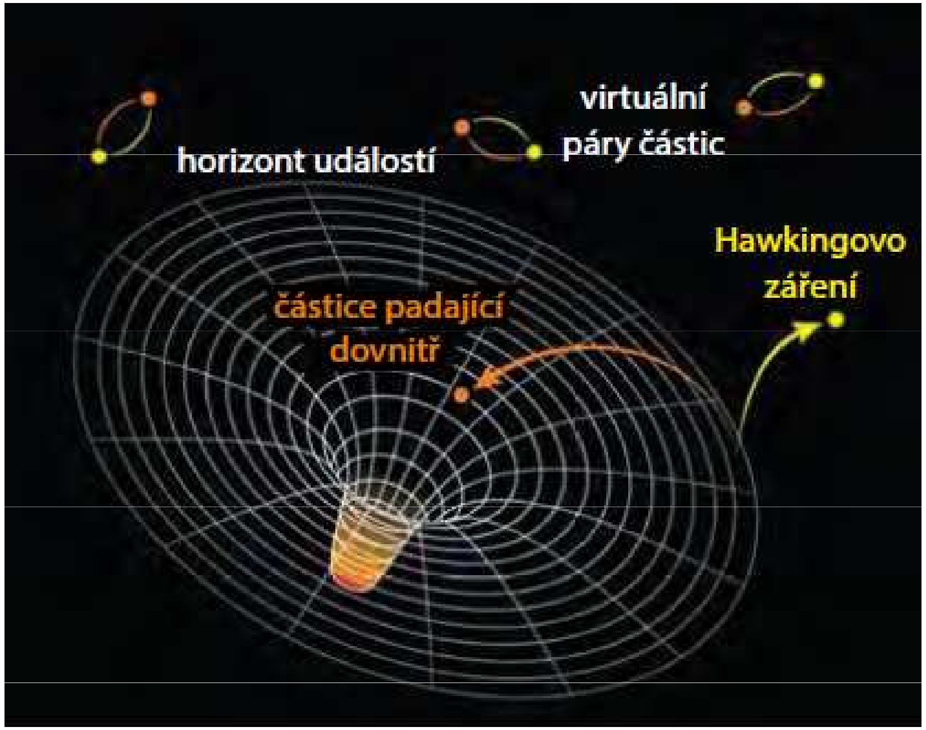


Obr. 1 První snímek černé díry v centru galaxie M87 pořízený radioteleskopy zapojenými do sítě Event Horizon Telescope. Černá díra vytváří stín – tmavší místo uprostřed obrázku, okolo nějž svítí plyn, který zřejmě obíhá. Dopplerovým jevem je pak zjasněná ta část disku, kdy se hmota k nám přibližuje. *Kredit: EHT*



Obr. 2 Když se dvě černé díry k sobě přibližují, uvolňuje se energie ve formě gravitačních vln, které rozvlní okolní prostoročas. Tato porucha se pak rychlostí světla šíří do vesmírného okolí. Nejintenzivnější je pak těsně před samotným splynutím černých děr do sebe za vzniku větší černé díry. *Kredit: LIGO*

Černé díry – vypařování, S. Hawking

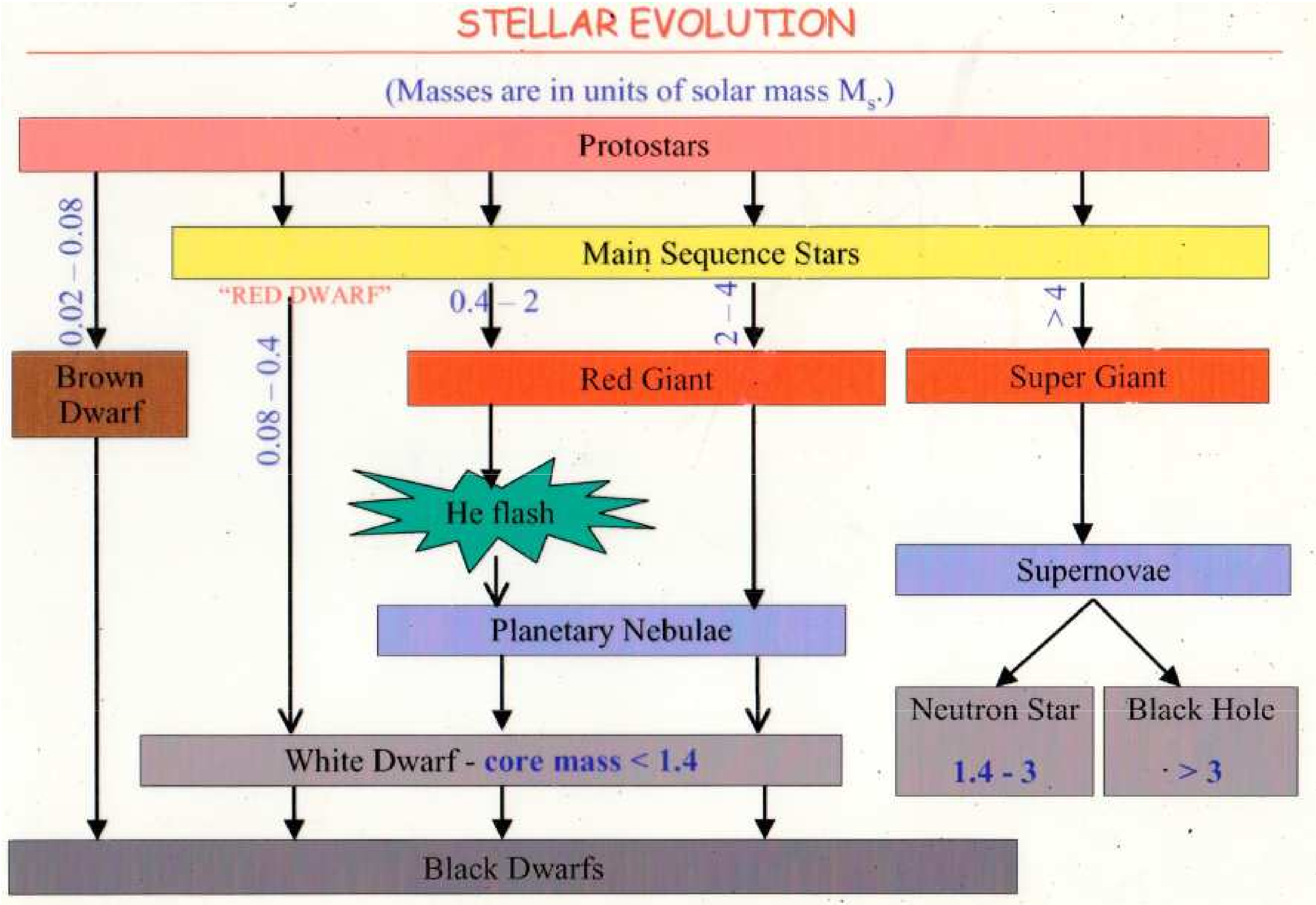


Obr. 6 Schematická představa, jak by mohlo vznikat Hawkingovo záření. Virtuální pár částice–antičástice se rozdělí na horizontu událostí. Zatímco jedna částice zůstane v černé díře, druhé se podaří uniknout. *Kredit. ESO*

$$T = \frac{hc^3}{16\pi^2 kGM}$$

Evaporation takes this long –
$10^9\ M_\odot$ black hole: 10^{94} years.
$2\ M_\odot$ black hole: 10^{67} years.
10^8 gram black hole: 1 second (!)

Přehled vývoje hvězd




Astrofyzika IV. cvičení
Nitro hvězd
Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Nitro hvězd

Úloha 6.1 Určete množství uvolněné energie při vzniku 1 jádra atomu helia ze čtyř jader atomů vodíku. Porovnejte s množstvím energie uvolňovaným při 3α procesu.

Řešení: pp řetězec: $\Delta m = 4\,{}^{1}_{1}\mathrm{H} - {}^{4}_{2}\mathrm{He} = 4{,}76 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}$, $\Delta E = \Delta m c^2 = 4{,}29 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}$, tedy 26,8 MeV. Pro 3α proces: $\Delta m = 3\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} - {}^{12}_{6}\mathrm{C} = 1{,}29 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}$, $\Delta E = \Delta m c^2 = 1{,}16 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}$, tudíž 7,2 MeV.

klidová hmotnost protonu $1{,}67.10^{-27}$ kg

klidová hmotnost jádra helia $6{,}63.10^{-27}$ kg

$\Delta m = (4.\ 1{,}67.10^{-27} - 6{,}63.10^{-27})\ \mathrm{kg} = 5.\ 10^{-29}\ \mathrm{kg}$

$\Delta m\, c^2 = 4{,}3\ .\ 10^{-12}\ \mathrm{J}$

Slunce vyzáří za 1 sekundu energii $3{,}86.10^{26}$ J …ΔW

úbytek hmotnosti Slunce za 1 s je $\Delta m_S = \frac{\Delta W}{c^2} = 4{,}2.10^{9}$ kg

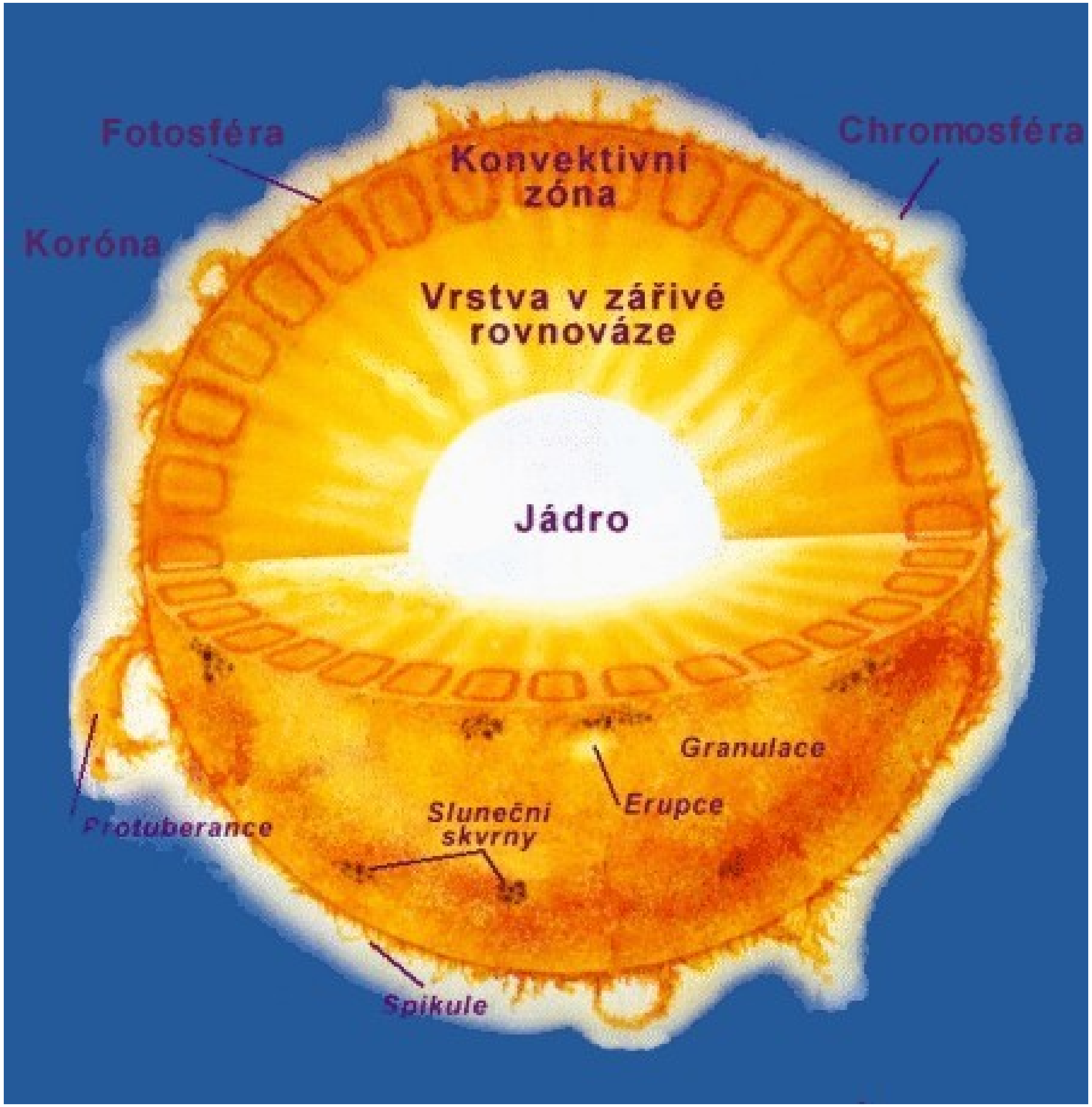
Nitro Slunce



Aktivita Slunce

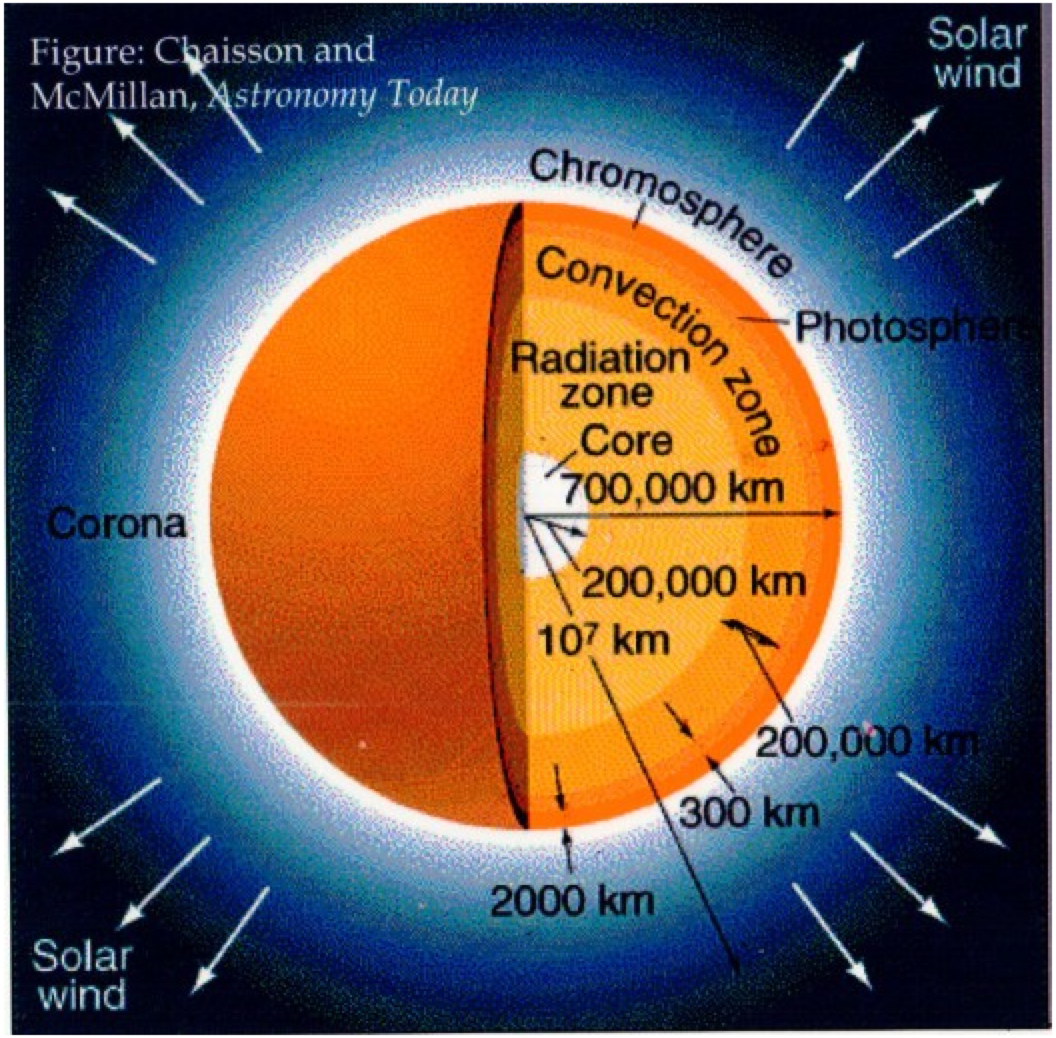


Stavba nitra Slunce



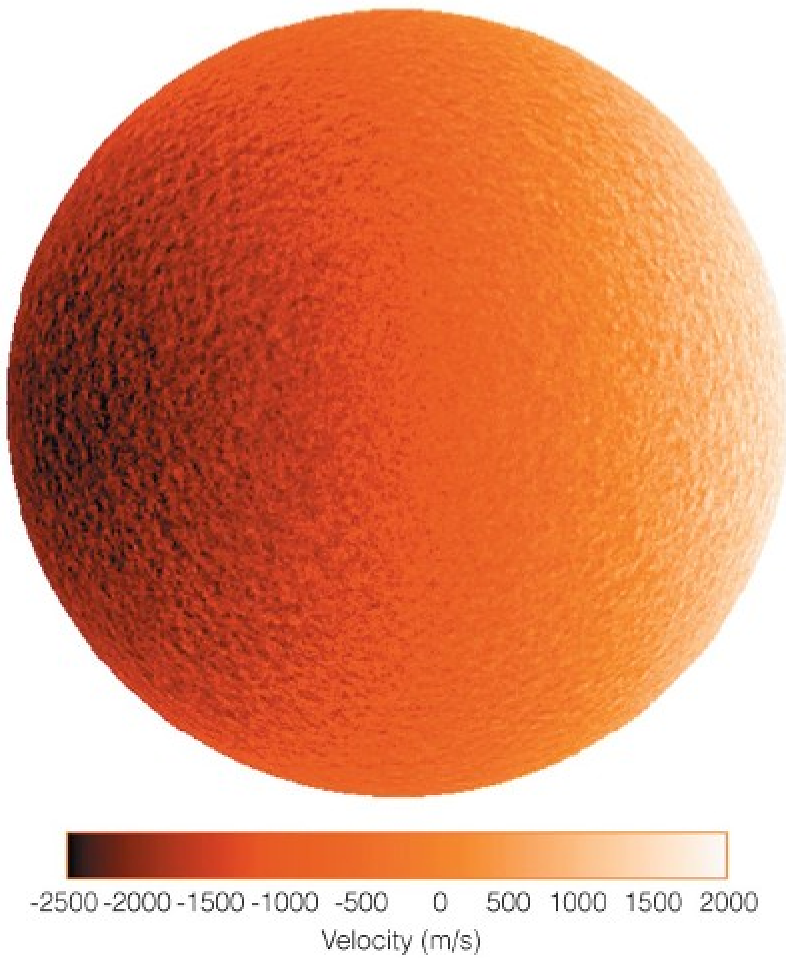
- Core
- Radiation zone
- Convection zone
- Photosphere
- Chromosphere
- Corona

Stavba Slunce



Slunce - helioseismologie

Solar vibrations (helioseismology)

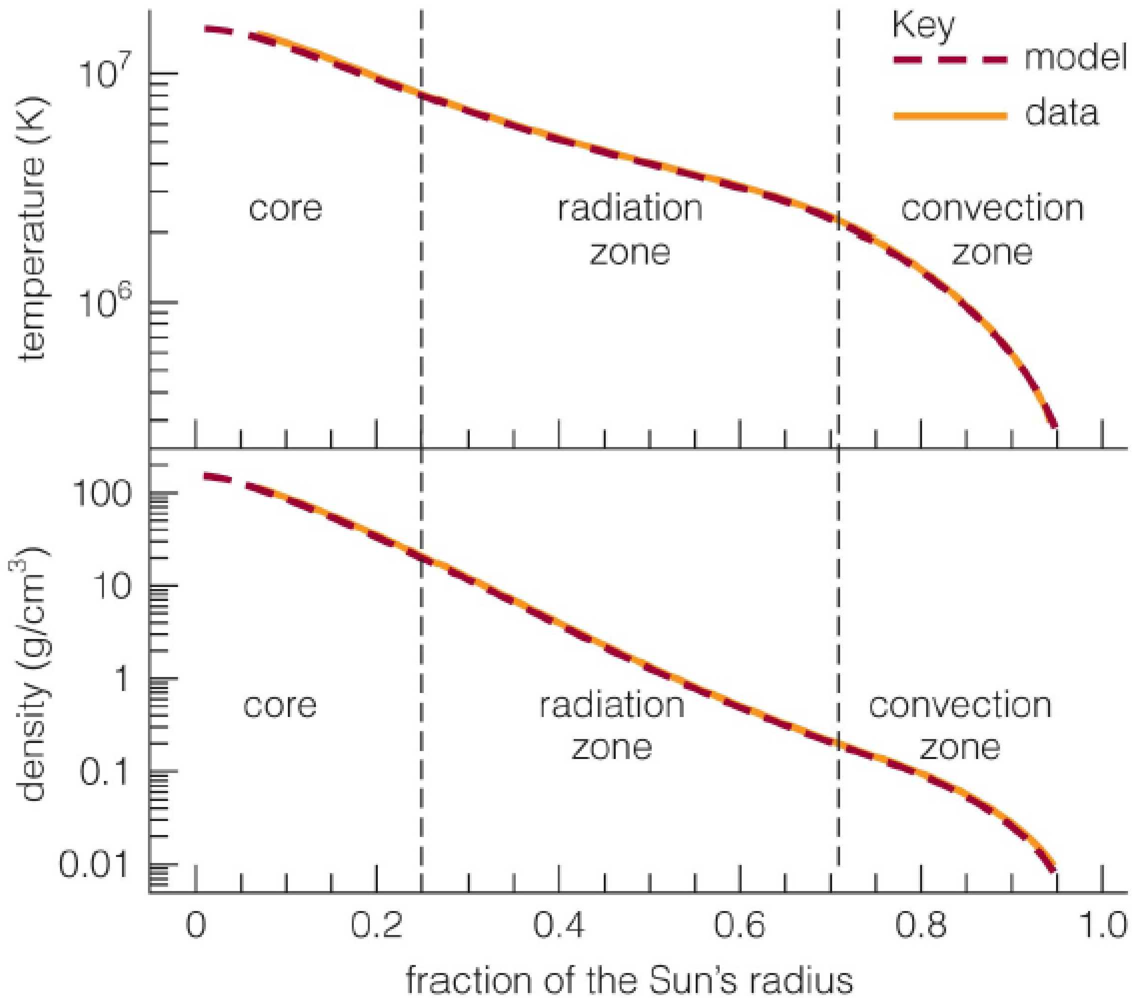


Patterns of vibration on the surface tell us about what the Sun is like inside.

Actual solar vibrations measured by the Doppler shift of the sun's photosphere.

Slunce - helioseismologie

Solar vibrations (helioseismology)



Data on solar vibrations agree very well with **mathematical models** of solar interior.

Nitro hvězd

Úloha 6.5 Centrální teploty dvou hvězd jsou $T_1 = 2 \cdot 10^8$ K a $T_2 = 1{,}8 \cdot 10^8$ K. Stanovte poměr množství uvolňované energie v nitrech obou hvězd.

Řešení: Z uvedených hodnot centrálních teplot vyplývá, že jde o hvězdy s velkými hmotnostmi, kde probíhá CNO cyklus, u něhož množství uvolňované energie $\sim T^{18}$. Hledaný poměr je $\left(\frac{20}{18}\right)^{18}$, k jehož výpočtu využijeme vztah $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n = e^x$, tedy $\left(\frac{20}{18}\right)^{18} = \left(1+\frac{2}{18}\right)^{18} \cong e^2 \cong 7$.

Procvičení -

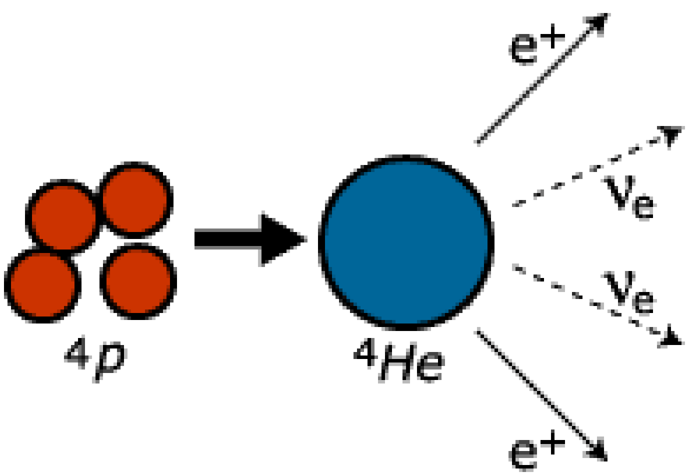
pro případ uvolňované energie CNO $\sim T^{16}$, stejné řešení,

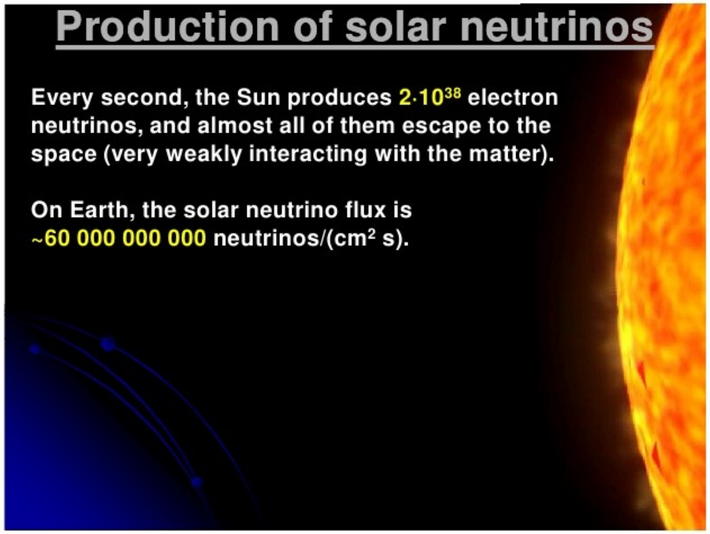
$$\left(\frac{20}{16}\right)^{16} = \left(1+\frac{4}{16}\right)^{16} \cong e^4 \cong 55$$

Nitro Slunce

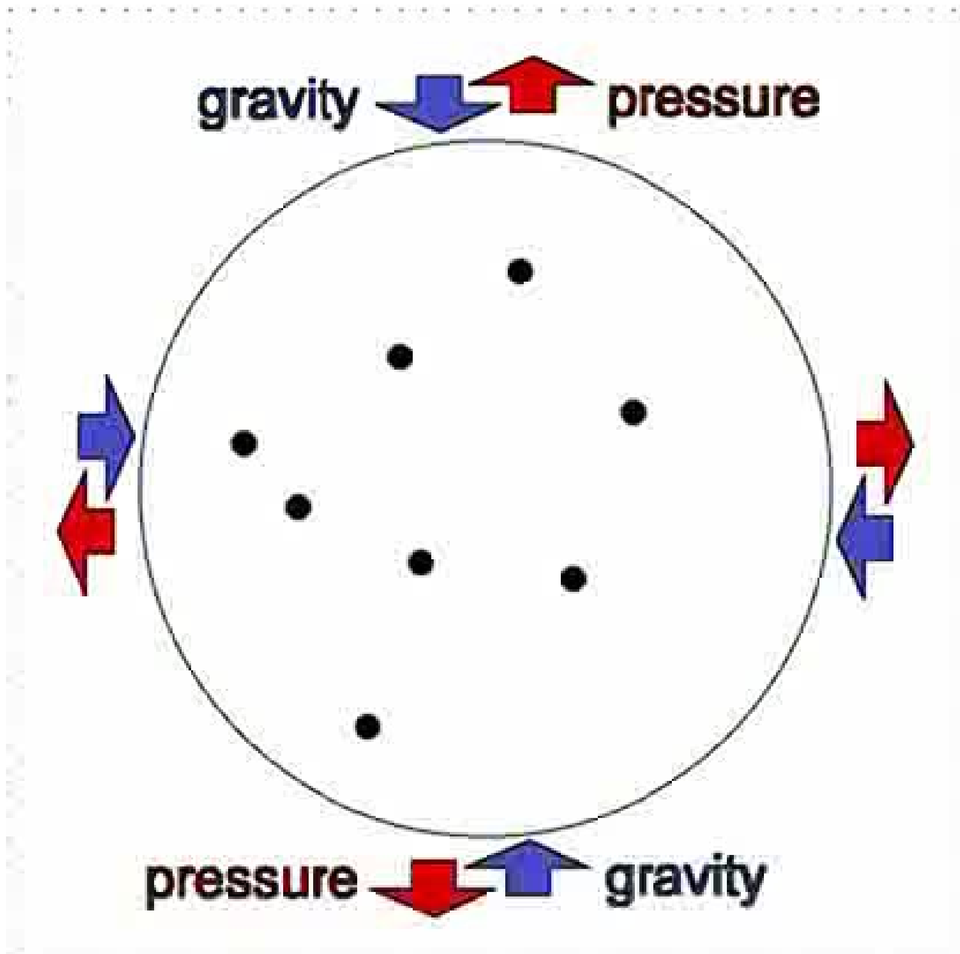
Úloha 6.7 Odhadněte poměr počtu fotonů a neutrin vyzařovaných Sluncem za 1 sekundu. Při termonukleární syntéze prostřednictvím pp řetězce se uvolňuje energie 26,8 MeV, přičemž neutrina odnáší asi 2–5% této energie.

Řešení: Počet fotonů vyzářených Sluncem za 1 sekundu je dán vztahem $\frac{\sigma T^4}{2{,}7kT} 4\pi R_{\odot}^2 \cong 1{,}8 \cdot 10^{45}$. Počet neutrin se střední energií lze odhadnout takto. V první úloze jsme vypočetli energii $4{,}29 \cdot 10^{-12}$ J uvolňovanou při syntéze vodík $\rightarrow$ helium. Slunce za jednu sekundu vyzáří $3{,}8 \cdot 10^{26}$ J. Tedy za jednu sekundu vznikne přibližně 10^{38} heliových jader. Při vzniku jednoho heliového jádra vzniknou dvě neutrina, proto za každou sekundu vznikne $2 \cdot 10^{38}$ elektronových neutrin. Poměr počtu fotonů a neutrin je přibližně 10^7.

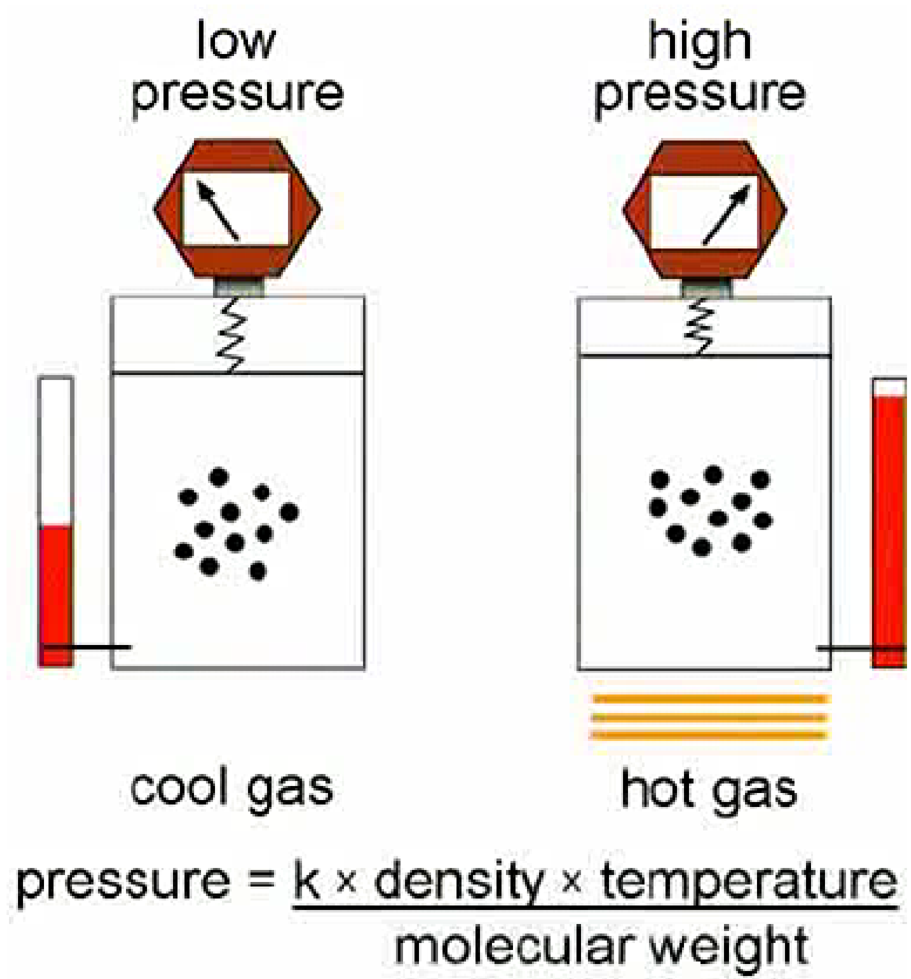




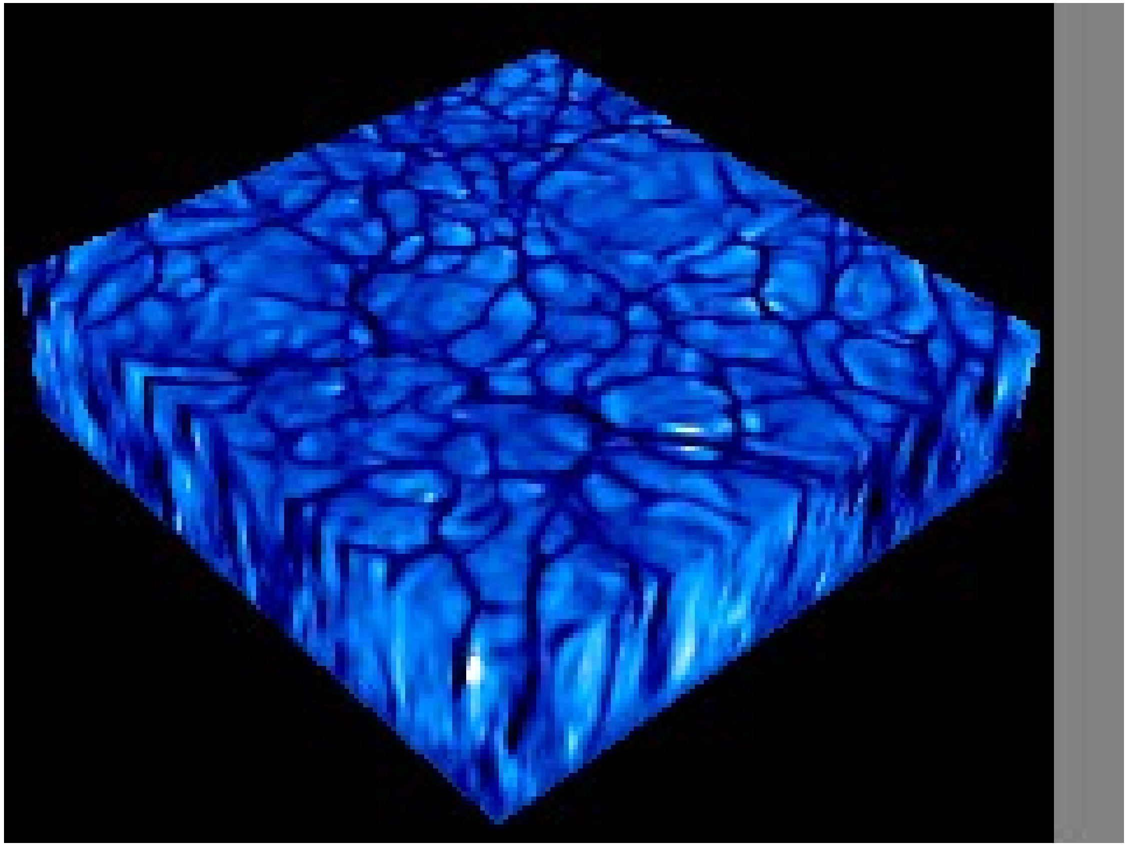
Nitro Slunce – činnost



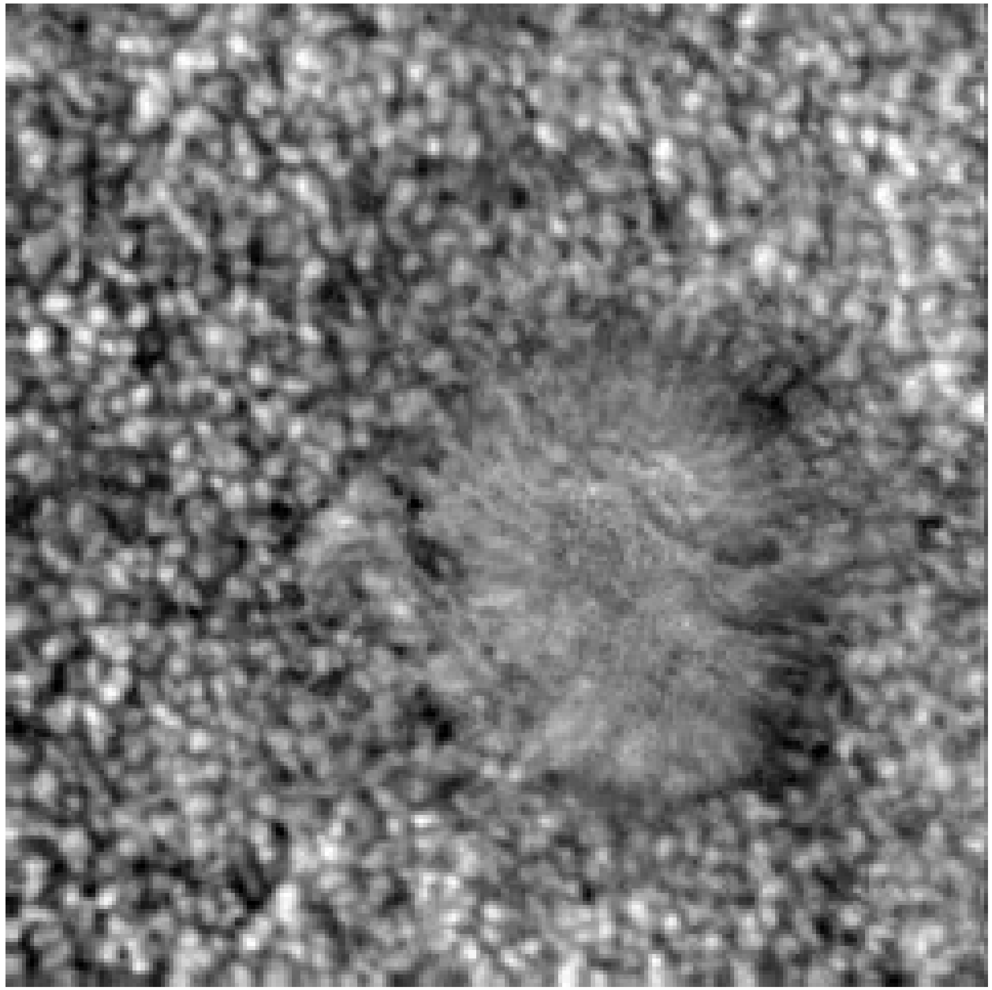
Nitro Slunce – činnost



Slunce – konvekce



Slunce – granulace



Slunce – sluneční vítr



Nitro Slunce – neutrina

Z detailního měření rozpadů neutrálního kalibračního bosonu Z v experimentech na urychlovači LEP v CERN víme, že **existují právě tři druhy (lehkých) neutrin**, tzv. elektronová ν_e, mionová ν_μ a tauonová ν_τ a jejich antičástice $\overline{\nu_e}$, $\overline{\nu_\mu}$ a $\overline{\nu_\tau}$. Elektronová antineutrina byla objevena až 26 let po Pauliho předpovědi v reakci: $\overline{\nu}_e + p \to n + e^+$ antineutrin z jaderného reaktoru. V letošním roce si tedy připomeneme 60. výročí objevu neutrina. V roce 1962 bylo prokázáno, že svazky urychlovačových neutrin z rozpadů nabitých pionů při interakcích s protony a neutrony produkují miony, tj. že se jedná o mionová neutrina. Existence tauonového neutrina byla experimentálně prokázána až v roce 2000.

Nitro Slunce

Úloha 6.8 Odhadněte hodnotu centrálního tlaku v nitru Slunce.

Řešení: V zjednodušeném přiblížení platí pro tlakovou sílu na jednotkovou plochu tedy tlak $P_\mathrm{c} = 4G\frac{\rho M}{R}$, po dosazením číselných hodnot hmotnosti a poloměru Slunce a průměrné hustoty $\rho = 1{,}4 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ dostaneme pro tlak $P_\mathrm{c} \cong 10^{15}\,\mathrm{Pa}$. Podle standardních modelů Bahcalla je ve skutečnosti centrální tlak o řád vyšší.

Úloha 6.11 Podle standardního modelu nitra má hvězdná látka v centrální části Slunce hustotu $1{,}48 \cdot 10^5\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ a teplotu $1{,}56 \cdot 10^7\,\mathrm{K}$, hmotnostní zastoupení vodíku $X = 0{,}73$ a helia $Y = 0{,}27$, příspěvek těžších prvků lze v prvním přiblížení zanedbat. Vypočtěte tlak, který zde působí za předpokladu, že vodík a helium jsou plně ionizovány a chovají se jako ideální plyn. Vypočtěte rovněž tlak záření a oba tlaky porovnejte. Střední relativní hmotnost připadající na jednu částici směsi označíme μ_r

Řešení: $P_\mathrm{g} = \frac{\mathscr{R}}{\mu_\mathrm{r}}\rho T = 3{,}2 \cdot 10^{16}\,\mathrm{Pa}$, $P_\mathrm{r} = \frac{4\sigma}{3c}T^4 = 1{,}5 \cdot 10^{13}\,\mathrm{Pa}$. Podstatný je tlak plynu, tlak záření je zanedbatelný.

Nitro hvězd

Úloha 6.10 Odhadněte centrální tlak a teplotu ve hvězdě hlavní posloupnosti s poloměrem $1{,}3\,R_\odot$ a hmotností $1{,}8\,M_\odot$. Pro zjednodušení předpokládáme stejnou stavbu a chemické složení jako má Slunce.

Řešení: $\frac{P_c}{P_{c\odot}} \cong \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^4 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \cong 1{,}1,\ \frac{T_c}{T_{c\odot}} \cong \frac{R_\odot}{R}\frac{M}{M_\odot} \cong 1{,}4.$

$$P \sim \frac{M^2}{R^4} \qquad P \sim \rho\, T \sim \frac{M}{R^3}\, T \qquad T \sim \frac{M}{R}$$

podmínky úlohy

Nitro hvězd

Úloha 6.20 Dokažte, že střední relativní hmotnost připadající na jednu částici směsi plně ionizovaných atomů v nitru hvězd je rovna $\mu_r = \frac{2}{1+3X+0{,}5Y}$, kde X, Y, Z označuje relativní množství vodíku, helia a ostatních prvků.

Řešení: $\mu_H = \frac{1}{2}$, $\mu_{He} = \frac{4}{3}$, $\mu_{kovy} = 2$, $\mu_r = \dfrac{1}{\frac{X}{\mu_H} + \frac{Y}{\mu_{He}} + \frac{Z}{\mu_{kovy}}} = \dfrac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z}$ Protože platí $X + Y + Z = 1$ dostaneme $\mu_r = \dfrac{2}{1 + 3X + 0.5Y}$.

střední relativní hmotnost μ_r připadající na jednu částici směsi úplně ionizovaných plynů je dána vztahem $\mu_r = \dfrac{1}{\frac{X}{\mu_H}+\frac{Y}{\mu_{He}}+\frac{Z}{\mu_{kov}}} = \dfrac{1}{2X+\frac{3}{4}Y+\frac{1}{2}Z} = \dfrac{2}{1+3X+0{,}5Y}$,

platí $\mu_H = \frac{1}{2}$ $\mu_{He} = \frac{4}{3}$ $\mu_{kov} = 2$, dále $X + Y + Z = 1$

Nitro Slunce

Úloha 6.29 Dokažte, že v centrální oblasti Slunce nenastává přenos energie konvekcí. Velikost zářivého výkonu uvolňovaného na jednotku hmotnosti je odhadována na $1{,}35 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W \cdot kg^{-1}}$, $\gamma = \frac{5}{3}$, $P = 3{,}20 \cdot 10^{16}\,\mathrm{Pa}$, $T = 1{,}56 \cdot 10^{7}\,\mathrm{K}$, $\kappa = 0{,}138\,\mathrm{m^2 \cdot kg^{-1}}$.

Řešení: Minimální kritická hodnota zářivého výkonu na jednotku hmotnosti přenášená konvekcí je dána vztahem $\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{16\pi Gc}{\kappa}\frac{aT^4}{3}\frac{1}{P}$, kde $a = \frac{4\sigma}{c}$. Po číselném dosazení obdržíme $1{,}36 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W \cdot kg^{-1}}$. Protože propočítaná hodnota je větší, přenos konvekcí nenastává.

Úloha 6.30 Předpokládejme střední hustotu Slunce $1{,}4 \cdot 10^{3}\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ a střední opacitu v nitru Slunce pro ionizovaný vodík $\kappa = 0{,}1\,\mathrm{m^2 \cdot kg^{-1}}$. Určete střední volnou dráhu fotonu ve středu Slunce a střední teplotní gradient. Za zjednodušujícího předpokladu, že střední volná dráha fotonu směrem k povrchu je stále stejná, odhadněte charakteristický čas, za který foton dospěje z nitra k povrchu Slunce.

Řešení: Střední volná dráha fotonu je $l = \frac{1}{\kappa\rho} = 7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Při centrální teplotě Slunce $T_\mathrm{c} = 1{,}4 \cdot 10^{7}\,\mathrm{K}$ a přibližné povrchové teplotě $T_\mathrm{p} = 6 \cdot 10^{3}\,\mathrm{K}$ je střední teplotní gradient roven $\frac{\Delta T}{\Delta r} = \frac{T_\mathrm{c} - T_\mathrm{p}}{R_\odot} \cong 2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{K \cdot m^{-1}}$. Pro šíření fotonu nitrem Slunce k povrchu platí $R_\odot = \sqrt{z}\,l$, kde z udává počet absorpcí a emisí. Dosazením dostaneme $z = 10^{22}$. Každá emise respektive reemise proběhne průměrně za $10^{-8}\,\mathrm{s}$, tedy za $10^{22}10^{-8} = 10^{14}\,\mathrm{s} \cong 3 \cdot 10^{6}$ roků dospěje foton k povrchu.

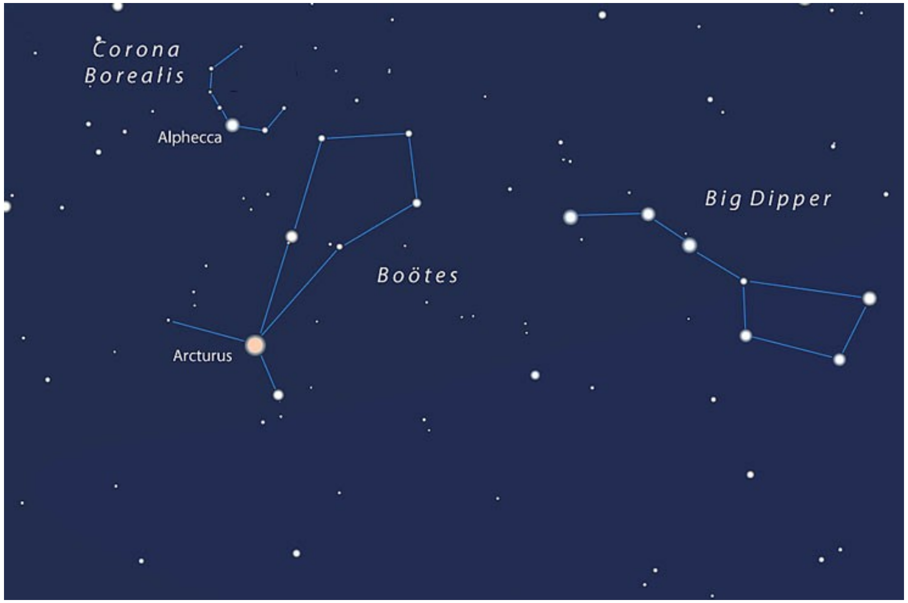
Přechod Slunce – červený obr



Červení obři - Arcturus

Úloha 10.2 Určete gravitační potenciální energii vnější konvektivní obálky červeného obra Arktura, u kterého je hmotnost jádra $M_{\mathrm{J}} = 0{,}8\, M_{\odot}$ a vnější obálky $M_{\mathrm{ob}} = 0{,}3\, M_{\odot}$, poloměr dosahuje $30\, R_{\odot}$. Stanovte celkovou energii hvězdy.

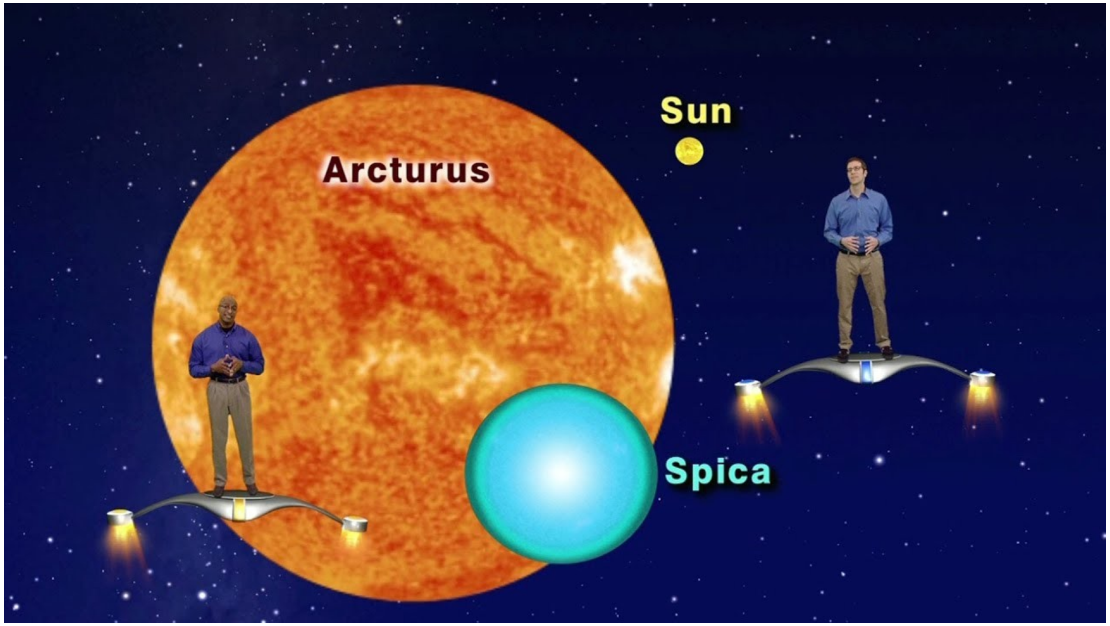
Řešení: Gravitační potenciální energie je rovna $E_{\mathrm{p}} = -G M_{\mathrm{J}} M_{\mathrm{ob}} / R = -3{,}0 \cdot 10^{39}\,\mathrm{J}$. Za předpokladu $\gamma = 5/3$ má viriálová věta tvar $2\langle E_{\mathrm{k}} \rangle + \langle E_{\mathrm{p}} \rangle = 0$. Celková energie hvězdy – červeného obra je $\langle E_{\mathrm{c}} \rangle = \langle E_{\mathrm{k}} \rangle + \langle E_{\mathrm{p}} \rangle = -1{,}5 \cdot 10^{39}\,\mathrm{J}$.





Červení obři - Arcturus

1,1 Ms , 25 Rs, 4 300 K, 170 Ls , Vr = - 5,2 km/s



Červení obři – model

Úloha 10.3 Modelový červený obr má poloměr $20\,R_\odot$. Kompaktní jádro o hmotnosti $M_\mathrm{j} = 0{,}6\,M_\odot$ je obklopeno rozsáhlou vnější konvektivní obálkou o hmotnosti $M_\mathrm{ob} = 0{,}2\,M_\odot$. Určete gravitační potenciální energii obálky! Aplikací viriálové věty, za předpokladu $\gamma = 5/3$ stanovte tepelnou energii E_k plynu. Za zjednodušujícího předpokladu, že obálka je složena z plně ionizovaného vodíku, určete velikost energie, která by se uvolnila při ochlazování a rekombinaci na neutrální vodík. Rekombinační energie je $13{,}6\,\mathrm{eV}$.

Řešení: Gravitační potenciální energie je $E_\mathrm{p} \cong -GM_\mathrm{j}M_\mathrm{ob}/R \cong -2{,}3{\cdot}10^{39}\,\mathrm{J}$. Při platnosti viriálové věty $\langle E_\mathrm{p}\rangle + 2\langle E_\mathrm{k}\rangle = 0$ obdržíme $E_\mathrm{k} \cong 1{,}15 \cdot 10^{39}\,\mathrm{J}$. Celková rekombinační energie obálky je $E_\mathrm{rek} = \frac{M_\mathrm{ob}}{m_\mathrm{H}} 2{,}18 \cdot 10^{-18} = 5{,}2 \cdot 10^{38}\,\mathrm{J}$.

Cefeidy – perioda pulsace

Vraťme se k výkladu použití rozměrové analýzy ve fyzikální výuce na střední škole, kde je zpravidla uváděna tradičním řešením úlohy – hledání vztahu pro dobu kmitu kyvadla. Obdobně lze v astrofyzikální výuce začínat problematikou pulsací hvězd. Analogicky jako u kyvadla vycházíme z předpokladu malých amplitud pulsací hvězd, tj. zkoumáme lineární pulsace. Připomínám, že observačně zjištěná amplituda kmitů zpravidla nepřesahuje asi 10 %. Pulsace představují periodické smršťování a rozšiřování poloměru hvězd, při kterých zjednodušeně předpokládáme jejich radiální sféricko-symetrický průběh. Fyzikální podstata obou analyzovaných jevů – kmitání kyvadla či pulsace hvězd jsou stejné. Jde o mechanické pohyby v gravitačním poli, odpovídající nevelkým odchylkám od rovnovážného stavu, v případě hvězd popisovaného rovnicí hydrostatické rovnováhy. Základním parametrem zachycujícím pulsace hvězd je jejich doba kmitu, v astrofyzice hovoříme o periodě vlastních kmitů T. Položme si otázku na čem závisí?

Cefeidy – perioda pulsace

Z astrofyzikálního hlediska bude závislá na přitažlivosti charakterizované gravitační konstantou G, dále lze předpokládat závislost na parametrech respektive charakteristikách hvězd, hustotě ϱ (při vyloučení hmotnosti M dosazením $\varrho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ a poloměru R. Při hledání závislosti periody pulsace vyjdeme z předpokladu, že $T \sim G,\ \varrho,\ R$. Platí $T \sim G^x \varrho^y R^z$, rozměr jednotlivých parametrů je $[T] = \mathrm{s}$, $[G] = \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, $[\varrho] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$, $[R] = \mathrm{m}$. Porovnáním rozměrů levé a pravé části vztahu obdržíme $s = \mathrm{m}^{3x} \cdot \mathrm{kg}^{-x} \cdot \mathrm{s}^{-2x} \cdot \mathrm{kg}^{y} \cdot \mathrm{m}^{-3y} \cdot \mathrm{m}^{z}$. K platnosti rozměrové rovnice musejí být splněny algebraické rovnice:

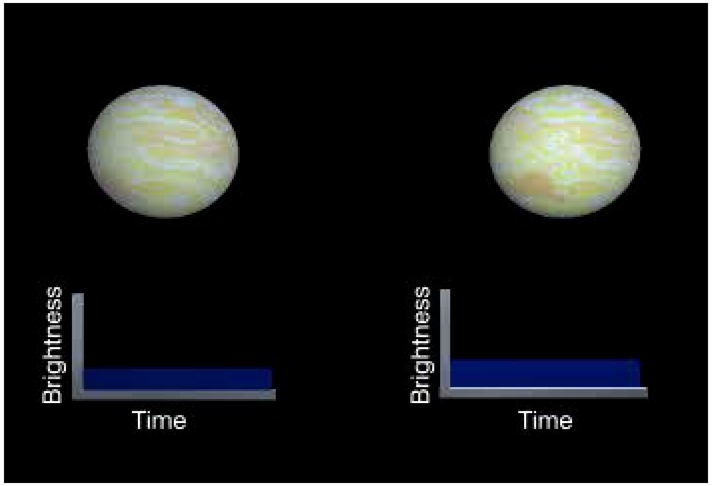
$$
\begin{aligned}
[\mathrm{s}] &\quad 1 = -2x \\
[\mathrm{m}] &\quad 0 = 3x - 3y + z \\
[\mathrm{kg}] &\quad 0 = -x + y
\end{aligned}
$$

Jejich řešením dostaneme $x = -\frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$, $z = 0$. Po úpravě a dosazení získáme závislost pro periodu pulsací hvězd $T \sim (G\varrho)^{-\frac{1}{2}}$, kterou obvykle

Cefeidy – perioda pulsace

upravujeme na vztah $T\varrho^{\frac{1}{2}} = \text{konst.}$. Perioda závisí na hustotě hvězdy, jak v původním teoretickém historickém odvození dokázal *Eddington* na základě termodynamických úvah v [6]. Čím je větší hustota hvězdy, tím je kratší perioda pulsací, což potvrzují astronomická pozorování, miridy s nízkou hustotou se vyznačují periodami pulsací stovky dnů, zatímco naopak periody u bílých trpaslíků o vysoké hustotě jsou menší než hodinu.

Poznámka: *Uvedený vztah* $T \sim (G\varrho)^{\frac{1}{2}}$ *je charakteristický pro každý astrofyzikální objekt, udává časovou škálu procesů spojených s expanzí, kolapsem, pulsací atd. v situacích, kdy je dominující gravitační síla. V závislosti na hustotě je časová škála milisekundy, hodiny, roky, miliony až miliardy roků.*





Úlohy

11.1, 11.5. 11.8, 11. 9, 11.11, 11. 12, 11.13, 11.14, 11.15. 11.16

Studenti úlohy

1. Střední úhlový průměr Slunce pozorovaného ze Země činí $9,34.10^{-3}$ rad. Určete střední hustotu Slunce, jestliže známe oběžnou dobu Země kolem Slunce $T = 3,156.10^{7}$ s.

2. Při pozorování cefeidy byla zjištěna perioda pulsace 2,5 dne a pozorovaná hvězdná velikost 18,6 mag. Určete její vzdálenost, jestliže mezi periodou pulsace a absolutní hvězdnou velikostí platí vztah

$\log P + 0,394\ M = -\ 0,657$.

3. Supernova Ia s maximálním zářivým výkonem $L \approx 10^{9}\ L_S$ se vyznačuje pozorovanou bolometrickou hvězdnou velikostí $m = 20$ mag. Určete její absolutní hvězdnou bolometrickou magnitudou M a vzdálenost r.

4. Dvě srážející se galaxie se vyznačují obě pozorovanou hvězdnou velikostí 12,00 mag. Jaká je jejich výsledná hvězdná velikost m_c?

5. Stanovte pozorovanou hvězdnou velikost složek trojhvězdy, jejíž celková pozorovaná bolometrická hvězdná velikost je $m_c = 3,70$ mag, poměr hustot zářivých toků druhé a třetí složky je 2,8 a rozdíl pozorovaných bolometrických hvězdných velikostí třetí a první složky činí $m_3 - m_1 = 3,32$ mag.

6. Rozdíl absolutních bolometrických hvězdných velikostí dvou hvězd o stejných efektivních povrchových teplotách činí 6,4 mag. Určete poměr poloměrů obou hvězd.

Studenti úlohy

7. Hmotnost Vegy činí 2 M_S, poloměr 3R_S a zářivý výkon 60 L_S. Vypočtěte její Kelvinovu-Helmholtzovu časovou škálu a nukleární časovou škálu.

8. Typická hustota slunečního větru ve vzdálenosti Země činí 7. 10^6 částic v m^3. Střední složka slunečního větru má rychlost ~ 500 $km.s^{-1}$. Zjednodušeně předpokládejme, že je složen převážně z protonů. Určete úbytek hmotnosti Slunce v jednotkách M_S za rok. Jaké to má důsledky pro dráhu planet?

9. Stanovte hmotnost bílého trpaslíka Procyon B, jehož efektivní teplota činí 7 750 K, zářivý výkon 0,0005 L_s a gravitační rudý posuv $z = 10^{-4}$.

10. Určete poměr gravitačních rudých posuvů bílých trpaslíků 40 Eri B a 40 Eri C. Hvězdy se vyznačují následujícími charakteristikami.

40 Eri B: efektivní teplota 17 000 K, zářivý výkon 0,017 L_s, hmotnost 0,4 M_s

40 Eri C: efektivní teplota 3 100 K, zářivý výkon 0,008 L_s, hmotnost 0,2 M_s


Astrofyzika V. cvičení
Závěrečná stadia vývoje hvězd
Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Gravitační rudý posuv - odvození

Úloha 11.1 Odvoďte vztah pro gravitační rudý posuv u bílého trpaslíka o hmotnosti M a poloměru R.

Řešení: V přiblížení klasické fyziky platí vztahy: $E = mc^2$, $E = h\nu \Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2}$. Gravitační potenciální energie na povrchu hvězdy je $E_p = -G\frac{Mh\nu}{Rc^2}$. Celková energie je $E_c = h\nu\left(1 - \frac{GM}{c^2R}\right)$. Energie detekovaného fotonu na Zemi je $h\nu' = h\nu\left(1 - \frac{GM}{c^2R}\right)$, $\Delta\nu = \nu - \nu'$. Úpravou pro hmotnost hvězdy obdržíme $M = \frac{\Delta\nu}{\nu}\frac{c^2R}{G}$, nebo při využití vlnových délek $M = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{c^2R}{G}$, kde jsme volili $\left|\frac{\Delta\nu}{\nu}\right| = \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right|$. V rámci OTR lze změnu vlnové délky záření vyjádřit přibližně $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2R}\right)^{-1/2} - 1 \cong \frac{GM}{c^2R}$.

$$|\Delta\nu| = \left|\frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}\right|$$

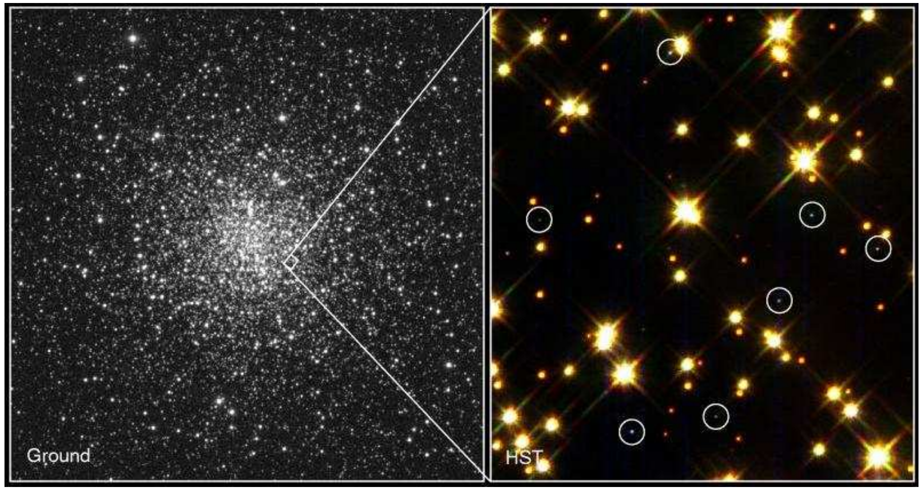
úloha řešena v newtonovském přiblížení, v OTR jde o rozdíl relativistických potenciálů ve dvou bodech

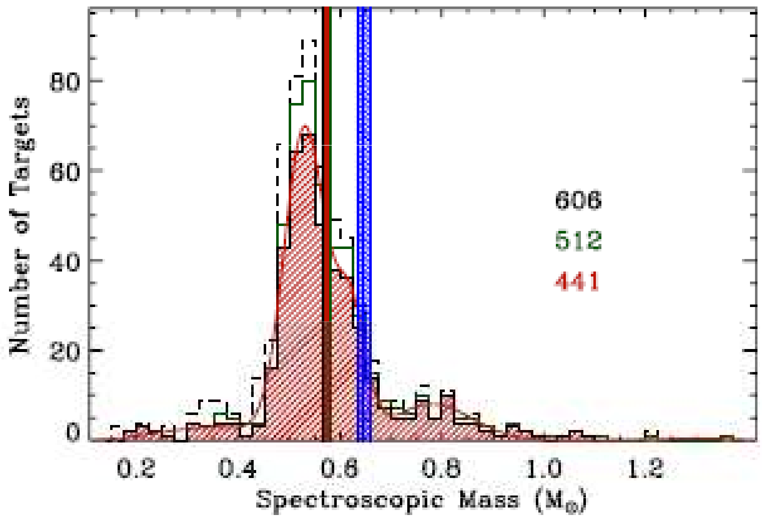
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2R}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{GM}{c^2R}$$

Důsledky gravitačního rudého posuvu

Úloha 11.5 Radiální rychlosti hvězd, jak známo, určujeme pomocí Dopplerova jevu. Skupinové určování radiálních rychlostí bílých trpaslíků ukázalo na jejich systematické vzdalování střední rychlostí $38\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Co můžeme konstatovat o průměrné hmotnosti bílých trpaslíků, jestliže přijmeme jejich průměrný poloměr $7700\,\mathrm{km}$?

Řešení: Z uvedených údajů lze odhadovat střední hmotnost bílých trpaslíků za předpokladu platnosti vztahu pro gravitační rudý posuv na $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{GM}{c^2R}$, $M = 1{,}3\cdot 10^{30}\,\mathrm{kg} = 0{,}65\,M_\odot$.





Lze rozlišit posuv čar vyvolaný vzdalováním bílého trpaslíka od posuvu vyvolaného gravitací ?

Důsledky gravitačního rudého posuvu

A GRAVITATIONAL REDSHIFT DETERMINATION OF THE MEAN MASS OF WHITE DWARFS. DA STARS

Ross E. Falcon, D. E. Winget, M. H. Montgomery, and Kurtis A. Williams
Department of Astronomy and McDonald Observatory, University of Texas, Austin, TX 78712, USA; cylver@astro.as.utexas.edu, dew@astro.as.utexas.edu, mikemon@astro.as.utexas.edu, kurtis@astro.as.utexas.edu
Received 2009 December 2; accepted 2010 February 2; published 2010 March 4

ABSTRACT

We measure apparent velocities ($v_{\rm app}$) of the Hα and Hβ Balmer line cores for 449 non-binary thin disk normal DA white dwarfs (WDs) using optical spectra taken for the European Southern Observatory SN Ia progenitor survey (SPY). Assuming these WDs are nearby and comoving, we correct our velocities to the local standard of rest so that the remaining stellar motions are random. By averaging over the sample, we are left with the mean gravitational redshift, $\langle v_{\rm g}\rangle$: we find $\langle v_{\rm g}\rangle = \langle v_{\rm app}\rangle = 32.57 \pm 1.17$ km s^{-1}. Using the mass–radius relation from evolutionary models, this translates to a mean mass of $0.647^{+0.013}_{-0.014}\,M_{\odot}$. We interpret this as the mean mass for all DAs. Our results are in agreement with previous gravitational redshift studies but are significantly higher than all previous spectroscopic determinations *except* the recent findings of Tremblay & Bergeron. Since the gravitational redshift method is independent of surface gravity from atmosphere models, we investigate the mean mass of DAs with spectroscopic $T_{\rm eff}$ both above and below 12,000 K; fits to line profiles give a rapid increase in the mean mass with decreasing $T_{\rm eff}$. Our results are consistent with *no* significant change in mean mass: $\langle M\rangle^{\rm hot} = 0.640 \pm 0.014\,M_{\odot}$ and $\langle M\rangle^{\rm cool} = 0.686^{+0.035}_{-0.039}\,M_{\odot}$.

Key words: stars: kinematics and dynamics – techniques: radial velocities – techniques: spectroscopic – white dwarfs

Online-only material: color figures, machine-readable table

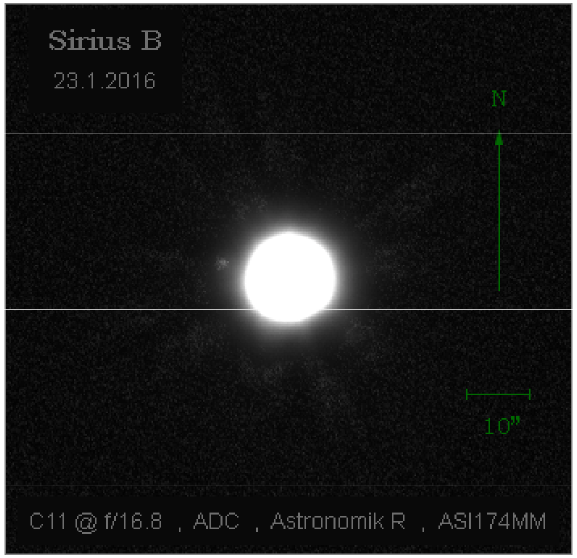
Charakteristiky bílých trpaslíků

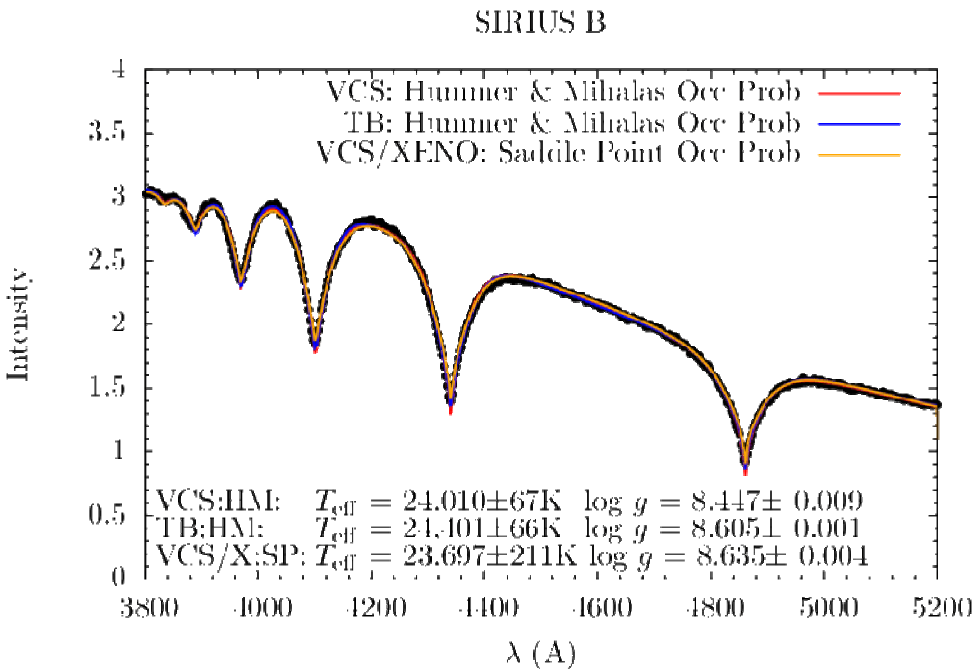
Study	Number of WDs	⟨M⟩ ($M_\odot$)	δ ⟨M⟩ ($M_\odot$)	σ_M ($M_\odot$)	Method	Assumed H-layer[a]	Notes
Koester et al. (1979)	122	0.58	0.10	0.12[b]	Photo	Thin/No	
Koester (1987)	9	0.58	...	0.11	GRS	Thin/No	CPM WDs
McMahan (1989)	50	0.523	0.014	...	Spectro	Thin/No	
Wegner & Reid (1991)	35	0.63	0.03	...	GRS	Thin/No	CPM WDs
Bergeron et al. (1992)	129	0.562	...	0.137	Spectro	Thin/No	$T_{\rm eff} \gtrsim 14{,}000$ K
Bragaglia et al. (1995)	42	0.609	...	0.157	Spectro	Thin/No	$T_{\rm eff} > 12{,}000$ K
Bergeron et al. (1995b)	129	0.590	...	0.134	Spectro	Thick	Revised Bergeron et al. (1992) w/thick H-layers
Reid (1996)	34	0.583	0.078	...	GRS	Thick	CPM WDs
Vennes et al. (1997)	110	0.56*	...	...	Spectro	Thin/No	$75{,}000\ {\rm K} \gtrsim T_{\rm eff} \gtrsim 25{,}000$ K
Finley et al. (1997)	174	0.570*	...	0.060*	Spectro	Thick	$T_{\rm eff} \gtrsim 25{,}000$ K some w/ cool companions
Silvestri et al. (2001)	41	0.68	0.04	...	GRS	Thick	CPM WDs
Madej et al. (2004)	1175	0.562*	...	...	Spectro	Thick	$T_{\rm eff} \geqslant 12{,}000$ K
Liebert et al. (2005)	298	0.603	...	0.134	Spectro	Thick	$T_{\rm eff} > 13{,}000$ K
		0.572*	...	0.188			
Kepler et al. (2007)	1859	0.593	0.016	...	Spectro	Thick	$T_{\rm eff} > 12{,}000$ K
Tremblay & Bergeron (2009)	~250	0.649	...	...	Spectro	Thick	$40{,}000\ {\rm K} > T_{\rm eff} > 12{,}000$ K overlap w/Liebert et al.
Koester et al. (2009b)[c]	606[d]	0.567[e]	0.002[e]	0.142[e]	Spectro	Thick	SPY
Koester et al. (2009b)[c]	512[d]	0.580[e]	0.002[e]	0.136[e]			SPY non-binary thin disk WDs
Koester et al. (2009b) overlap[c]	441	0.575[e]	0.002[e]	0.128[e]			
This work	449	0.647	$^{+0.013}_{-0.014}$	...	GRS	Thick	SPY non-binary thin disk WDs

Bílý trpaslík – Sírius B

Úloha 11.8 Zářivý výkon Siria B je $0{,}022\,L_\odot$, efektivní povrchová teplota dosahuje 24 800 K, naměřená hodnota gravitačního rudého posuvu je $z = 3 \cdot 10^{-4}$. Určete hmotnost Siria B a jeho průměrnou hustotu. Stanovte teplotu nitra a dokažte, že elektrony se nacházejí ve stavu degenerace.

Řešení: $R_B = \left(\frac{L}{4\pi\sigma T_{ef}^4}\right)^{1/2} = 5{,}6 \cdot 10^6\mathrm{m}$ tudíž $0{,}008\,R_\odot$. Úpravou vztahu pro gravitační rudý posuv dostaneme $M_B = \frac{c^2}{G} R_B \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2{,}1 \cdot 10^{30}\mathrm{kg}$, tedy $1{,}03\,M_\odot$. Průměrná hustota $\rho = = 2{,}86 \cdot 10^9\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Teplotu nitra stanovíme ze vztahu $T_i \cong 7 \cdot 10^7 \left(\frac{L_B}{L_\odot}\frac{M_\odot}{M_B}\right)^{2/7} = 2{,}3 \cdot 10^7\,\mathrm{K}$. Podmínka degenerace stanovuje $K_1 \rho^{\frac{5}{3}} \geq \frac{\mathscr{R}\rho T}{\mu}$, odkud po částečném dosazení obdržíme $\rho \geq \left(\frac{T}{7{,}5 \cdot 10^4}\right)^{3/2} 10^3$. Nerovnice dává pro $\rho \geq 5{,}4 \cdot 10^6\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, tudíž podmínka degenerace elektronů je splněna.





Bílý trpaslík – 40 Eri B

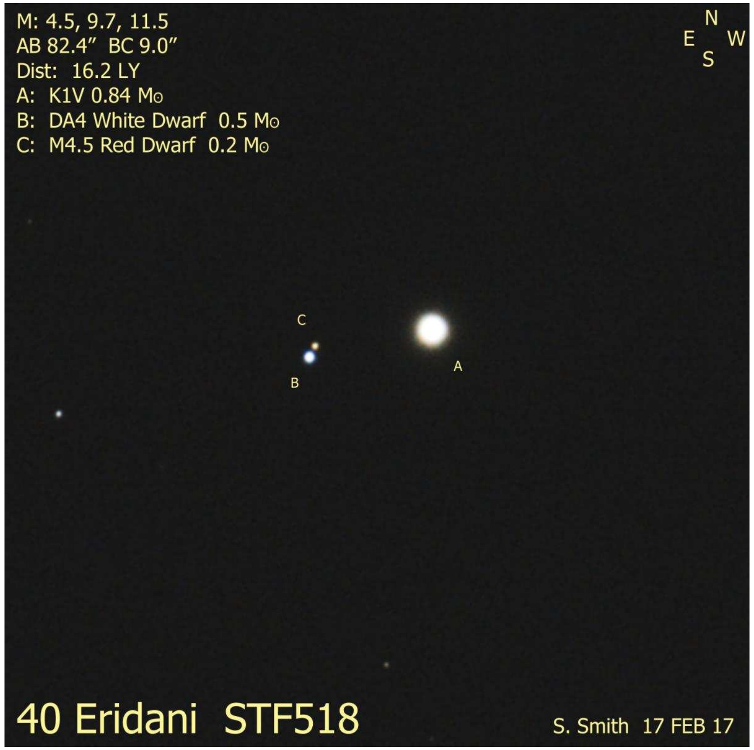
Úloha 11.9 Zářivý výkon hvězdy 40 Eri B je 0,017 $L_\odot$, efektivní teplota 17 000 K. Naměřená hodnota gravitačního rudého posuvu $z = 6 \cdot 10^{-5}$. Určete hmotnost tohoto bílého trpaslíka.

Řešení: Poloměr určíme $R_B = \left(\frac{L}{4\pi\sigma T_{\rm ef}^4}\right)^{1/2} = 10^7$ m tedy 0,015 $R_\odot$. Hmotnost $M_B = \frac{c^2}{G} R_B \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 8 \cdot 10^{29}$ kg, přibližně 0,43 $M_\odot$.

Úloha 11.11 Jeden z prvních objevených bílých trpaslíků 40 Eri B má efektivní povrchovou teplotu 17 000 K a absolutní bolometrickou hvězdnou velikost 9,2 mag. Nalezněte jeho poloměr.

Řešení: Zářivý výkon stanovíme ze vztahu $L = 10^{0,4(4,75-M_{\rm bol})} \cong 0{,}017\, L_\odot$. Poloměr určíme ze vztahu $R = \left(\frac{L}{4\pi\sigma T_{\rm ef}^4}\right)^{1/2} \cong 10^7\ \mathrm{m} \cong 0{,}015\, R_\odot$.





Neutronové hvězdy

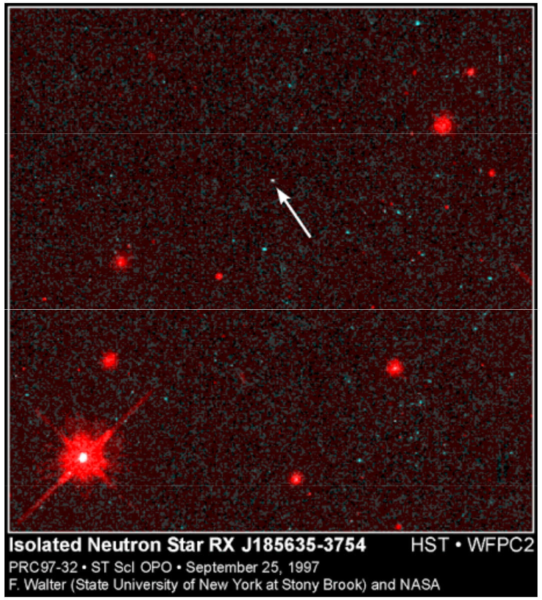
Úloha 11.12 Neutronová hvězda vzniklá po výbuchu supernovy má v průběhu prvních 100 roků po vzniku povrchovou teplotu T větší než $2 \cdot 10^6$ K. Na jaké vlnové délce leží maximum intenzity vyzařování předpokládáme-li, že vyzařuje jako černé těleso s výše uvedenou teplotou. Určete zářivý výkon, jestliže poloměr neutronové hvězdy je 10 km.

Řešení: Z Wienova posunovacího zákona určíme $\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = 1{,}44\,\mathrm{nm}$, zářivý výkon stanovíme ze Stefanova-Boltzmannova zákona $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4 = 1{,}14 \cdot 10^{27}\,\mathrm{W}$.

Úloha 11.13 S využitím vztahu $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{GM}{c^2 R}$ dokažte, že maximální hodnota rudého posuvu z pro záření z povrchu neutronové hvězdy je 0,14.

Řešení: Dosadíme charakteristiky typických neutronových hvězd $M = 2{,}8 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg} = 1{,}4\,M_\odot$, $R = 1{,}5 \cdot 10^4\,\mathrm{m} = 15\,\mathrm{km}$.

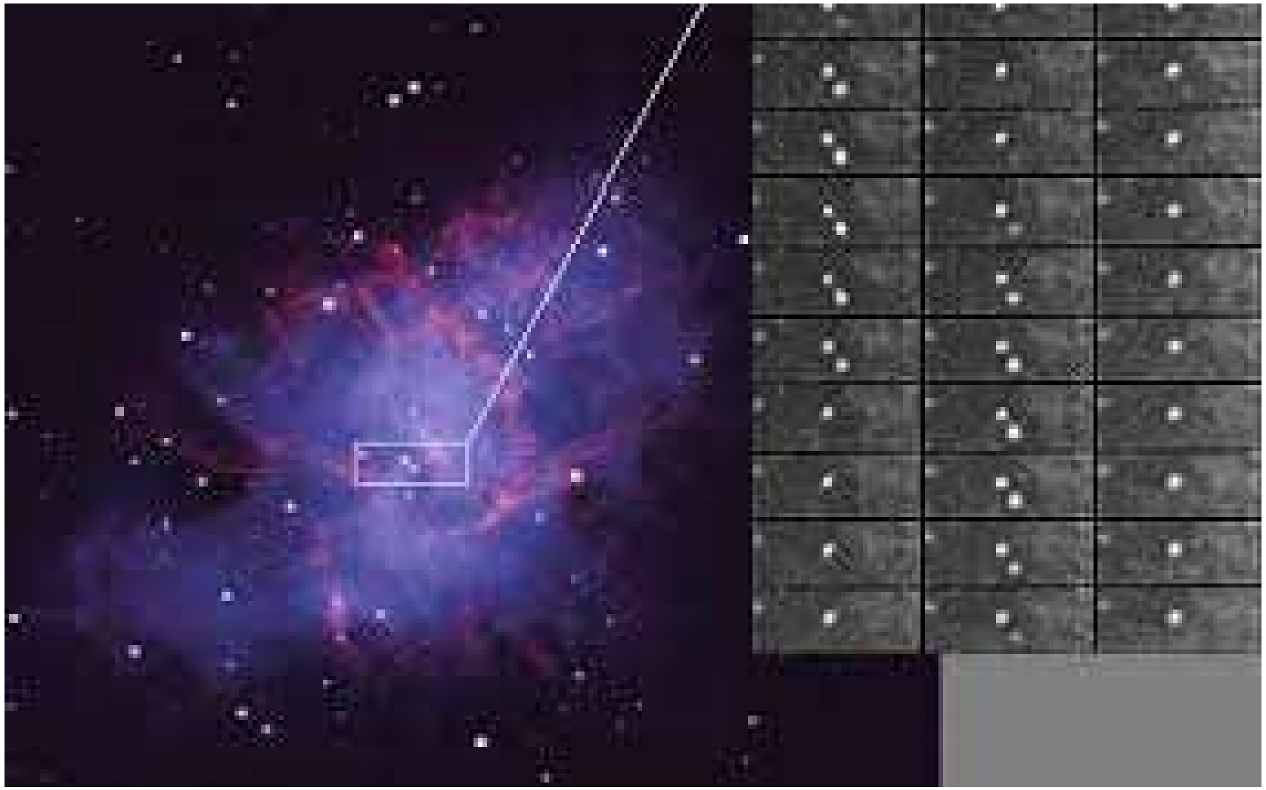
vlastnosti neutronových hvězd …



Neutronové hvězdy

Úloha 11.16 Určete energii, kterou ztrácí pulsar – neutronová hvězda o hmotnosti $1{,}4\,M_\odot$ a poloměru $R = 10\,\mathrm{km}$ v Krabí mlhovině každou sekundu při zmenšování úhlové rychlosti rotace prostřednictvím změny rotační energie. Je zadáno $P = 0{,}033\,\mathrm{s}$ a $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = 4 \cdot 10^{-13}$.

Řešení: $\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{rot}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{8}{5}\pi^2 MR^2P^{-3}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = 5 \cdot 10^{31}\,\mathrm{W}$ což odpovídá zářivému výkonu Krabí mlhoviny. Lze také vyjádřit změnu rotační kinetické energie za sekundu, tedy $\Delta E_{\mathrm{rot}} = \frac{4\pi^2MR^2}{5P^2} -$ $- \frac{4\pi^2MR^2}{5(P+\Delta P)^2} = \frac{4}{5}\pi^2MR^2\left[\left(\frac{1}{P^2}\right) - \left(\frac{1}{P^2} - \frac{2\Delta P}{P^3}\right)\right] = 10^{32}\,\mathrm{J}$. Samotná Krabí mlhovina má zářivý výkon asi $5 \cdot 10^{31}\,\mathrm{W}$.

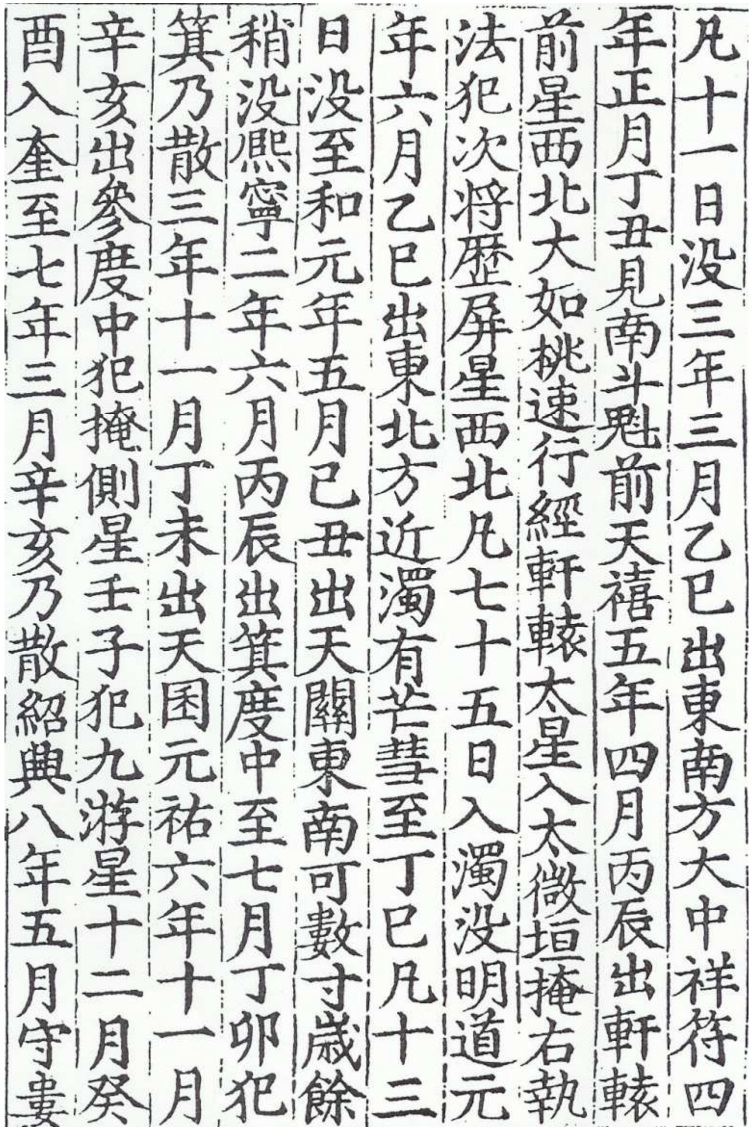


přednáška

Vznik Krabí mlhoviny



Historické záznamy pozorování exploze supernovy r.1054



凡十一日没三年三月乙巳出東南方大中祥符四
年正月丁丑見南斗魁前天禧五年四月丙辰出軒轅
前星西北大如桃速行經軒轅太星入太微垣掩右執
法犯次将歴屏星西北凡七十五日入濁没明道元
年六月乙巳出東北方近濁有芒彗至丁巳凡十三
日没至和元年五月己丑出天關東南可數寸歳餘
稍没熈寧二年六月丙辰出箕度中至七月丁卯犯
箕乃散三年十一月丁未出天囷元祐六年十一月
辛亥出參度中犯掩側星壬子犯九游星十二月癸
酉入奎至七年三月辛亥乃散紹興八年五月守婁





Iba Yasuaki

Historický záznam pozorování supernovy r. 1054

Tchuo – Tchuo: *„V prvním roce éry Č´-che (1054), v pátém měsíci, v den ťi-čchou (4. července), se (hvězda – host) objevila několik palců jihovýchodně od Tchien-kuan (Dzeta Tauri). “*

凡十一日沒三年三月乙巳出東南方大中祥符四
年正月丁丑見南斗魁前天禧五年四月丙辰出軒轅
前星西北大如桃速行經軒轅太星入太微垣掩右執
法犯次將歷屏星西北凡七十五日入濁沒明道元
年六月乙巳出東北方近濁有芒彗至丁巳凡十三
日沒至和元年五月己丑出天關東南可數寸歲餘
稍沒熙寧二年六月丙辰出箕度中至七月丁卯犯
箕乃散三年十一月丁未出天囷元祐六年十一月
辛亥出參度中犯掩側星壬子犯九游星十二月癸
酉入奎至七年三月辛亥乃散紹興八年五月守婁

Biot Édouarde 1843 Connaisance des Temps

Historický rozbor textu Duyvendak, J. J. L r. 1942, PASP, 54, 91.

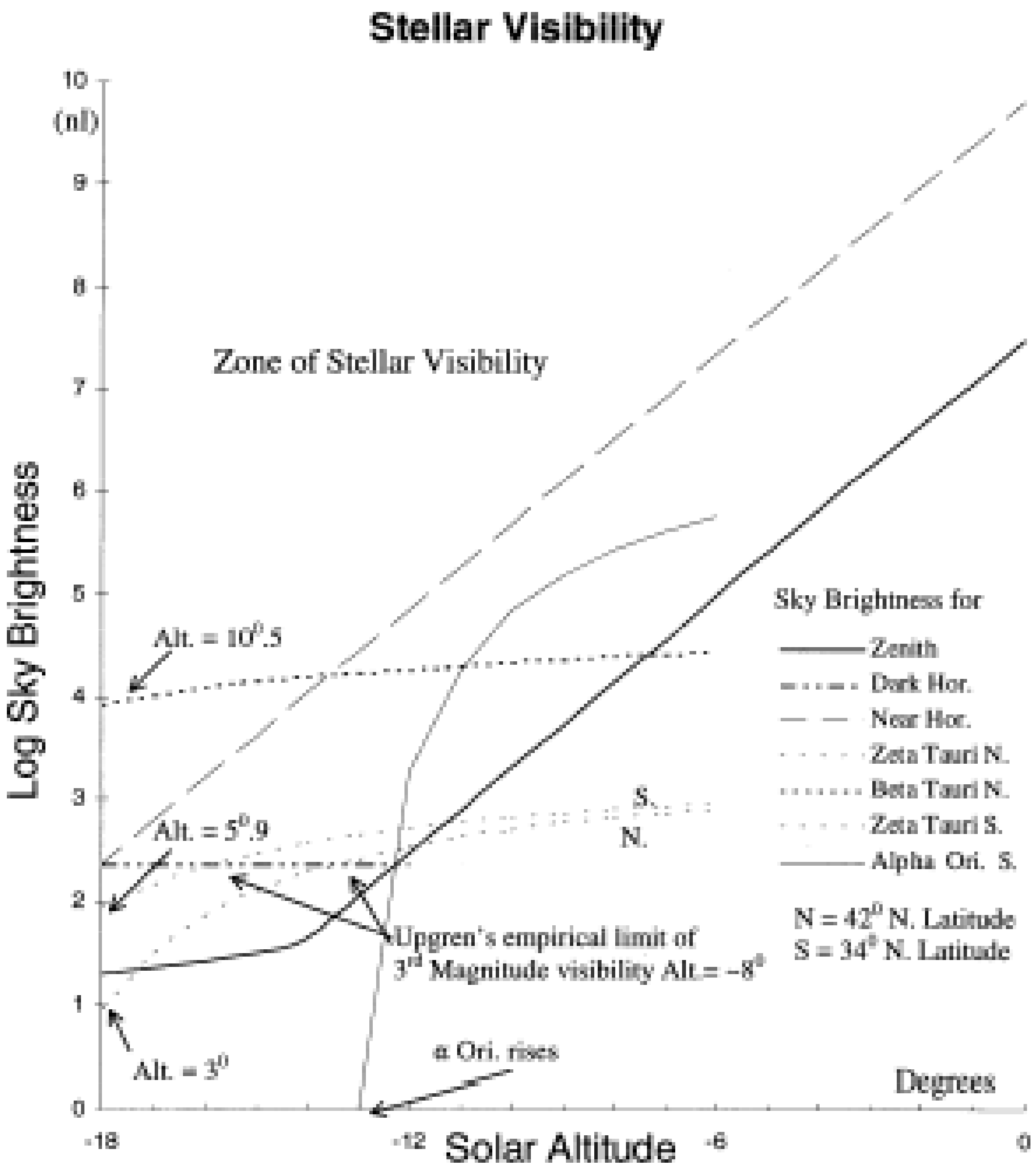
Pozorování supernovy r. 1054

pozorována 3 týdny ve dne
téměř dva roky v noci



rekonstrukce světelné křivky supernovy
odhadované údaje: 27. července m_v - 3.5 mag
615 dnů m_v (6.0 ± 0.5) mag atypická supernova

Identifikace hvězdy ζ Tauri



hledání správné hvězdy

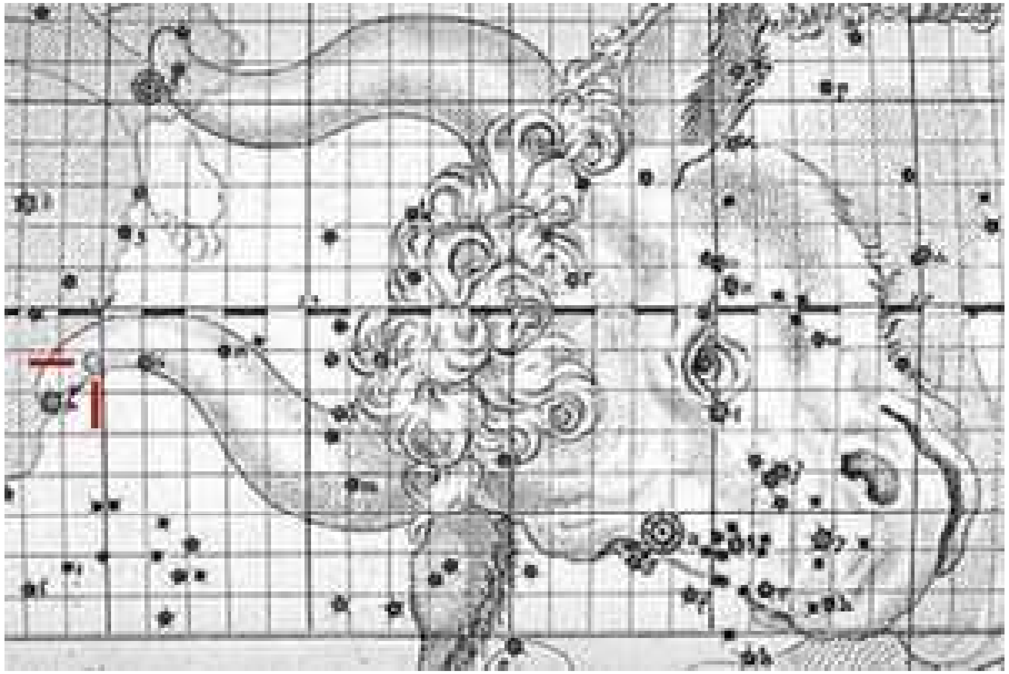
ranní soumrak - úsvit

minimální výška 6°

pozorovatelnost v severní a centrální Číně - dynastie Sung

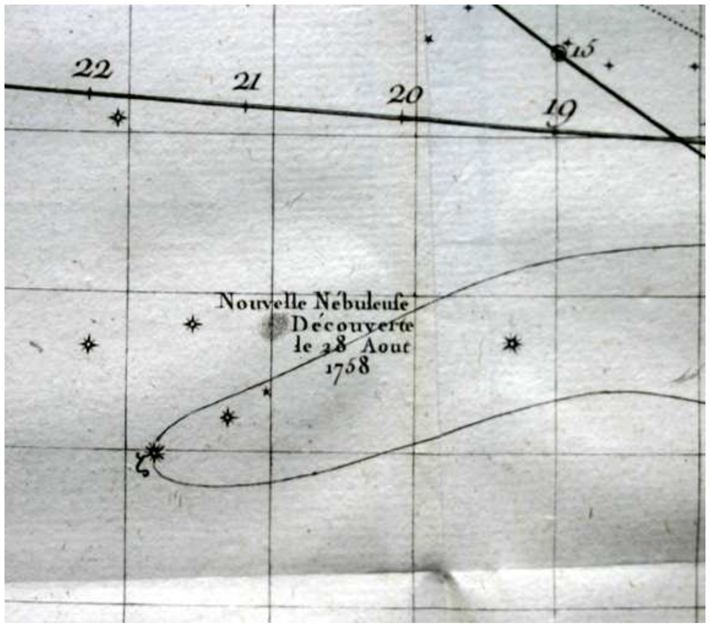
pozice M 1 nyní 1° severozápadně

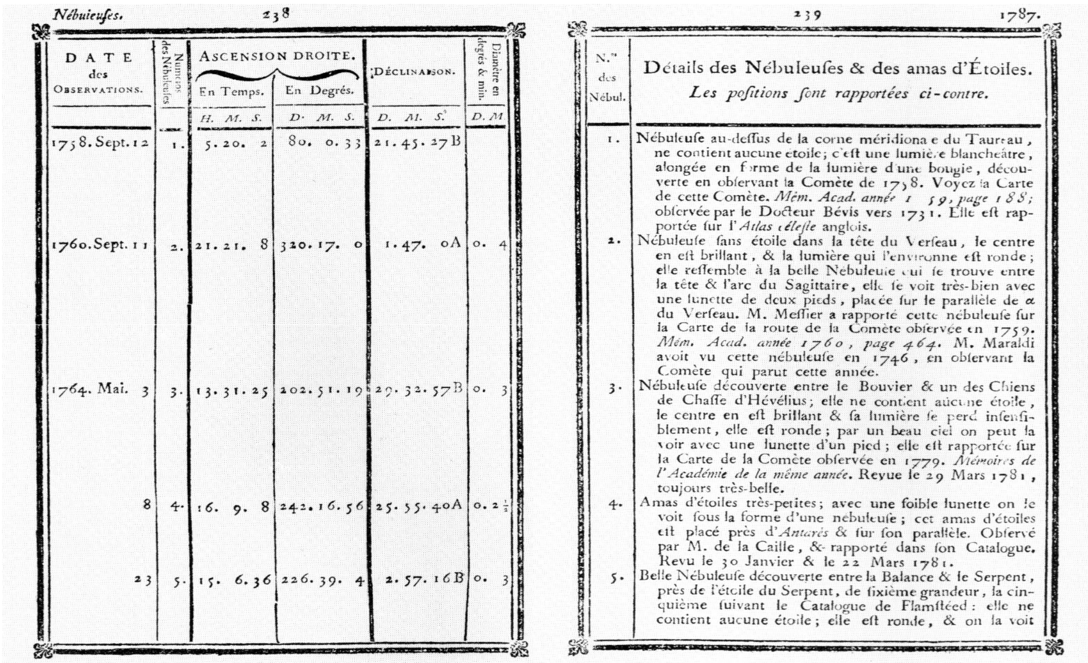
Objevení Krabí mlhoviny v novověku



John Bevis
r. 1731

Charles Messier
r. 1758





Nébuleuſes. 238

DATE des OBSERVATIONS.	Numéros des Nébuleuſes	ASCENSION DROITE. En Temps.	ASCENSION DROITE. En Degrés.	DÉCLINAISON.	Diamètre en degrés & min.
		H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M
1758. Sept. 12	1.	5. 20. 2	80. 0. 33	21. 45. 27 B	
1760. Sept. 11	2.	21. 21. 8	320. 17. 0	1. 47. 0 A	0. 4
1764. Mai. 3	3.	13. 31. 25	202. 51. 19	29. 32. 57 B	0. 3
8	4.	16. 9. 8	242. 16. 56	25. 55. 40 A	0. 2 ½
23	5.	15. 6. 36	226. 39. 4	2. 57. 16 B	0. 3

239 1787.

N.os des Nébul.	Détails des Nébuleuſes & des amas d'Étoiles. *Les poſitions ſont rapportées ci-contre.*
1.	Nébuleuſe au-deſſus de la corne méridionale du Taureau, ne contient aucune étoile; c'eſt une lumière blanchâtre, alongée en forme de la lumière d'une bougie, découverte en obſervant la Comète de 1758. Voyez la Carte de cette Comète. *Mém. Acad. année 1759, page 188;* obſervée par le Docteur Bévis vers 1731. Elle eſt rapportée ſur l'*Atlas céleſte* anglois.
2.	Nébuleuſe ſans étoile dans la tête du Verſeau, le centre en eſt brillant, & la lumière qui l'environne eſt ronde; elle reſſemble à la belle Nébuleuſe qui ſe trouve entre la tête & l'arc du Sagittaire, elle ſe voit très-bien avec une lunette de deux pieds, placée ſur le parallèle de α du Verſeau. M. Meſſier a rapporté cette nébuleuſe ſur la Carte de la route de la Comète obſervée en 1759. *Mém. Acad. année 1760, page 464.* M. Maraldi avoit vu cette nébuleuſe en 1746, en obſervant la Comète qui parut cette année.
3.	Nébuleuſe découverte entre le Bouvier & un des Chiens de Chaſſe d'Hévélius; elle ne contient aucune étoile, le centre en eſt brillant & ſa lumière ſe perd inſenſiblement, elle eſt ronde; par un beau ciel on peut la voir avec une lunette d'un pied; elle eſt rapportée ſur la Carte de la Comète obſervée en 1779. *Mémoires de l'Académie de la même année.* Revue le 29 Mars 1781, toujours très-belle.
4.	Amas d'étoiles très-petites; avec une foible lunette on le voit ſous la forme d'une nébuleuſe; cet amas d'étoiles eſt placé près d'*Antarès* & ſur ſon parallèle. Obſervé par M. de la Caille, & rapporté dans ſon Catalogue. Revu le 30 Janvier & le 22 Mars 1781.
5.	Belle Nébuleuſe découverte entre la Balance & le Serpent, près de l'étoile du Serpent, de ſixième grandeur, la cinquième ſuivant le Catalogue de Flamſtéed: elle ne contient aucune étoile; elle eſt ronde, & on la voit

Mlhovina nebo hvězdokupa?

pozorování dalekohledem

William Herschel r. 1784
mlhovina bez hvězd

William Parsons -
lord Rosse r. 1844
popis mlhoviny, **její název**

William Lassell r. 1852
velmi jasná mlhovina
s dvěma resp. třemi hvězdami

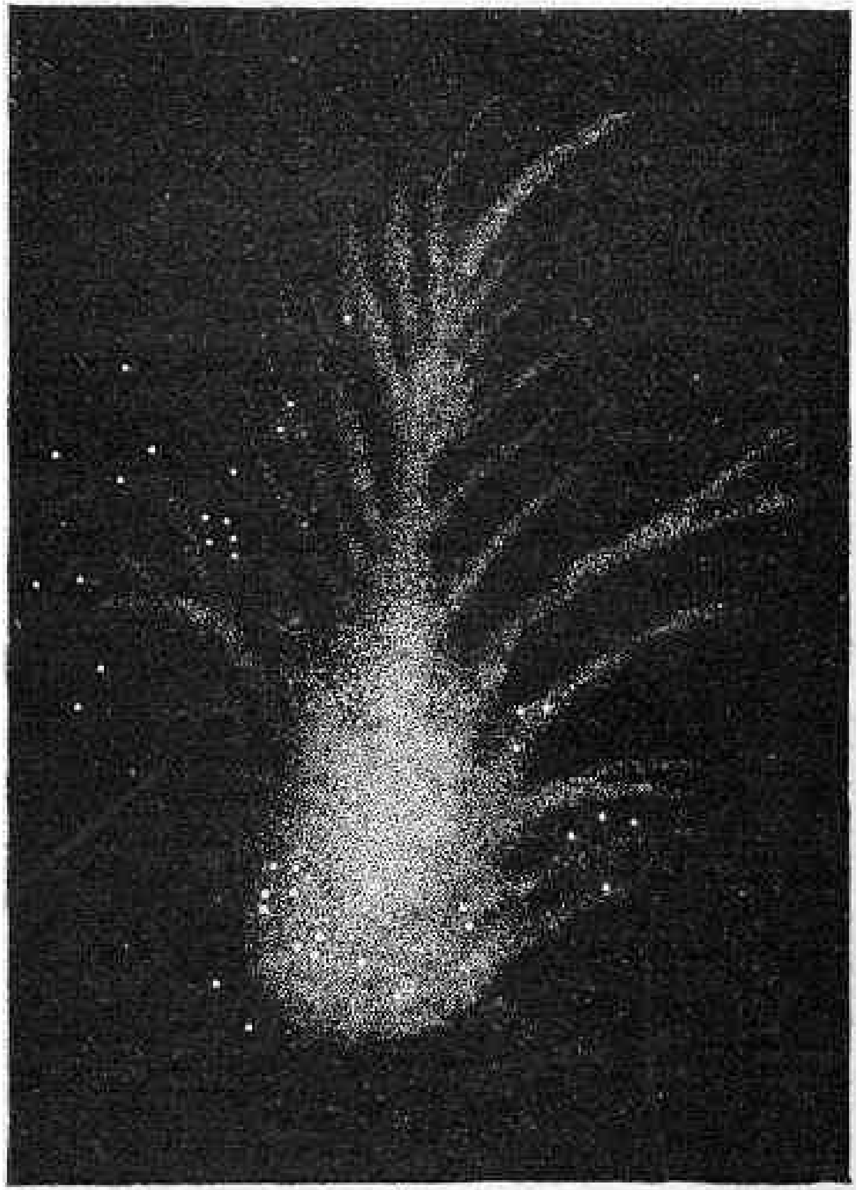
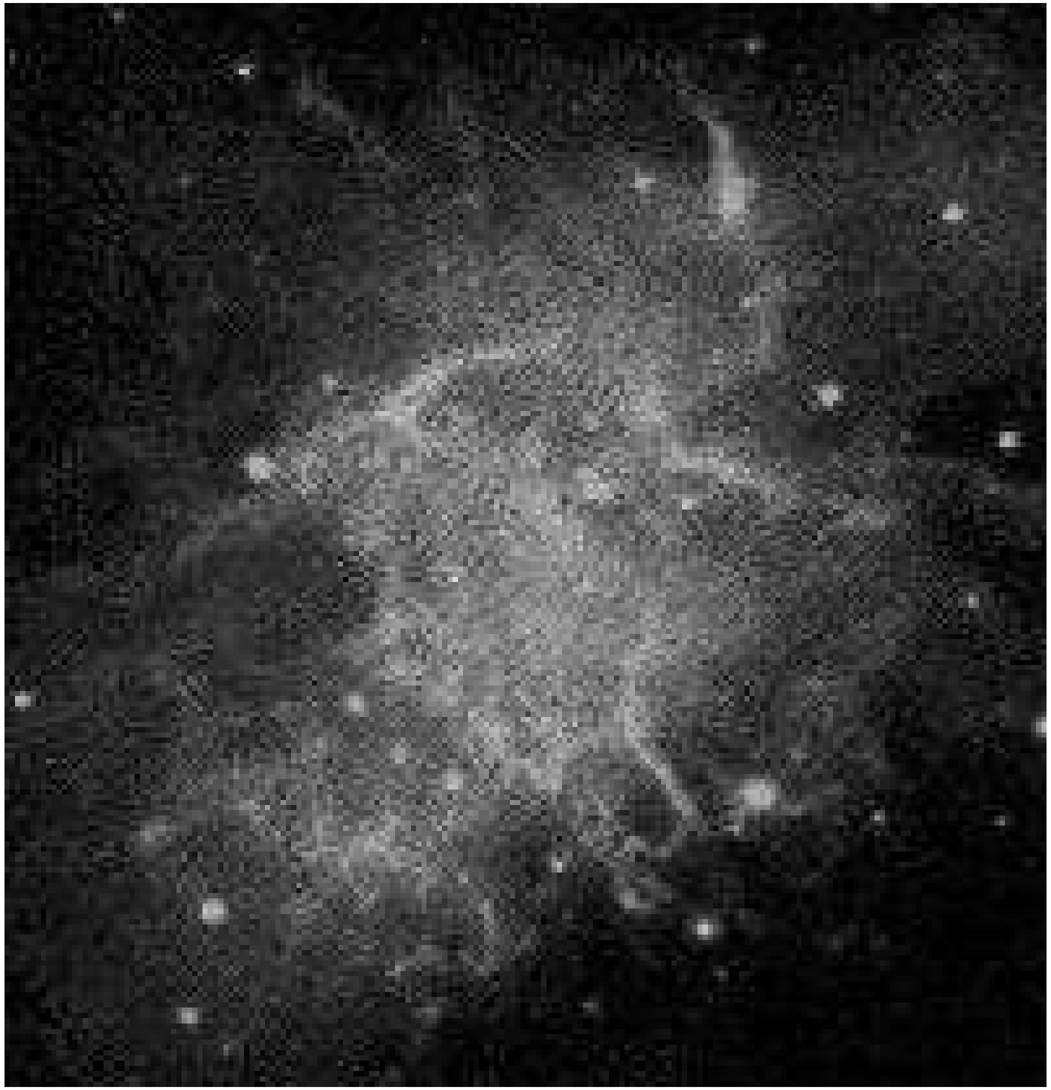


Fig. 438.

Mlhovina nebo hvězdokupa?

Isaac Roberts: fotografie Krabí mlhoviny r. 1892
→ jemná filamentová struktura



Čárové a spojité spektrum

Roscoe Frank Sanford r. 1919

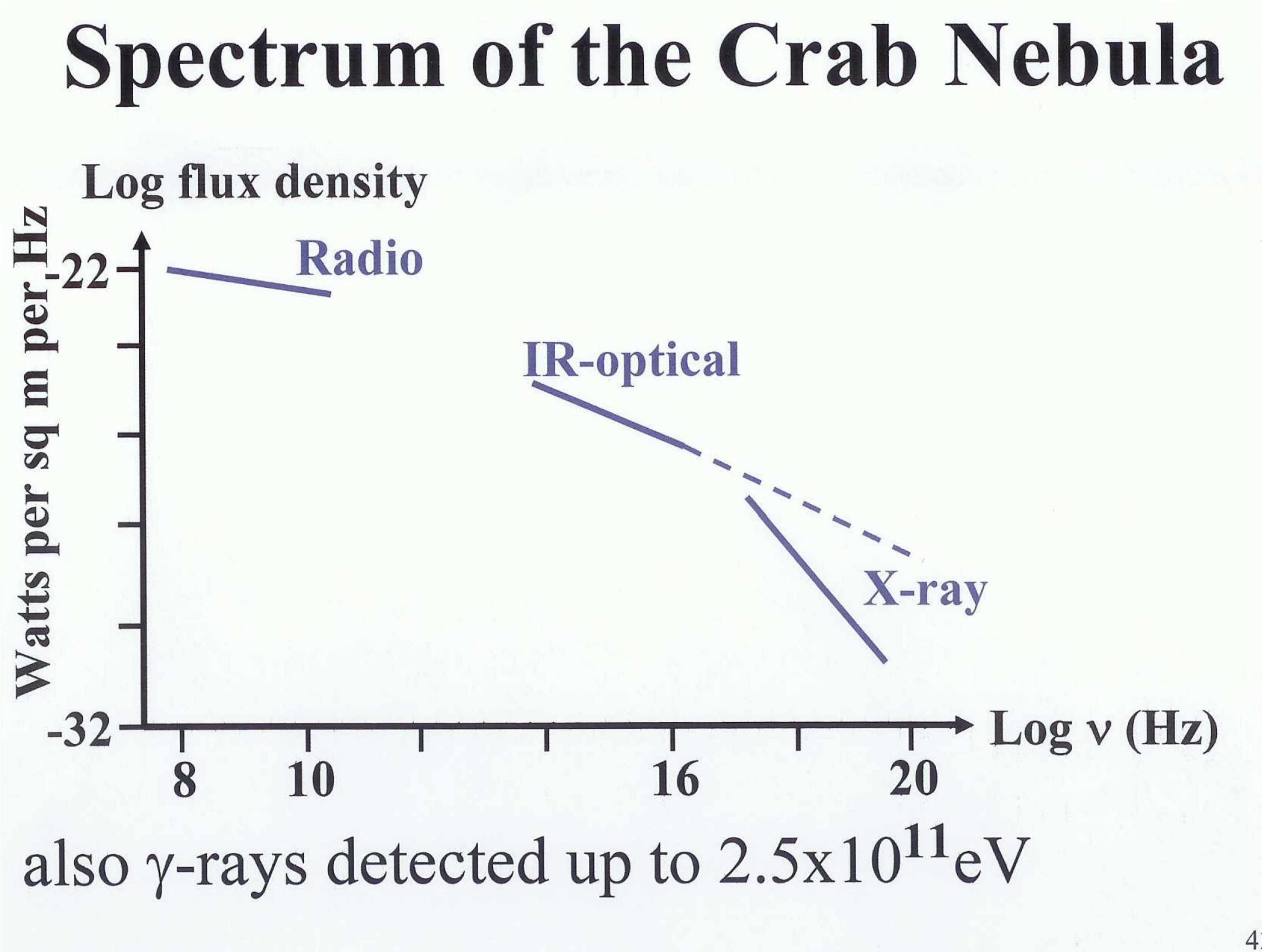
v čárovém spektru identifikace šesti emisních čar H, He

zdrojem čárového spektra je vláknitá struktura, obálka vnějších částí mlhoviny, teplota (15 000 – 20 000) K, vysoká teplota - uvolňování tepla při srážkách, 10^9 částic v m^{-3}

druhá složka záření vytváří spojité spektrum, zdrojem amorfní látka - původ synchrotronové záření

Josip Samuilovič Šklovskij DAN **90**,1953 - hypotéza původu spojitého spektra - synchrotronové záření, potvrzeno V. A. Dombrovski, M. A.Vašakidze 1953 - lineární polarizace záření v optické oblasti ≈ 7%

Spektrum Krabí mlhoviny



Expanze Krabí mlhoviny

John Duncan r. 1921, PNAS, vol. 7, 179

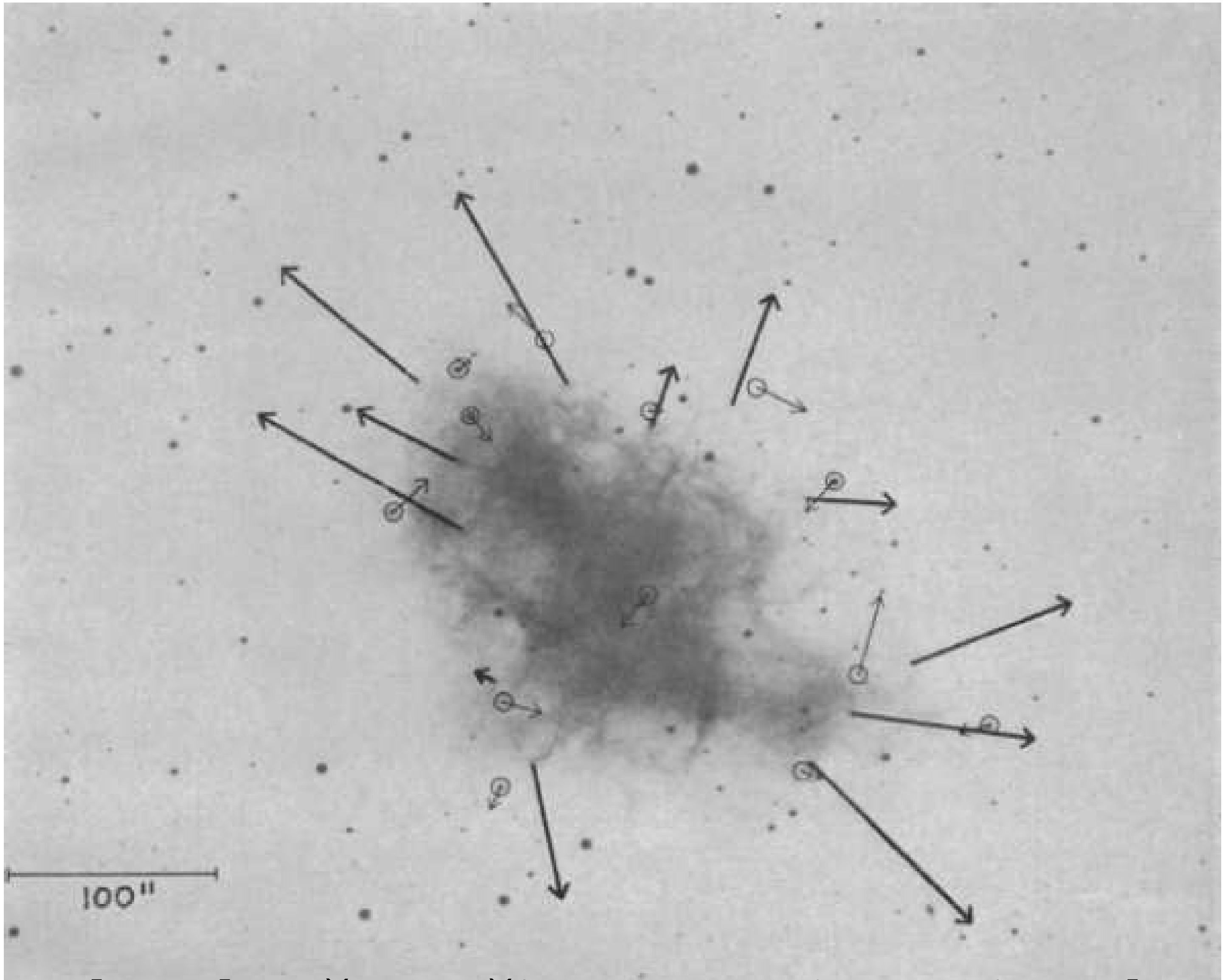
Changes observed in the Crab Nebula Taurus

snímky 60ti palcovým dalekohled Mount Wilson říjen 1909 → duben 1921 = 11,5 roku

stereokomparátor a mikrometr srovnávací hvězdy, šipky – trajektorie vláken a hvězd na 500 roků dopředu při konstantním vlastním pohybu **závěr práce:** zřetelný systematický pohyb vláken mlhoviny, náhodný pohyb hvězd

celkem 12 bodů (vláken, uzlů) mlhoviny zachycujících její expanzi - mlhovina expanduje!

Expanze Krabí mlhoviny



srovnávací hvězdy, šipky – trajektorie vláken a hvězd na 500 roků při konstantním vlastním pohybu

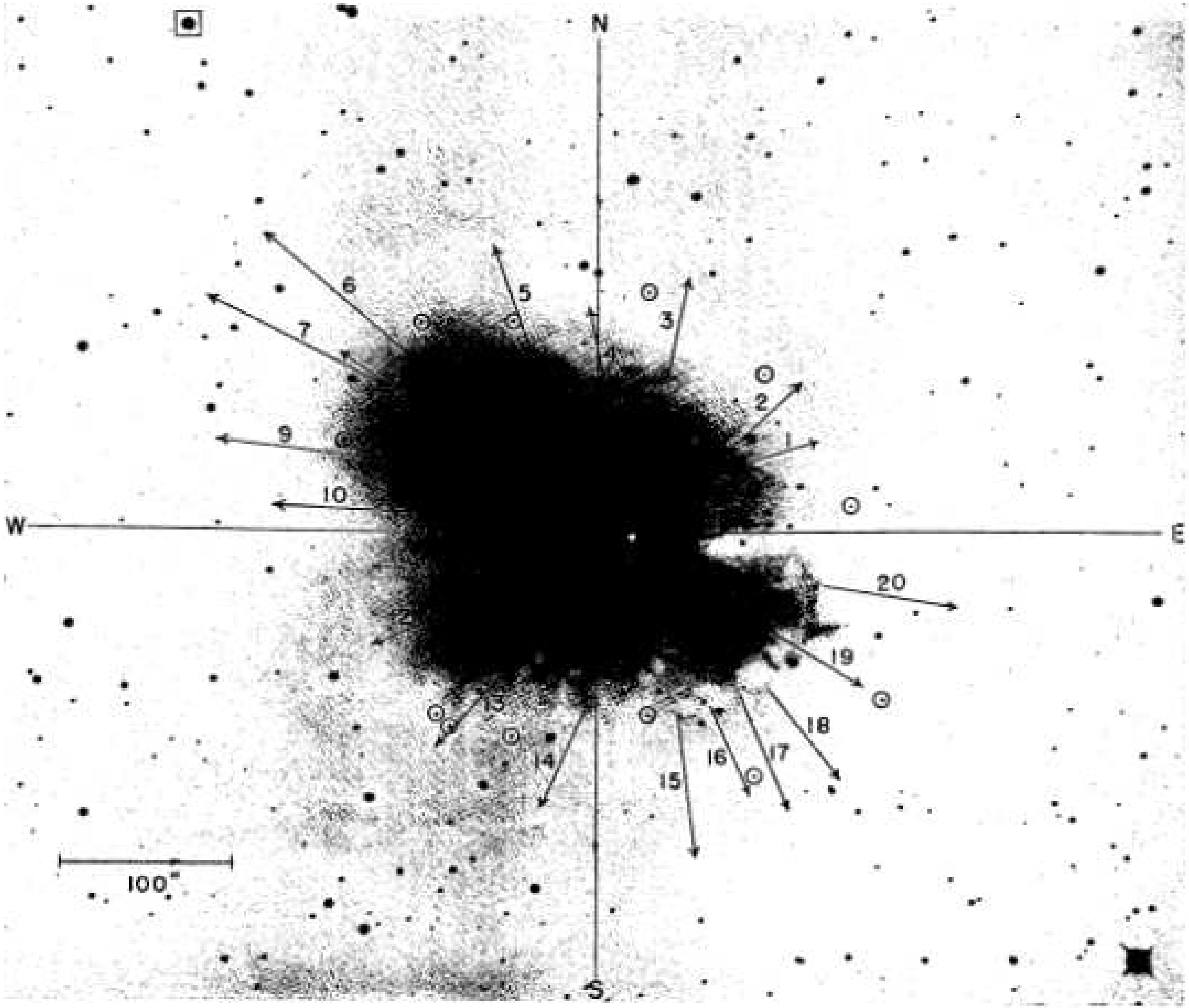
Expanze Krabí mlhoviny

John Duncan r. 1939, ApJ **89**, 482
Second Report on the Expansion of the Crab Nebula

stejný dalekohled na Mount Wilson, interval 29 roků,
měřeny polohy 20 bodů mlhoviny, šipky zachycují
trajektorie na 500 roků při konstantní rychlosti,
počátek expanze v bílé skvrně, v blízkosti centrální
dvojhvězdy jižní složka dvojhvězdy 0,019“ / rok
vlastní mlhovina 0,037“/ rok, při r = 1,3 kpc, 230 km.s^{-1}

Duncan – hypotéza o zrychlování expanze

Expanze Krabí mlhoviny



EXPANSION OF THE CRAB NEBULA

The vectors indicate the motion of twenty nebulous points in 500 years. Projected backward they suggest a outburst occurring about 800 years ago at the point marked by the white spot. Comparison stars are encircled.

Která hvězda je centrální?

Walter Baade r. 1942, ApJ **96**, 188
The Crab Nebula
rozdělení mlhoviny – vnější vláknité obálka, vnitřní amorfní struktura,
úhlová rychlost expanze mlhoviny 0,2“/rok,
zrychlování expanze objevené Duncanem **označil za sporné**
r = 1,2 kpc,
centrální hvězda, supernova I typu, její pohyb, studium spekter dvou hvězd, úhlová rychlost expanze mlhoviny

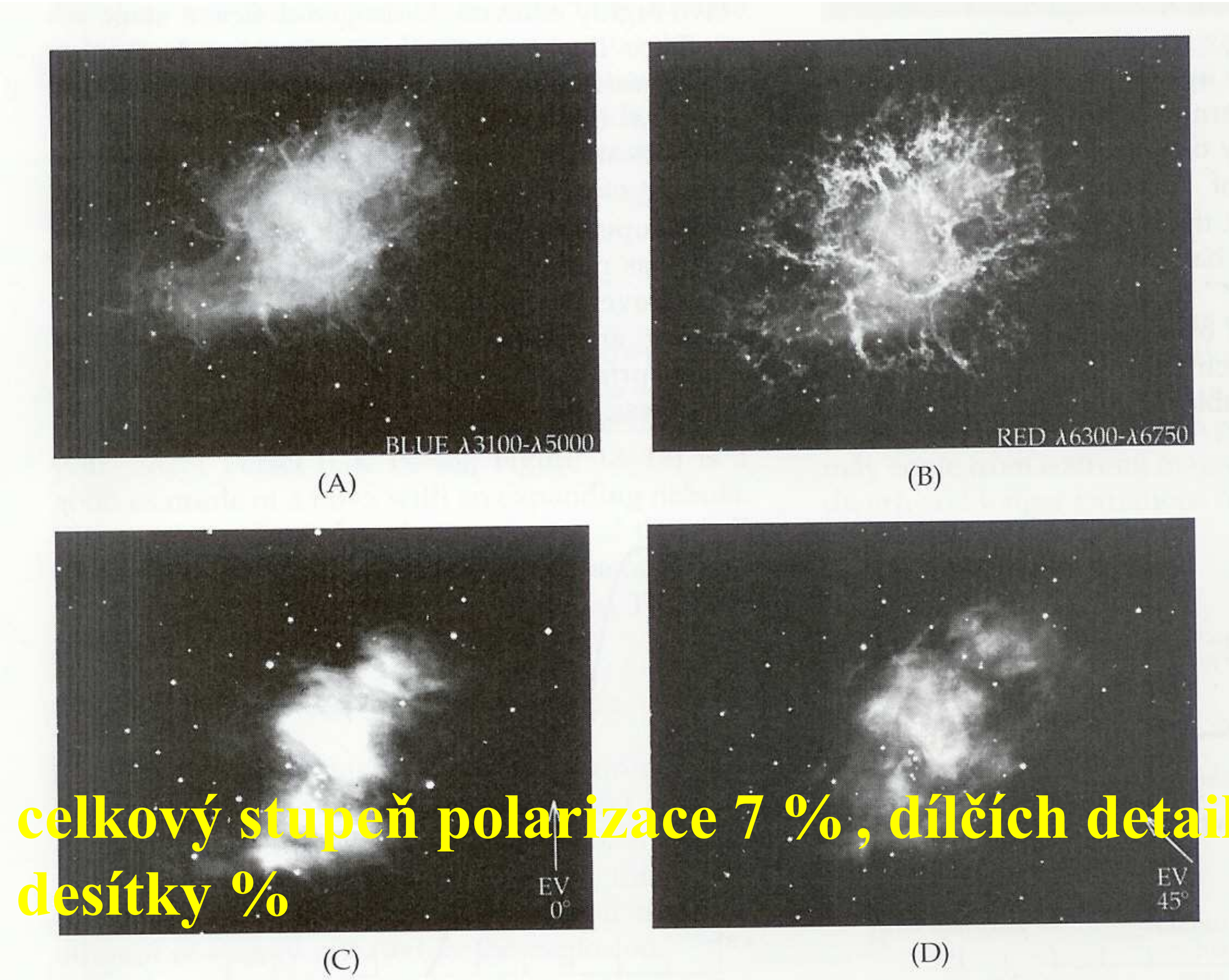
Která hvězda je centrální?

Rudolph Minkowski r. 1942, ApJ, **96**, 199
The Crab Nebula
první **astrofyzikální pohled** na mlhovinu a centrální hvězdu,
určení teploty a zářivého výkonu mlhoviny,
chemické složení H, He, O, S
jižní hvězda je centrální hvězdou,
odhadnuty její charakteristiky
30 000 L_S, 500 000 K, 0,02 R_s $1{,}8.10^5\ \rho_s$ hypotéza – bílý trpaslík pokračující ve svém vývoji, 70 % degenerace

Význam Krabí mlhoviny pro astrofyziku



Změna vzhledu Krabí mlhoviny – různé vlnové délky, polarizace světla



celkový stupeň polarizace 7 % , dílčích detailů desítky %

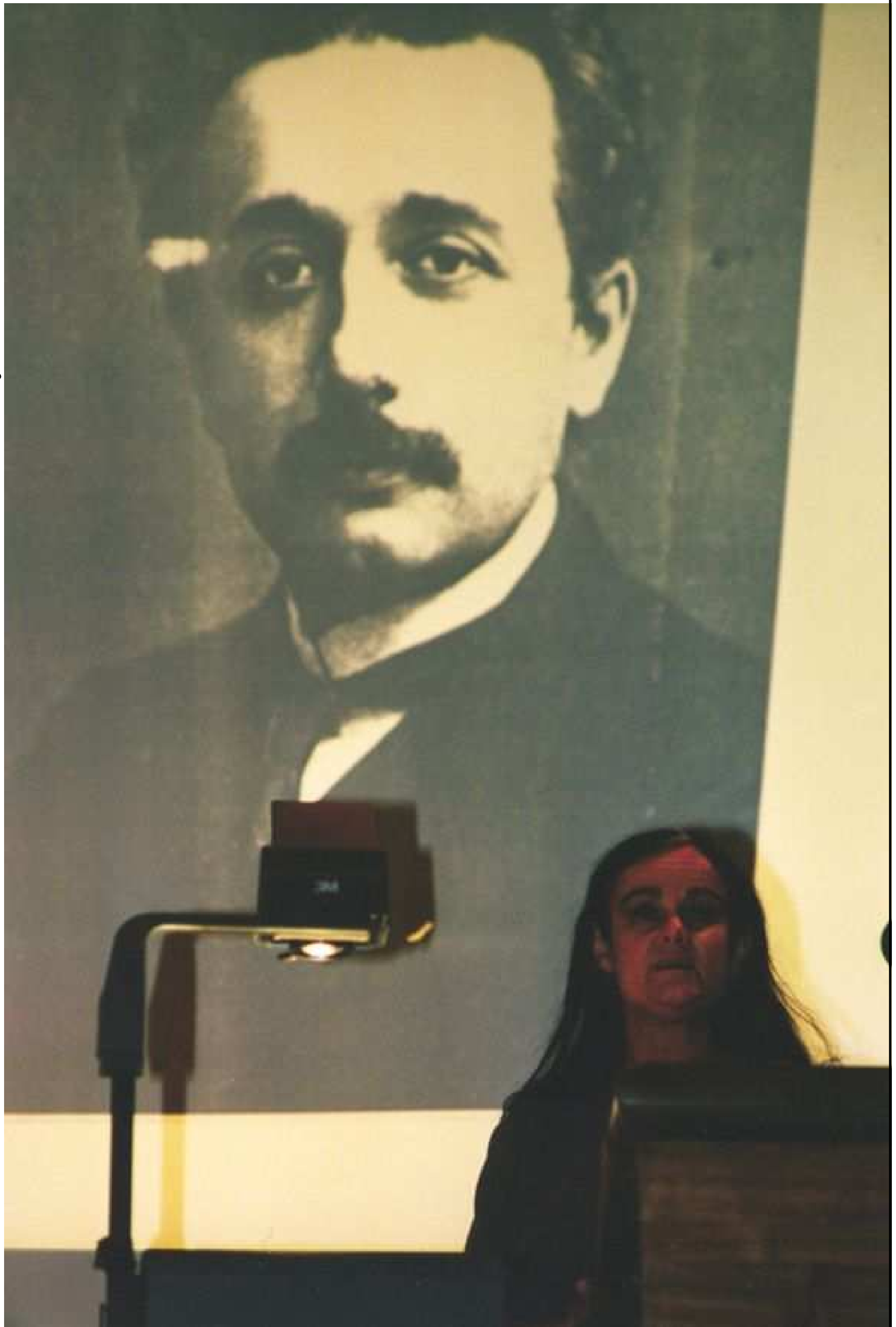
Jak mlhovina expanduje?

Virginia Louise Trimble
r. 1968 Ph.D.

Motion and Structure
of the Filamentary Envelope of
the Crab Nebula

předmluva, připomínky

první komplexní studium expanze Krabí mlhoviny



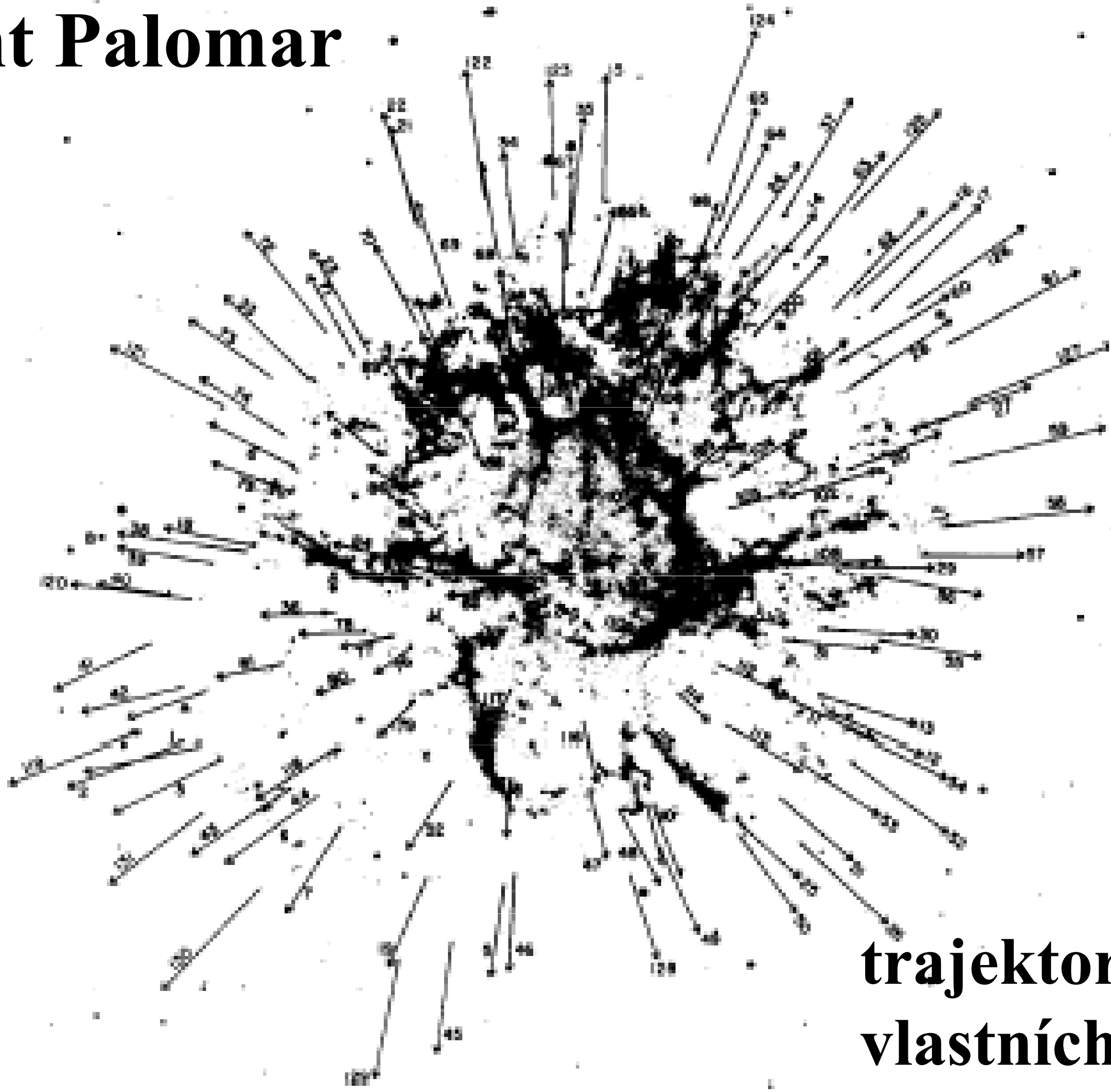
Závěry práce V. Trimbleové

proměřeny polohy,
vlastní pohyby a radiální rychlosti 126 uzlů
střed expanze nalezený zpětnou extrapolací leží jihovýchodně od dvojhvězdy v blízkosti středu mlhoviny
počátek expanze odhadnut na r. 1 140
vzdálenost Krabí mlhovina je zvýšena ≈ 1,8 kpc

Virginia Trimble r. 1970, PASP **82**, 375
Optical studies of the Crab Nebula-Line emission component - kinematická analýza expanze mlhoviny

Expanze Krabí mlhoviny

snímek v čáře H_α
Mount Palomar



trajektorie vlastních pohybů 132 uzlů v následujících 270 rocích při současné rychlosti

Expanze Krabí mlhoviny

$$v = v_0 + at \,(1) \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \,(2)$$

při současné velikosti velké poloosy mlhoviny **R** = 6´, což při vzdálenosti **r** = 1,8 kpc dává **s** $\approx 10^{16}$ m

v je průměrná současná rychlost expanze stanovená z rozpínání mlhoviny 0,2“rok^{-1}, **v** $\approx 1{,}6.10^6$ m.s^{-1}

$\mathbf{v_0}$ je počáteční rychlost expanze mlhoviny

t je čas (1950 – 1054) = 896 roků x $3{,}156.10^7$ s

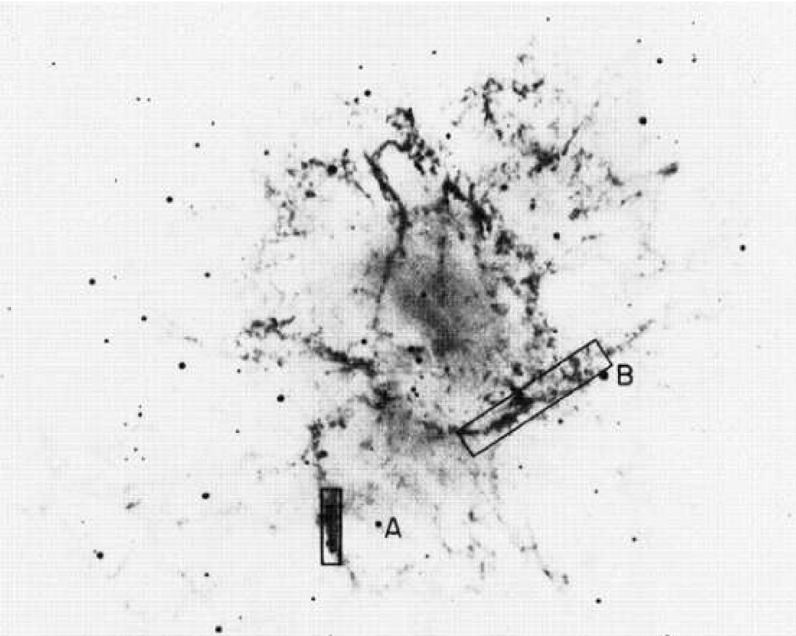
při současném zrychlení **a** = $8{,}2.10^{-6}$ m.s^{-2}

dává $\mathbf{v_0} = 1{,}37.10^{6}$ m.s^{-1}

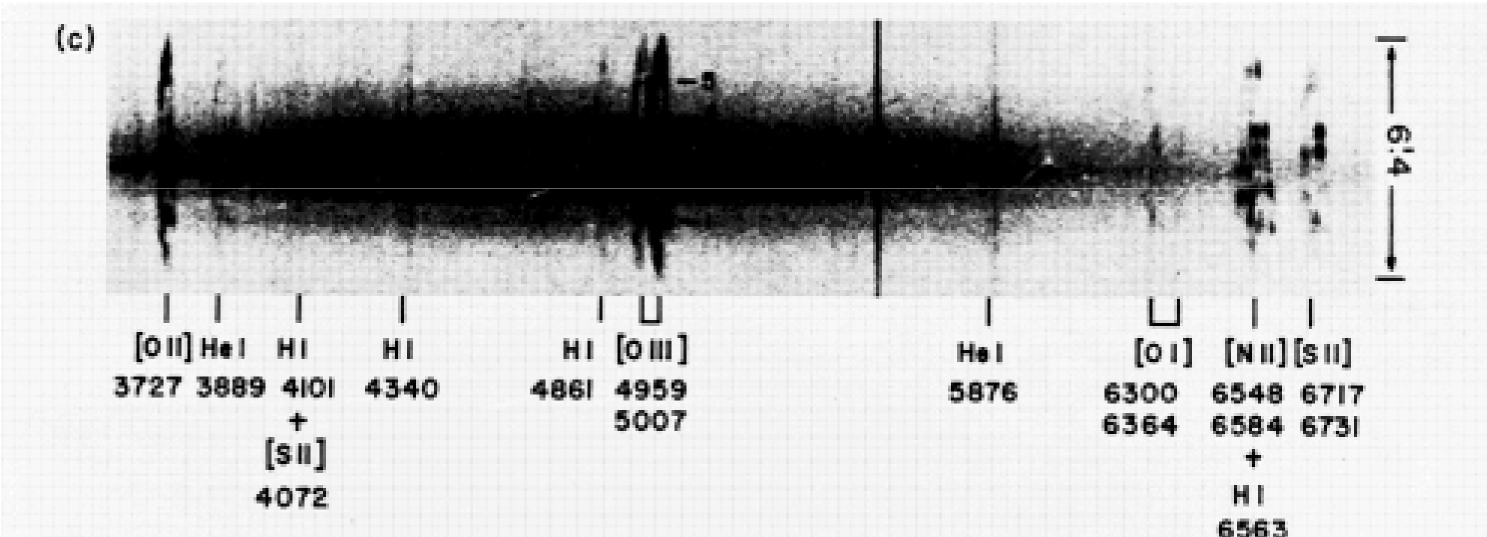
ze vztahu (2) určená hodnota **s** $\approx 10^{16}$ m

Chemické složení

Joseph Miller, r. 1978, chemické složení větších oblastí, - He, H, N, O, Ne, S

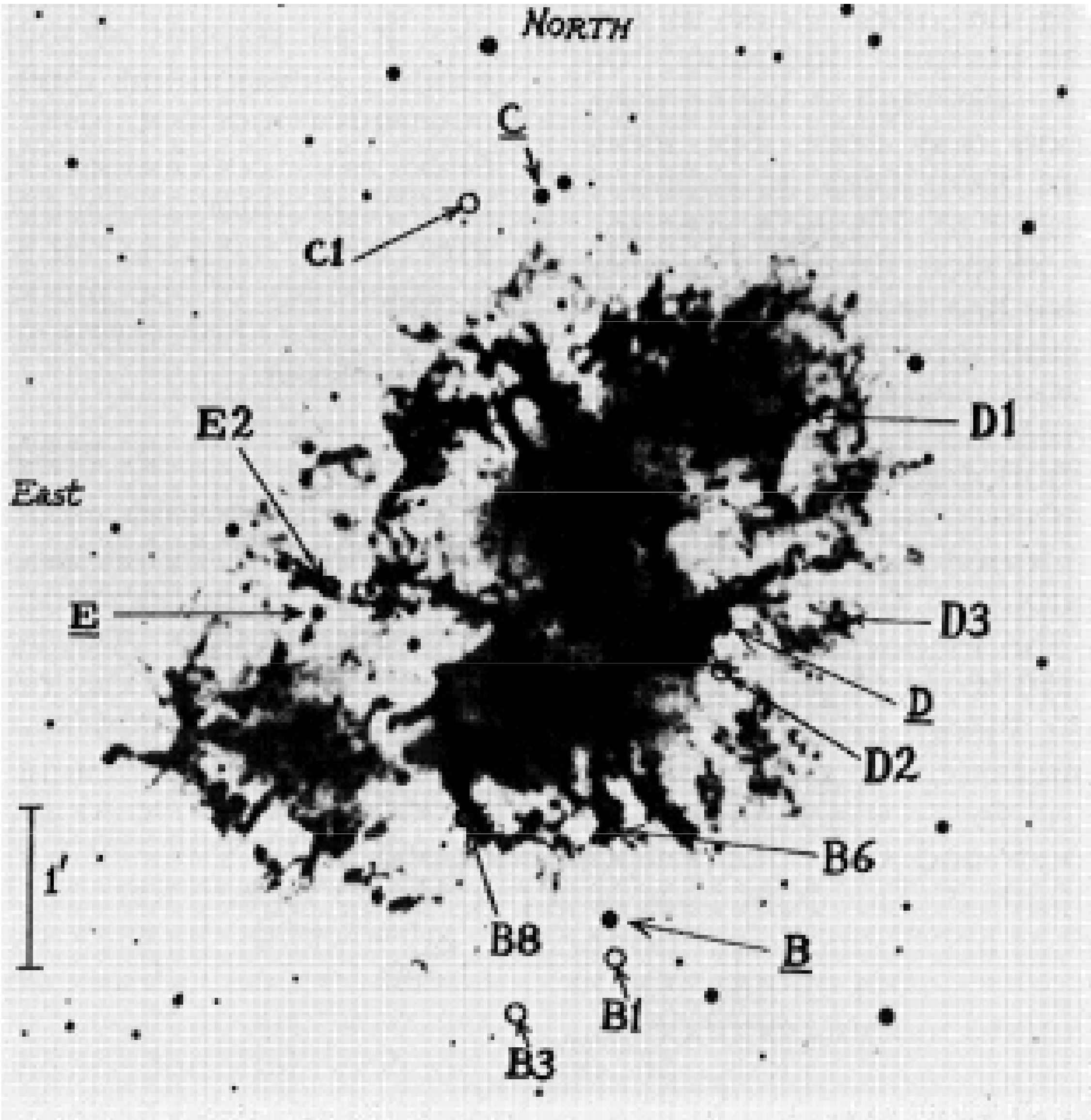


vysoký obsah He ≈ H, stanovení teploty



Chemické složení

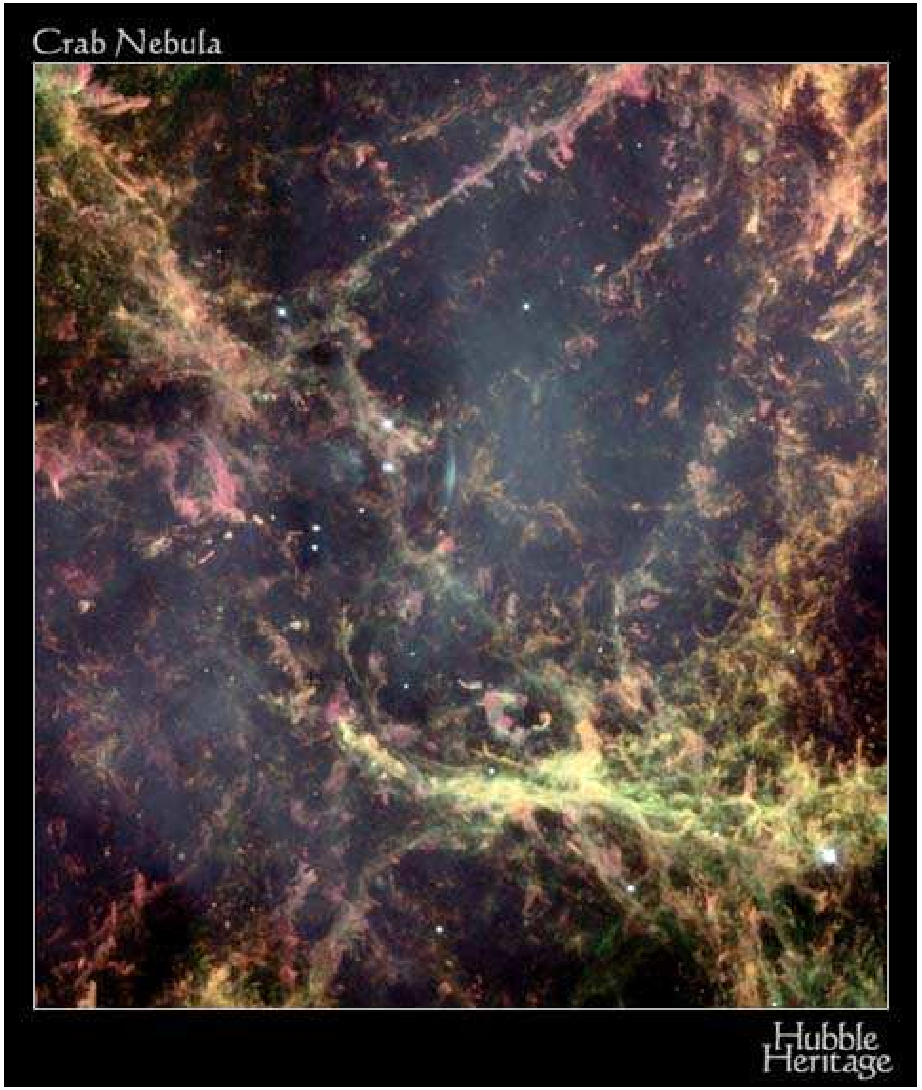
Kris Davidson, r. 1978, chemické složení 9 malých oblastí,
- He, H, N, O, Ne, S



B, C, D, E
referenční hvězdy

severní oblasti obsahují méně kovů než jižní oblasti, obsah je podstatně menší než u Slunce, **(50 – 75) % obsahu podle hmotnosti tvoří helium**

Chemické složení



vodík – oranžová H_{α} 656,3 nm
dusík – červená N II 658,3 nm
síra – růžová S II 673,1 nm
kyslík – zelená O III 500,7 nm

Chemické složení

Kris Davidson, Robert Kirschner, Theodore Gull, Robert Fesen r. 1980:

chemické složení - He, H, N, O, Ne, S, v jednotlivých oblastech a vláknech s narůstající vzdáleností od ionizujícího zdroje

↑ He/H od 0,15 → 1,2, obsah helia je asi 5krát větší než u typických emisních mlhovin

Gordon MacAlpine r.1989, v některých vláknech obsah helia až 95 %

Jaký typ supernovy produkuje zjištěné chemické složení mlhoviny?

supernova II typu

Jaká je hmotnost mlhoviny?

Čím více se mlhovina zkoumá, tím má větší hmotnost!

1957 ~ 0,2 M_S, 1968 ~ 1 M_S, 1978 ~ 2 M_S,

1997 - celková vláknité struktury odhadována

≈ 3 M_S + 1,4 M_S pulsar - (4,4 ± 1,8) M_S

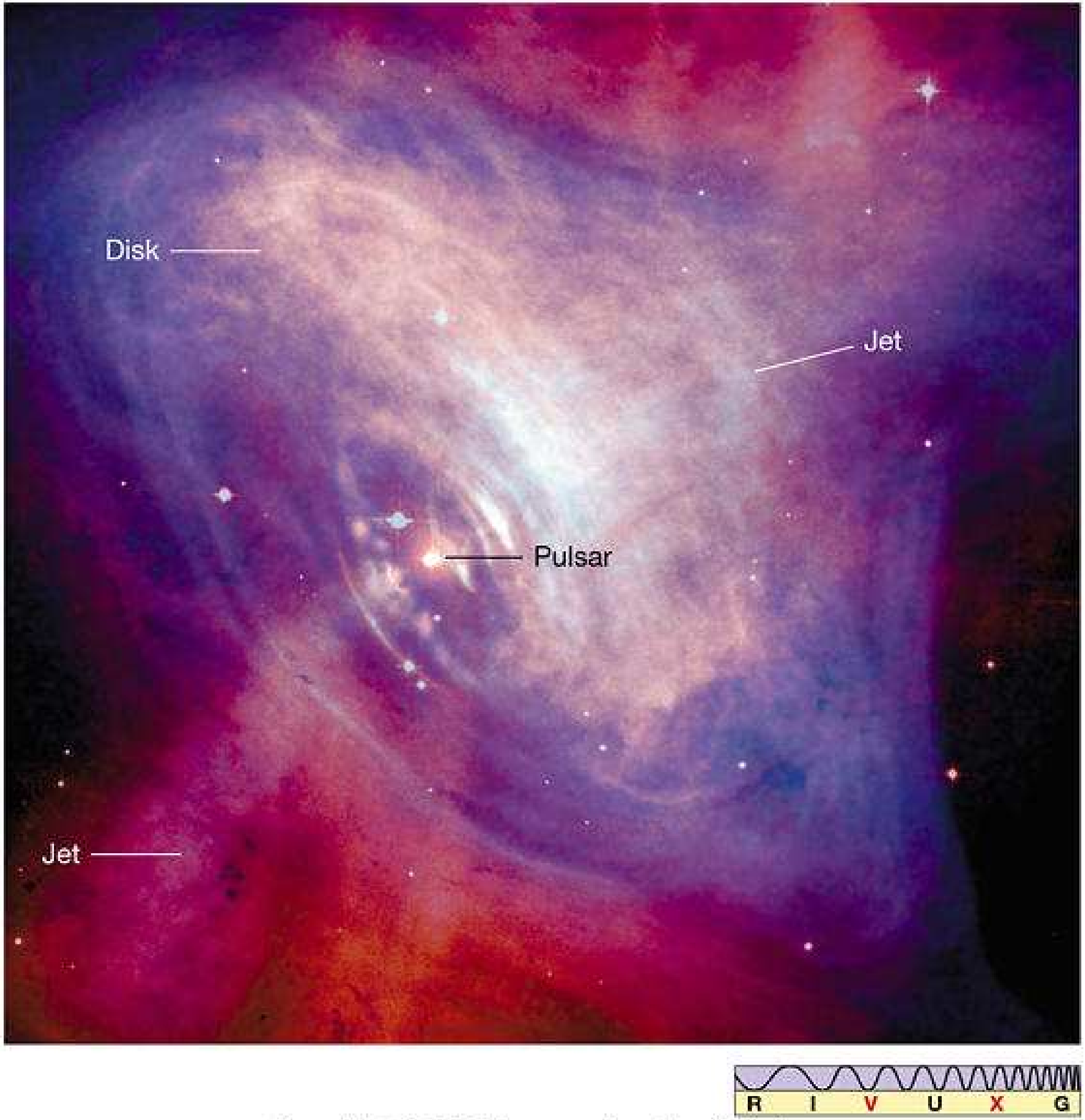
vzhledem k chemickému složení, progenitor   10 M_S,

obsah kyslíku není výrazně vyšší,

hmotnost progenitoru $<$ (12 – 13) M_S

Kde je zbývající hmotnost?

Krabí mlhoviny v rtg. oboru



Krabí mlhovina v různých oborech



Pulsar

Úloha 11.14 Zjištěný časový rozdíl příchodu signálů z pulsaru v Krabí mlhovině PSR 0531+21 na frekvencích $f_2 = 430\,\mathrm{MHz}$ a $f_1 = 196\,\mathrm{MHz}$ má hodnotu 4,796 s. Určete vzdálenost pulsaru, jestliže hustota elektronů v mezihvězdném prostoru ve směru Krabí mlhoviny je $n_\mathrm{e} = 2{,}8 \cdot 10^4\,\mathrm{m}^{-3}$.

Řešení: Pulsar je zdrojem elektromagnetického záření v širokém intervalu frekvencí. Na Zemi je nejprve přijímáno záření o vyšších kmitočtech, následně teprve záření o nižších kmitočtech. Velikost tohoto časového posunu, tzv. disperzní míra, závisí na koncentraci volných elektronů v mezihvězdném prostředí ve směru pulsaru a na vzdálenosti pulsaru. Při řešení využijeme již upravený vzorec, ve kterém je časový rozdíl vyjádřen v sekundách, hustota elektronů n_e je dána jejich počtem v cm^3, vzdálenost d je v pc a frekvence f_1 a f_2 jsou v MHz. Platí vztah $\Delta t = 4{,}15 \cdot 10^{-3}\, n_\mathrm{e} d \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2}\right)$, odkud pro vzdálenost dostaneme $d = 2000\,\mathrm{pc}$. Tzv. disperzní míra $DM = \int_0^d n_\mathrm{e} \mathrm{d}l = 5{,}6 \cdot 10^7\,\mathrm{pc} \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

Úloha 11.15 Určete hustotu elektronů v mezihvězdném prostoru ve směru pulsaru PSR 0901 − 63, jestliže na frekvencích $f_2 = 405\,\mathrm{MHz}$ a $f_1 = 234\,\mathrm{MHz}$ byl zjištěn časový rozdíl příchodu signálů 3,797 s. Vzdálenost pulsaru $d = 3000\,\mathrm{pc}$.

Řešení: Ze vztahu $\Delta t = 4{,}15 \cdot 10^{-3}\, n_\mathrm{e} d \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2}\right)$ určíme $n_\mathrm{e} = 2{,}5 \cdot 10^4\,\mathrm{m}^{-3}$.

disperze způsobuje, že na vyšších frekvencích signál pozorujeme dříve

Bílí trpaslíci – procvičování

Stanovte hmotnost bílého trpaslíka Procyon B, jehož efektivní teplota činí 7 750 K, zářivý výkon 0,0005 L_s a gravitační rudý posuv $z = 10^{-4}$.

Určete poměr gravitačních rudých posuvů bílých trpaslíků 40 Eri B a 40 Eri C. Hvězdy se vyznačují následujícími charakteristikami.

40 Eri B: efektivní teplota 17 000 K, zářivý výkon 0,017 $L_{s,}$ hmotnost 0,4 M_s

40 Eri C: efektivní teplota 3 100 K, zářivý výkon 0,008 $L_{s,}$ hmotnost 0,2 M_s

Úlohy příští týden

vlastní pohyb hvězd, radiální a tangenciální rychlost, spektroskopické dvojhvězdy, rozlišovací schopnost dalekohledu

Úlohy – za 14 dnů

13.3, 13.4. 13.5, 13. 9, 13.11, 13.15, 13.17, 13.19

Astrofyzika VII.

Dvojhvězdy
Hvězdokupy a asociace

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

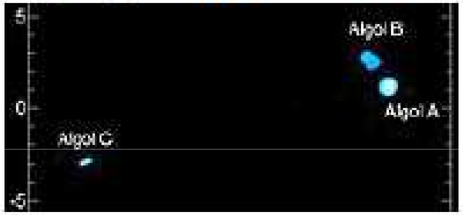
Dvojhvězdy

přibližně 50 % hvězd z okolí Slunce je složkami dvojhvězd a vícenásobných systémů,
do vzdálenosti **5 pc** od nás bylo nalezeno
26 jednotlivých hvězd
15 složených soustav s celkovým počtem 34 hvězd
– nemusí být reprezentativní vzorek Galaxie
dvojhvězdy jsou velmi cenné pro získávání údajů, za určitých okolností lze přesně stanovit **absolutní charakteristiky hvězd**, hmotnost, poloměr, paralaxu, vzdálenost složek
složky dvojhvězdy obíhají kolem společného hmotného středu dle Keplerových zákonů
podle způsobu pozorování lze rozdělit dvojhvězdy
vizuální dvojhvězdy, jejíž složky jsou pozorovatelné odděleně, nebo interferometrem, popř. jedna složka se projevuje gravitačními účinky na druhou složku (astrometrické dvojhvězdy)

Dvojhvězdy

dvojhvězdy – Sírius, Prokyon – hvězda hl. posloupnosti + bílý trpaslík
Mira Ceti – pulsující proměnná
δ Cep - cefeida
ε Aur - zákrytová dvojhvězda …

trojhvězda - Polárka – trojhvězda, jedna složka velmi blízká k hlavní složce
α Cen – hlavní dvojhvězda – žlutí trpaslíci (A+B) + červený trpaslík Proxima;
vzdálenost A-B = 11 AU, (A+B) - C ~15,000 AU
β Per - Algol A,B,C
HD 188753 – trojhvězda (3 trpaslíci)149 ly od Země



čtyřhvězda (quadruple) - 4 Cen
Mizar - Castelli a Galileo, později spektroskopie Mizaru A a B => obě dvojhvězdy

podle metody pozorování

- **vizuální** – Galileo, Castelli (1616); Michell (1767), Herschel (1782)
- **astrometrické** – Bessell (1844), Clark (1862) – Sírius
- **spektroskopické** – Mauryová, Pickering (1887-9); SB1 x SB2
- **zákrytové** – Pigott, Goodricke (1782-3), Vogel (1889)

Vizuální dvojhvězdy

Obě složky lze rozlišit, je-li jejich úhlová vzdálenost η

větší než limitní **rozlišovací schopnost dalekohledu** $\eta > 1{,}22\,\lambda/D$

(v důsledku mihotání obrazu, způsobeného fluktuacemi indexu lomu, pohybem vrstev atmosféry Země, atd.., je téměř vždy $\eta \geq 1''$), vyjma *Mauna Kea* - Havaj, HST – mimo atmosféru Země
z pozorovací řady lze získat parametry průmětu eliptické trajektorie složek na světovou sféru, obecně elipsa
lze změřit úhlovou velikost velké poloosy a'' relativní trajektorie složek, velikost, velikost poloos a_1'' a_2'' trajektorie složek vzhledem k hmotnému středu systému, platí $a_1'' + a_2'' = a''$
měřitelnou veličinou je doba oběhu T, platí

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}(M_1 + M_2)$$

velikost lineární poloosy je $a = a'' \cdot r$,

r je vzdálenost dvojhvězdy, $a_1'' M_1 = a_2'' M_2$

Dvojhvězdy - Kruger 60

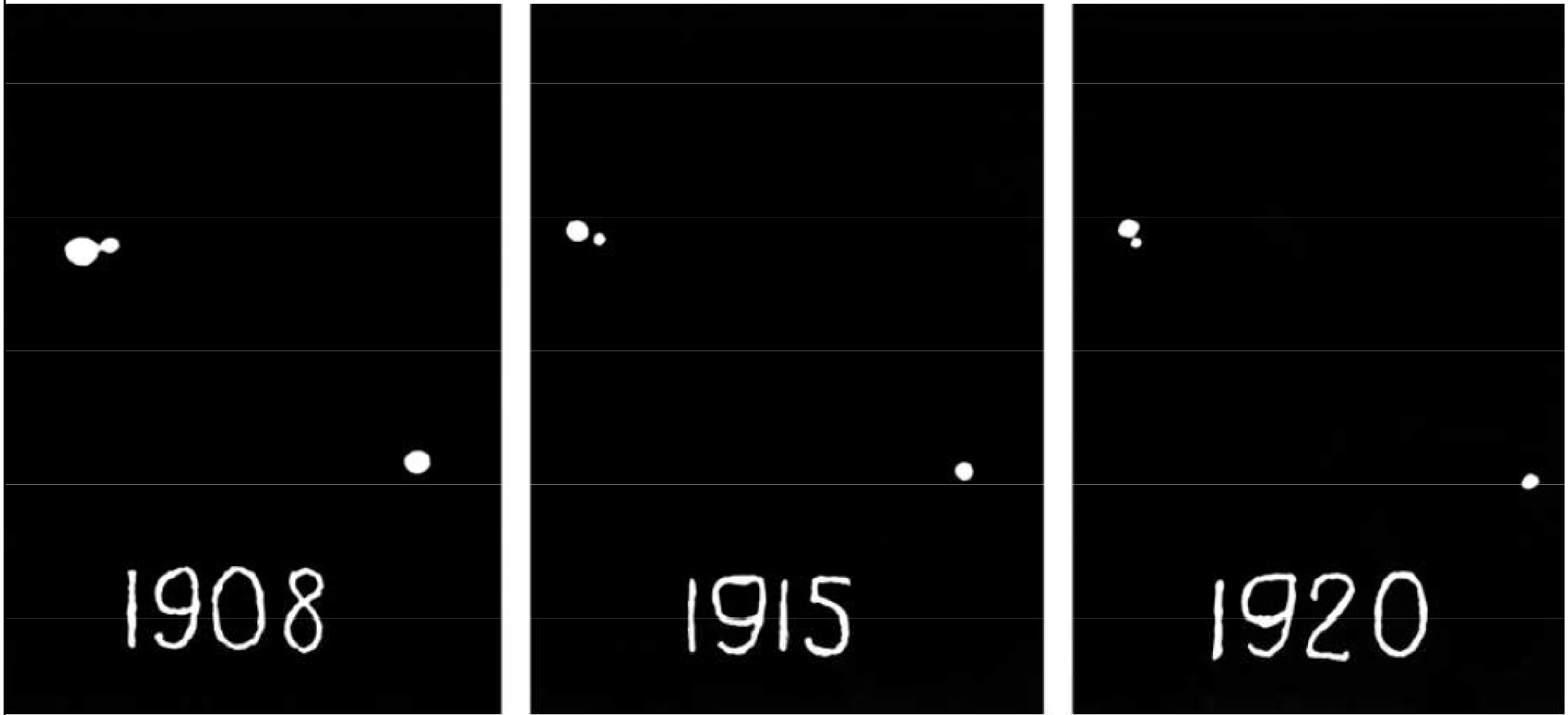
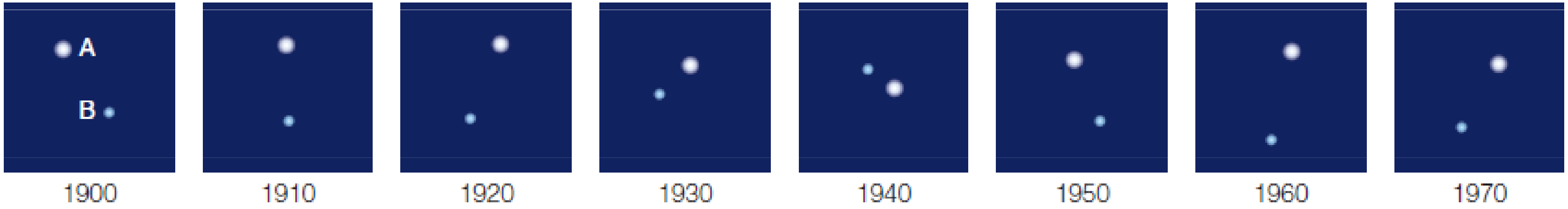
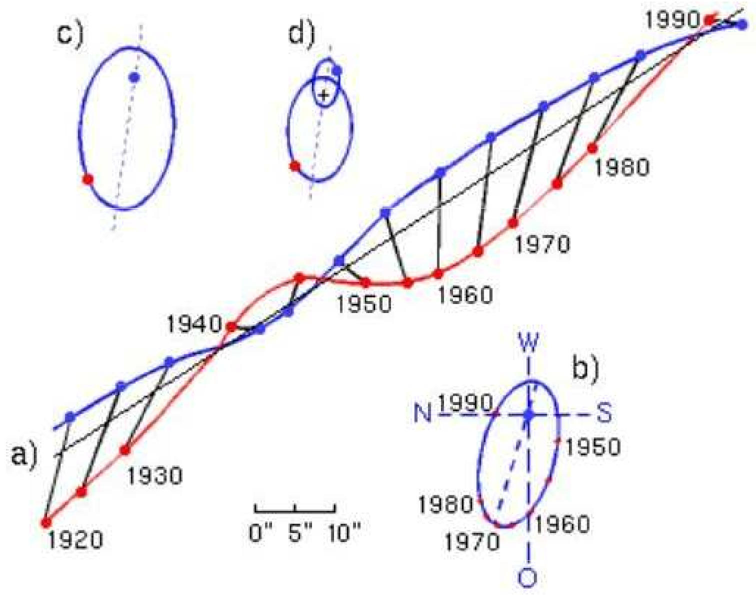


Fig. 9.1. When a visual binary is followed for a long time, the components can be seen to move with respect to each other. Picture of Krüger 60. (Yerkes Observatory)

Dvojhvězdy

Sírius A a Sírius B - fyzická dvojhvězda v desetiletém intervalu





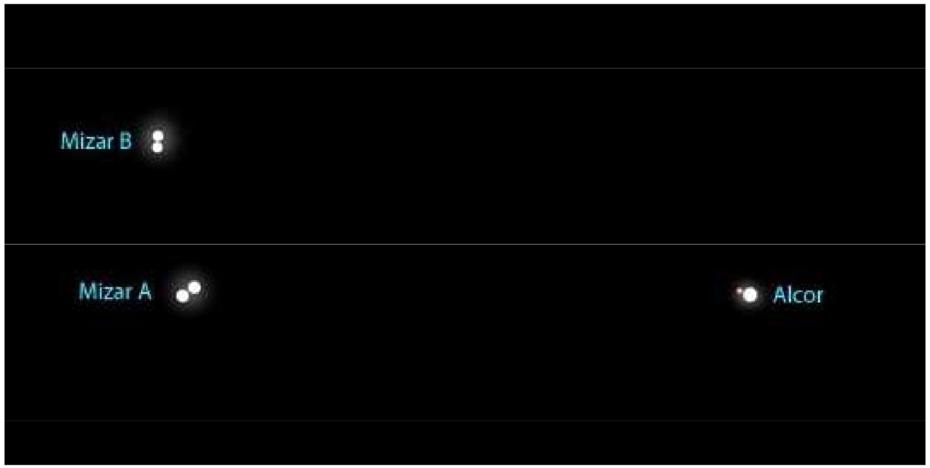
a) The paths of Sirius A and Sirius B
b) The binary pair take 50 years to complete an orbit
c) From the view point of the brighter star, Sirius B follows a highly eliptical orbit
d) The pair actually orbit round their common centre of mass

Mizar a Alcor

Mizar je **optická dvojhvězda,** průvodce ***Alcor,*** **systém** ***Mizaru*** tvořen párem **spektroskopických dvojhvězd**

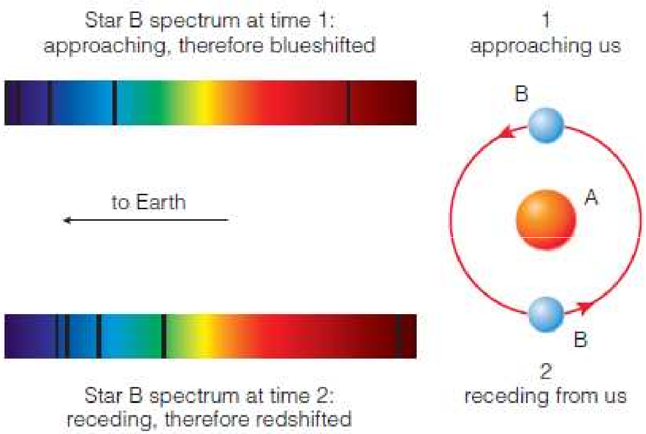
Sedm nejjasnějších hvězd souhvězdí Velké medvědice je známo jako asterismus Velký vůz (obr. 9). Jedna hvězda v oji Velkého vozu je ve skutečnosti optickou dvojhvězdou, kdy i pouhým okem je viditelný Mizar a jeho průvodce Alcor. Tato dvojhvězda je někdy používána jako zkouška ostrosti zraku. Obě hvězdy dělí zhruba 12 úhlových minut (obr. 10). Jasnější z obou hvězd je Mizar, jeho pozorovaná hvězdná velikosti je +2,2 mag, zatímco méně jasný Alcor má +4,0 mag.



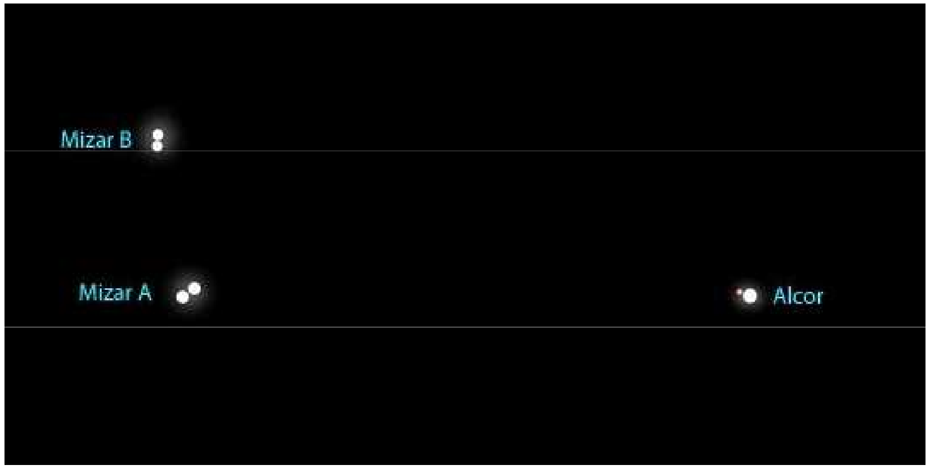


Mizar a Alcor

Mizar je **optická dvojhvězda,** průvodce ***Alcor,*** **systém** ***Mizaru*** tvořen párem **spektroskopických dvojhvězd**

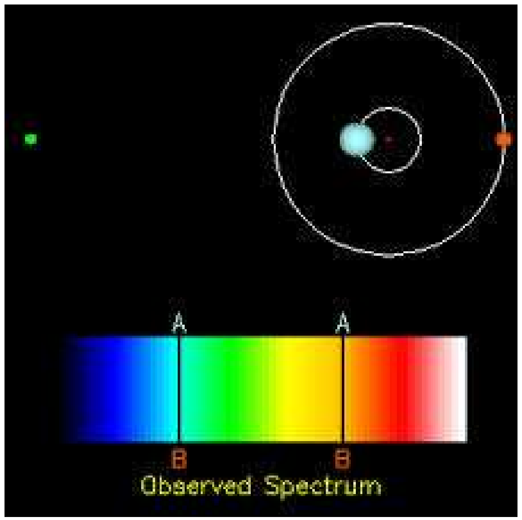


Mizar and Alcor: These two stars are very close to one another in the handle of Ursa Major (see Figure 1.9). Mizar, the brighter of the two stars, is itself a visual binary composed of Mizar A and Mizar B. Both Mizar A and B are themselves spectroscopic binaries. In 1997, astronomers were able to resolve the two stars in the Mizar A binary system by interferometric measurements. Alcor is also an astrometric binary. It has been suggested that the Alcor and Mizar systems might be gravitationally bound to one another. If confirmed, this would make this also a sextuplet system.



Dvojhvězda Mizar, Alcor

Mizar and Alcor: These two stars are very close to one another in the handle of Ursa Major (see Figure 1.9). Mizar, the brighter of the two stars, is itself a visual binary composed of Mizar A and Mizar B. Both Mizar A and B are themselves spectroscopic binaries. In 1997, astronomers were able to resolve the two stars in the Mizar A binary system by interferometric measurements. Alcor is also an astrometric binary. It has been suggested that the Alcor and Mizar systems might be gravitationally bound to one another. If confirmed, this would make this also a sextuplet system.



Spektroskopické dvojhvězdy

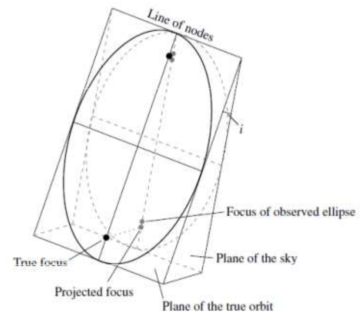
Projevují se dopplerovským posuvem čar ve spektrech nebo překrytím dvou různých spekter obou složek.

Velmi důležité z astrofyzikálního hlediska, často se jedná o těsné dvojhvězdy. Oběžné doby jsou několik dnů, hodin.

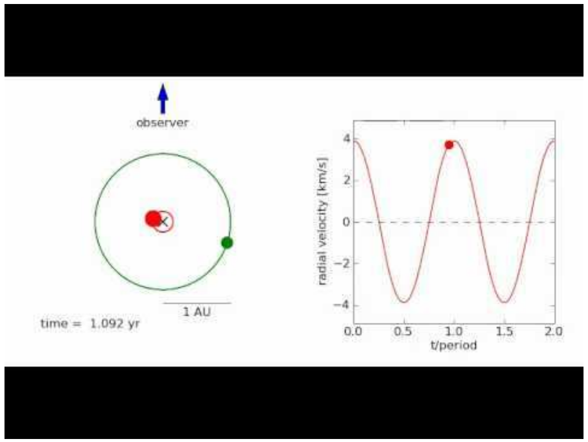
Přibližně 20 – 30 % všech pozorovaných hvězd jsou spektroskopické.

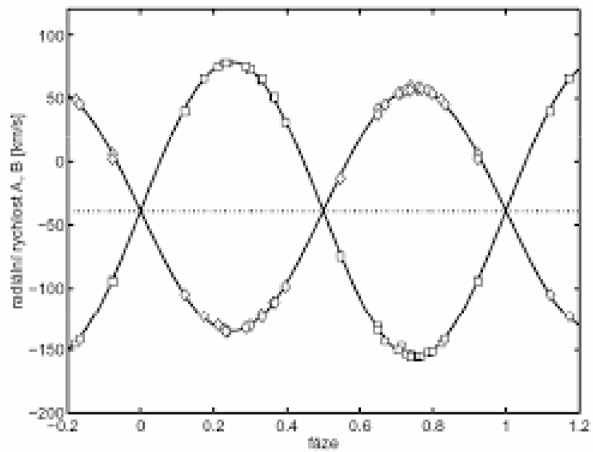
Posuv $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ ukazuje velikost oběžné rychlosti v

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} = \frac{v \sin i}{c}$$

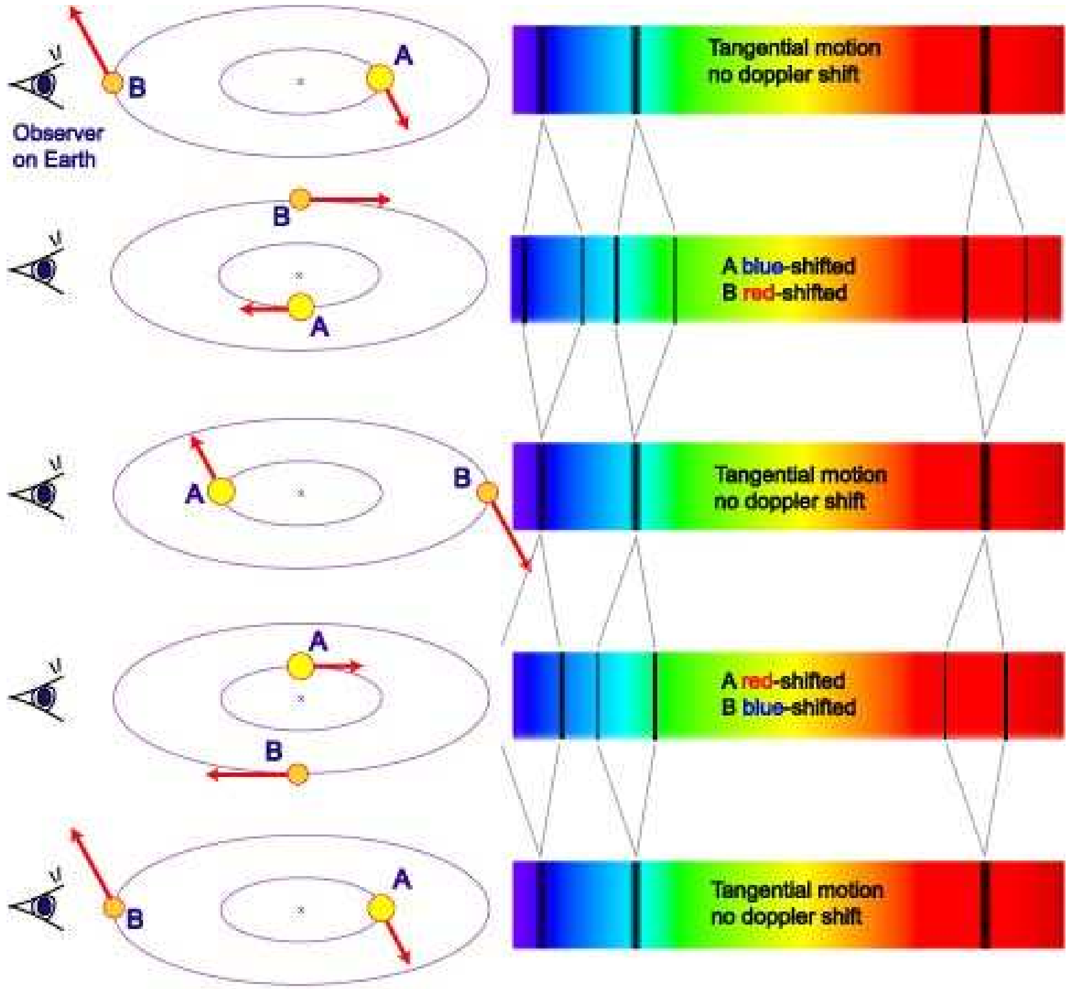


kde i je sklon dráhy oběžné roviny. Z výsledku pozorování, změny radiální rychlosti, se sestrojují křivky radiálních rychlostí systému.





Spektroskopické dvojhvězdy



A Spectroscopic Binary System

High-mass star A and lower-mass B orbit around a common centre of mass. The observed combined spectrum shows periodic splitting and shifting of spectral lines. The amount of shift is a function of the alignment of the system relative to us and the orbital speed of the stars.

Spektroskopické dvojhvězdy

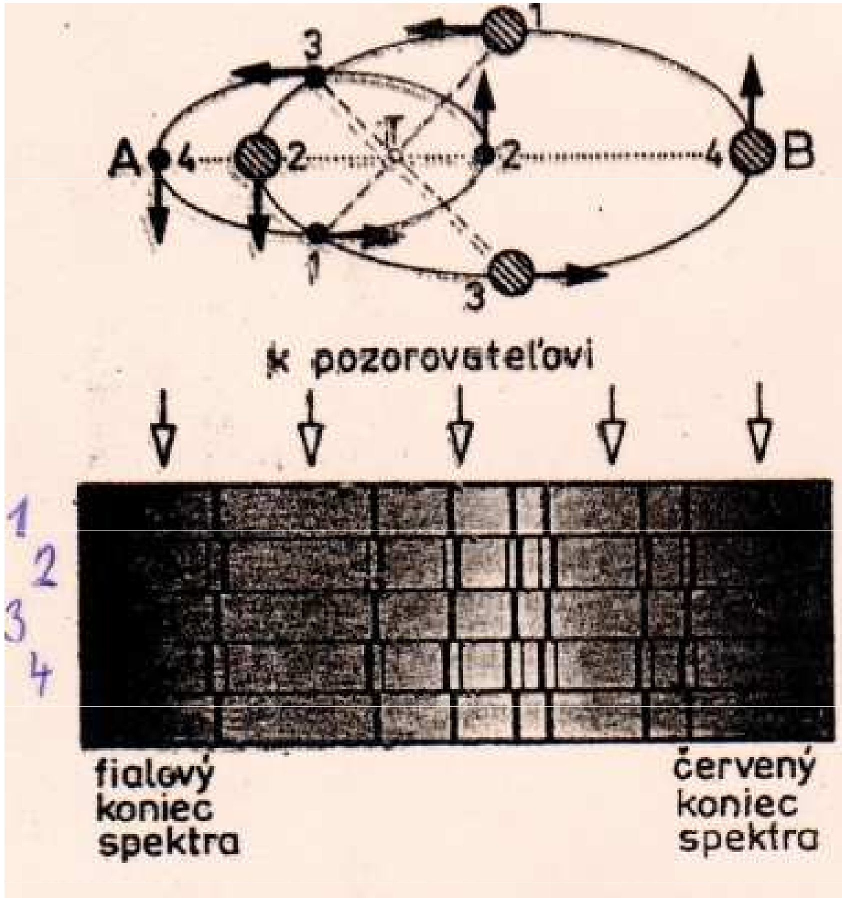
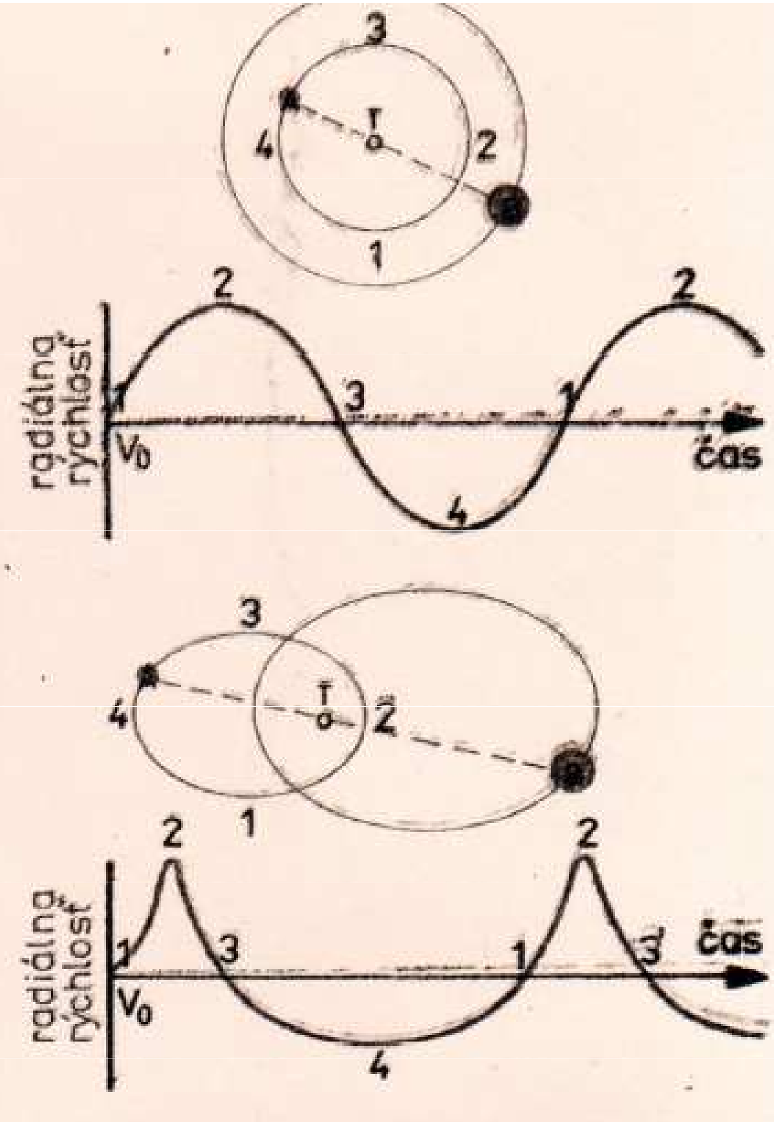


Schéma vzniku periodického posunu spektrálnych čiar spektroskopickej dvojhviezdy. V polohách 1 a 3 sa obidve zložky dvojhviezdy (A a B) pri svojom obehu okolo spoločného ťažiska (T) pohybujú kolmo k pozorovateľovi, preto ich čiary neovplyvňuje Dopplerov jav. V polohe 2 jasnejšia zložka A sa od pozorovateľa vzďaľuje a slabšia zložka B sa k nemu približuje; spektrálne čiary zložky A (hrubšie čiary) sú preto posunuté k červenému koncu spektra, čiary zložky B k fialovému koncu spektra. V polohe 4 sa k pozorovateľovi približuje jasnejšia zložka A, jej čiary sú posunuté k fialovému koncu spektra; zložka B sa vtedy od neho vzďaľuje, jej čiary sú preto posunuté k červenému koncu spektra



Krivky radiálnej rýchlosti spektroskopickej dvojhviezdy s kruhovou dráhou (obr. hore) a s veľmi excentrickou dráhou (obr. dole). Priebeh krivky pri excentrických dráhach závisí aj od orientácie roviny dráh vzhľadom na pozorovateľa, a preto môže byť odlišný od uvedeného grafu

Spektroskopické dvojhvězdy

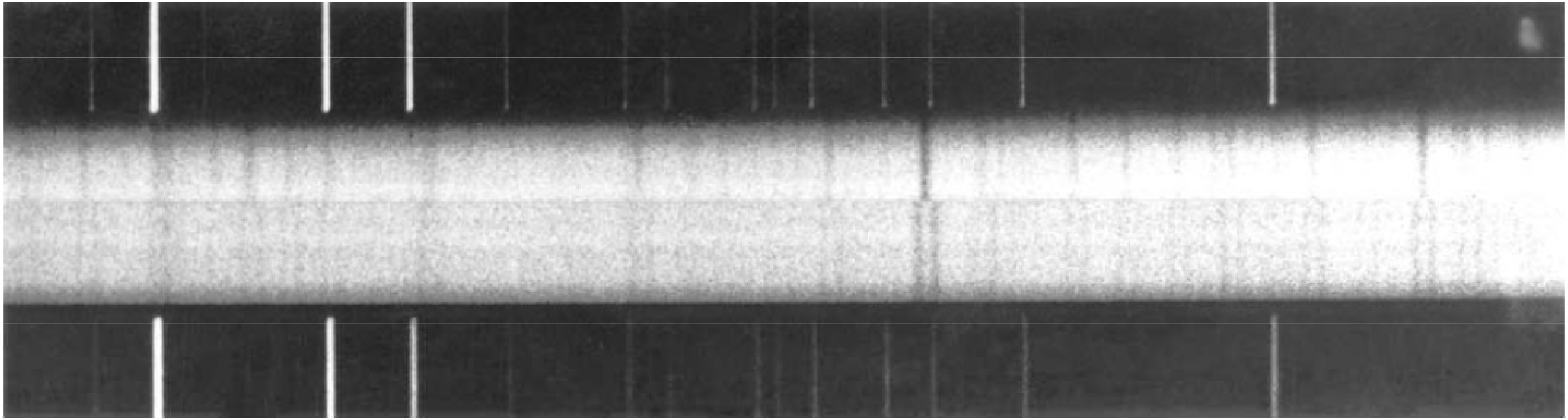
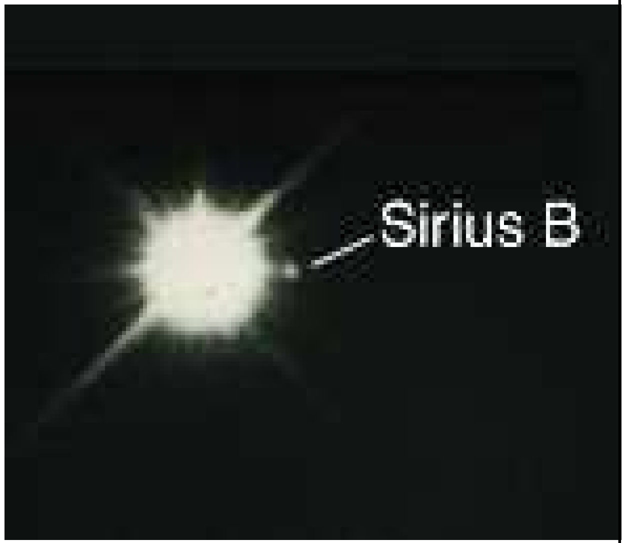


Fig. 9.5. Spectrum of the spectroscopic binary κ Arietis. In the upper spectrum the spectral lines are single, in the lower one doubled. (Lick Observatory)

Exercise 9.3 The distance of Barnard's star is 1.83 pc and mass 0.135 $M_\odot$. It has been suggested that it oscillates with an amplitude of 0.026″ in 25 year periods. Assuming this oscillation is caused by a planet, find the mass and radius of the orbit of this planet.

Paradox Síria





Co je podivné na dvojhvězdě Sirius A a B?

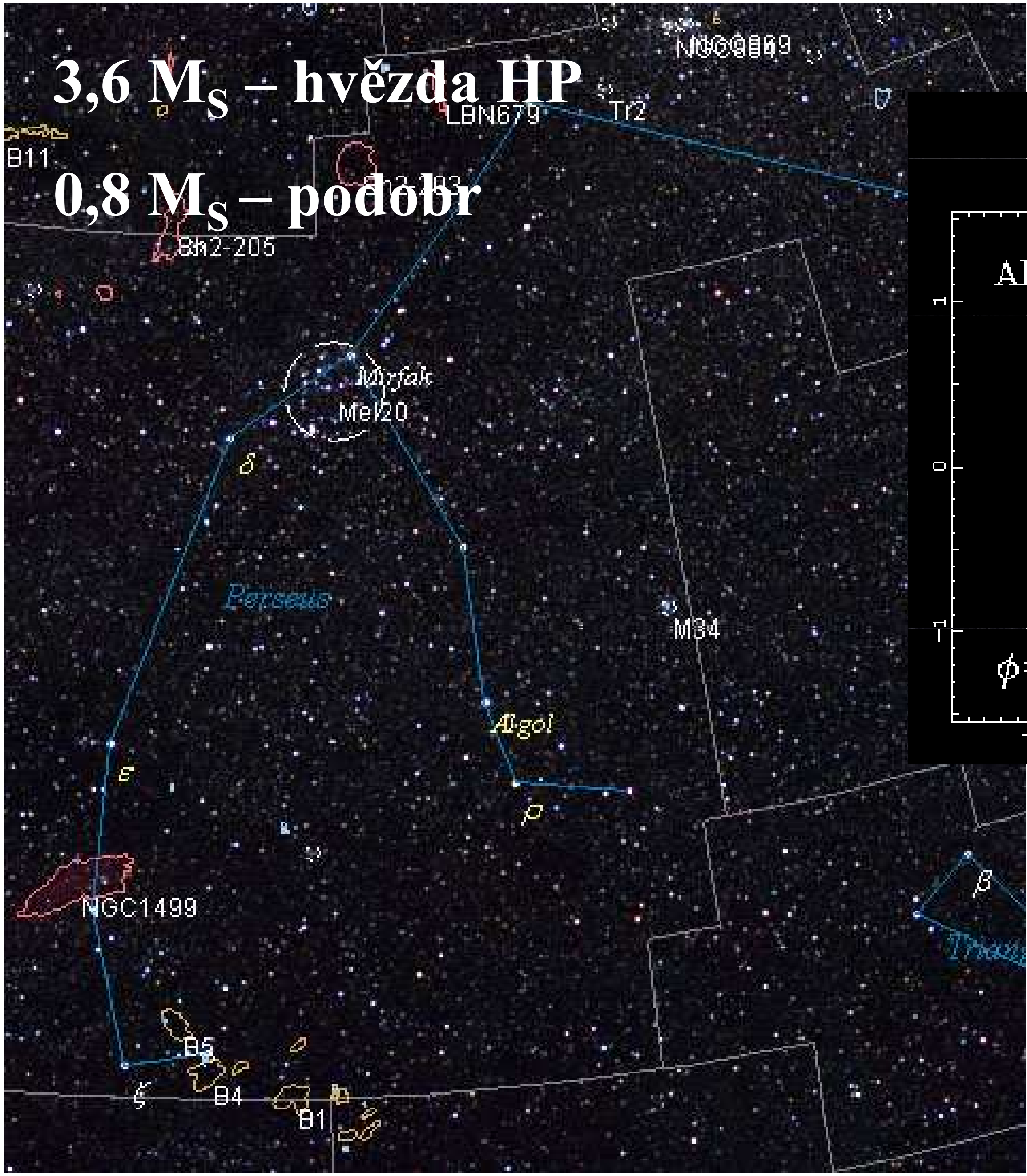
Sírius A – 2 M_S - hvězda hlavní posloupnosti

Sírius B – 1 M_S - b.t. závěrečné stadium vývoje

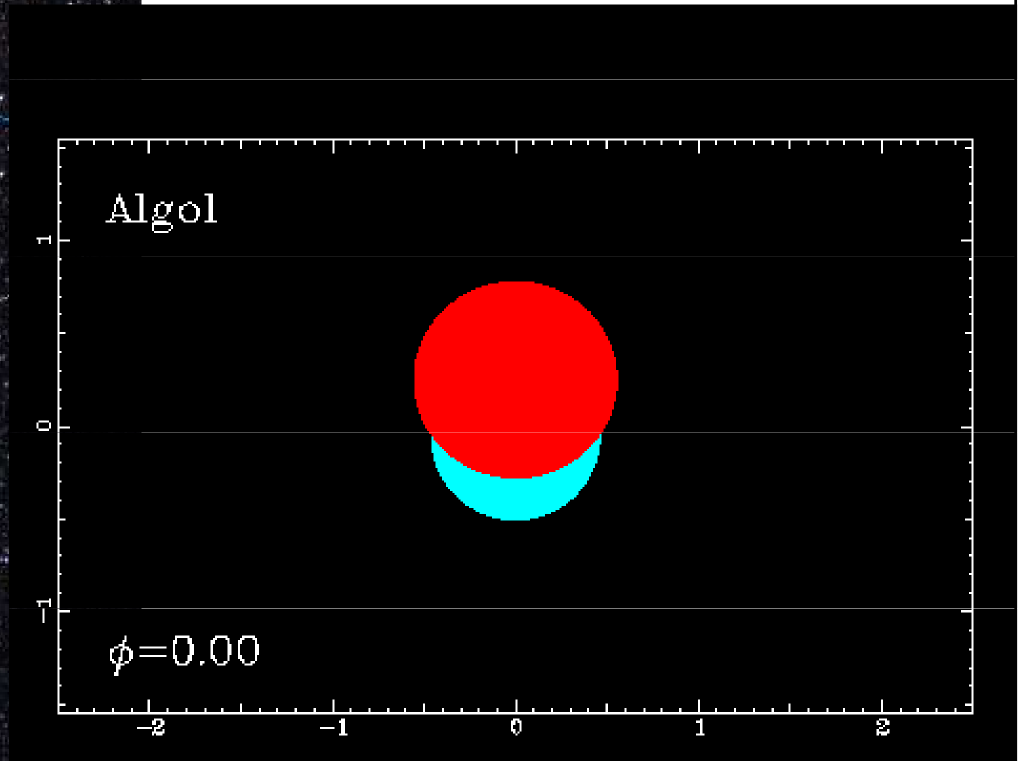
Paradox Algola

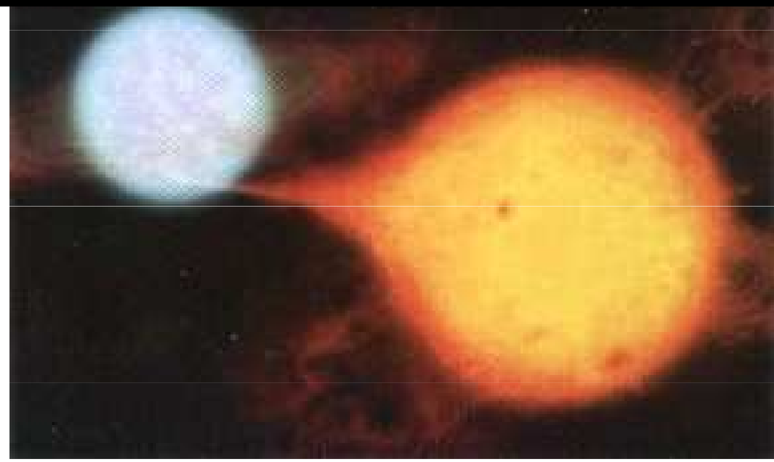
$3{,}6\ M_S$ – hvězda HP

$0{,}8\ M_S$ – podobr



Algol – démon pouště





Těsné dvojhvězdy

6. VÝVOJ HVĚZD V TĚSNÝCH DVOJHVĚZDÁCH

V předchozích kapitolách bylo pojednáváno o vývoji jednotlivých hvězd. Přibližně polovina všech hvězd hlavní posloupnosti však patří k násobným hvězdným soustavám. Pro horní část hlavní posloupnosti, která obsahuje hvězdy s velkými hmotnostmi a vysokými povrchovými teplotami, je podíl hvězd obsažených ve dvojhvězdách a vícenásobných hvězdách až 70 %.

Dále se proto budeme zabývat problematikou vývoje hvězd ve dvojhvězdách, speciálně v těsných dvojhvězdách, kde se jednotlivé hvězdy mohou při vývoji vzájemně ovlivňovat. Těsné dvojhvězdy lze definovat jako soustavu dvou hvězd, které obíhají po keplerovských drahách kolem společného hmotného středu. Složky se ovlivňují gravitačním působením (slapy), zářením, magnetickým polem a vzájemným přenosem hmoty.

Pro vývoj jednotlivých hvězd, jejichž hmotnost je během vývoje konstantní, platí, že čím větší je hmotnost, tím rychleji dochází k čerpání termonukleárních zdrojů a tím rychleji probíhá vývoj hvězd hlavní posloupnosti a přechod přes oblast obrů do závěrečných stádií vývoje. U některých těsných dvojhvězd však bylo zjištěno, že hvězda s větší hmotností se nachází na hlavní posloupnosti, zatímco hvězda s menší hmotností je již ve stádiu rudých obrů respektive veleobrů. Tento tzv. vývojový paradox dvojhvězd typu Algola lze vyložit následujícím způsobem.

Těsné dvojhvězdy

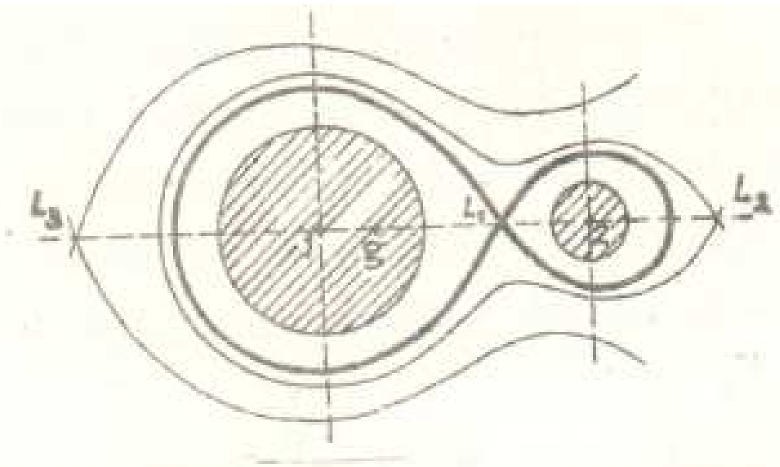
soustava Algola: 3,6 M_S, B 8 , 0,8 M_S , K 0

T = 2,857 dne

Obě složky těsné dvojhvězdy s velkou pravděpodobností vznikly současně, měly tedy původně stejné chemické složení. Fyzikální vlastnosti složek tak jsou určeny výhradně jejich hmotností. Na hlavní posloupnosti u obou hvězd proběhnou termonukleární reakce. Po vyčerpání podstatné části obsahu vodíku v centrální oblasti, když obsah vodíku klesne pod 5 %, nastává nestabilní vývojová etapa. Jádro se smršťuje a v důsledku zapálení vodíkové reakce ve slupkovém zdroji kolem jádra se začne zvětšovat poloměr a objem. U složky s větší hmotností, tudíž s rychlejším vývojem, tato vývojová etapa nastane dříve, v druhé složce rozpínání nastává později.

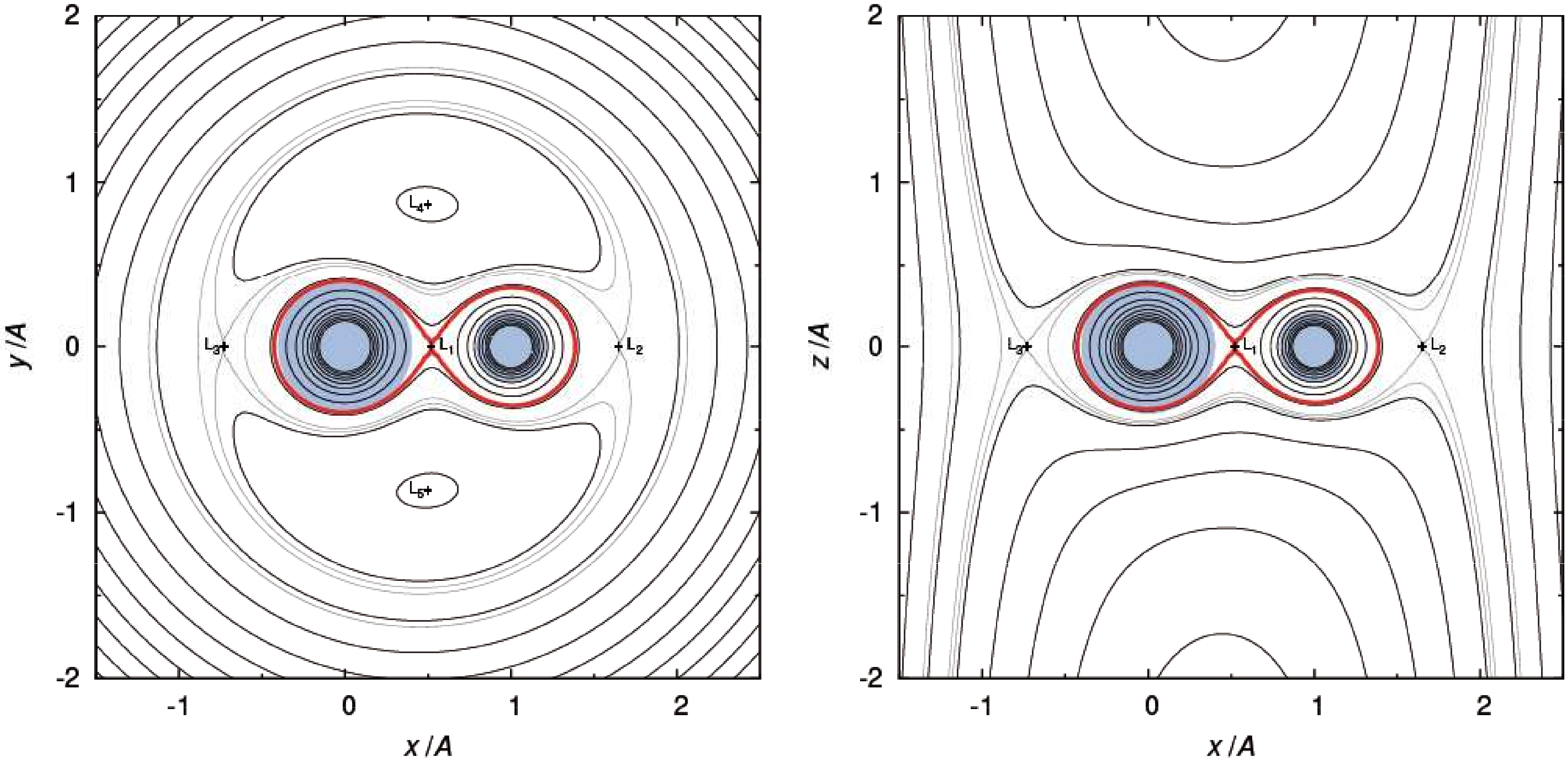
Těsné dvojhvězdy

Nyní přerušíme výklad vývoje těsné dvojhvězdy a popíšeme gravitační pole u těsných dvojhvězd, abychom mohli v dalším objasnit přenos hmoty mezi složkami. Využijeme obr. 24, který demonstruje řez ekvipotenciálními plochami Rocheova modelu dvojhvězdy. Hmotný střed soustavy je v bodě g, číslice 1 a 2 označují hmotné středy složek dvojhvězdy. L_1 respektive L_2, L_3 jsou Lagrangeovy vnitřní respektive vnější librační body. Kolem složek dvojhvězdy lze vést plochy, obsahující body se stejnou gravitační potenciální energií, označují tedy ekvipotenciální plochy obepínající obě složky dvojhvězdy pro různé energie. Speciální postavení má kritická plocha zvaná Rocheova mez, vyznačená na obrázku silnou čarou. Obě plochy se stýkají na spojnici hmotných středů složek, v Lagrangeově vnitřním bodě L_1. Rocheova mez je hranicí maximálních objemů



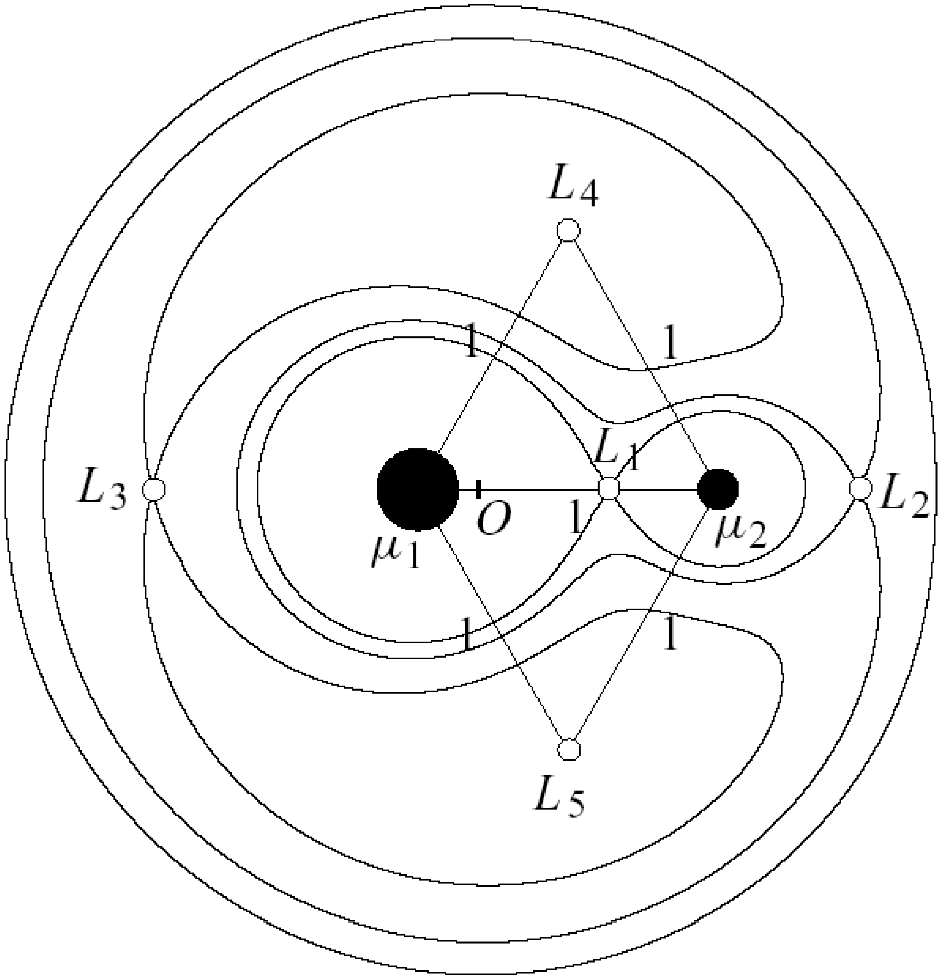
Obr. 24. Řez ekvipotenciálními plochami dvojhvězdy

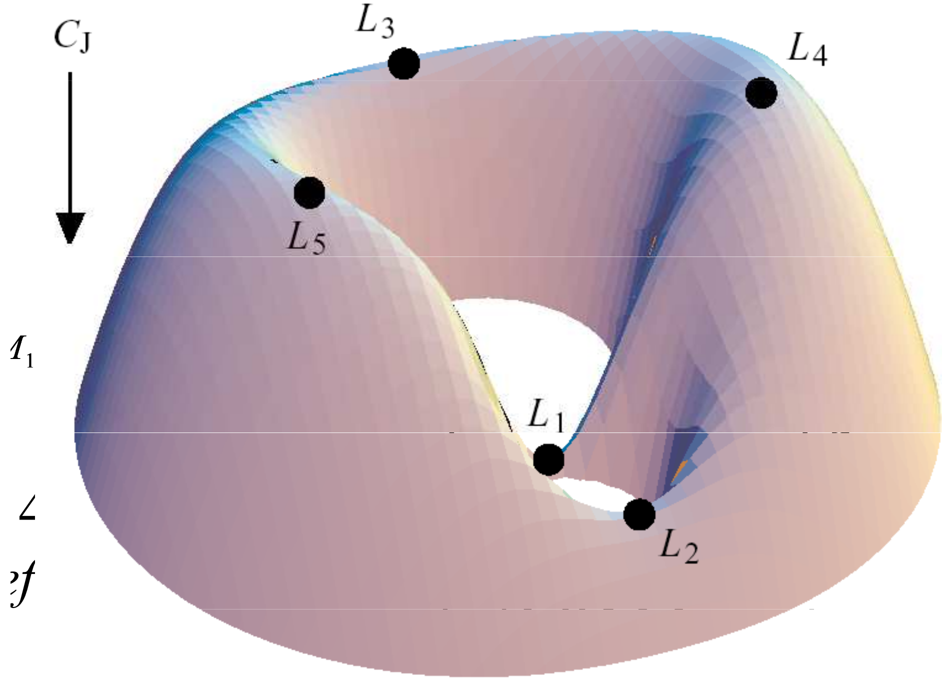
Rocheův model, Lagrangeovy body



Obrázek 13.2: Potenciál $\Omega(x, y, 0)$ a $\Omega(x, 0, z)$ pro dvojhvězdu s hmotnostmi $M_1 = 4{,}0\,M_\odot$, $M_2 = 3{,}2\,M_\odot$ ($q = 0{,}8$). Znázorněny jsou polohy Lagrangeových libračních bodů a kritická ekvipotenciála, při jejímž překročení by docházelo k přetoku hmoty. Naznačené jsou i kulové hvězdy, s poloměry R_1, R_2, jaké by měly na hlavní posloupnosti nulového věku (v čase $t = 0$). Ve skutečnosti by ovšem tvar povrchu hvězd nezůstal kulový, ale přizpůsobil by se určitým ekvipotenciálám.

Lagrangeovy body

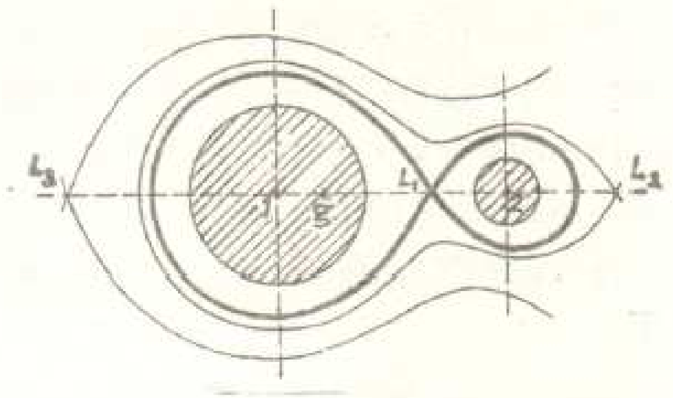




$$\mu_2 = 0.2$$

Těsné dvojhvězdy

obou složek, uvnitř kterých je každý element hmoty jednoznačně přiřazen k příslušné složce. Těsnou dvojhvězdu s hmotnostmi složek $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$ a poloměrem kruhové dráhy a lze popsat takto. Rocheova mez se skládá ze dvou uzavřených oblastí, obklopujících společný vnitřní Lagrangeův bod L_1. Poloměr každé z těchto oblastí lze přibližně vyjádřit vztahem



Obr. 24. Řez ekvipotenciálními plochami dvojhvězdy

$$\frac{r}{a} = 0{,}38 + 0{,}2 \log \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} , \qquad (6.1)$$

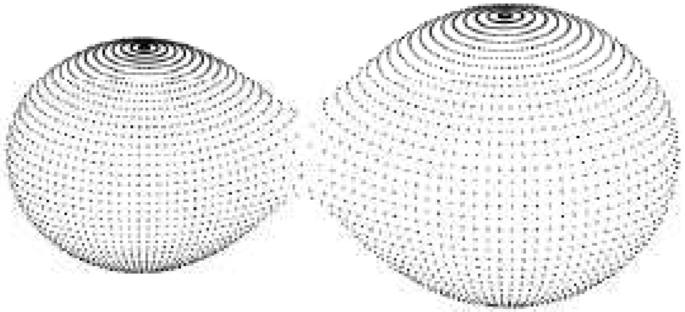
přičemž předpokládáme, že platí

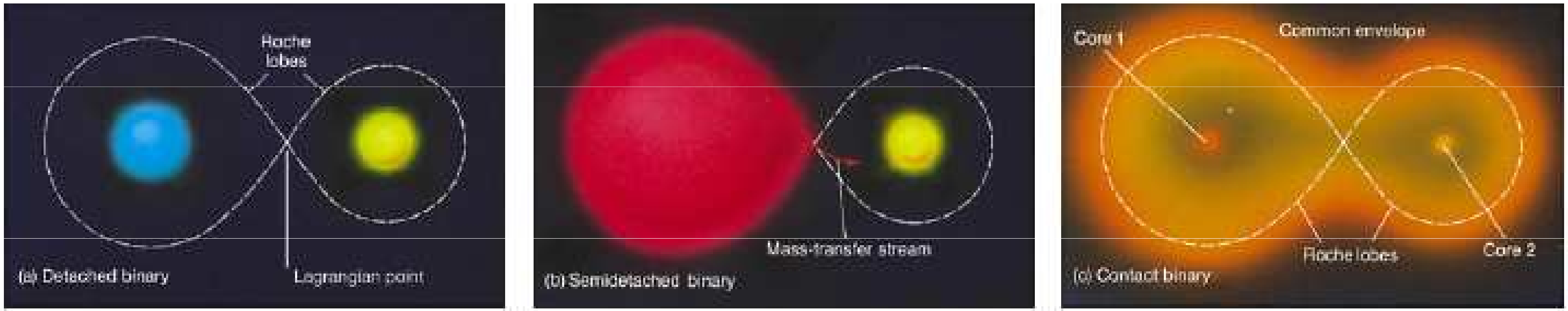
$$0{,}3 < \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} < 20. \qquad (6.2)$$

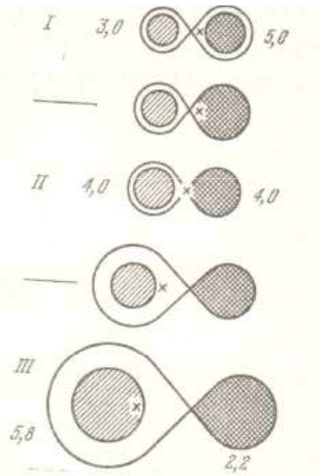
Těsné dvojhvězdy

podle konfigurace systému (Kuiper, Kopal)

- oddělené/detached
- polodotykové/semi-detached
- kontaktní/contact (overcontact)
- double-contact (Wilson)







Lagrangeův bod L2



Lagrangeovy body
Webbův kosmický dalekohled

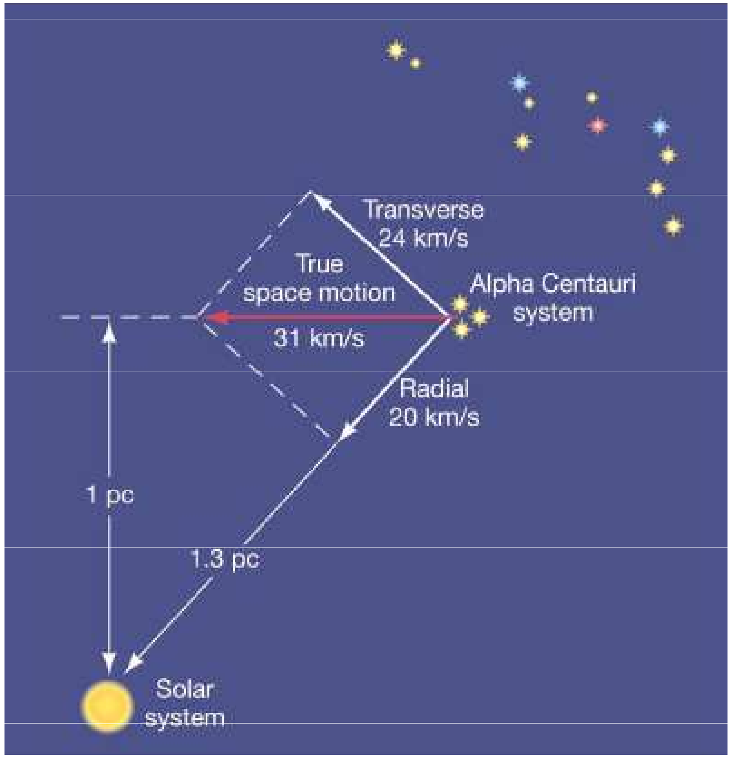
esa

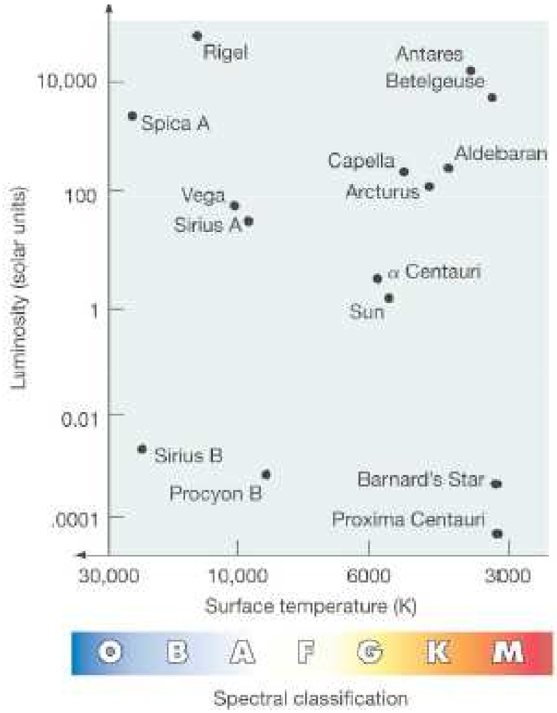
www.spacetelescope.org

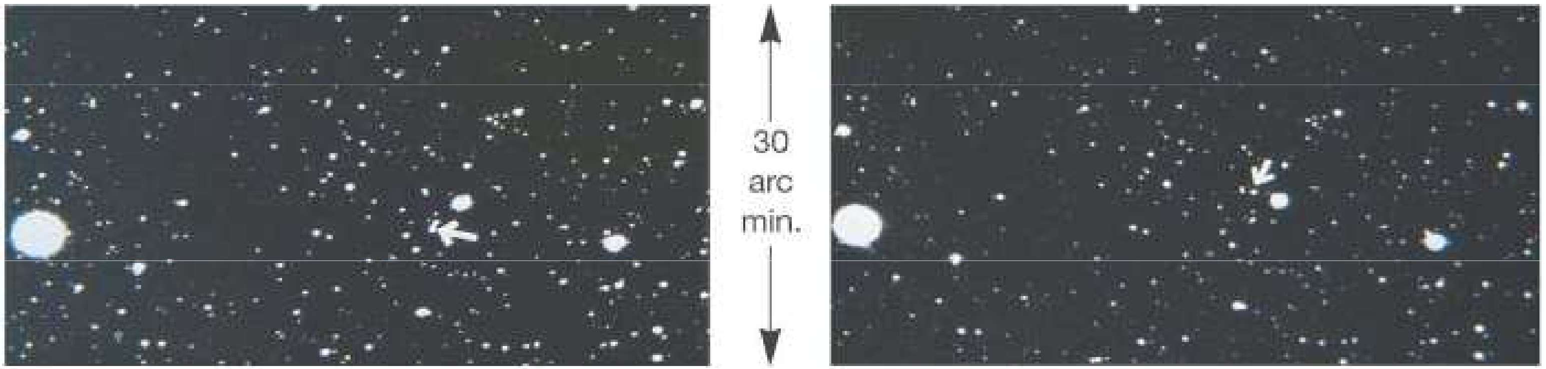
Těsné dvojhvězdy



Vlastní pohyb

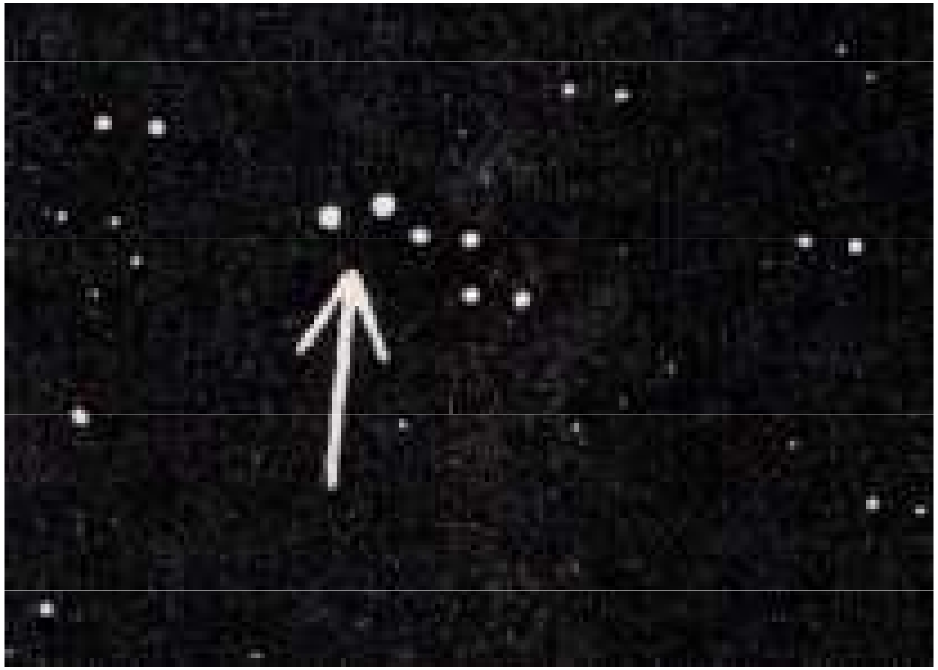


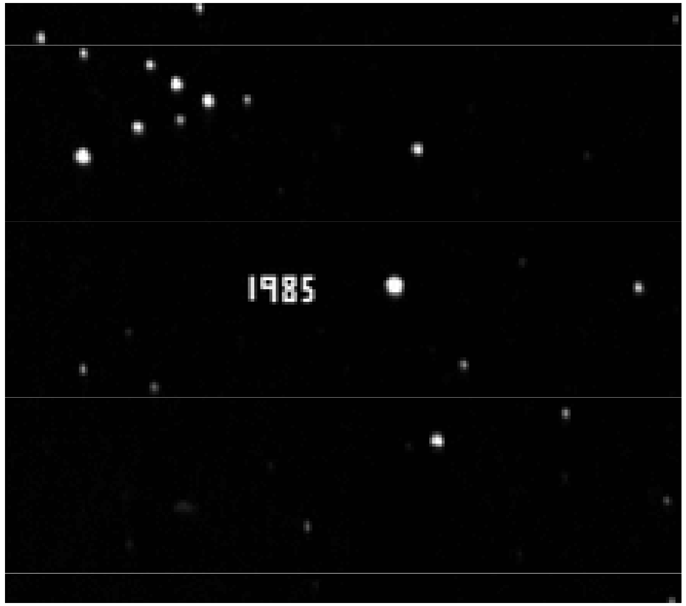




Barnardova hvězda – největší vlastní pohyb 10,34“

Vlastní pohyb

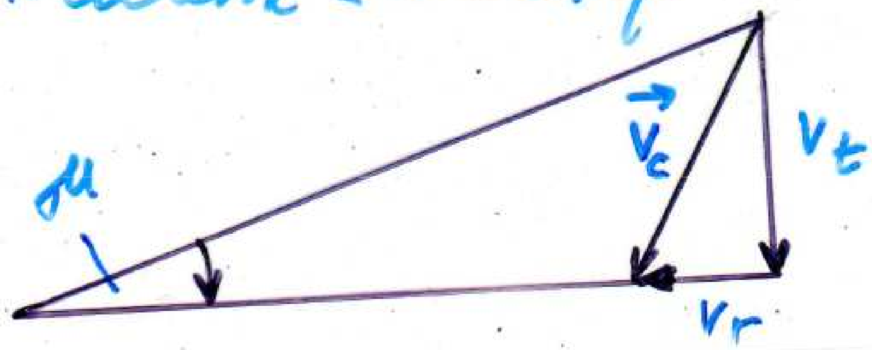


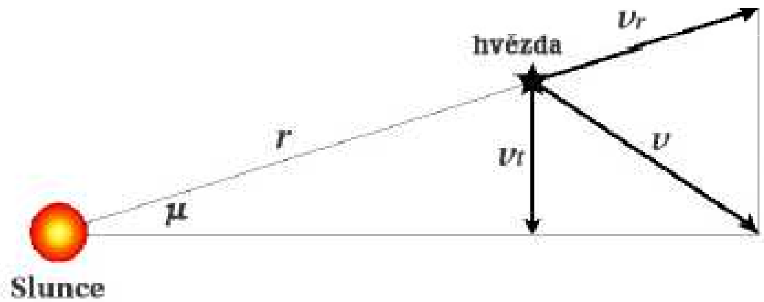


Barnardova hvězda, změna polohy za 11 měsíců

Vlastní pohyb

v_t ... tečná složka rychlosti
v_r ... radiální složka rychlosti
v_c ... celková složka rychlosti





změna polohy ... vlastní pohyb μ ''/rok

Radiální a tangenciální složka rychlosti

$$v_t = \frac{\mu}{\pi''} \frac{pc}{rok} = \frac{\mu}{\pi''} 4{,}74 \frac{km}{s}$$

$$v_r = c \frac{\lambda_p - \lambda_0}{\lambda_0} = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$\Delta\lambda > 0 \quad v_r > 0 \quad r \uparrow$

$\Delta\lambda < 0 \quad v_r < 0 \quad r \downarrow$

$$v_c = \sqrt{v_t^2 + v_r^2} = \sqrt{\left(4{,}74\frac{\mu}{\pi}\right)^2 + c^2\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2}$$

Hvězdné soustavy

Star Clusters

Open (or Disk):
$N_\star \sim 10^2 - 10^3$
Ages ~ $10^7 - 10^9$ yr

Globular:
$N_\star \sim 10^4 - 10^7$
Ages ~ 10 - 13 Gyr





- Great "laboratories" for stellar evolution and dynamics
- Dynamical and evolutionary time scales < or << Galaxy's age, and a broad range of evolutionary states is present

hybridní hvězdokupy

Hybridní hvězdokupa

NGC 6791 - jedna z nejstarších a největších známých otevřených hvězdokup

ale !

počet hvězd – tisíce, jenže starých 8 miliard let!
navíc s vysokým obsahem těžších prvků!

ale staré hvězdy by měly mít Z malé (v Galaxii se kovy hromadí jen pomalu)!

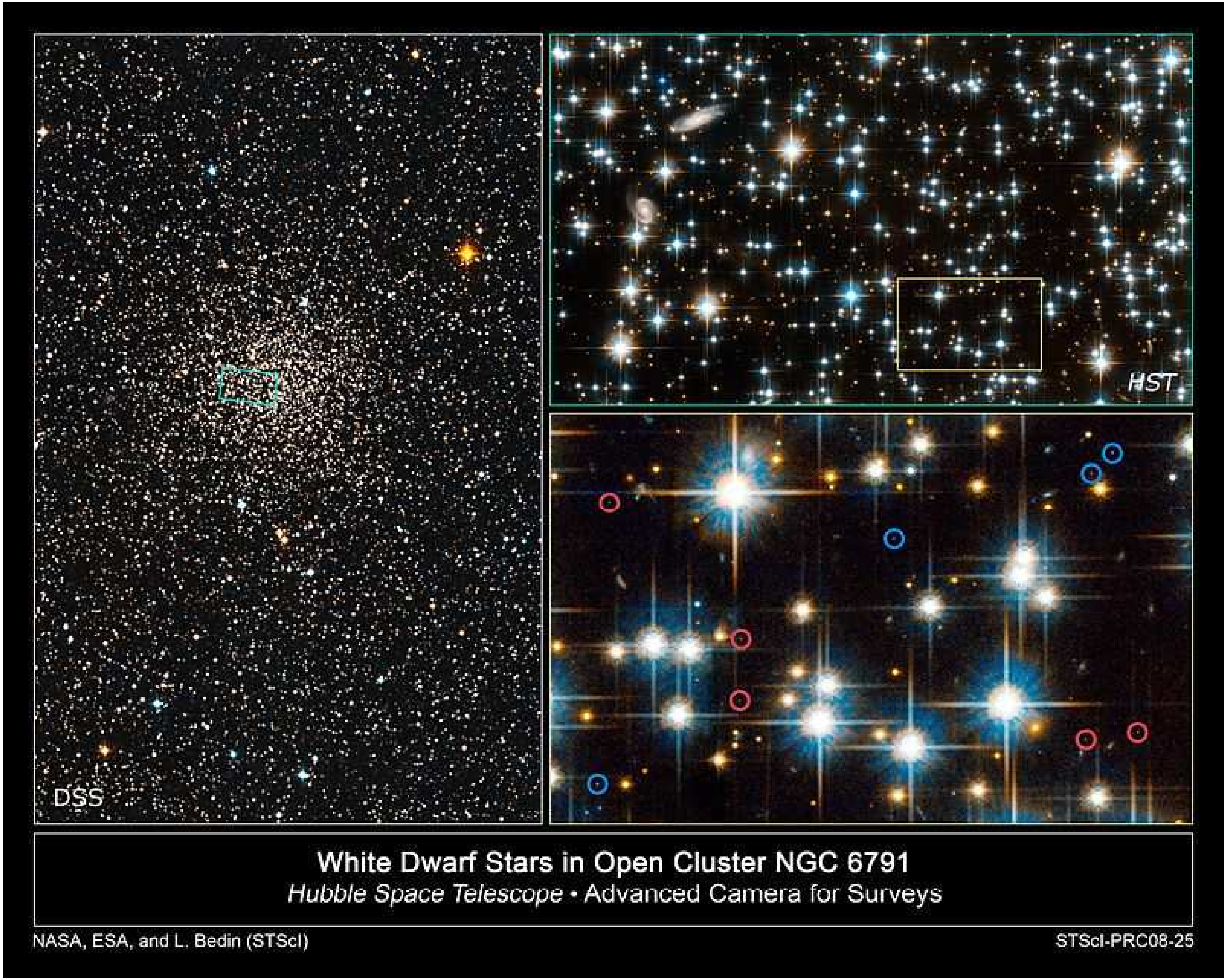
⇒ NGC 6791 jedna z nejstudovanějších hvězdokup

možné vysvětlení:
pochází ze středu Galaxie…

radiální migrace ?



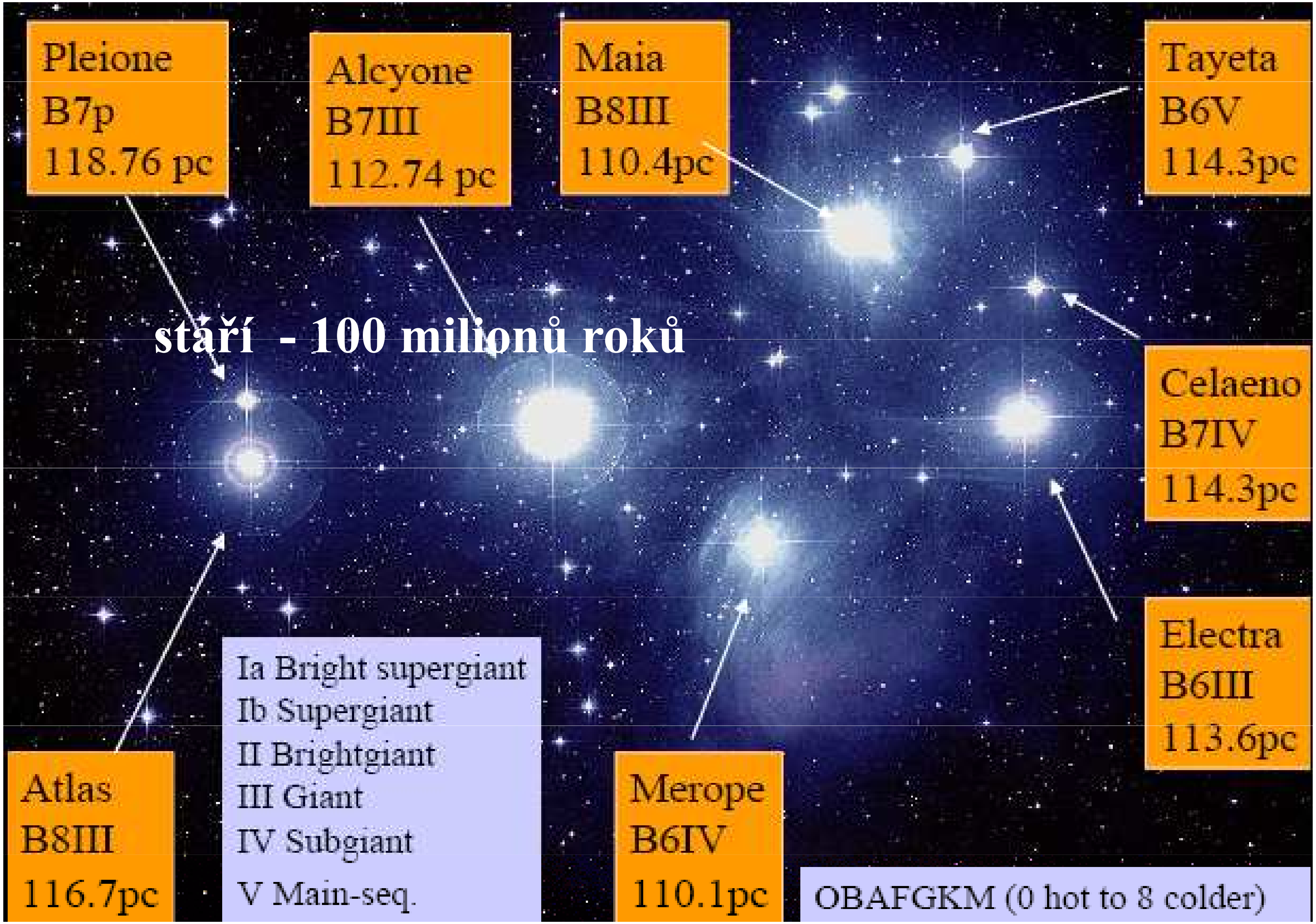
Hybridní hvězdokupa



Hvězdné soustavy - hvězdokupy



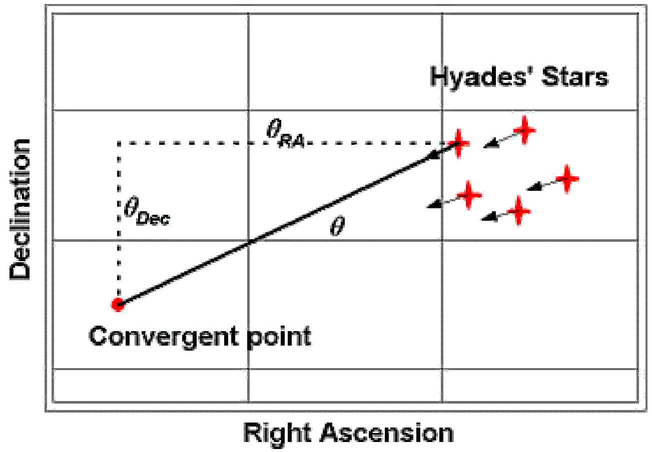
Hvězdokupa - Plejády



Otevřené hvězdokupy

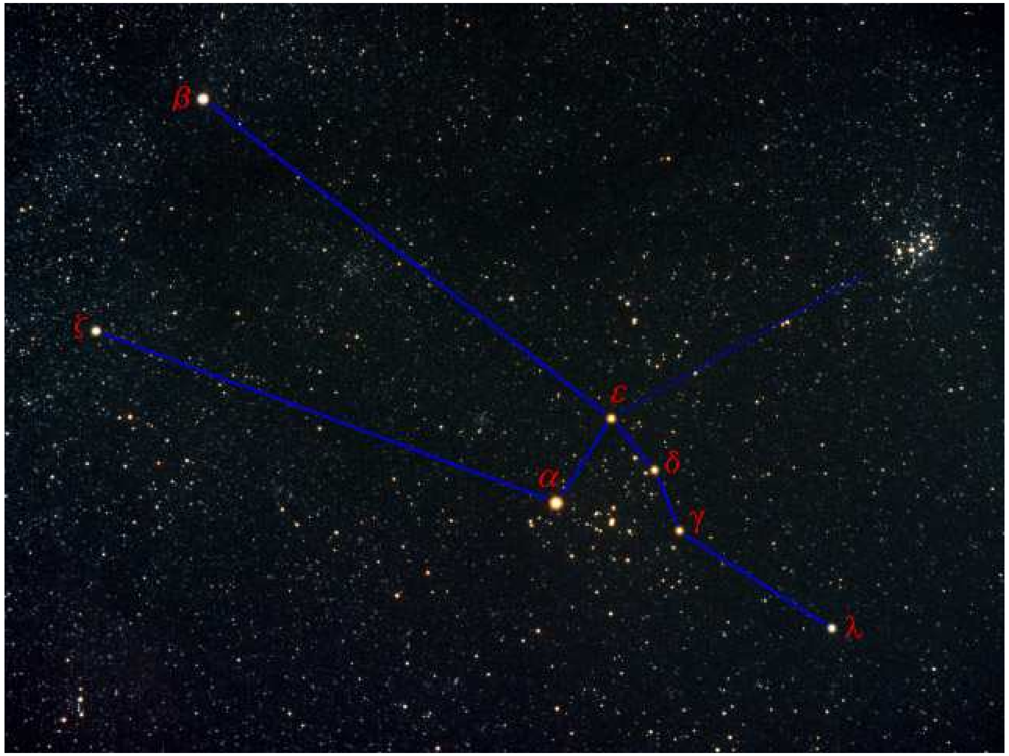
mají nepravidelný tvar a nepříliš výraznou koncentraci, jejich lineární rozměr činí 1 – 10 pc, obsahují stovky až tisíc hvězd, jsou soustředěny u galaktické roviny, tím více, čím jsou mladší (čím více je ve hvězdokupě hvězd raných spektrálních typů), mladé hvězdokupy obsahují hvězdy typů O - B, nacházejí se ve spirálních ramenech Galaxie, mezihvězdný plyn a prach se pozoruje zejména v mladých hvězdokupách, postupně dochází k pozvolnému rozpadu – vypařování hvězdokup, hvězdy získají únikovou rychlost, stáří dosahuje **10^8 – 10^9 roků**, zvláštním typem jsou tzv. **hvězdokupy pohybové,** skupiny hvězd se pohybují stejným směrem a stejnou rychlostí, některé otevřené hvězdokupy jako např. Plejády či Hyády jsou současně pohybovými, platí vztah $W_k + W_p < 0$





Otevřené hvězdokupy

souhvězdí Býka



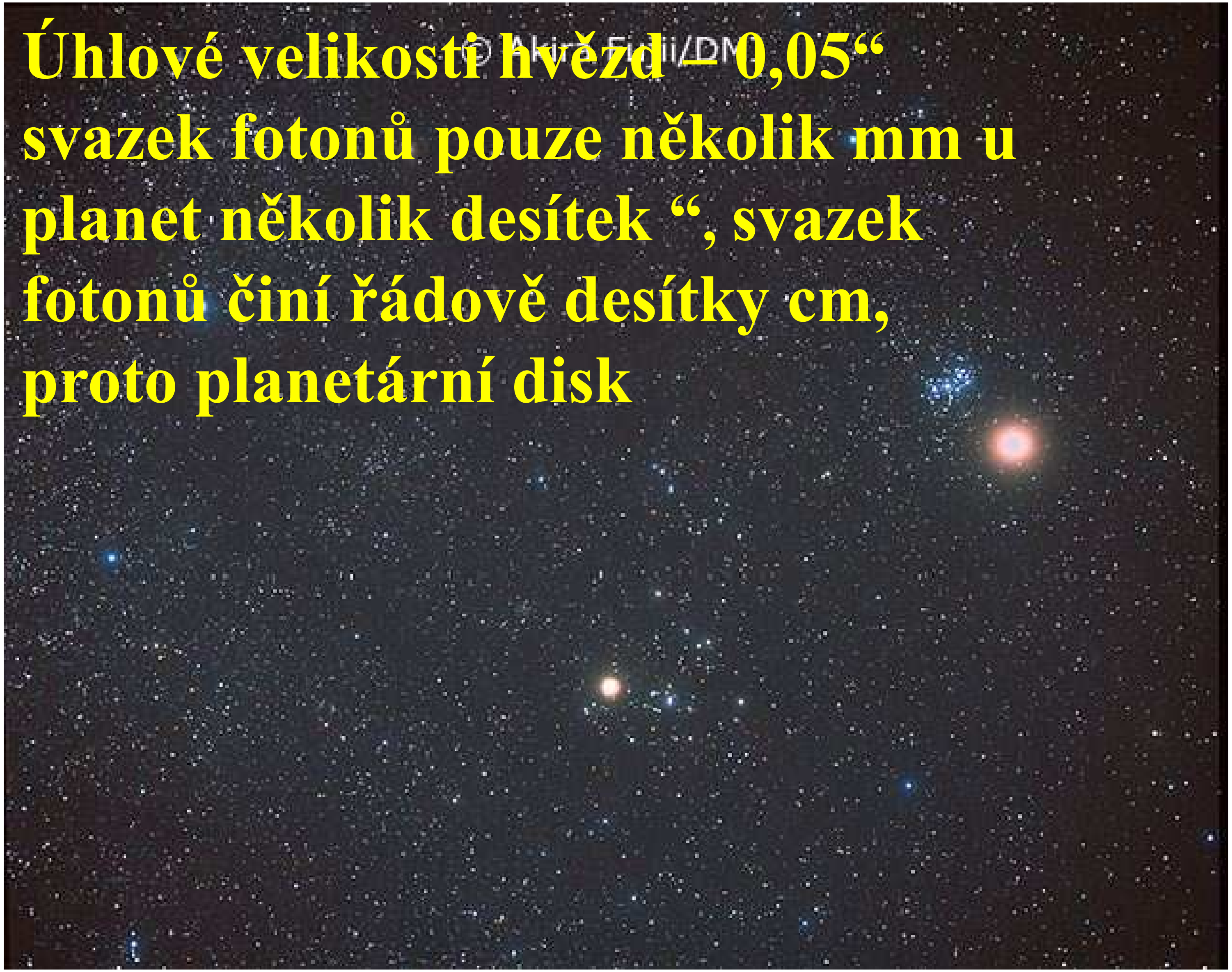
Plejády



Hyády



Otevřené hvězdokupy Hyády, Plejády a Mars

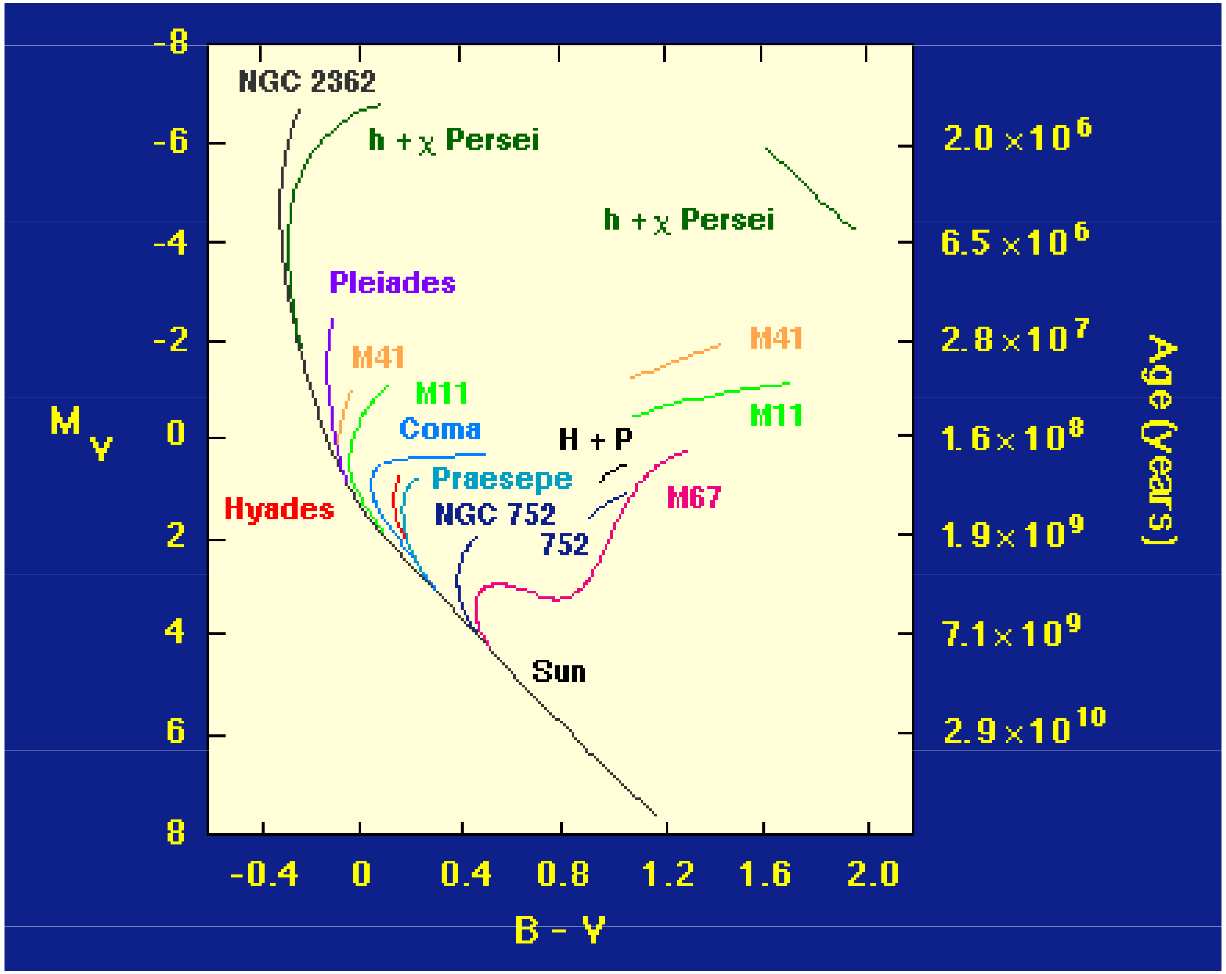


Úhlové velikosti hvězd – 0,05“ svazek fotonů pouze několik mm u planet několik desítek “, svazek fotonů činí řádově desítky cm, proto planetární disk

Otevřené hvězdokupy M 46, M 47 v souhvězdí Lodní záď



Souhrnný H-R diagram otevřených hvězdokup



Hvězdokupy, viriálová věta

Pro soustavy, kterými se zabýváme v článku, jsou dominující síly gravitační, působící v závislosti $F \sim r^{-2}$; index n je roven -2 a viriálová věta má tvar

$$\langle W_k \rangle = -\tfrac{1}{2}\langle W_p \rangle .$$

Tedy celková kinetická energie soustavy je rovna polovině záporně vzaté celkové potenciální energie soustavy.

Pak platí viriálová věta, jejíž aplikace umožňuje určit velikost únikové rychlosti hvězd z hvězdokupy a celkovou hmotnost hvězdokupy.

Kinetická energie otevřené hvězdokupy je dána vztahem $W_k = \frac{1}{2}M\langle v^2 \rangle$, potenciální energie lze vyjádřit vztahem $W_p = -\frac{1}{2}\varkappa M^2/R$, kde R je tzv. efektivní poloměr, který je přibližně roven poloměru hvězdokupy. Podle viriálové věty platí

$$\tfrac{1}{2}M\langle v^2 \rangle = \frac{1}{4}\frac{\varkappa M^2}{R} . \tag{4}$$

Odtud vyplývá podmínka pro střední kvadratickou rychlost pohybu hvězd, jestliže má být hvězdokupa stabilní soustavou

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{\varkappa M}{R}} . \tag{5}$$

Vyjádříme-li celkovou hmotnost hvězdokupy M v jednotkách hmotnosti Slunce ($M_S = 1{,}99 \,.\, 10^{30}$ kg) a poloměr hvězdokupy v jednotkách parsek (1 pc = $3{,}08 \,.\, 10^{16}$ m), pak je maximální možná rychlost hvězdy, při které ještě zůstává v hvězdokupě, vyjádřena z rovnice (5) podle [2], [3] ve tvaru

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = 0{,}0463 \sqrt{\frac{M}{R}} \quad [\mathrm{km\,s^{-1}}] .$$

Podle zákona rozdělení rychlostí existují hvězdy s rychlostmi menšími i většími, než je střední rychlost. Jestliže velikost rychlosti pohybu hvězdy překročí velikost maximální rychlosti, pak může hvězda opustit gravitační pole hvězdokupy a tímto procesem hvězdokupy ztrácejí velmi pomalu hvězdy.

Otevřené hvězdokupy, viriálová věta

Úpravou rovnice (4) obdržíme vztah pro celkovou hmotnost hvězdokupy

$$M = 2R\,\frac{\langle v^2\rangle}{\varkappa}, \tag{6}$$

kterou lze určit z observačně určených hodnot parametrů R a $\langle v^2\rangle$. Pro názornou představu uvádíme tento příklad: Ve vymezené oblasti prostoru hvězdokupy o poloměru $R = 5$ pc je střední rychlost pohybu hvězd vzhledem k inerciálnímu systému spojenému s hmotným středem hvězdokupy $= 2\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Celková hmotnost hvězdokupy určená z rovnice (6) je přibližně 10 000 M_S.

viriálová hmotnost,
vyšší než určovaná jiným metodami poměr ***M/L***

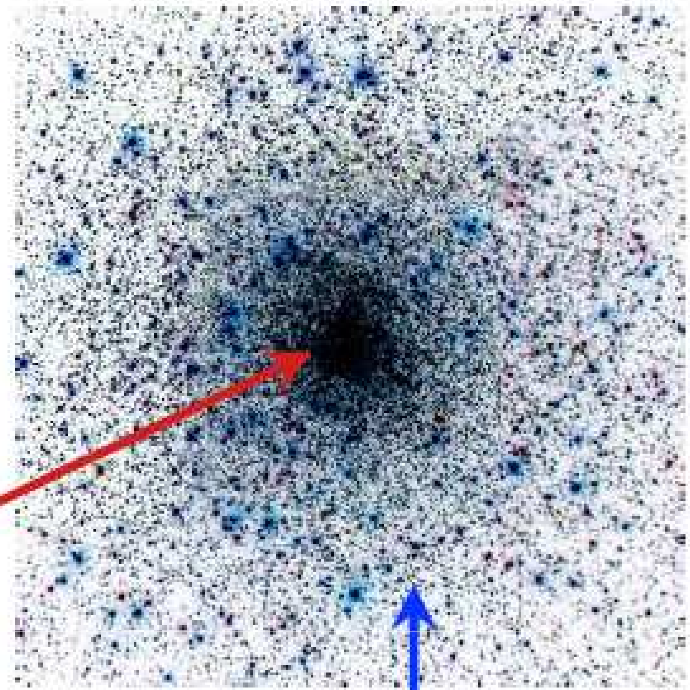
Odhadněte hmotnost hvězdokupy Plejády z viriálové věty, za předpokladu že její průměr činí asi 2,5 pc a střední rychlost hvězd dosahuje 2 km/s vzhledem ke hmotnému středu hvězdokupy.

Dynamický vývoj hvězdokup

1. **Internal processes:**
   - ***Dynamical relaxation***: stars exchange energies in 2-body interactions, over a relaxation time

     Stars in the core have lower energies and sink to the bottom of the potential well

   - Core collapse, or gravothermal instability



Stars with higher energies can reach large radii

2. **External processes:**
   - Tidal shocks and evaporation

Dynamický vývoj hvězdokup

relaxační čas

Jestliže je rovnováha hvězdokupy narušena vypuzením hvězdy, k opětovnému ustavení rovnováhy je potřebný tzv. *relaxační čas*. Za tuto dobu se celková změna kinetické energie soustavy vyrovná původní kinetické energii hvězd. Celkové množství kinetické energie, které si hvězdy následně mezi sebou předají při vzájemných interakcích za dobu Δt, je rovno $\Sigma\Delta E_k^2$. Relaxační čas pak může sloužit jako měřítko doby existence hvězdokup, protože s rostoucí velikostí hvězdokup roste i celková kinetická energie hvězd E_k^2 a tím i relaxační čas T_{rel} podle vztahu [6, s. 400]:

$$T_{rel} = \Delta t \frac{E_k^2}{\Sigma\Delta E_k^2}. \qquad (1.10)$$

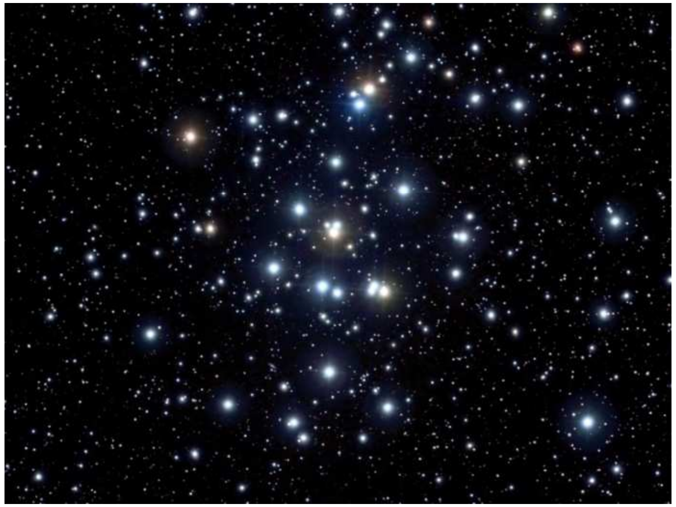
Otevřené hvězdokupy

NGC 6913





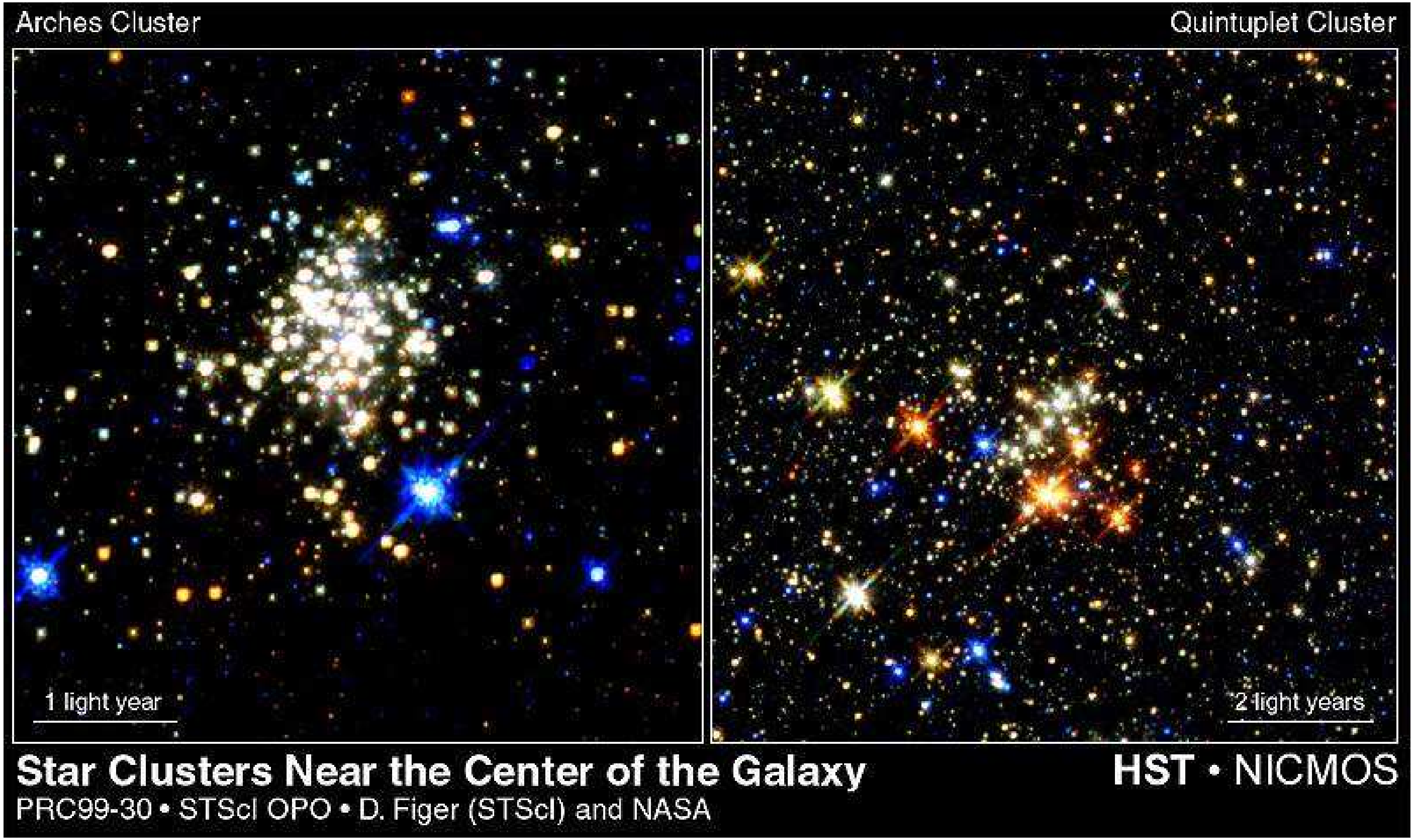
M11 (Wild Duck Cluster)



Kulová hvězdokupa M 30

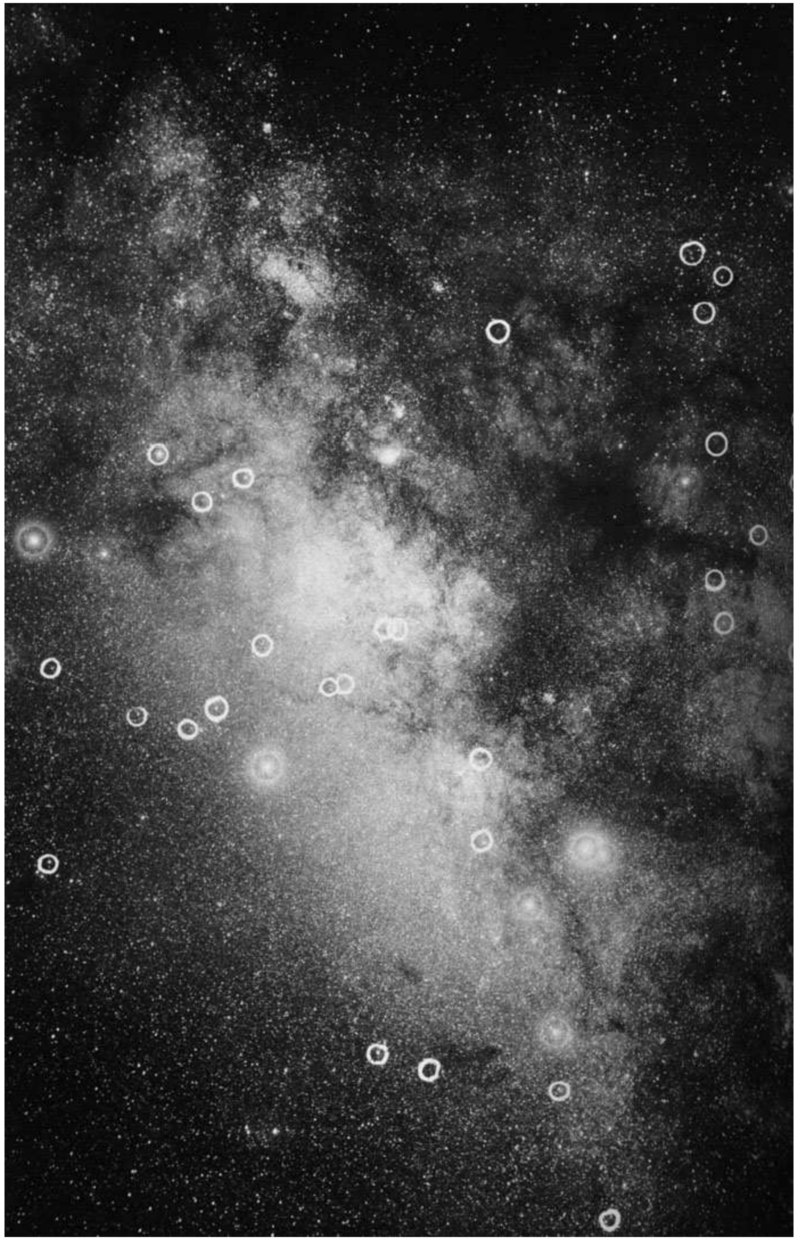


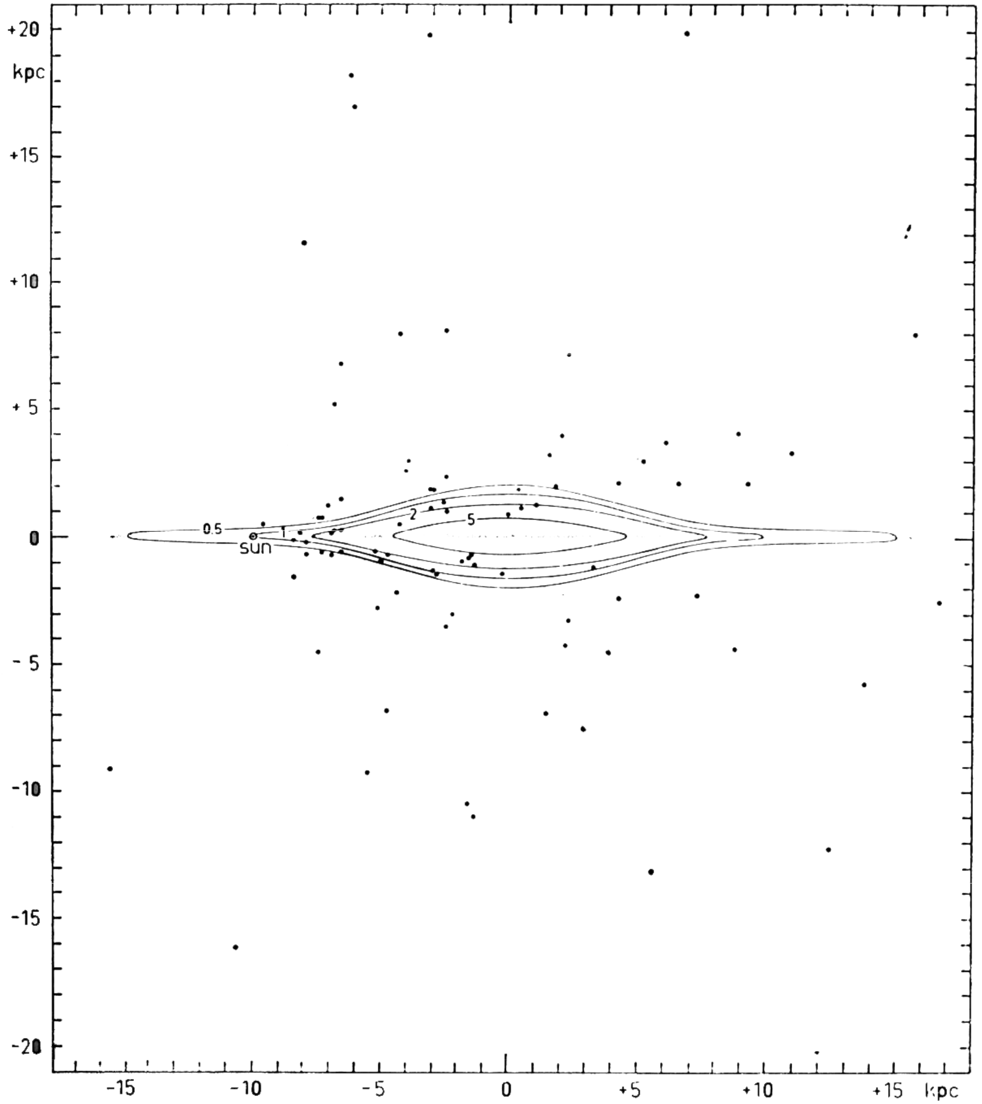
Hvězdokupy v blízkosti středu Galaxie



mladá hustá hvězdokupa Arches (oblouky), 25 pc od černé díry

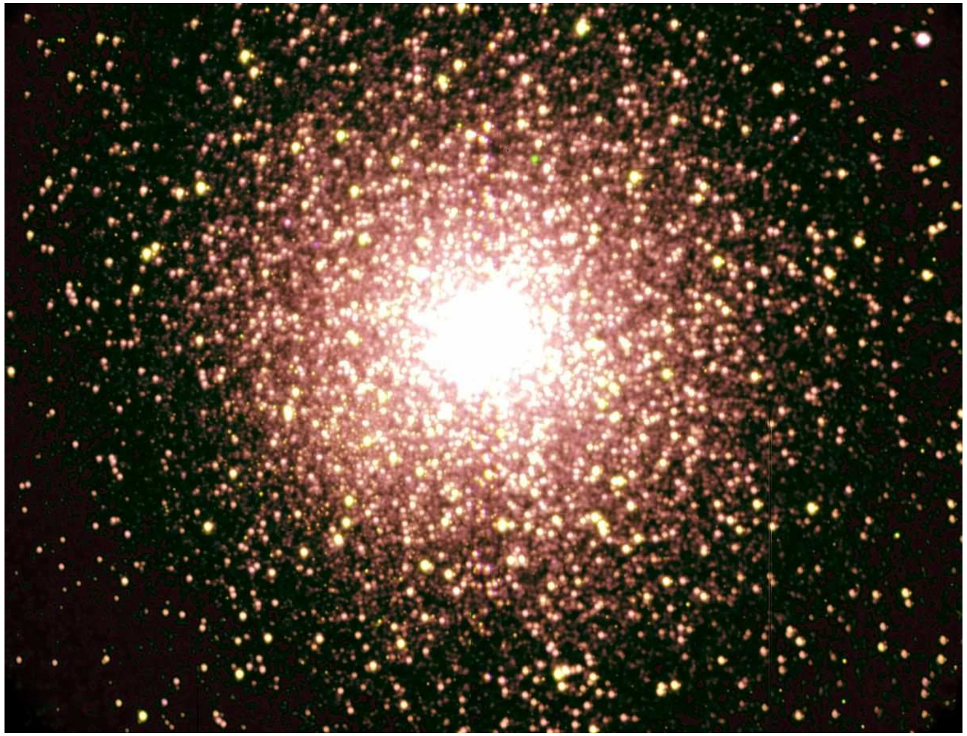
Kulové hvězdokupy v směru do středu Galaxie





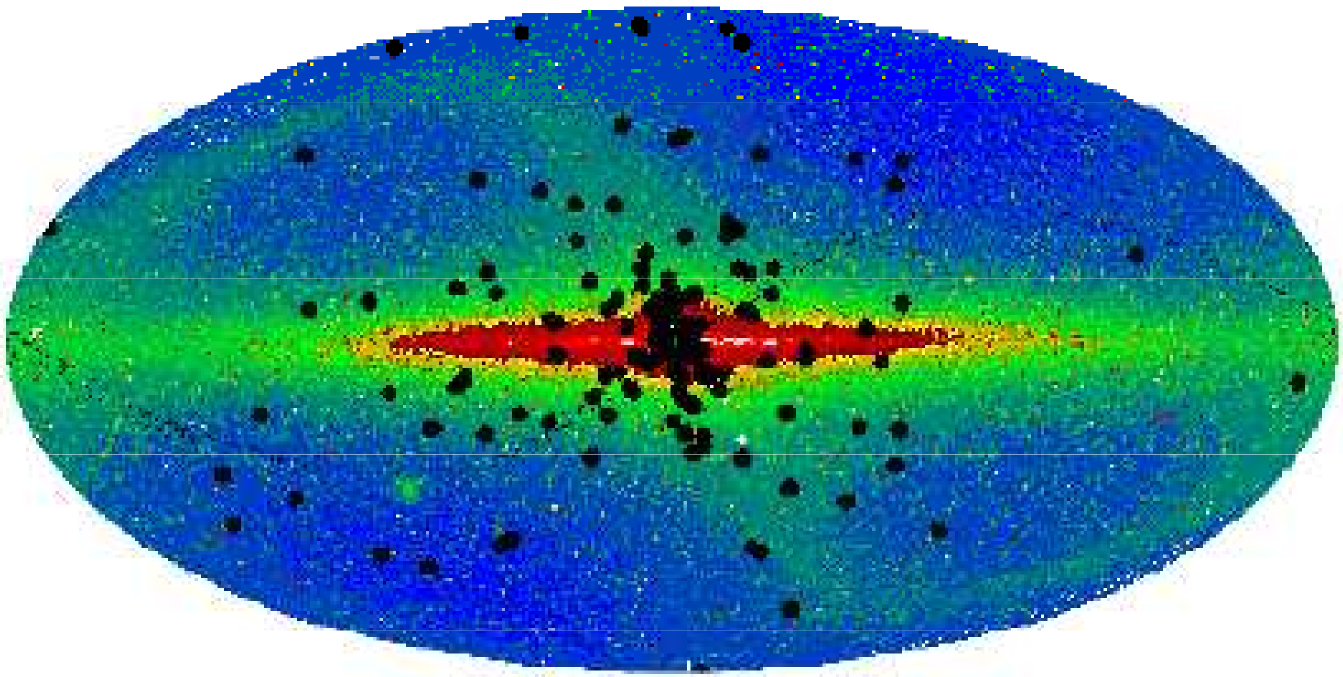
Kulové hvězdokupy

jsou sféricky symetrické objekty obsahující desetitisíce až miliony hvězd, mají v průměru 20 – 100 pc, jejich hustota je velmi vysoká v centrálních oblastech nelze rozlišit jednotlivé hvězdy, jsou velmi stabilní, doba existence deset miliard roků, přísluší galaktickému halu, vytvářejí kulový podsystém v Galaxii, jsou tvořeny starými hvězdami galaktické **II populace,** nejjasnějšími hvězdami – červenými obry, jejich vzdálenost určujeme pomocí cefeid RR Lyrae, jde o nejvzdálenější objekty v Galaxii, vznikly v prvotní fázi vývoje Galaxie, počet 140 - 200



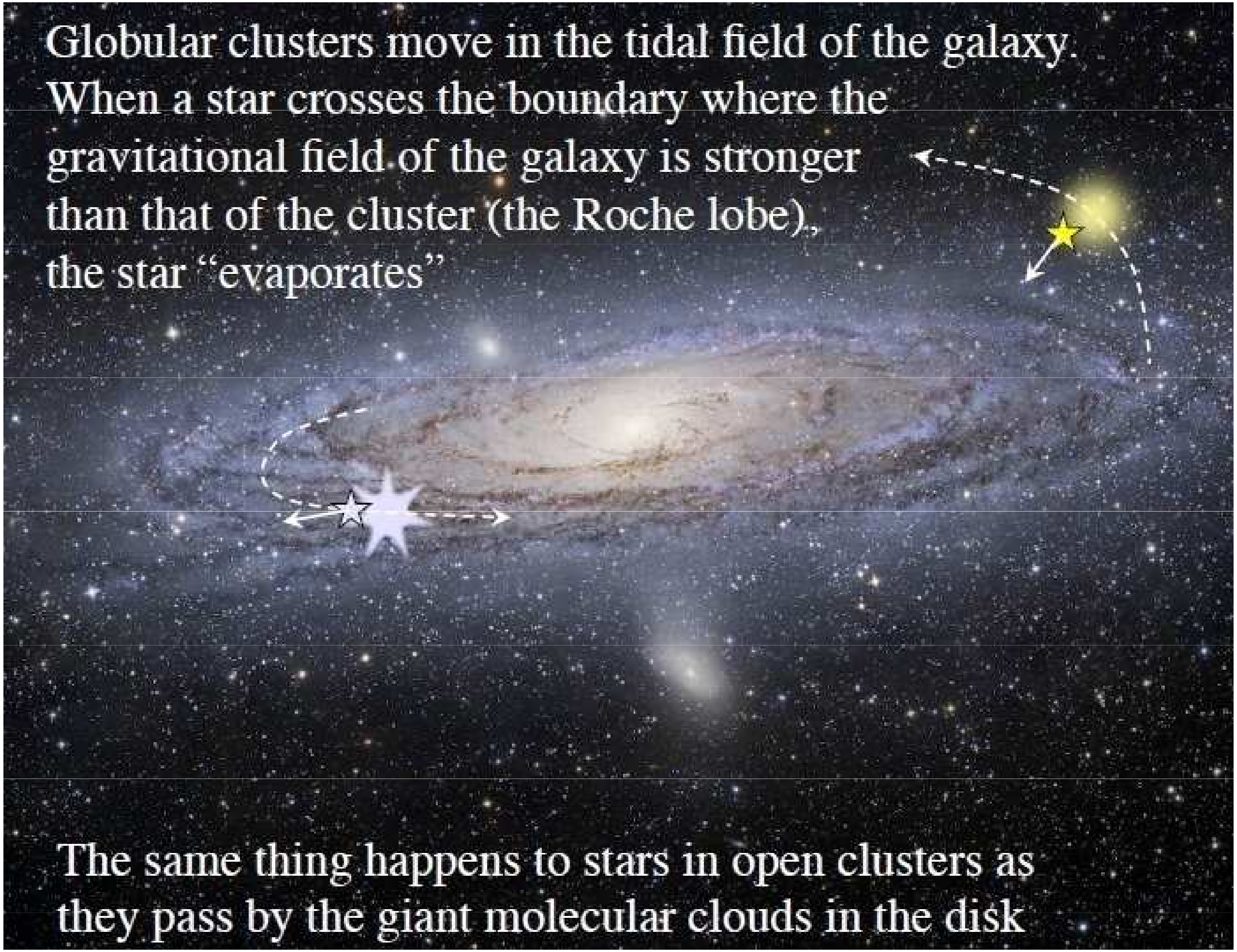
$$W_k + W_p < 0$$

Rozložení kulových hvězdokup

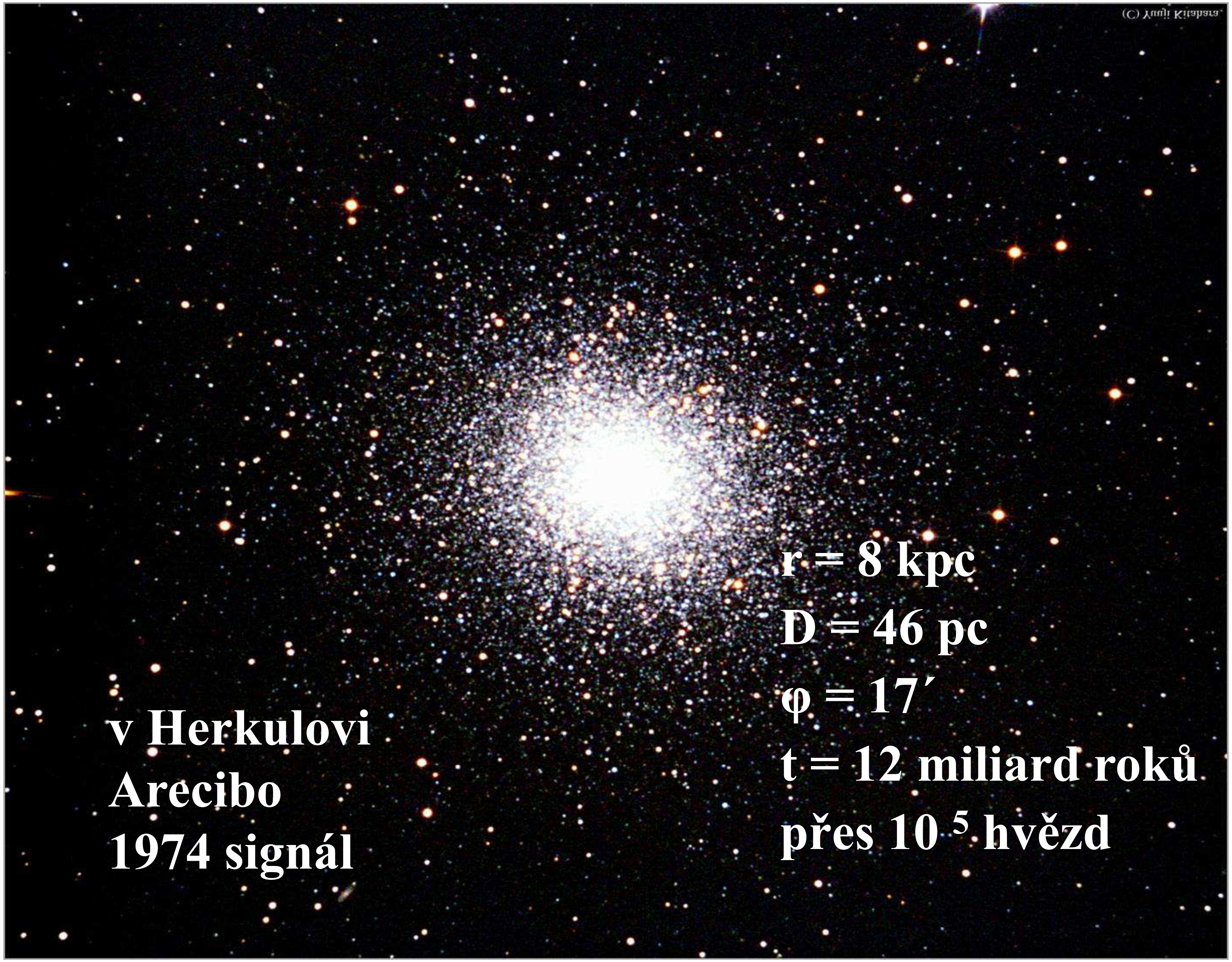


kulové hvězdokupy v naší Galaxii; pozadí COBE

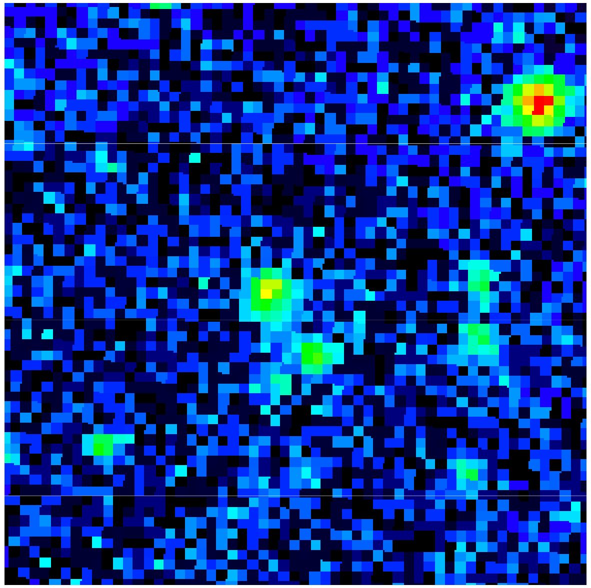
Kulové hvězdokupy

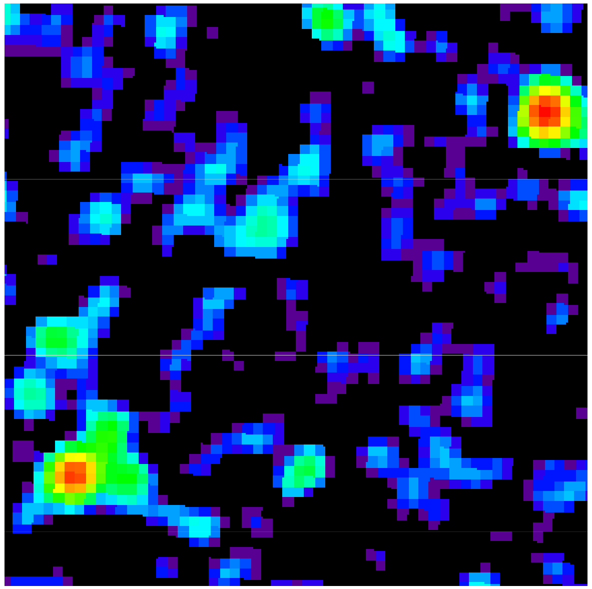


Kulová hvězdokupa M13

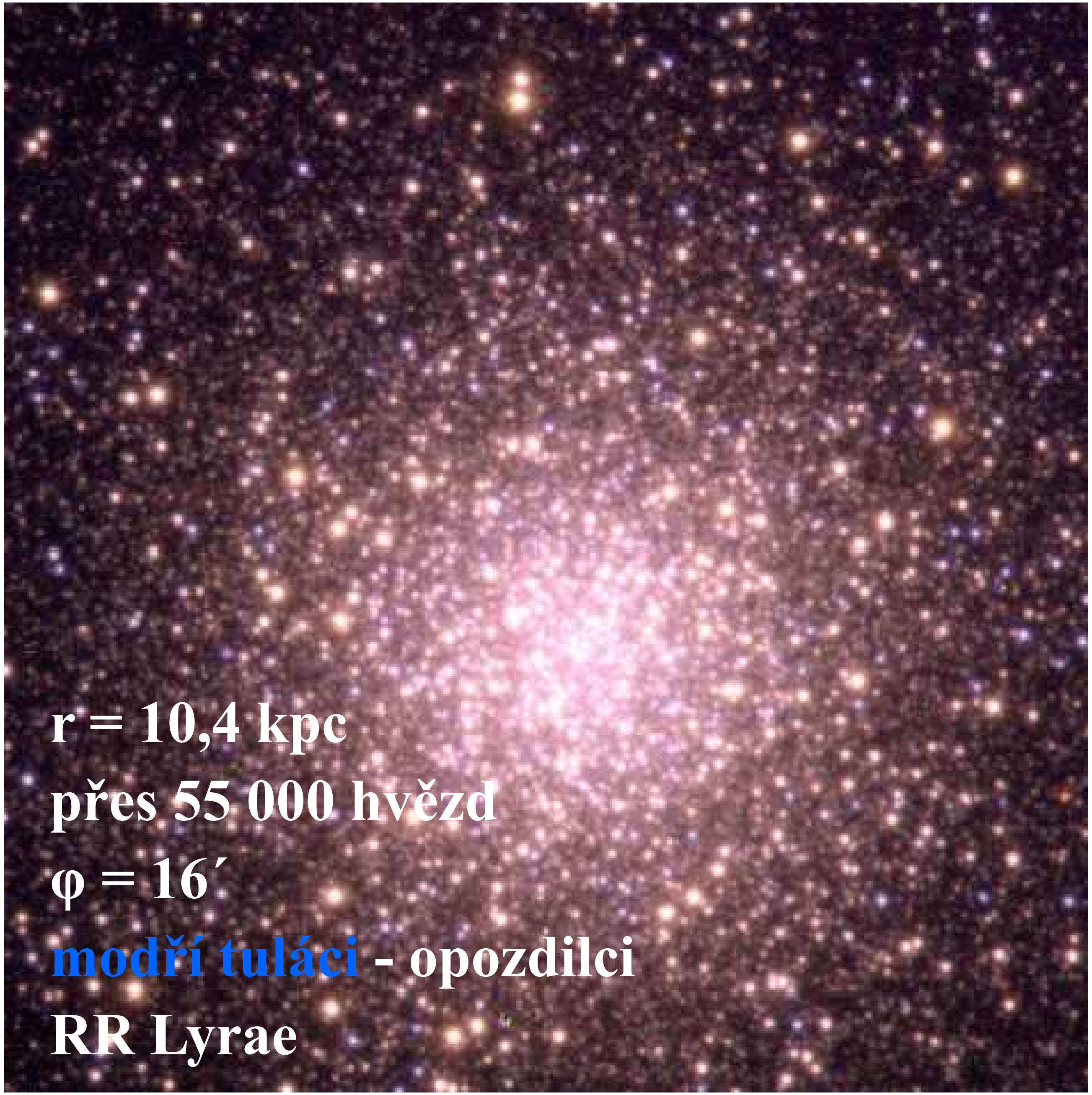


Kulová hvězdokupa M13 v různých spektrálních oborech



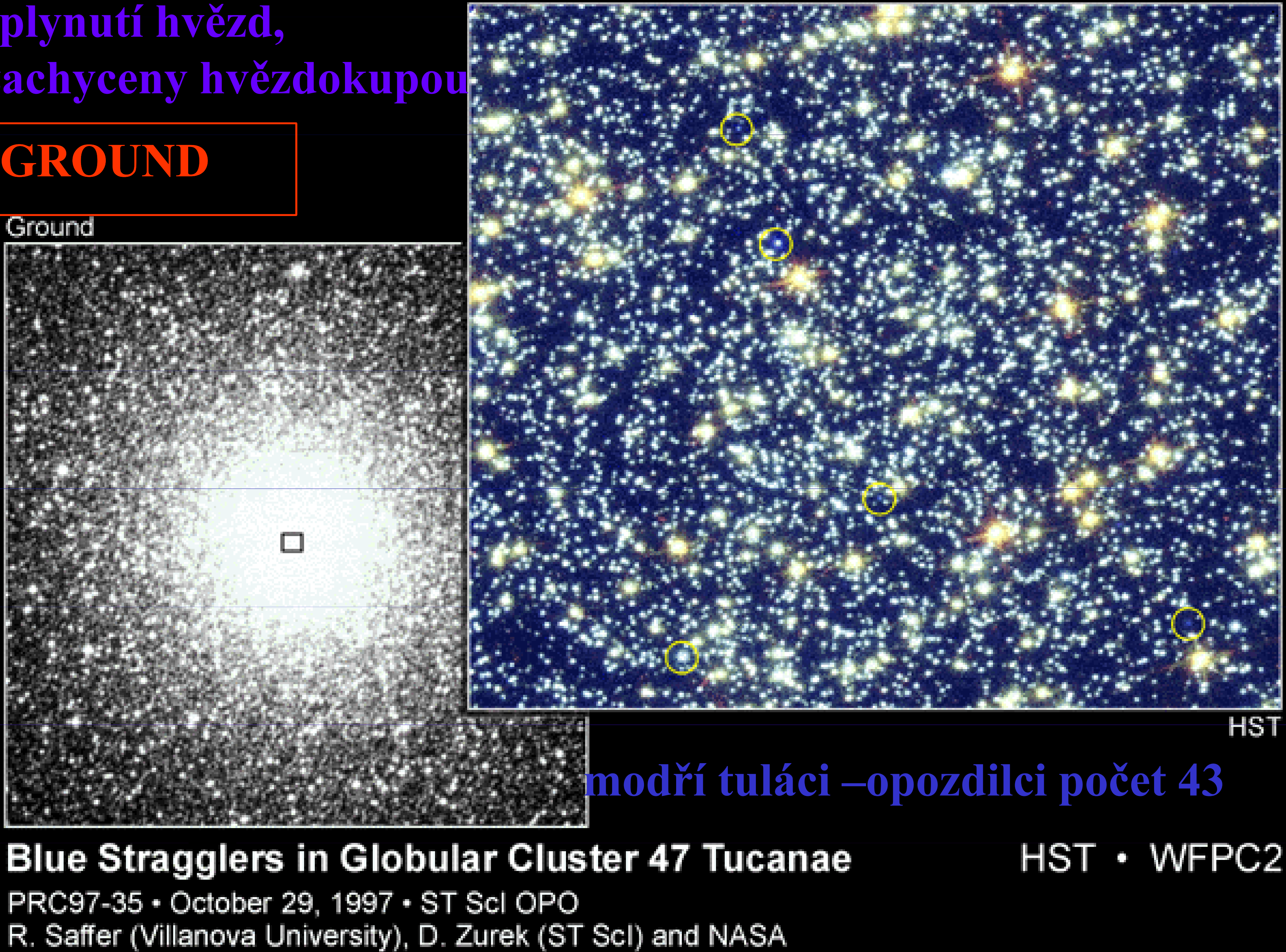
Kulová hvězdokupa M 3



HST views Core of the Globular Cluster tuc47

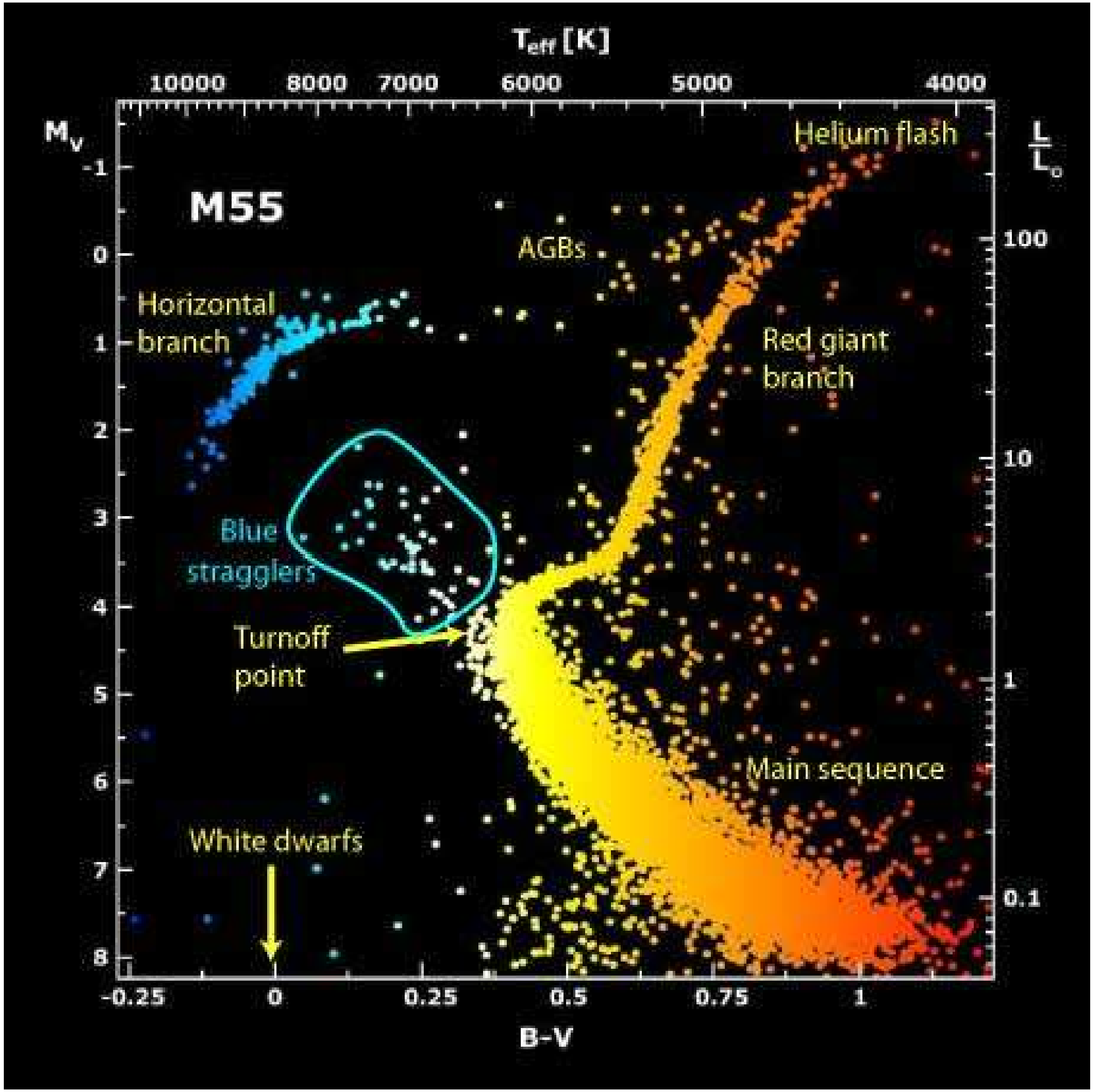
splynutí hvězd,
zachyceny hvězdokupou

GROUND

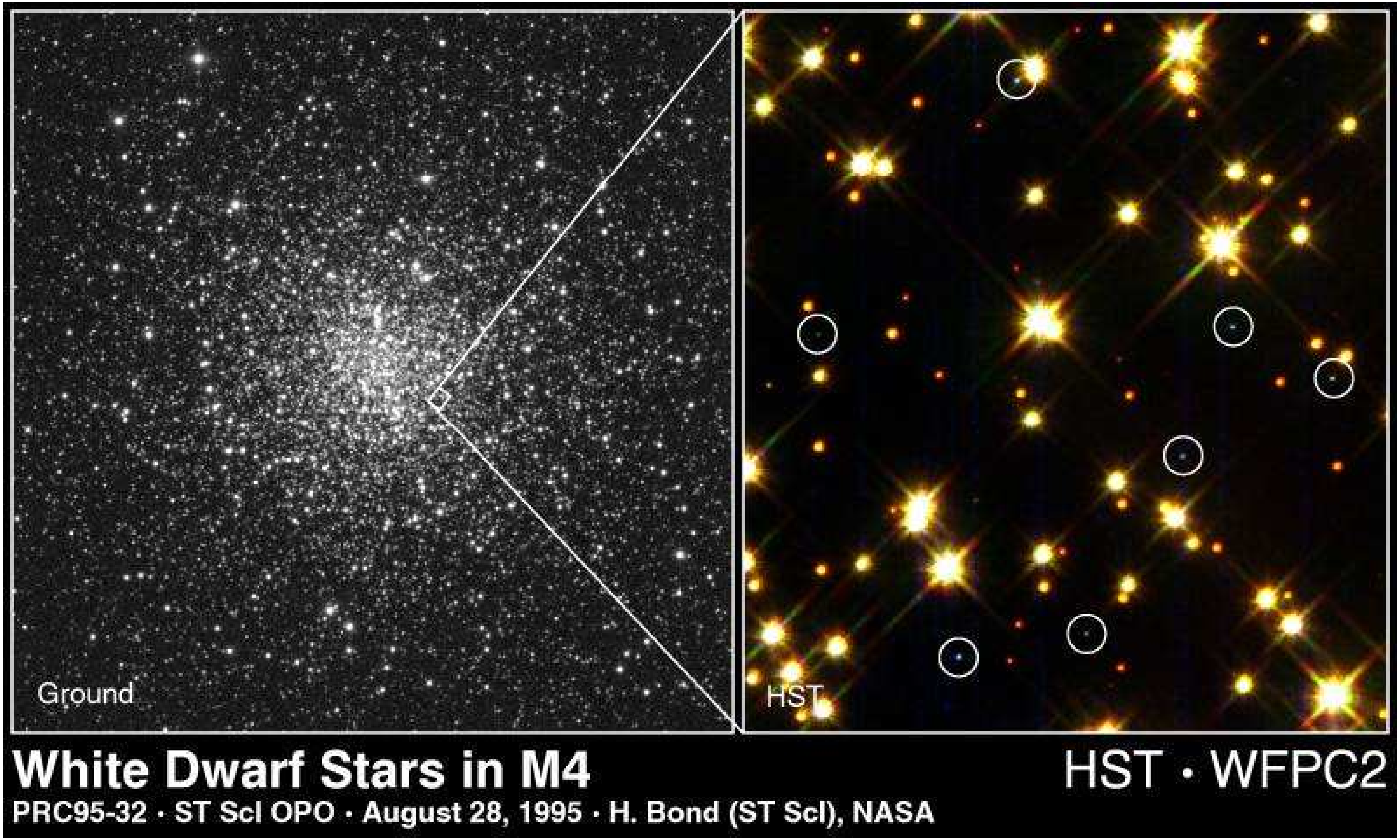


modří tuláci –opozdilci počet 43

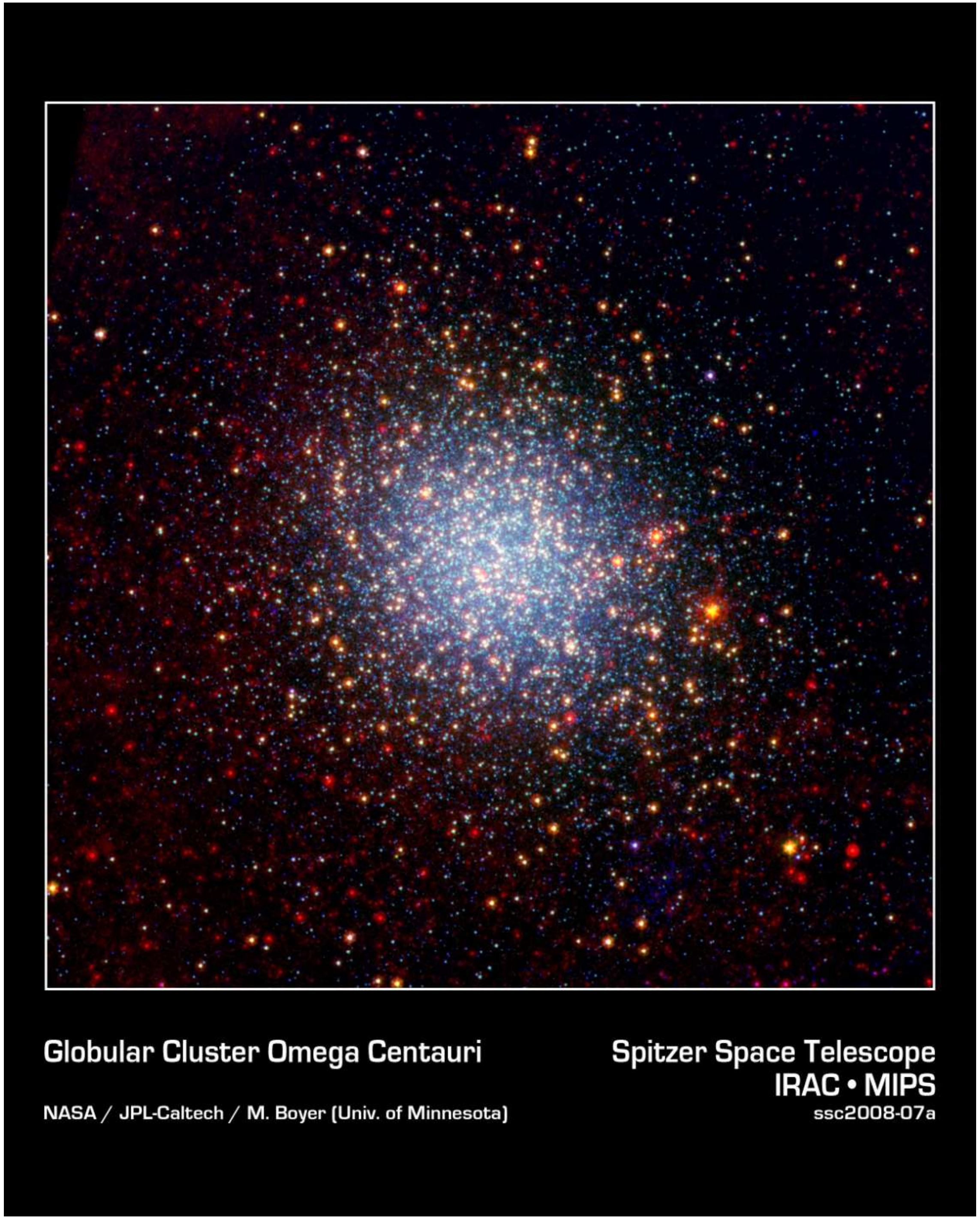
H – R diagram kulové hvězdokupy M 55



Bílí trpaslíci v kulové hvězdokupě



Kulová hvězdokupa Omega Centauri



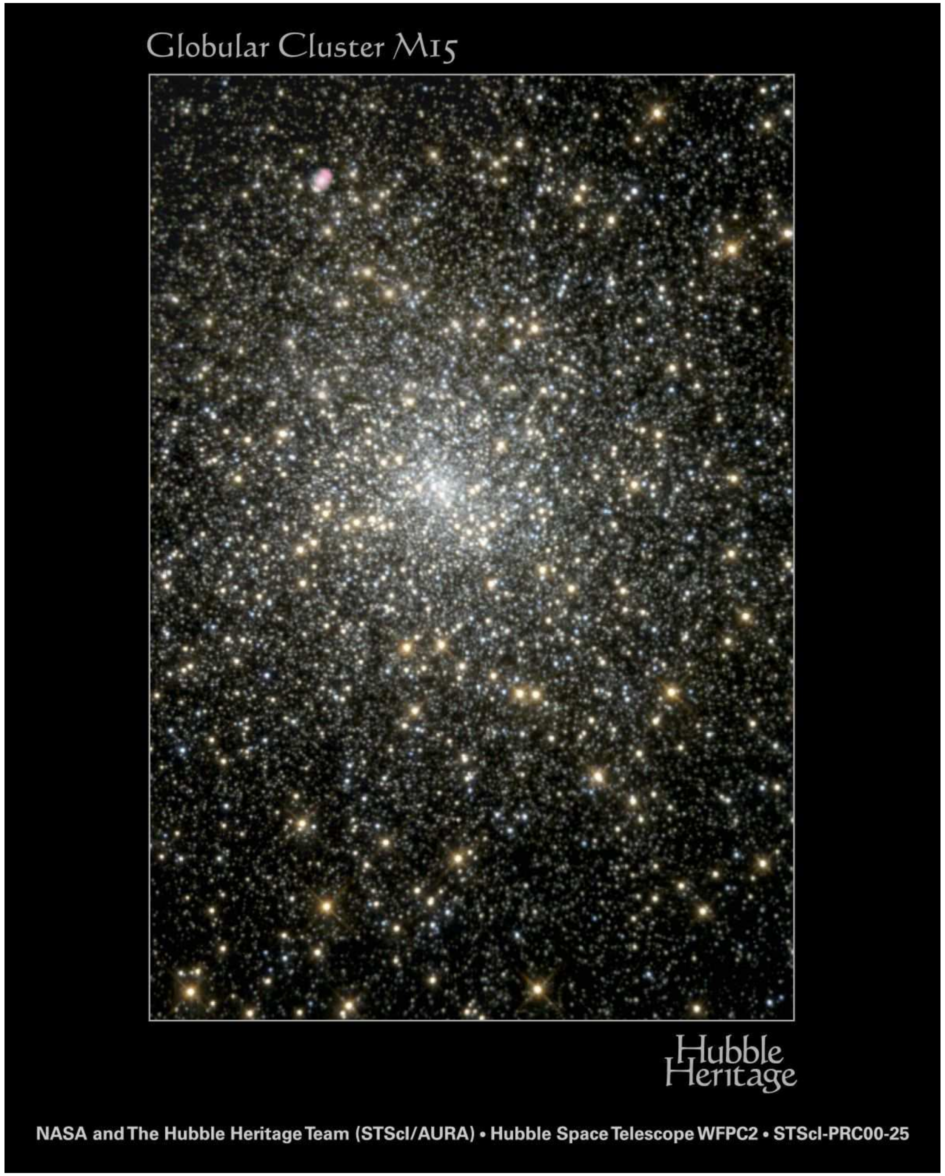
Kulová hvězdokupa Omega Centauri

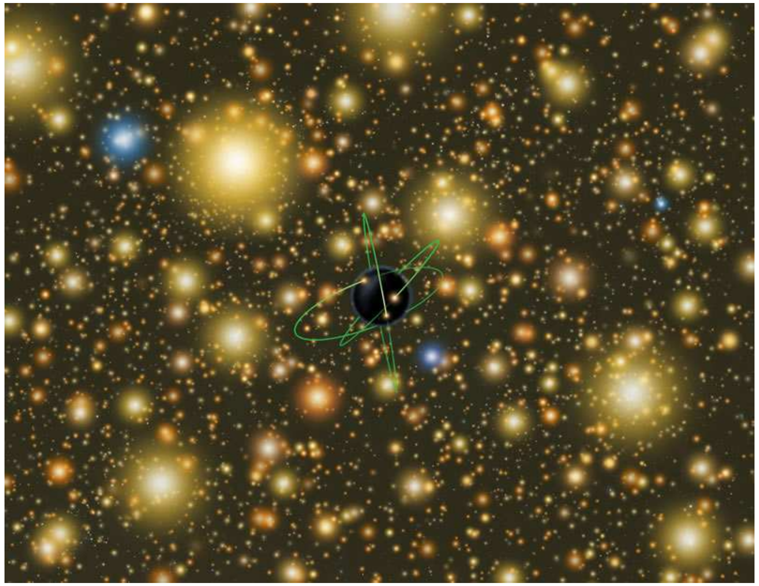


Pohyb hvězd v kulové hvězdokupě



Černá díra o střední hmotnosti v kulové hvězdokupě





Černá díra o střední hmotnosti

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 582:L21–L24, 2003 January 1

ON THE CENTRAL STRUCTURE OF M15

HOLGER BAUMGARDT,[1] PIET HUT,[2] JUNICHIRO MAKINO,[1] STEVE MCMILLAN,[3] AND SIMON PORTEGIES ZWART[4]
Received 2002 October 9; accepted 2002 November 22; published 2002 December 6

ABSTRACT

We present a detailed comparison between the latest observational data on the kinematical structure of the core of M15, obtained with the *Hubble Space Telescope* Space Telescope Imaging Spectrograph and Wide Field Planetary Camera 2 instruments, and the results of dynamical simulations carried out using the special purpose GRAPE-6 computer. The observations imply the presence of a significant amount of dark matter in the cluster core. In our dynamical simulations, neutron stars and/or massive white dwarfs concentrate to the center through mass segregation, resulting in a sharp increase in M/L toward the center. While consistent with the presence of a central black hole, the *Hubble Space Telescope* data can also be explained by this central concentration of stellar mass compact objects. The latter interpretation is more conservative, since such remnants result naturally from stellar evolution, although runaway merging leading to the formation of a black hole may also occur for some range of initial conditions. We conclude that no central massive object is required to explain the observational data, although we cannot conclusively exclude such an object at the level of ~500–1000 $M_\odot$. Our findings are unchanged when we reduce the assumed neutron star retention fraction in our simulations from 100% to 0%.

Subject headings: black hole physics — globular clusters: individual (M15) — methods: *n*-body simulations — stellar dynamics

disperze rychlostí, profil jasnosti → černá díra - 10^3 M_S

Hvězdné asociace

jde o skupiny **fyzikálně souvisejících hvězd**, s některými **společnými vlastnostmi**. Hvězdy v nich vznikly v krátkém časovém rozmezí, prošly společným vývojem, jsou soustředěny v poměrně malé oblasti prostoru. Jsou nepříliš výrazná seskupení hvězd jistého typu, jejichž prostorová hustota je vyšší než hustota stejného typu hvězd v okolí asociace. Relativně malá hustota má ze následek velmi rychlý rozpad asociace (působením vnějších gravitačních sil), který netrvá déle než 10^7 roků. Pozorované asociace jsou tudíž velmi mladé útvary.

Dělíme je na **asociace typu O - B**, obsahující mladé hvězdy sp. typu **O** až **B2,** v Galaxii řádově stovky

Asociace typu **T Tauri**, s nepravidelnými eruptivními hvězdami, s náhlými změnami jasnosti až několik magnitud, sp. typy **F – M,** řádově několik tisíc těchto asociací, celkový počet asociací je řádově až miliony…

Hvězdné asociace





Hvězdné asociace O – B

O-B Stellar Associations



- Located in the spiral arms of our galaxy
- Young stars (Population I) w/ associated interstellar material.
- ~ 100 to 1000 stars per cluster
- ~ 100 - 200 pc in diameter, Irregularly shaped
- Star density ~ 0.01 stars/pc^3
- ~ 80 in the Galaxy
- Example: Orion O-B Association

Stabilita hvězdných soustav a jejich vývoj

Stability of Clusters

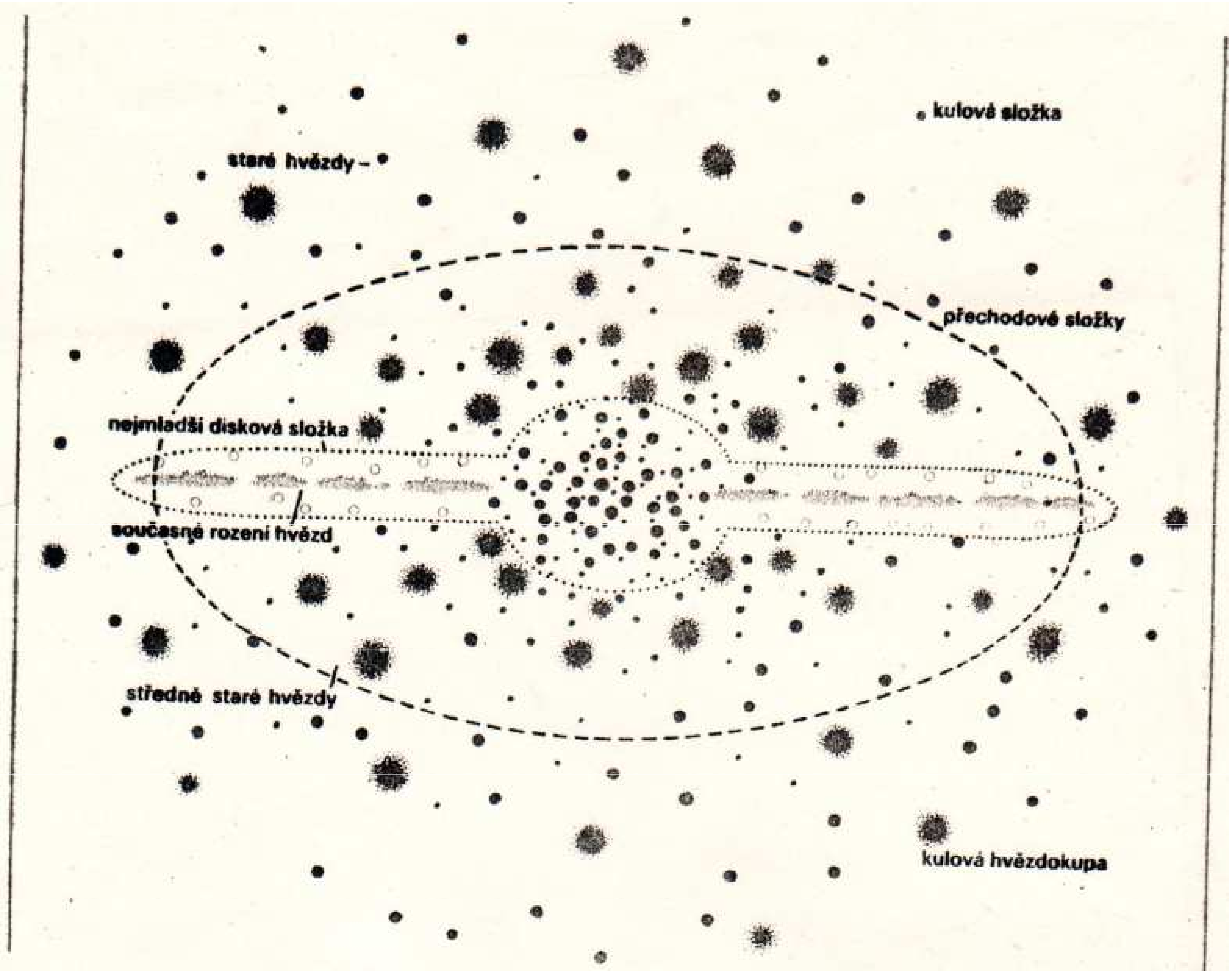
Globular Clusters	Very Stable
Galactic Clusters	Quasi Stable
O-B Associations	Unstable

- If the internal gravity of a cluster exceeds the tidal disruption by the central Milky Way, then the cluster is stable.

Evolution of Clusters of Stars

- Stars in a cluster are all thought to be born at the same time.
- This means the high mass stars evolve off the main-sequence first.
- The age of a cluster is determined by the highest mass stars present.

Rozložení v Galaxii




Astrofyzika VI. cvičení
Pohyby hvězd, rozlišovací schopnost dalekohledů
Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Pohyby hvězd - hvězdný katalog v Almagestu

- Sedmá a osmá kniha ***Almagestu*** obsahují katalog více než jednoho tisíce hvězd sestavený Ptolemaiem, z nichž **polohy přibližně 850 hvězd byly s velkou pravděpodobností** přebrány z **katalogu Hipparcha**.

- Celkový počet objektů v katalogu je nejčastěji uváděn **1 028**, jsou rozděleny do **čtyřiceti osmi souhvězdí**, dále rozčleněných do dvaceti jedna **severních souhvězdí** (332 hvězd), dvanácti **zvířetníkových souhvězdí** (290 hvězd) a patnácti **jižních souhvězdí** (298 hvězd). Rovněž je v katalogu skupina hvězd neuvedených v žádném souhvězdí (108 hvězd).

- V katalogu uvedeno **1 020** hvězd, cca 20 hvězd je neidentifikovatelných.

http://astro.isi.edu/reference/almagest.html

Původ Ptolemaiova katalogu hvězd

• Nesoulad mezi ekliptikální délkou a dobou sestavení katalogu, což zjistil již AL – SÚFÍ (903 – 986) a další, v ekliptikálních délkách hvězd chyba 1 º, jestliže připustíme dobu vzniku katalogu v r. 138 n. l.
Jaké je stáří katalogu a kdo ho vytvořil?

• Jsou v něm zachyceny **polohy hvězd v době jeho sestavení**. Hvězdy mění svoji polohu na obloze, jde o **vlastní pohyb μ.** U hvězd pozorovatelných pouhým okem je typická hodnota vlastního pohybu μ přibližně **20 "** za století. Hvězdy od Ptolemaiovy doby přemístily na světové sféře o 400 ", přibližně o 1/10 stupně, což je měřitelné.

Analýza Ptolemaiova katalogu

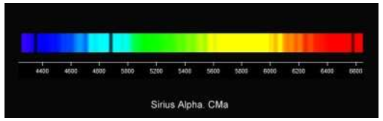
- U všech vybraných hvězd byly ze současných ekliptikálních souřadnic propočítány zpětně jejich změny v čase. Pro výpočty byl zvolen rok sestavení ***Hipparchova katalogu*** **127 př. n. l.** a ***Ptolemaiova katalogu*** **138 n. l**.

- Metoda analýzy vlastních pohybů hvězd vymezila časový interval vzniku katalogu na druhé století před n. l. kdy žil Hipparchos. Přesnost metody je odhadována na ± 40 roků, viz porovnání s katalogy, jejich datum vzniku známe,
- katalog Tychona Braha - 1598, katalog Ulugh Bega 1437.

Pohyby hvězd

5. Ve spektru Siria A byla zjištěna pozorovaná vlnová délka λ = 486,125 nm čáry H_β o laboratorní vlnové délce λ = 486,134 nm. Určete radiální rychlost Siria A.

$v_r = c\,\frac{\lambda_p - \lambda_l}{\lambda_l}$, Δλ = 0.009 nm, v_r = - 5,5 km/s **- modrý posuv**



1. Ve spektru novy v souhvězdí Herkula r. 1934 byla absorpční čáry vodíku H_γ λ = 434,05 nm posunuta o 1,01 nm k fialovému - modrému konci spektra. Jaká byla rychlost plynu vyvrženého hvězdou?

Řešení:

$$v_r = c\,\frac{\lambda_p - \lambda_l}{\lambda_l} = -698 \text{ km/s}$$

2. Jak se posune sodíková čára D_1 λ = 589,59 nm ve spektru hvězdy, u níž byla stanovena radiální rychlost v_r = + 161 km/s .

Řešení:

O hvězdu jaké populace jde?

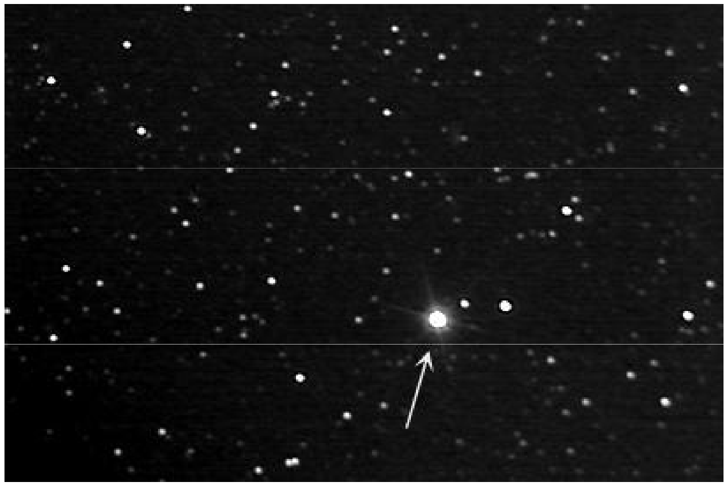
$v_r = c\,\frac{\lambda_p - \lambda_l}{\lambda_l}$ …λ_p = 0,32 nm k červenému konci spektra.

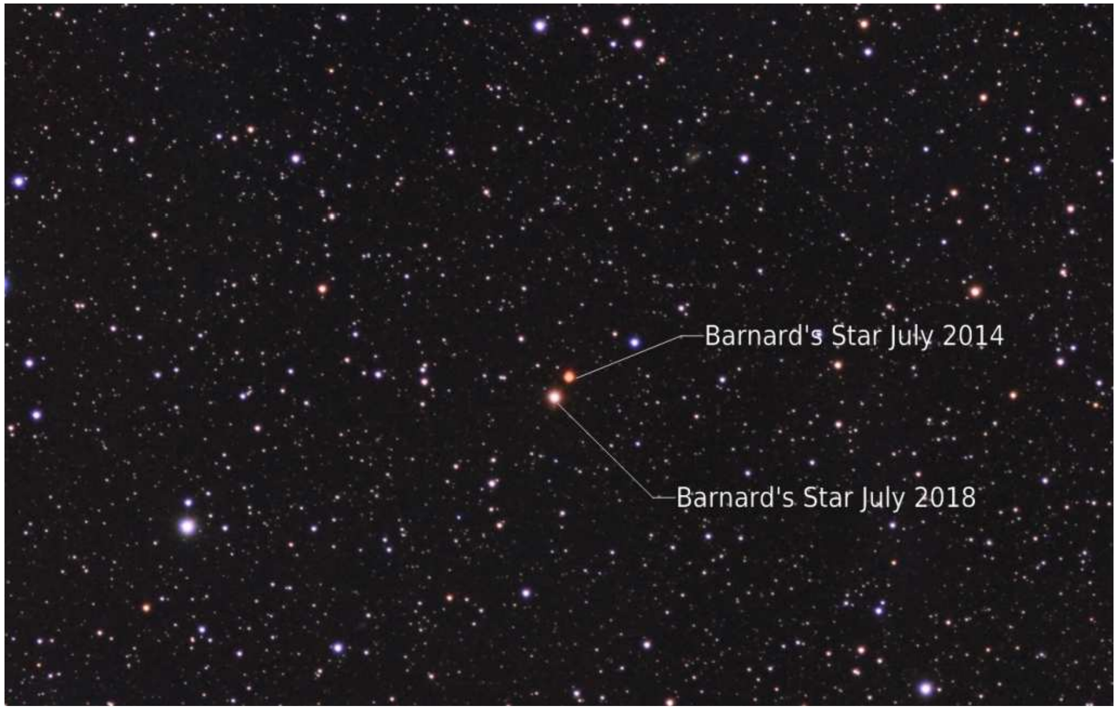
Tangenciální rychlost

Úloha 4.14 Červený trpaslík spektrální třídy M4 Ve má efektivní povrchovou teplotu 3200 K a absolutní vizuální hvězdnou velikost $M_V = 13{,}4$ mag. Pomocí v tabulkách nalezené bolometrické korekce BC = −2,3 mag nalezněte zářivý výkon a poloměr hvězdy.

Řešení: $M_{bol} = BC + M_V = 11{,}1$ mag. Zářivý výkon v jednotkách zářivého výkonu Slunce stanovíme podle vztahu $\log L = 0{,}4(4{,}75 - 11{,}1) = -2{,}54$, tedy $L = 0{,}003\,L_\odot$, $L = 1{,}2 \cdot 10^{24}$ W. Poloměr určíme ze vztahu $R = \left(\frac{L}{4\pi\sigma T_{ef}^4}\right)^{1/2} = 1{,}2 \cdot 10^8$ m, tedy $0{,}17\,R_\odot$. Údaje v podstatě odpovídají Barnardově hvězdě, která má největší známý vlastní pohyb 10,34" za rok. Byla objevena E. E. Barnardem roku 1916.

Barnardova hvězda





Celková rychlost hvězd

3. Barnardova hvězda má největší vlastní pohyb $\mu = 10{,}36$" za rok, její vzdálenost od Slunce je 1,83 pc. Vypočtěte její tangenciální rychlost.

Řešení:

$v_t = k \cdot \frac{\mu}{\pi} = k \cdot \mu \cdot r = 4{,}74 \cdot \mu \cdot r = 90$ km/s. k = 149 597 870 700/ 31 556 925 m/s

4. Vlastní pohyb Aldebarana je a $\mu = 0{,}200$" a paralaxa činí $\pi = 0{,}049$". Spektrální čára železa o laboratorní vlnové délce $\lambda = 440{,}476$ nm je posunuta o 0,079 nm směrem k červenému konci spektra. Stanovte radiální, tangenciální a celkovou rychlost.

Řešení:

$v_r = c\,\frac{\lambda_p - \lambda_l}{\lambda_l}$, $v_r = 53{,}8$ km/s , $v_t = 4{,}74 \cdot \mu \cdot r = 19{,}3$ km/s , $v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = 57{,}2\ km/s$

4. Vlastní pohyb Kapteynovy hvězdy činí a $\mu = 8{,}671$" a paralaxa dosahuje $\pi = 0{,}254$". Spektrální čára vápníku o laboratorní vlnové délce $\lambda = 422{,}674$ nm je posunuta o 0,341 nm směrem k červenému konci spektra. Stanovte radiální, tangenciální a celkovou rychlost.

Řešení:

$v_r = c\,\frac{\lambda_p - \lambda_l}{\lambda_l}$, $v_r = 242{,}0$ km/s , $v_t = 4{,}74 \cdot \mu \cdot r = 161{,}8$ km/s, $v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = 291{,}1\ km/s$

O hvězdu jaké populace jde?

Koperník studia v Polsku a Itálii





Krakov: 1491 – 1495

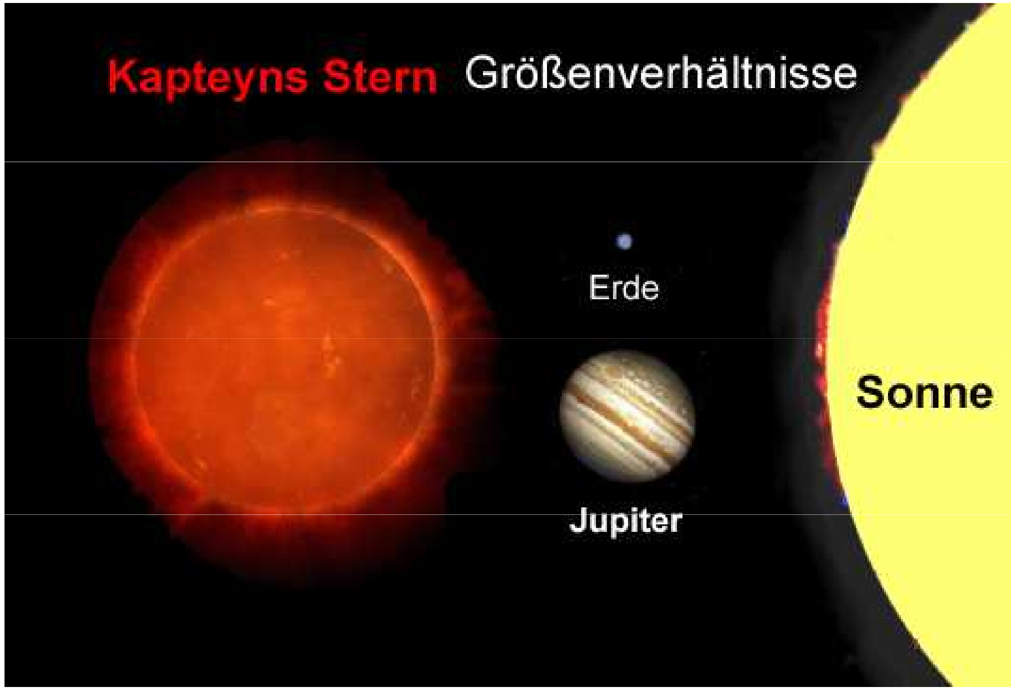
Alfonsinské tabulky

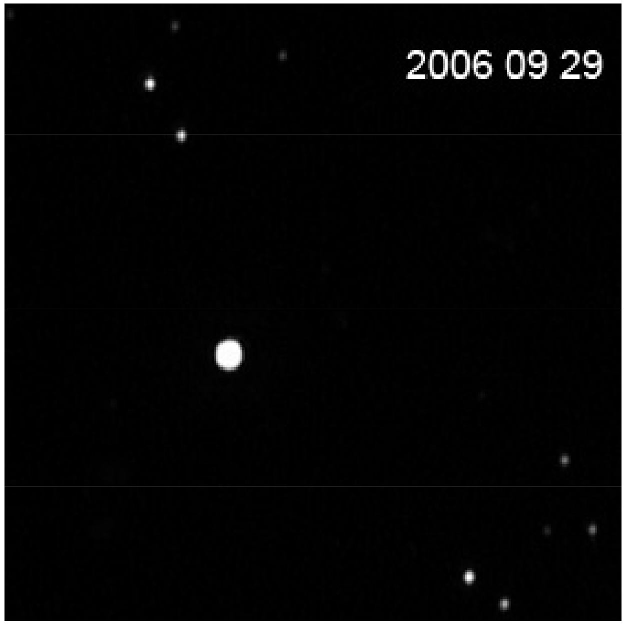
Bologna, Řím: 1496 – 1501

***D. M. Novara* – pozorování zákrytu *Aldebarana Měsícem* 9. března 1497 , konjunkce Saturnu s Měsícem, kritika Ptolemaiovy teorie pohybu Měsíce**

Padova, Ferrara: 1501 - 1503
licenciát lékařství, doktor kanonického práva

Kapteynova hvězda





r = 3.92 pc

M1 V

T = 3570 K

0,28 Ms

0.29 Rs

v_r = + 291,1 km/s

nejbližší hvězda
z hala Galaxie
populace II

Rozlišovací schopnost dalekohledů

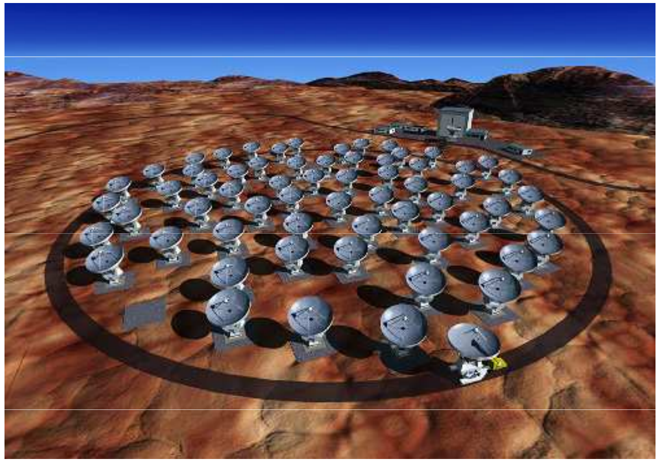
Rozdělení intenzity světla při difrakci na kruhovém otvoru

$$\frac{1}{2}\, k\, D \sin\theta = 3{,}84$$

$$\sin\theta = \frac{3{,}84}{\pi}\,\frac{\lambda}{D} \qquad \theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$$

teoretické rozlišení vyvolané difrakcí, v radiánech, ve skutečnosti rozlišující schopnost nižší v důsledku aberace a turbulentnosti atmosféry

teoretické rozlišení **optického dalekohledu**



průměr 13 cm 1“

průměr 130 cm 0,1“

Keckovy dalekohledy 10 m 0,013“

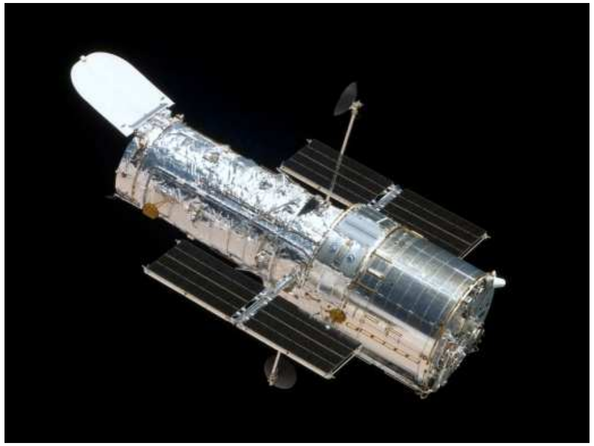
v milimetrovém pásmu pracuje **ALMA** – 66 dalekohledů **66 teleskopů**, každý o průměru 12 m, celková základna 12 km, úhlové rozlišení 0,01“

Rozlišovací schopnost dalekohledů

1. Stanovte teoretickou mez úhlové vzdálenosti mezi dvěma hvězdami, rozlišitelnými prostřednictvím dalekohledu o průměru D = 510 cm na Mount Palomar. Předpokládejme, že hvězdy vyzařují světlo se střední vlnovou délkou λ = 550 nm.

Řešení: $\theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} = \frac{1{,}22.5{,}5.10^{-7}}{5{,}1} = 1{,}3.\,10^{-7}$ rad





Úloha 1.3 Hubbleův kosmický dalekohled obíhající nad Zemí ve výšce 600 km používá primární zrcadlo o průměru $D = 2{,}4\,\mathrm{m}$. Určete jeho rozlišovací schopnost na vlnové délce čáry L_α, $\lambda = 121{,}6\,\mathrm{nm}$.

Řešení: $\Theta = 1{,}22\lambda/D = 6{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{rad} = 0{,}0127''$. Pod tímto úhlem bychom pozorovali minci o nominální hodnotě 20 Kč ze vzdálenosti 400 km.

Rozlišovací schopnost dalekohledů

3. Úhel mezi dvěma hvězdami je 10^{-6} rad.
a) Můžeme odlišit tyto hvězdy pomocí dalekohledu s půměrem objektivu 254 cm na vlnové délce λ = 510 nm?



Řešení: Kruhová apertura 100 palcového dalekohledu na Mount Wilson zabezpečuje úhel difrakce $\theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$ = 2,4. 10^{-7} rad. Úhlová vzdálenost mezi dvěma hvězdami 4krát převyšuje tuto hodnotu, tudíž dalekohledem lze obě hvězdy rozlišit.

b) Předpokládejme, že hvězdy rovněž vyzařují rádiovém oboru na frekvenci 400 MHz. Mohly být rozlišeny rádiovým dalekohledem v Arecibu o průměru 1 000 stop, 1 stopa 30,5 cm.



Řešení:

$\lambda = \frac{c}{f} = 0{,}75\ m$, $\theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$ = 3 . 10^{-3} rad.

Nelze hvězdy rozlišit, potřebné je 3 000 krát větší rozlišení. Používá se metoda sdružených signálů z rádiových dalekohledů se vzájemnými vzdálenostmi tisíců km.

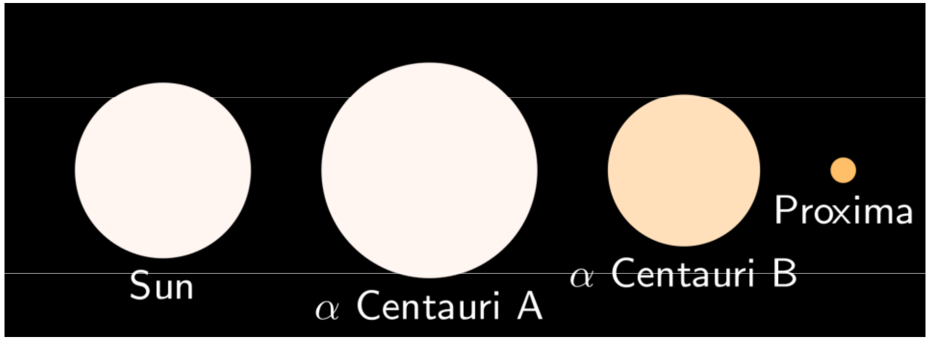
Arecibo v provozu a nyní



Rozlišovací schopnost dalekohledů

Úloha 1.8 Hvězda α Centauri A má roční paralaxu $\pi = 0{,}742''$ a průměr $1{,}7 \cdot 10^9$ m. Můžeme rozlišit v Hubbleově kosmickém dalekohledu její kotouček při pozorování na vlnové délce $\lambda = 550$ nm?

Řešení: Platí $\Theta = d/r = 4 \cdot 10^{-8}$ rad $= 0{,}0086''$. Hubbleovým kosmickém dalekohledem nelze pozorovat kotouček hvězdy, neboť jeho rozlišovací schopnost je $\Theta = 1{,}22\lambda/D = 2{,}8 \cdot 10^{-7}$ rad.





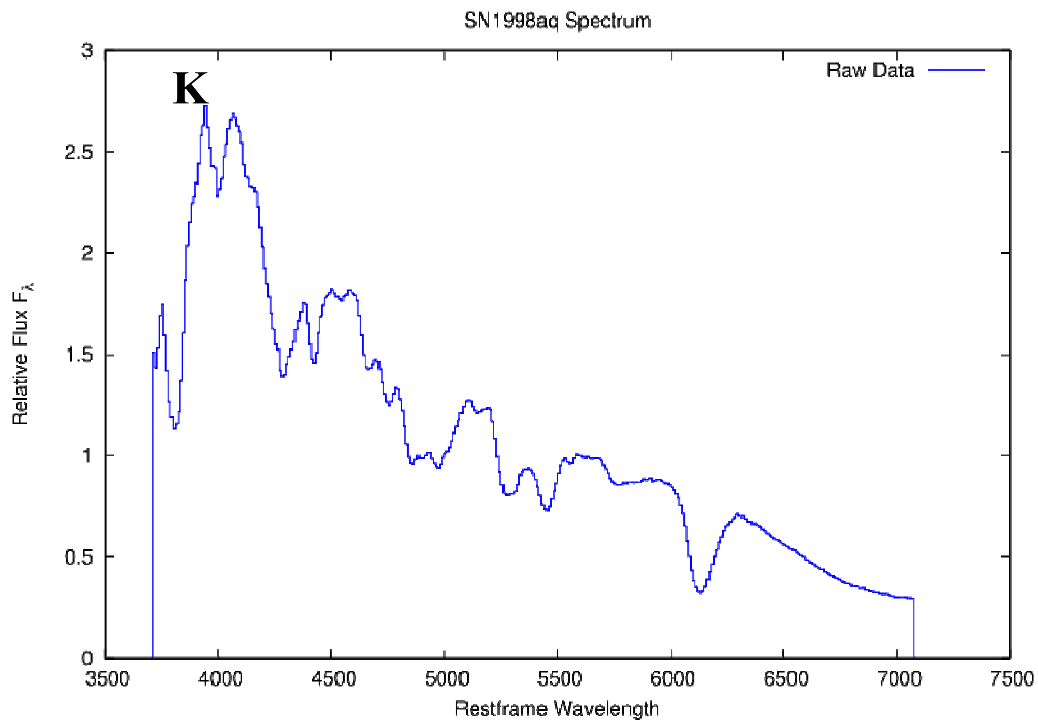
Úloha 1.9 Stanovte úhlové rozlišení mezi Plutem a Charonem při jejich pozorování v opozici ze Země v perihéliu dráhy s excentricitou $e = 0{,}25$. Velikost velké poloosy dráhy Pluta je 39,5 AU, velikost velké poloosy dráhy Charona je $d = 19\,600$ km. Jaký průměr dalekohledu je nezbytný k úhlovému rozlišení obou těles na vlnové délce $\lambda = 550$ nm?

Řešení: Periheliová vzdálenost od Slunce je $r = a(1 - e) = 29{,}6$ AU, vzdálenost od Země je $28{,}6 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m $= 4{,}3 \cdot 10^{12}$ m. Dosadíme do vztahu $\Theta = \frac{d}{r} = \frac{19{,}6 \cdot 10^3\,\text{km}}{28{,}6 \cdot 1{,}5 \cdot 10^8\,\text{km}} = 4{,}6 \cdot 10^{-6}$ rad $= 0{,}9''$. Toto rozlišení je dosažitelné jen při velmi dobrých pozorovacích podmínkách, kvalitním seeingu. Ke stanovení průměru dalekohledu využijeme vztah $D = 1{,}22\lambda/\Theta = 0{,}13$ m.

Rozlišovací schopnost dalekohledů

Úloha 1.25 Ve vzdálené galaxii byla pozorována supernova typu Ia. V jejím spektru byla zjištěna absorpční čára K Ca II o naměřené vlnové délce 409,10 nm. Předpokládaná pozorovaná hvězdná velikost v barvě B supernovy v maximu jasnosti je $M_B = -19{,}5\,\mathrm{mag}$. Zvažte, zda bude pozorovatelná dalekohledem o průměru 70 cm.

Řešení: Laboratorní vlnová délka čáry K Ca II je $\lambda_l = 393{,}4\,\mathrm{nm}$. Dosazením do vztahu $z = v/c = (\lambda_p - \lambda_l)/\lambda_l = 0{,}04$ stanovíme $v = 0{,}04c \Rightarrow v = 1{,}2\cdot10^4\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Vzdálenost galaxie r určíme z Hubbleova zákona $r = v/H = 160\,\mathrm{Mpc} = 1{,}6\cdot10^8\,\mathrm{pc}$. Úpravou vztahu pro modul vzdálenosti obdržíme $m_B = M_B + 5\log r - 5 = 16{,}5\,\mathrm{mag}$. Pro limitní hvězdnou velikost m_B dalekohledu o průměru D v mm platí vztah $m_B = 2{,}5 + 5\log D$. Dosazením získáme $D = 631\,\mathrm{mm} = 63{,}1\,\mathrm{cm}$, tudíž dalekohled o průměru 70 cm je postačující pro pozorování supernovy.

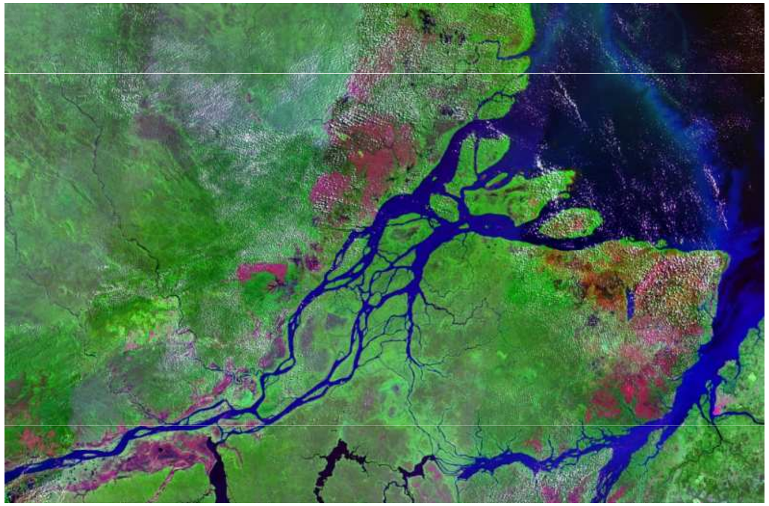


Rozlišovací schopnost dalekohledů

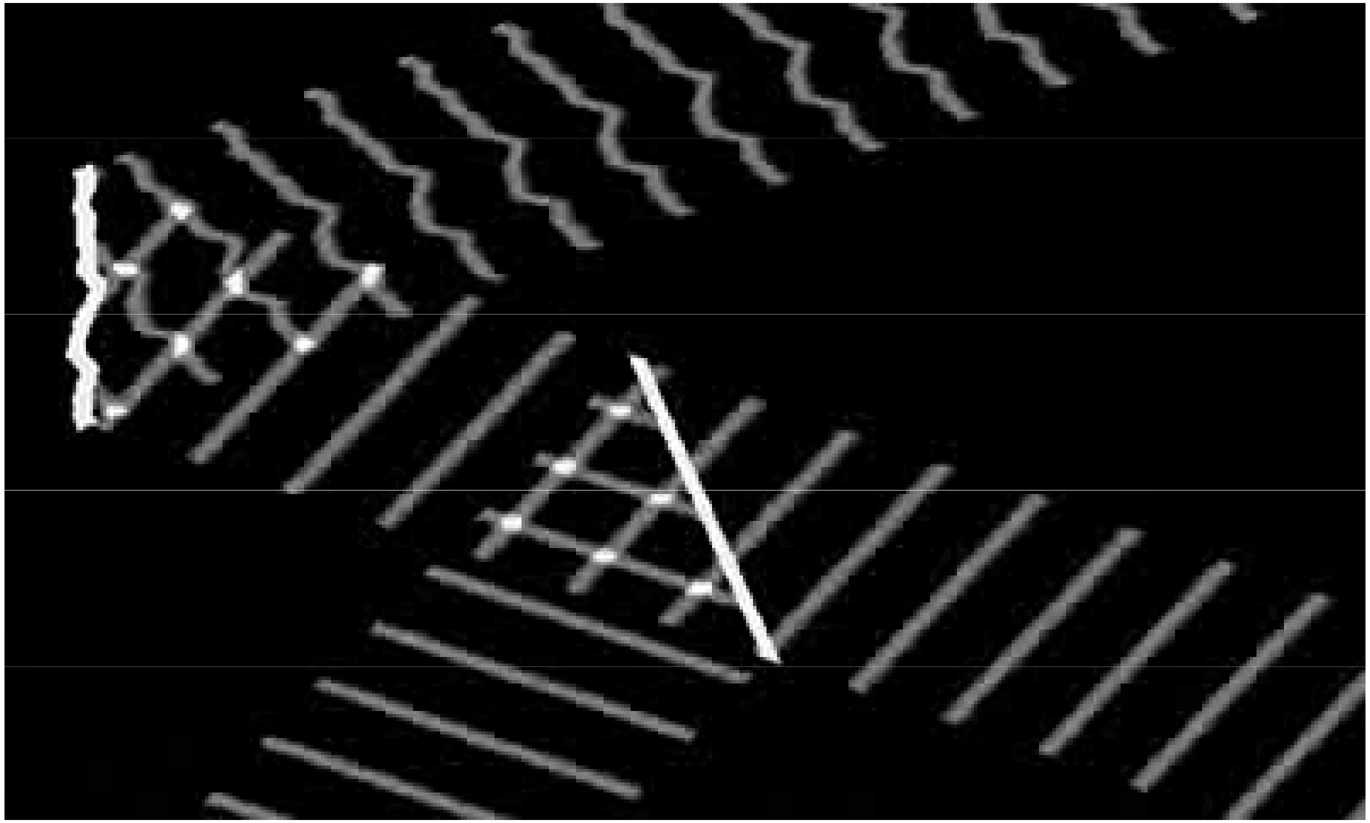
Úloha 2.18 Můžeme ze Země vidět na Marsu údolní útvar Valley Marineris, jehož šířku odhadujeme na 200 km? Předpokládejte pozorování v době opozice, při které je Mars vzdálen od Země $5{,}6 \cdot 10^{10}$ m.

Řešení: Při zadané vzdálenosti Marsu je šířka údolí Valley Marineris pozorována pod úhlem $\alpha = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\,{}^\circ$, tedy přibližně $0{,}5''$, což je na hranici rozlišitelnosti největšími pozemskými dalekohledy za ideálních podmínek. Naopak z Marsu by za stejných podmínek bylo možné pozorovat například ústí Amazonky do Atlantického oceánu, jehož šířka přesahuje 250 km.





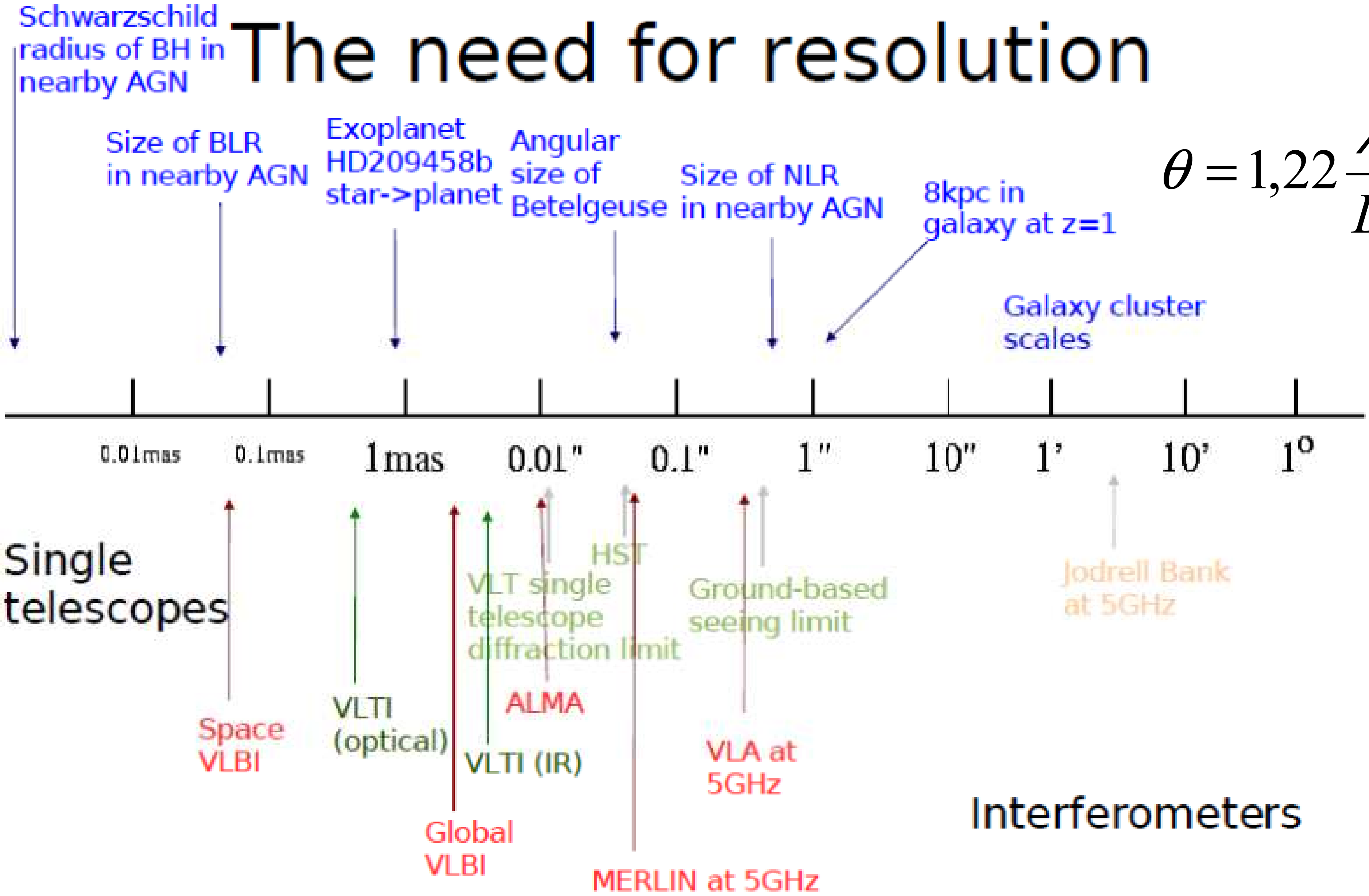
Adaptivní optika



Adaptivní optika



Rozlišovací schopnost – srovnání



$$\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$$

Spektroskopické dvojhvězdy

Úloha 8.6 Ze studia čárového spektra spektroskopické zákrytové dvojhvězdy byla zjištěna oběžná doba 8,6 roků. Maximální hodnota Dopplerova posuvu čáry H_α o vlnové délce $\lambda = 656{,}273\,\text{nm}$ pro první složku je $\Delta_1 = 0{,}026\,\text{nm}$, pro druhou složku $\Delta_2 = 0{,}052\,\text{nm}$. Ze sinusového charakteru křivky radiálních rychlostí vyplývá, že dráhy jsou blízké kruhovým. Předpokládáme sklon dráhy 90°.Určete hmotnosti jednotlivých složek dvojhvězdy.

Řešení: Pro poměr hmotností obou složek platí $\frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\Delta\lambda_2}{\Delta\lambda_1} = 2$. Z dopplerovského posuvu určíme radiální rychlosti $v_1 = \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda}c = 1{,}2 \cdot 10^4\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 12\,\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 24\,\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$. Poloměry drah jsou $a_1 = \frac{v_1 T}{2\pi} = 3{,}5\,\text{AU}$, $a_2 = 6{,}9\,\text{AU}$. Velká poloosa $a = a_1 + a_2 = 10{,}4\,\text{AU}$. Pro celkovou hmotnost soustavy platí $M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2} = 15{,}3\,M_\odot$. Jednotlivé hmotnosti složek jsou $M_1 = 10{,}2\,M_\odot$ a $M_2 = 5{,}1\,M_\odot$.

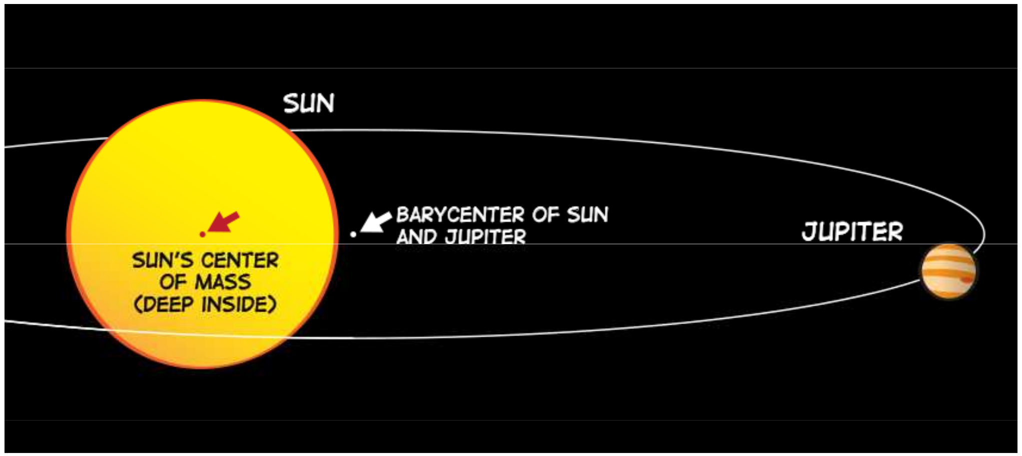
Úloha 8.7 Ve spektru zákrytové dvojhvězdy, jejíž jasnost se mění s periodou 3,953 dne, se spektrální čáry posouvají na opačné strany o hodnoty $(\Delta\lambda/\lambda)_1 = 1{,}9 \cdot 10^{-4}$ a $(\Delta\lambda/\lambda)_2 = 2{,}9 \cdot 10^{-4}$ od normální vlnové délky. Určete hmotnosti jednotlivých složek dvojhvězdy.

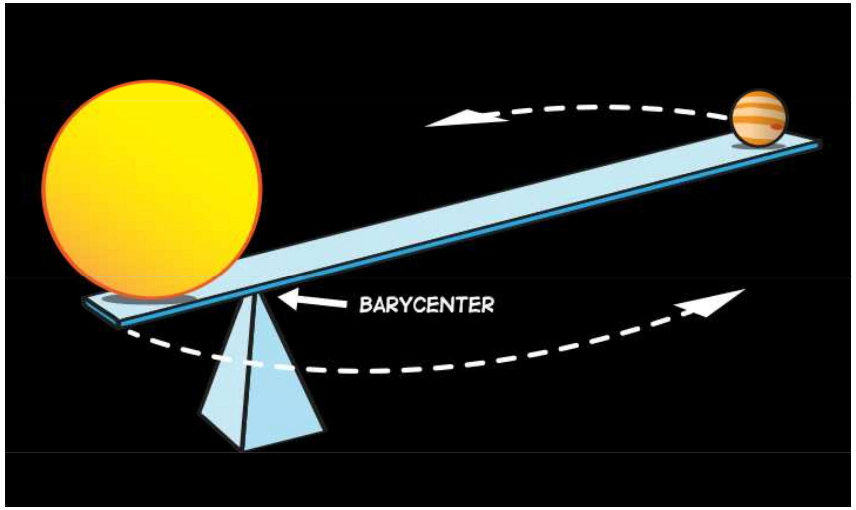
Řešení: Obdobně jako u předcházejících úloh určíme rychlosti obou složek $v_1 = c\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_1 = 57\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$, $v_2 = c\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_2 = 87\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$. Dále určíme velikosti jednotlivých poloos $a_1 = \frac{v_1 T}{2\pi} = 3{,}1 \cdot 10^9\text{m}$, $a_2 = 4{,}7 \cdot 10^9\text{m}$. Velká poloosa $a = a_1 + a_2 = 7{,}8 \cdot 10^9\text{m}$. Při výpočtu celkové hmotnosti soustavy dosadíme do III. Keplerova zákona $M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a^3}{T^2} = 2{,}4 \cdot 10^{30}\text{kg}$, hmotnost jednotlivých složek určíme ze vztahu $\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow M_1 = 1{,}4 \cdot 10^{30}\text{kg} = 0{,}7\,M_\odot$, $M_2 = 1{,}0 \cdot 10^{30}\text{kg} = 0{,}5\,M_\odot$

Hvězda – Jupiter

Úloha 8.10 Přítomnost extrasolárních planet s hmotností řádově srovnatelnou s hmotností Jupitera zjišťujeme na základě změn radiálních rychlostí hvězd. Vypočtěte periodu a amplitudy změn radiální rychlosti vyvolaných hypotetickou planetou o stejné hmotnosti jako Jupiter. Předpokládáme hvězdu o hmotnosti $1\,M_\odot$. Posuďte měřitelnost těchto změn současnými astronomickými prostředky.

Řešení: Budeme zjednodušeně předpokládat, že kolem hvězdy obíhá pouze jedna planeta s hmotností Jupitera. Střední oběžná rychlost pohybu extrasolární planety v_J by tudíž byla $13\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Protože $\frac{M_h}{M_J} = \frac{v_J}{v_h} \Rightarrow$ že očekávaná rychlost pohybu hvězdy bude $v_h \cong 13\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ v dráhové rovině exoplanety. Požadovaná přesnost optických metod určování radiálních rychlostí by měla být ještě $2\times$ větší, v roce 1998 již byla dostatečná, dosahovala zhruba $7\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.





Úlohy

13.3, 13.4. 13.5, 13. 9, 13.11, 13.15, 13.17, 13.19

Exoplanety

51 Pegasi b a exoplanetární revoluce

Přednáška u příležitosti udělení Nobelovy ceny za fyziku za rok 2019

Didier Queloz + **Michel Mayor**

Cavendish Laboratory, University of Cambridge, Cambridge CB3 OHE, Spojené království a Department of

V roce 1952 publikoval Struve [4] překvapující vizionářskou poznámku, v níž se zmiňoval o využití *„vysoce přesného měření radiální rychlosti"* k pátrání po planetách *„mnohem blíže k jejich mateřským hvězdám, než je tomu ve Sluneční soustavě"*. Tato myšlenka daleko předběhla svoji dobu, dokud celá řada inovací výrazně neredukovala nejistoty v měření radiálních rychlostí. Až do následující dekády tehdy nikdo vážně neuvažoval o pátrání po planetách pomocí dopplerovské spektroskopie.



Obr. 1 Spektrograf ELODIE na observatoři OHP. Na levé straně je difrakční mřížka typu échelle. Optická vlákna (červená) přivádí signál do spektrometru. Nahoře je kryostat, v němž je umístěn CCD detektor. Optika se zkříženou disperzí je umístěna ve střední vertikální černé části.

Exoplanety

Spektrograf byl navržen k přesným měřením metodou dopplerovské spektroskopie. Optická koncepce byla dána požadavkem na kompaktní, stabilní přístroj a na maximální využití celé dostupné plochy (1 024 × 1 024 pixelů) CCD detektoru E2V k získání spekter s nejvyšším možným rozlišením v celém rozsahu viditelného spektra – od 390 nm do 681 nm. To bylo umožněno použitím velké stupňovité difrakční mřížky typu échelle, vyrobené firmou Milton and Roy. Ke zvýšení stability osvětlení mřížky byl na vstupu do optického vlákna použit dvojitý *scrambler*. Navíc byla ELODIE vybavena softwarem pro zpracování dat (*pipeline*) redukujícím data tak, aby krátce po pozorování již byla k dispozici radiální rychlost prostřednictvím numerické korelační metody [16].

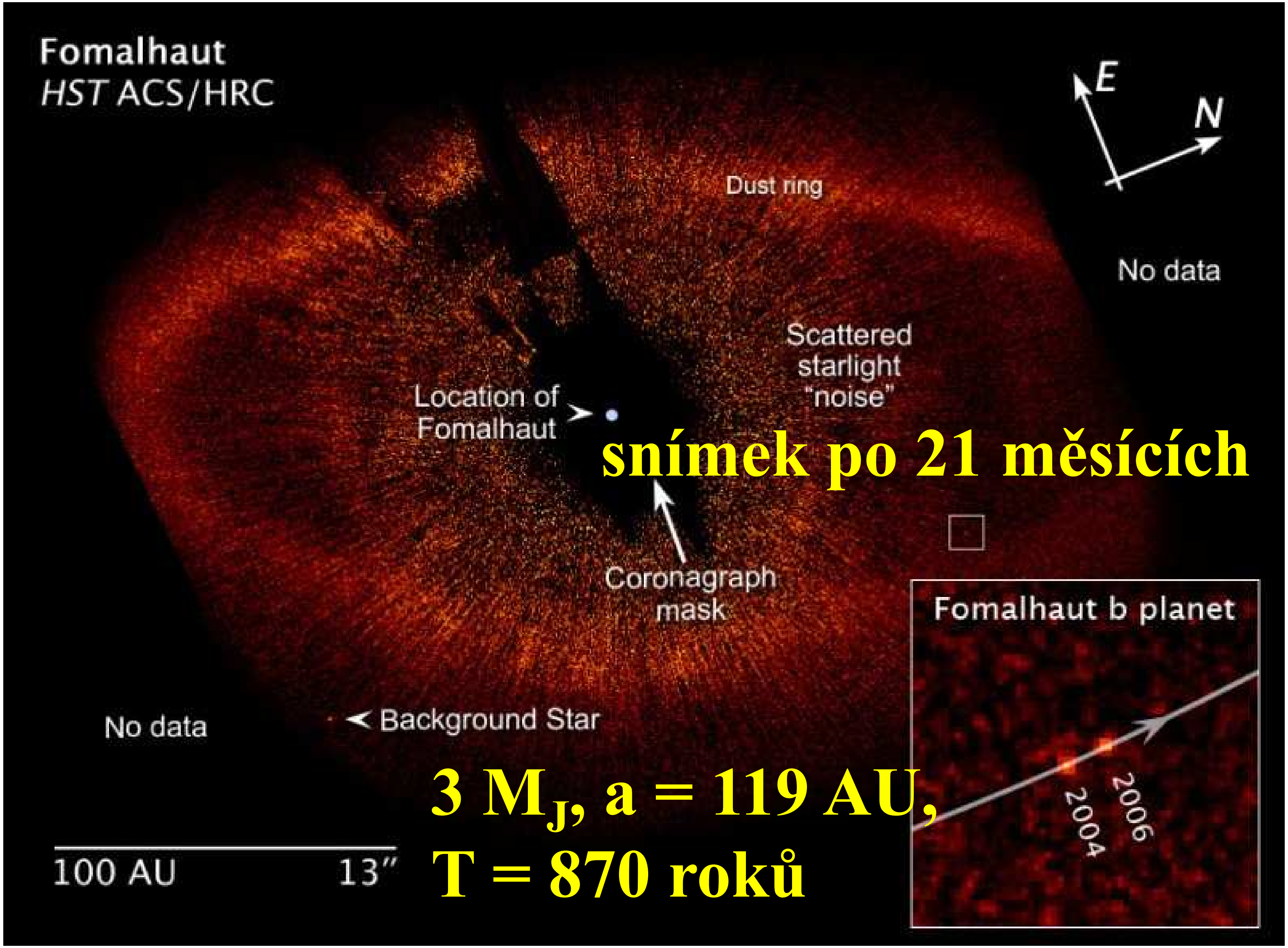


Obr. 2 Střední část hvězdného spektra zaznamenaného CCD detektorem ELODIE, spolu se spektrem thoria. Zakřivená posloupnost spektroskopických řádů spekter spolu s emisním spektrem thoriové lampy ozařující druhé optické vlákno.

Sluší se říci, že v lednu 1995 byla moje první reakce poněkud panická, když jsem si uvědomil, že hvězda HD217014 vykazuje větší změny radiální rychlosti, než by vyplývalo pouze z přesnosti dopplerovských měření, jakou jsem z dostupných spektroskopických informací očekával. Myslel jsem si, že jde o nějakou chybu ve spektrografu nebo v analýze dat. Po dnech a nocích, které jsem s úzkostí strávil sám kontrolou všech součástí a možných chyb softwaru, jsem po získání dalších dat došel k jedinému možnému závěru, který by mohl kolísání rychlosti vysvětlit: kolem hvězdy 51 Peg obíhá planeta o hmotnosti Jupitera s periodou 4,25 dne, což odpovídá orbitální vzdálenosti 0,05 astronomické jednotky. Planeta je doslova „upečená" a její atmosféra má teplotu 1 000 K. Když o tom zpětně přemýšlím, uvědomuji si, jaká to byla odvážná a pošetilá představa: privilegium nadšeného doktoranda.



Exoplaneta u hvězdy Fomalhaut – *rybí tlama*



snímek po 21 měsících

3 M_J, a = 119 AU,
T = 870 roků

Exoplaneta Fomalhaut b

Planeta **Fomalhaut b** obíhá kolem hvězdy **Fomalhaut a**, r = 7,66 pc. Hvězda: 2,1 M_S, poloměru 1,8 R_S, povrchová teplota 8 700 K. Planeta obíhá po dráze s a = 115 au, dráhová rovina shodná s rovinou oblohy. Určete oběžnou dobu planety T v rocích. HST snímkování planety v letech 2004 a 2006. Jakou vzdálenost urazila planeta mezi oběma snímky?

Řešení: úhlová vzdálenost mezi hvězdou **Fomalhaut a** a **planetou Fomalhaut** b je

$$\varphi = \frac{115.1{,}496.10^{11}}{7{,}66.3{,}086.10^{16}} = 7{,}29.10^{-5}\, rad \approx 15''$$

III. Keplerův zákon v přesném tvaru $a^3 = \frac{G}{4\pi^2} M T^2$ Porovnáním soustavy Fomalhaut a – b se soustavou Slunce – Země obdržíme

$$\left(\frac{a_{Fb}}{a_Z}\right)^3 = \frac{M_{Fa}}{M_S}\left(\frac{T_{Fb}}{T_Z}\right)^2$$

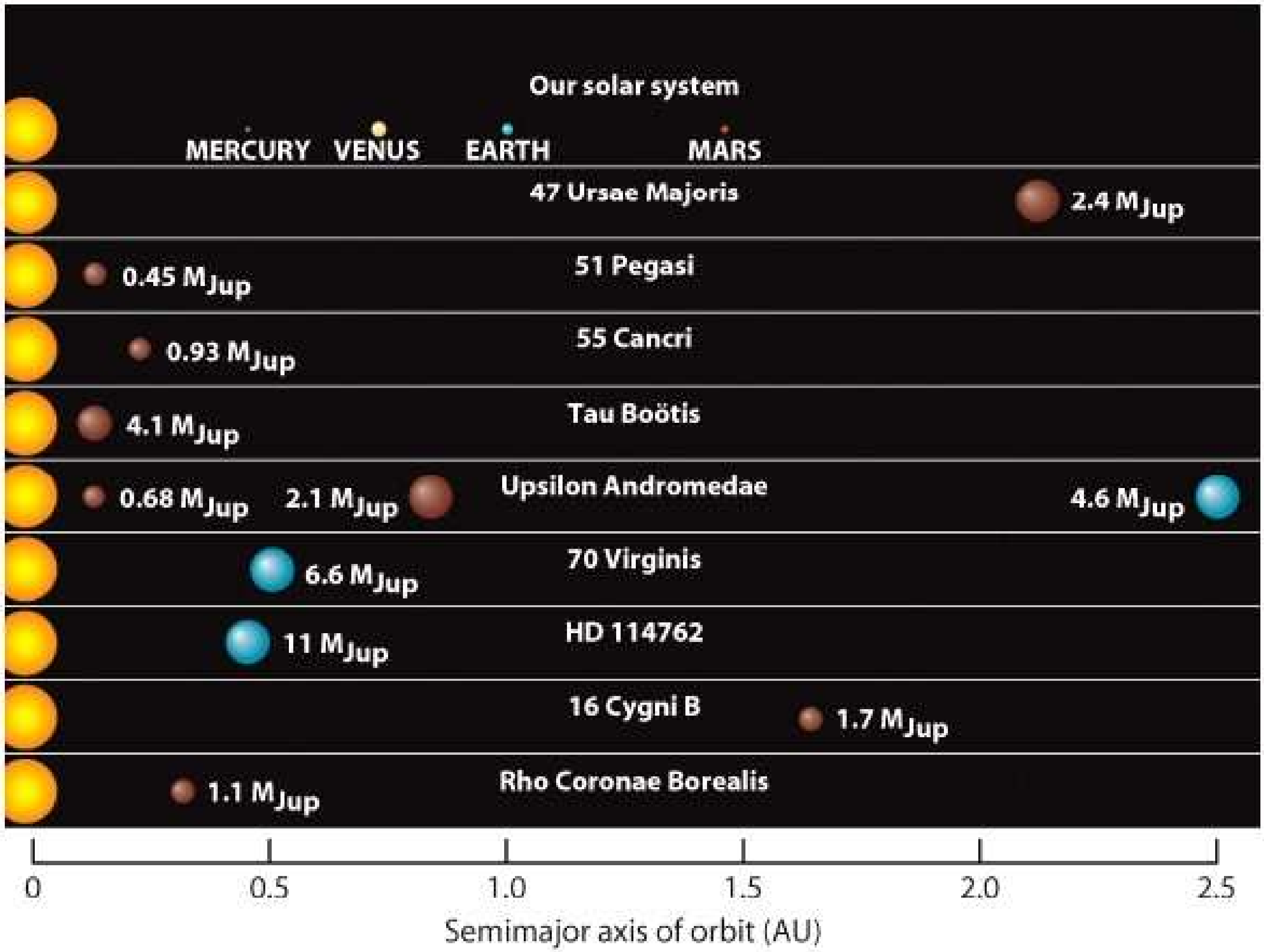
Velikost velké poloosy v au, oběžná doby v rocích obdržíme

$$a_{Fb}^3 = \frac{M_{Fa}}{M_S} T_{Fb}^2$$

Po dosazení $T_{Fb} = 850\, roků$ Při zjednodušení - kruhová oběžná dráha planety je 2πaFb. Za dva roky činí uražená dráha planetou

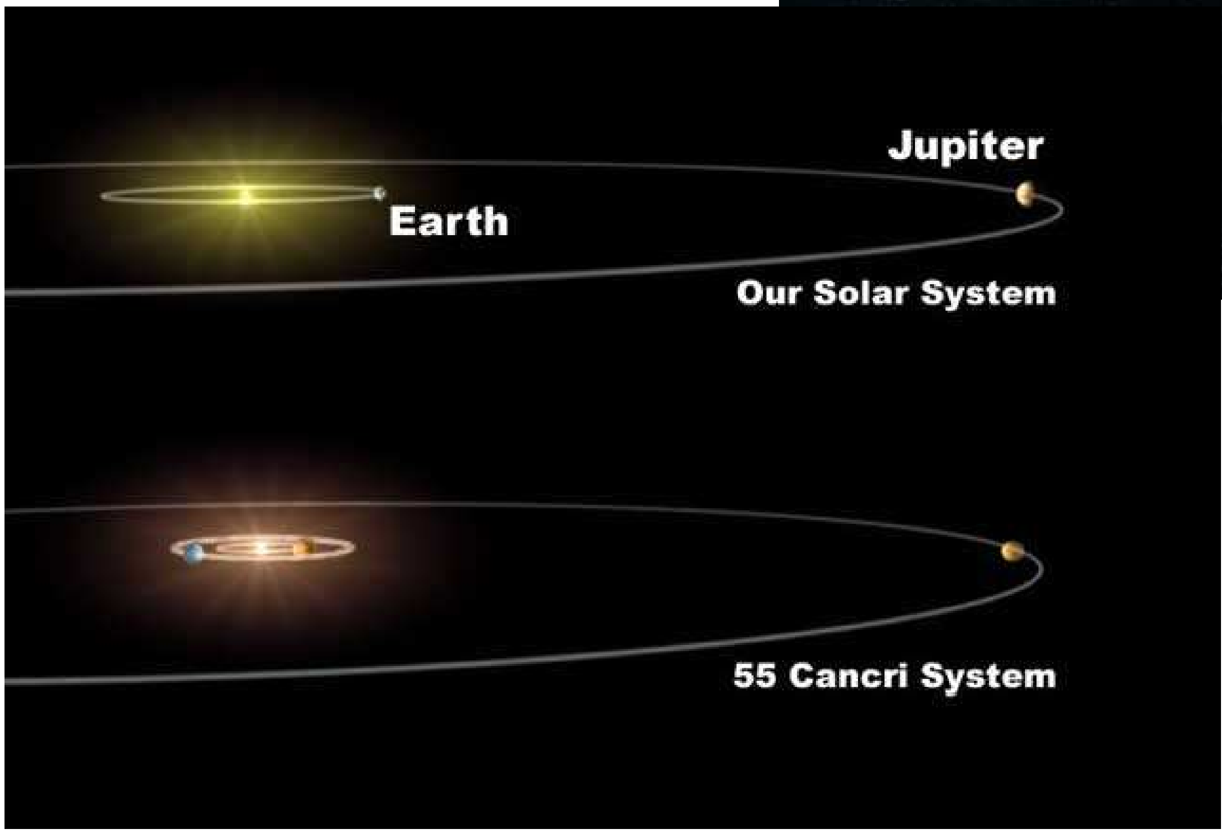
$$\frac{2\pi a_F}{850} 2 = 1{,}7\, AU$$

První objevené extrasolární systémy

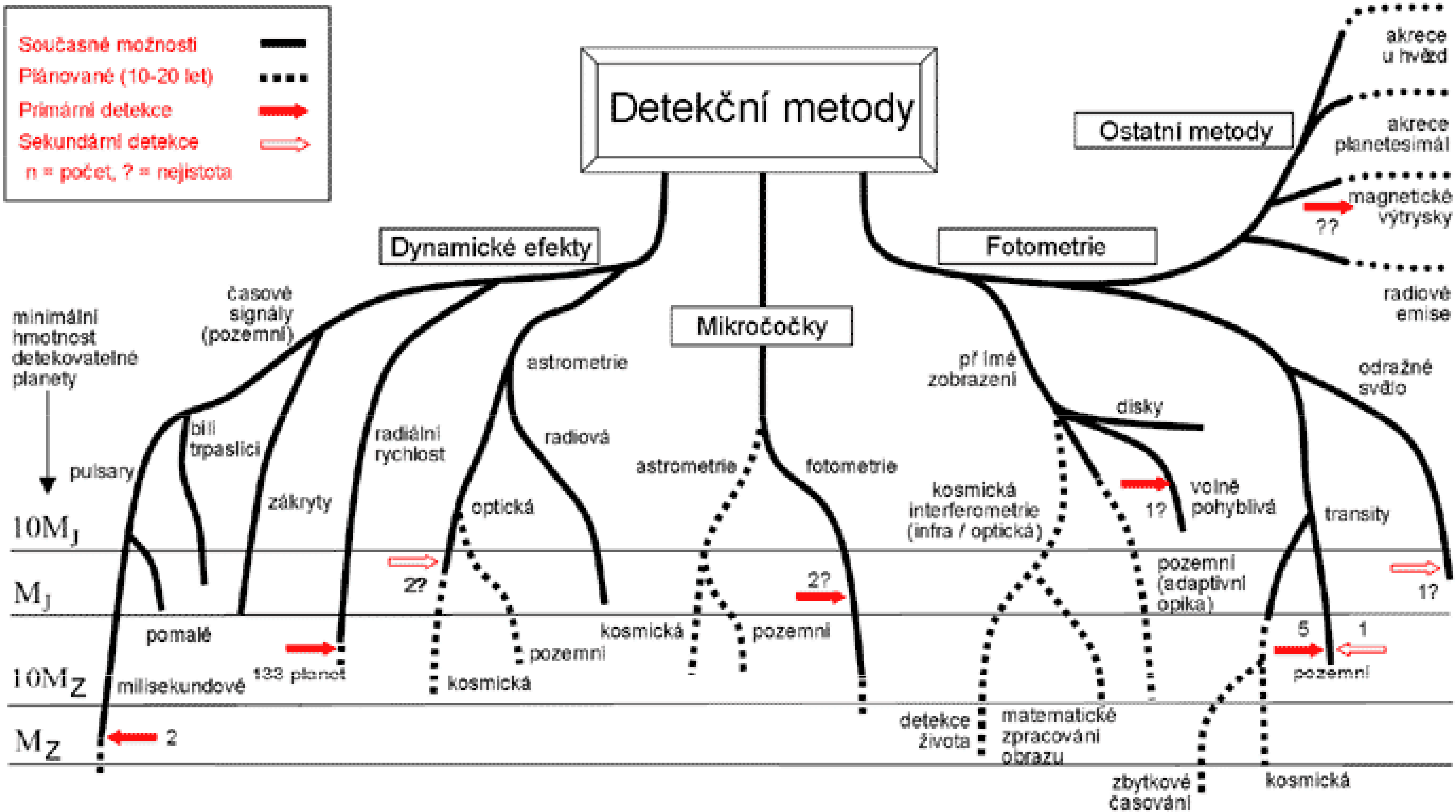


Extrasolární systém 55 Can

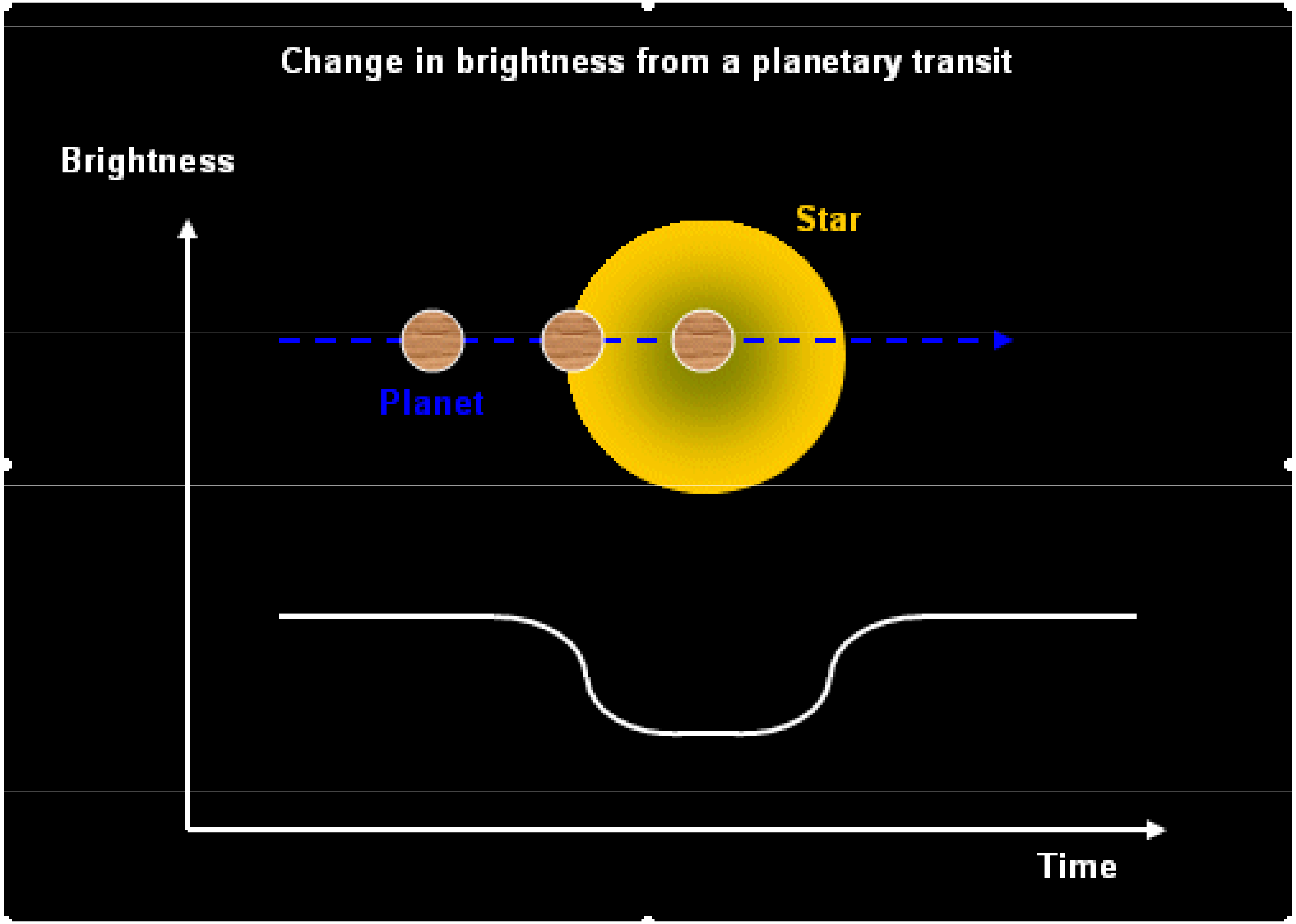




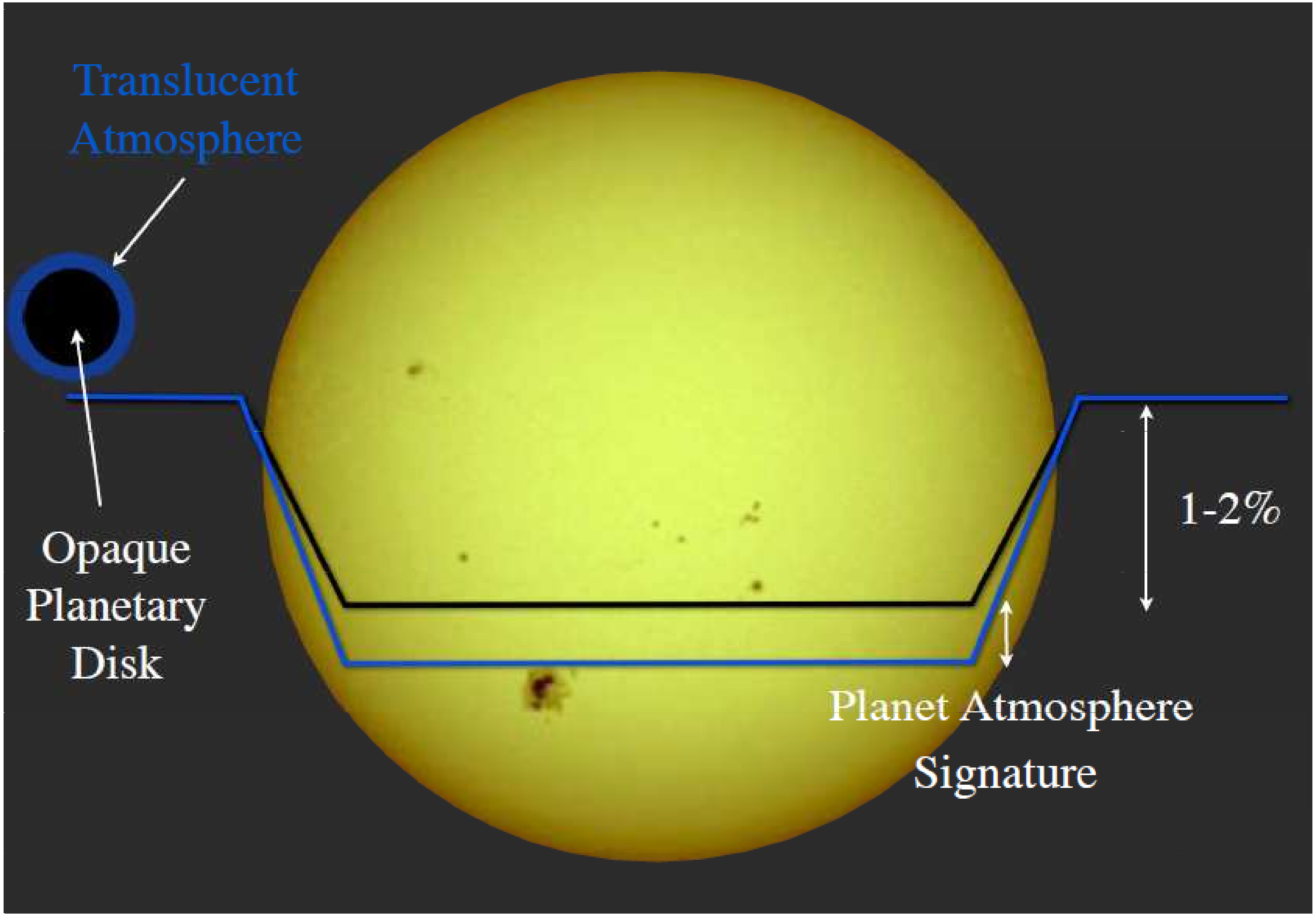
Metody detekce exoplanet



Fotometrické studium exoplanet



Fotometrie přechodu exoplanety - okrajové ztemnění, planetární atmosféra



Světelné křivky přechodů exoplanety HD 209458b

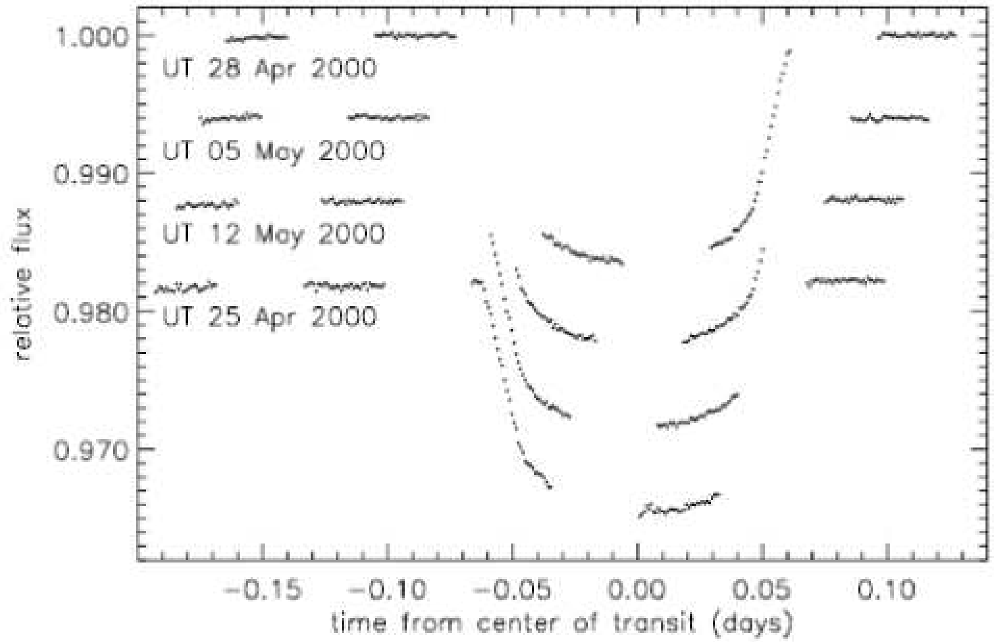


FIG. 2.—Time series of the corrected intensity shown separately for each of the four transits observed by *HST*, with successive transits offset by −0.006 for clarity. Note that, because the transit duration is almost two *HST* orbits, complete temporal coverage was not obtained for any one transit.

note that the depth of the eclipse is only 1.7%!). The orbital period was determined to be 3.5247 days, the lower limit on the mass of the planet $M_p \sin i = 0.69 \pm 0.05 M_J$ (with the inclination angle $i = 86^\circ\!.6 \pm 9^\circ\!.14$), and the radius of the planet $R_p = 1.347 \pm 0.060\ R_J$. Most

Studium spektra HD 209458 - G0 V, r = 47 pc $1{,}1\ M_S$, $1{,}1\ R_S$

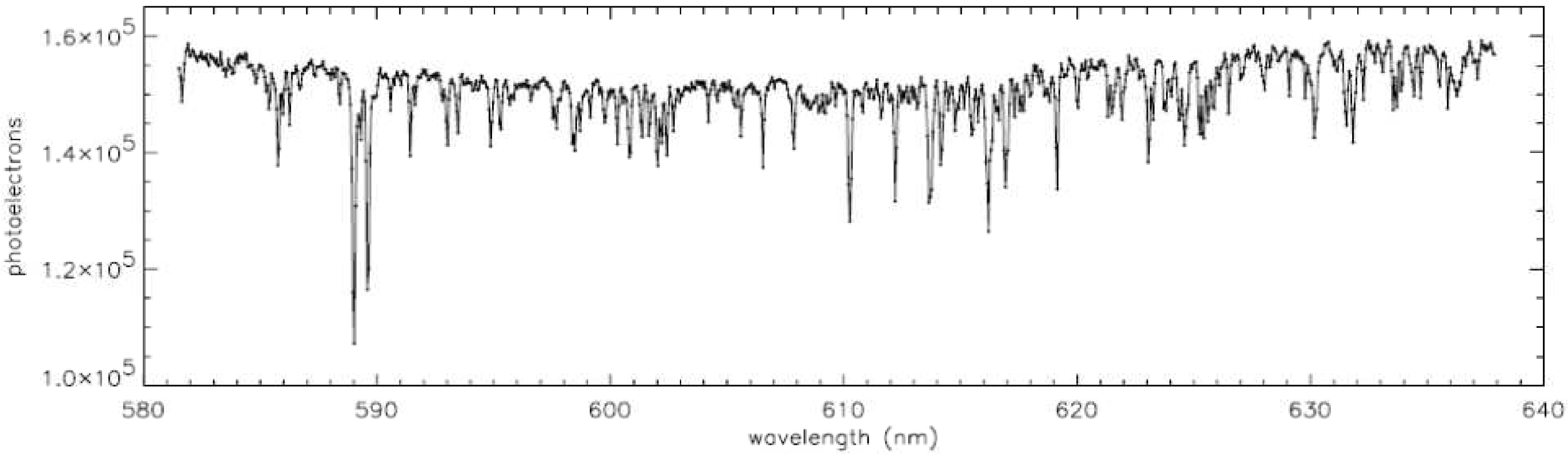
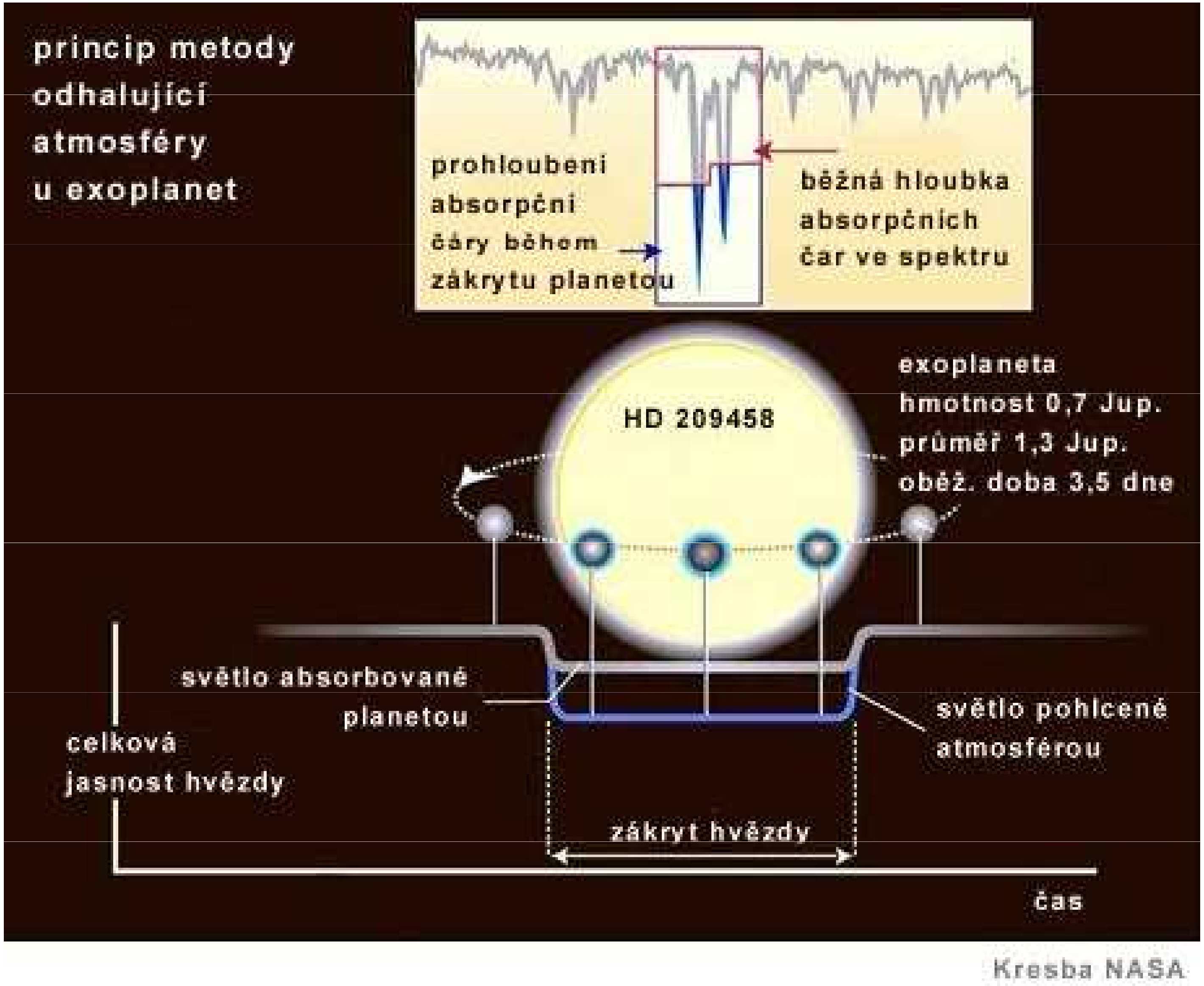


FIG. 1.—Typical spectrum of HD 209458 obtained with the STIS instrument, showing the number of detected photons in a single 60 s integration vs. wavelength. We obtained 684 such spectra in all.

teoretické modely Seager S., Sasselov D. D.: Astrophys. J. **537**, 916, **2000** → předpověd prohloubení čar při zákrytu

pozorování Charbonneau D. T., aj.: Astrophys. J. **568**, 377, **2002** → observační potvrzení

Důkaz atmosféry exoplanety HD 209458b



a = 6,7 mil.km

Studium atmosféry exoplanety HD 209458b

An extended upper atmosphere around the extrasolar planet HD209458b

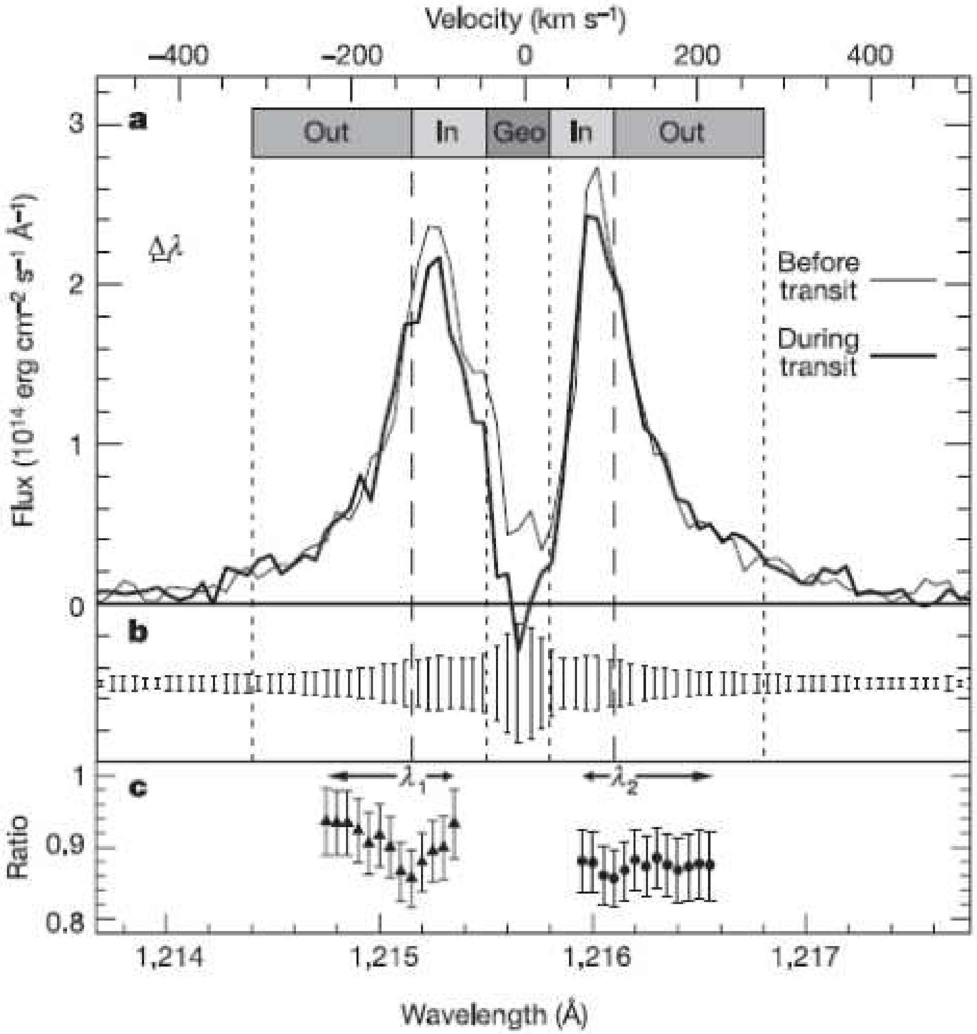
A. Vidal-Madjar*, A. Lecavelier des Etangs*, J.-M. Désert*, G. E. Ballester†, R. Ferlet*, G. Hébrard* & M. Mayor‡

* *Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS/UPMC, 98bis boulevard Arago, F-75014 Paris, France*
† *Lunar and Planetary Laboratory, University of Arizona, 1040 E. 4th St., Rm 901, Tucson, Arizona 85721-0077, USA*
‡ *Observatoire de Genève, CH-1290 Sauverny, Switzerland*

The planet in the system HD209458 is the first one for which repeated transits across the stellar disk have been observed[1,2]. Together with radial velocity measurements[3], this has led to a determination of the planet's radius and mass, confirming it to be a gas giant. But despite numerous searches for an atmospheric signature[4–6], only the dense lower atmosphere of HD209458b has been observed, through the detection of neutral sodium absorption[7]. Here we report the detection of atomic hydrogen absorption in the stellar Lyman α line during three transits of HD209458b. An absorption of $15 \pm 4\%$ (1σ) is observed. Comparison with models shows that this absorption should take place beyond the Roche limit and therefore can be understood in terms of escaping hydrogen atoms.

Nature **422**, 143, **2003**

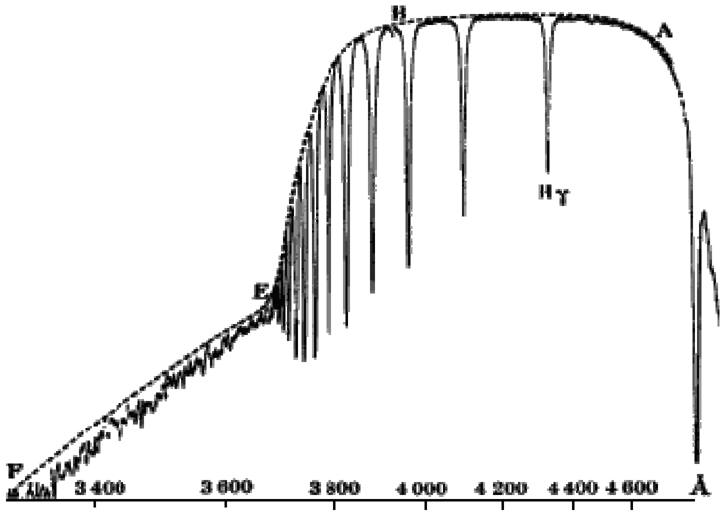
Studium spektra HD 209458 čáry L_α – STIS, mřížka G140M

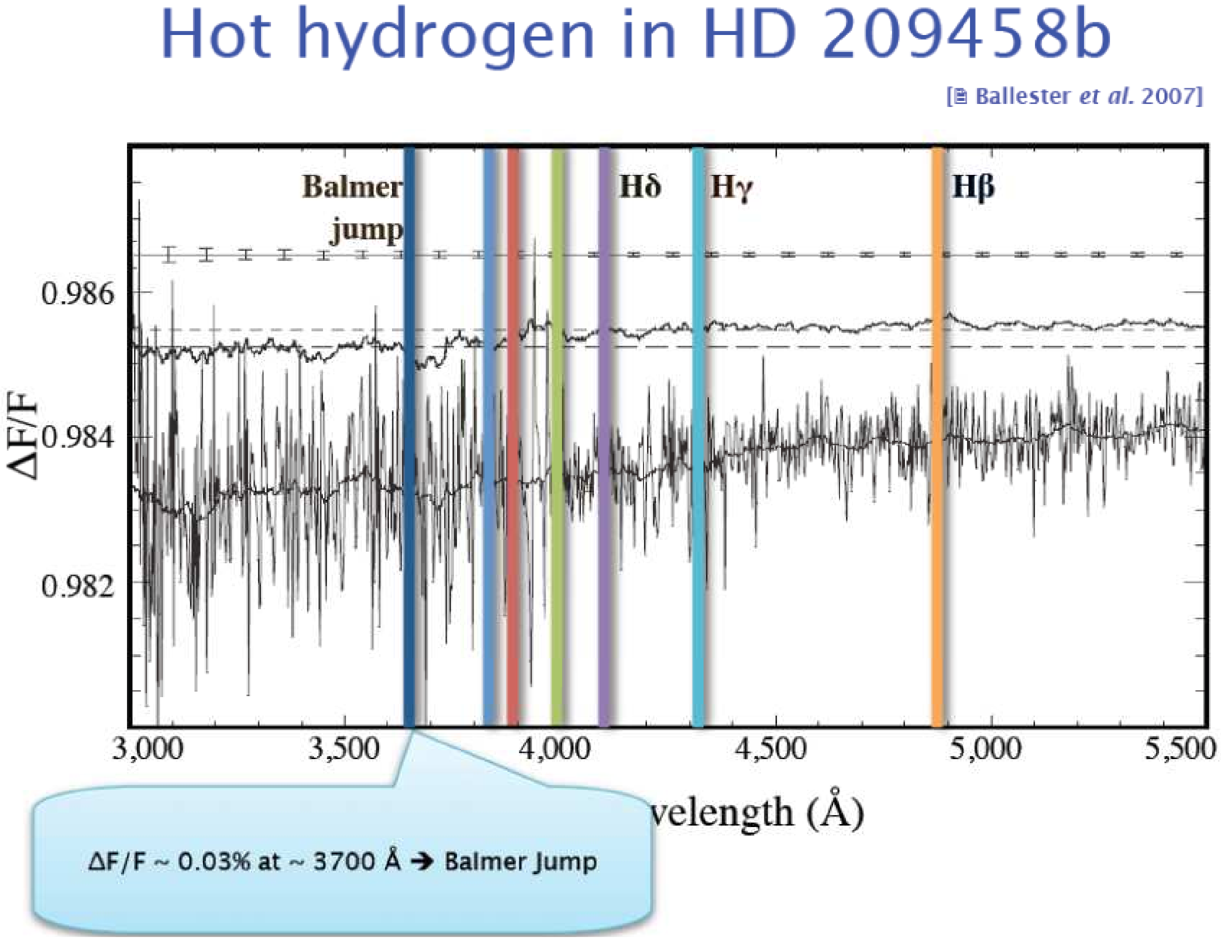


Změny v absorpci v modré a částečně červené oblasti, mezi (-130 + 100) km.s^{-1} ,
λ_1 = 1 215,15 Å
λ_2 = 1 216,10 Å
pokles intenzity L_α při přechodu 15 ± 4 %,
pokles necitlivý k λ_2
model - pozorování → asymetrický únik vodíku - ohon z atmosféry planety, výpočet min. únikového toku ~ 10^7 kg.s^{-1}

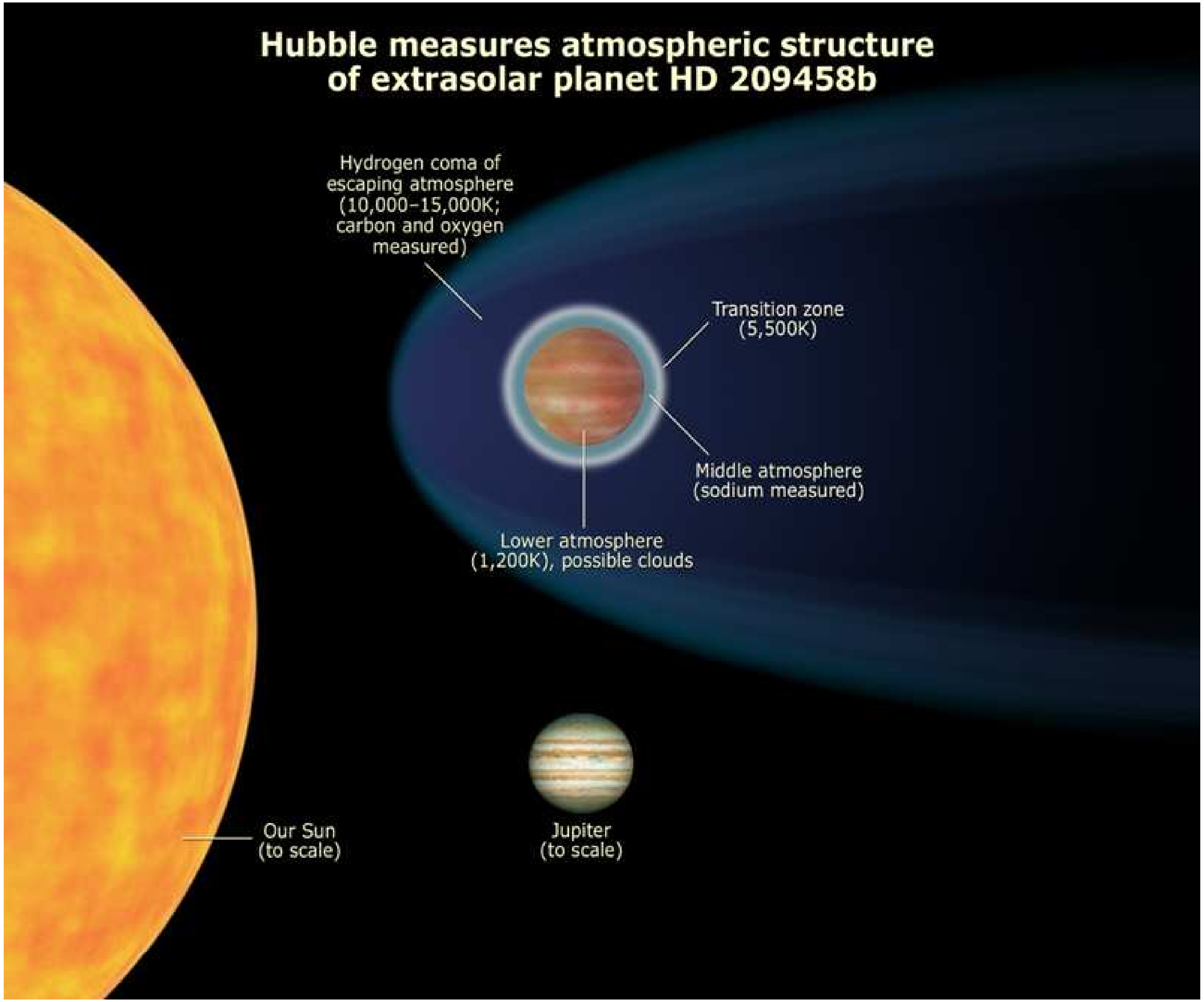
Spektrum exoplanety HD 209 458b
Balmerův skok - „horký“ vodík

Atmosféra exoplanety je ohřívána (a = 6,7 mil. km) hvězdou, rozepíná se, z horní vrstvy uniká vodík odečtení spekter hvězdy a při tranzitu = **spektrum exoplanety** → Balmerův skok

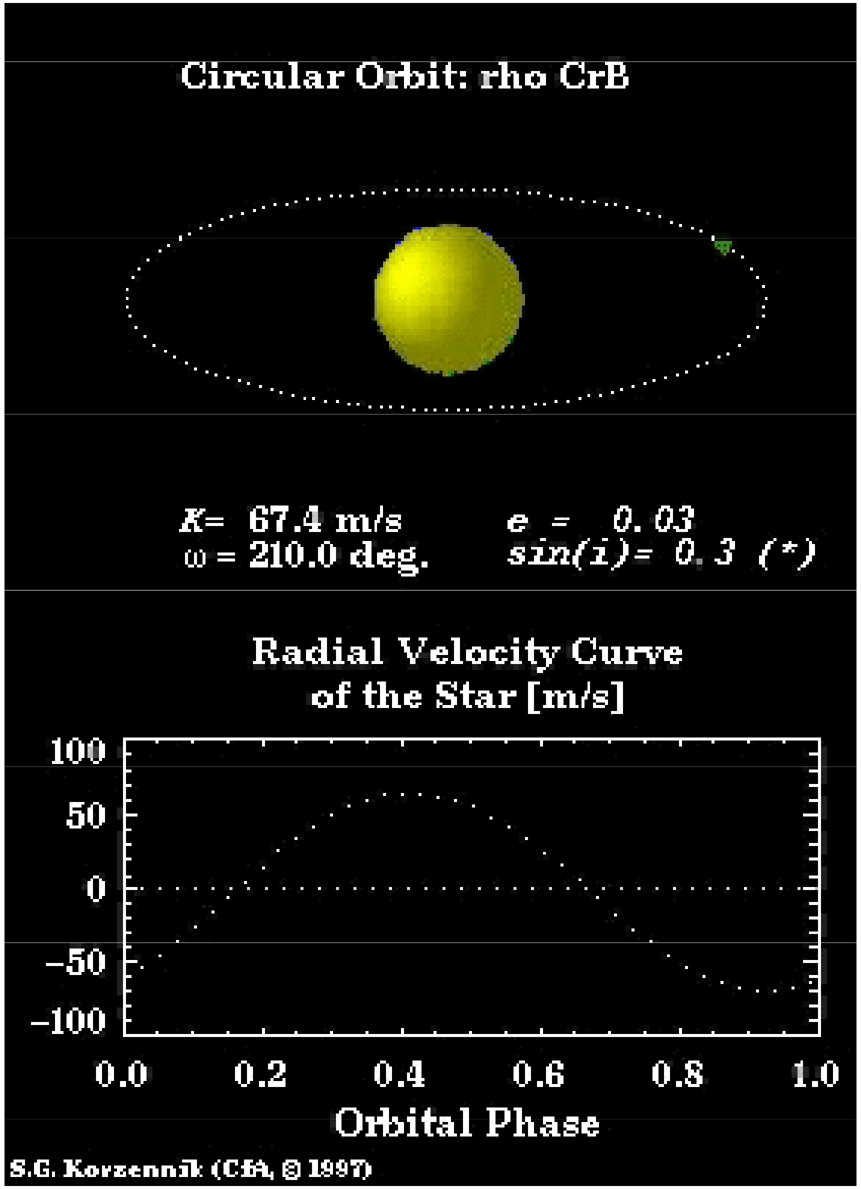




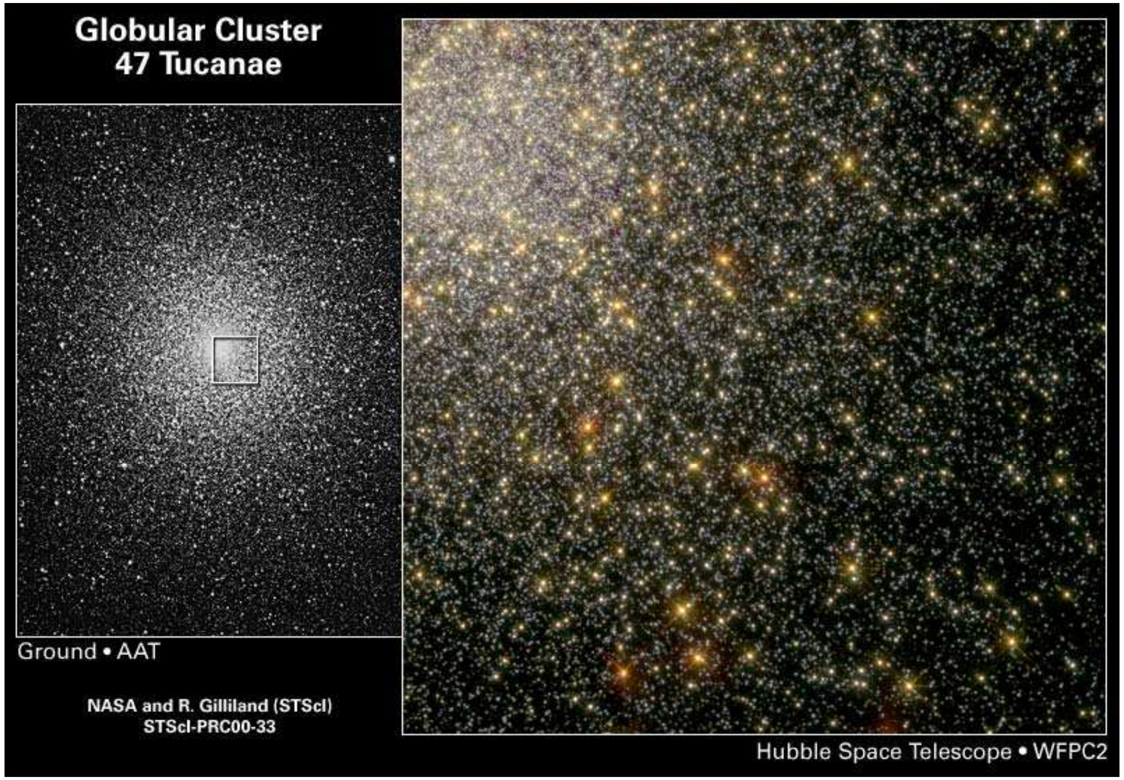
Struktura atmosféry exoplanety HD 209458b



Spektroskopické studium exoplanet



Extrasolární soustavy



NGC 104, 47 Tuc,
r = 4,7 kpc

stáří 11 miliard, Fe/H ↓,

středová hustota
$1,5.10^5$ pc^{-3}

platí $\tau_{tran} = 1.412 M_*^{-1/3} R_* P_{orb}^{1/3}$

M_*, R_*, P_{orb} …dny, τ… hod,

HST WFPC2, 8,3 dne
předpoklad: **17 planet**

$M_* = 0,81$, $R_* = 0,92$, $P_{orb} = 3,8$ dne,
$\tau = 2,2$ hod

Extrasolární soustavy

The Astrophysical Journal, 545:L47–L51, 2000 December 10

A LACK OF PLANETS IN 47 TUCANAE FROM A *HUBBLE SPACE TELESCOPE* SEARCH[1]

Ronald L. Gilliland,[2] T. M. Brown,[3] P. Guhathakurta,[4] A. Sarajedini,[5] E. F. Milone,[6] M. D. Albrow,[2] N. R. Baliber,[7] H. Bruntt,[8] A. Burrows,[9] D. Charbonneau,[3,10] P. Choi,[4] W. D. Cochran,[7] P. D. Edmonds,[10] S. Frandsen,[8] J. H. Howell,[4] D. N. C. Lin,[4] G. W. Marcy,[11] M. Mayor,[12] D. Naef,[12] S. Sigurdsson,[13] C. R. Stagg,[6] D. A. Vandenberg,[14] S. S. Vogt,[4] and M. D. Williams[6]

Received 2000 August 25; accepted 2000 October 10; published 2000 November 28

ABSTRACT

We report results from a large *Hubble Space Telescope* project to observe a significant (~34,000) ensemble of main-sequence stars in the globular cluster 47 Tucanae with a goal of defining the frequency of inner orbit, gas giant planets. Simulations based on the characteristics of the 8.3 days of time series data in the F555W and F814W Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) filters show that ~17 planets should be detected by photometric transit signals if the frequency of hot Jupiters found in the solar neighborhood is assumed to hold for 47 Tuc. The experiment provided high-quality data sufficient to detect planets. A full analysis of these WFPC2 data reveals ~75 variables, but no light curves resulted for which a convincing interpretation as a planet could be made. The planet frequency in 47 Tuc is at least an order of magnitude below that for the solar neighborhood. The cause of the absence of close-in planets in 47 Tuc is not yet known; presumably the low metallicity and/or crowding of 47 Tuc interfered with planet formation, with orbital evolution to close-in positions, or with planet survival.

Subject headings: binaries: eclipsing — globular clusters: individual (NGC 104, 47 Tucanae) — planetary systems — techniques: photometric

Nenalezení extrasolárních planet v NGC 104

fotometricky pozorováno 34 000 hvězd, nalezeno 75 proměnných hvězd, **negativní výsledek u planet**,

Vysvětlení:

- **planety se vůbec neformovaly nebo velmi zřídka**
- **planety byly „roztrhány“ mateřskými hvězdami**

Příčina: nízký obsahem kovů respektive fotovypařování protoplanetárních disků ?!

Úlohy

13.3, 13.4. 13.5, 13. 9, 13.11, 13.15, 13.17, 13.19

Astrofyzika VII. cvičení

Extragalaktická astronomie



Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

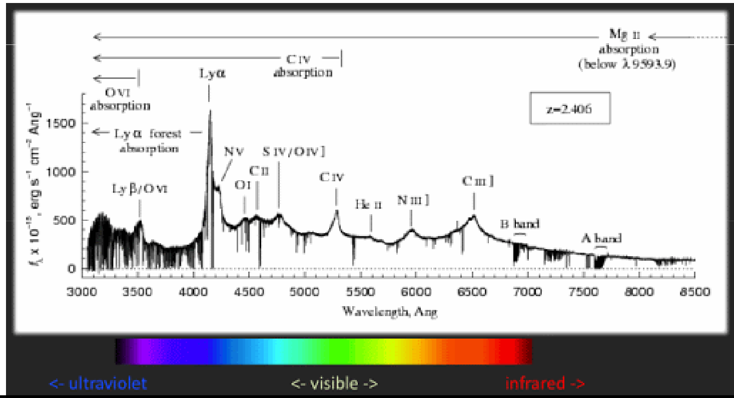
Kosmologický posuv

Úloha 13.3 Které z emisních čar v následující tabulce můžeme z povrchu Země pozorovat v optickém oboru spektra u kvasaru s následujícím rudým posuvem
a) z = 0,1
b) z = 1,0
c) z = 4,0.
Tabulka hlavních emisních čar u aktivních galaxií a kvasarů:

L_α	121,6 nm	H_β	486,1 nm
N V	124,0 nm	O III	495,9 nm
C IV	154,9 nm	O III	500,7 nm
C III	190,9 nm	N II	654,8 nm
Mg II	279,8 nm	H_α	656,3 nm
O II	372,7 nm	N II	658,4 nm
Ne III	386,8 nm	S II	671,7 nm
H_δ	410,2 nm	S II	673,1 nm
H_γ	434,1 nm		

Řešení: Při výběru vhodných čar vyjdeme ze vztahu $(z+1)\,\lambda_l = \lambda_p$, kde λ_p musí být v optické části spektra. Tedy v případě a) všechny čáry od Ne III, b) čáry C III až po čáru Ne III, c) čáry L_α až C IV.

výklad vzniku čar



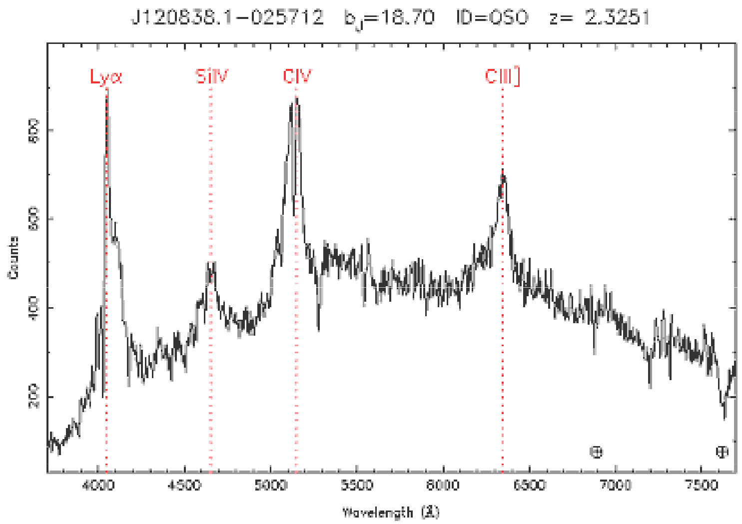
Kosmologický rudý posuv

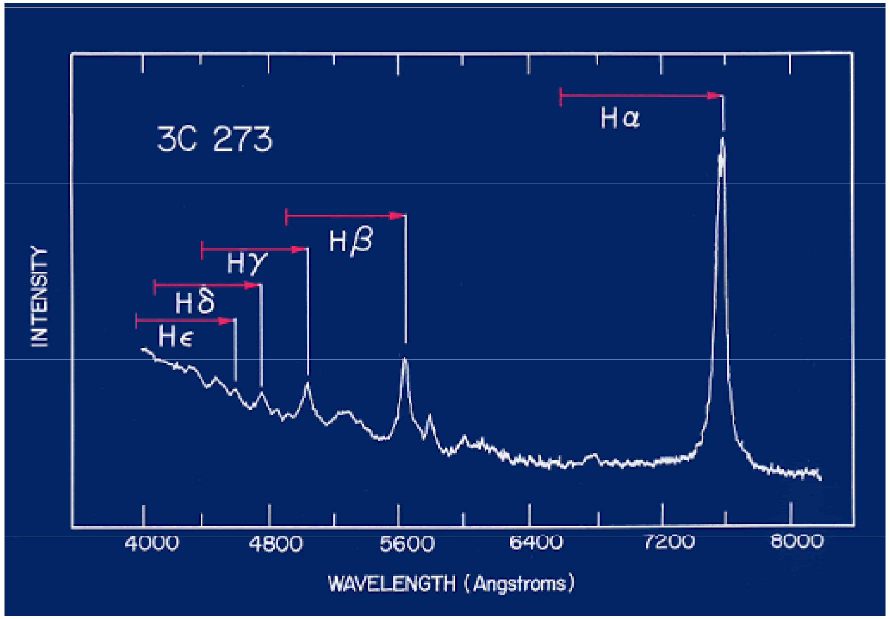
Úloha 13.4 Ve spektru kvasaru byl optickou spektroskopií zjištěn rudý posuv $z = 2{,}5$. Které emisní čáry byly při tomto zjištění použity? Viz tabulka předcházející úlohy.

Řešení: Využijeme vztah $(z+1)\,\lambda_l = \lambda_p$. Nejvhodnější a nejčastěji používanou čarou je L_α.

Úloha 13.5 Ve spektru kvasaru 3C 273 byly zjištěny široké intenzivní emisní čáry o naměřených vlnových délkách 761,3 nm, 563,9 nm a 503,4 nm. Určete, kterém prvku náleží. Stanovte vzdálenost kvasaru. Jaký je jeho zářivý výkon, jestliže hustota zářivého toku zjištěná v horních vrstvách atmosféry Země je rovna $6{,}2 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$.

Řešení: Použitím vztahu $(z+1)\lambda_\mathrm{l} = \lambda_\mathrm{p}$ zjistíme, že jde postupně o čáry H_α, H_β, H_γ vodíku. Vzdálenost je $r = cz/H = 640\,\mathrm{Mpc}$. Zářivý výkon kvasaru stanovíme ze vztahu $L = 4\pi r^2 F_\mathrm{bol} = 3 \cdot 10^{38}\,\mathrm{W}$.

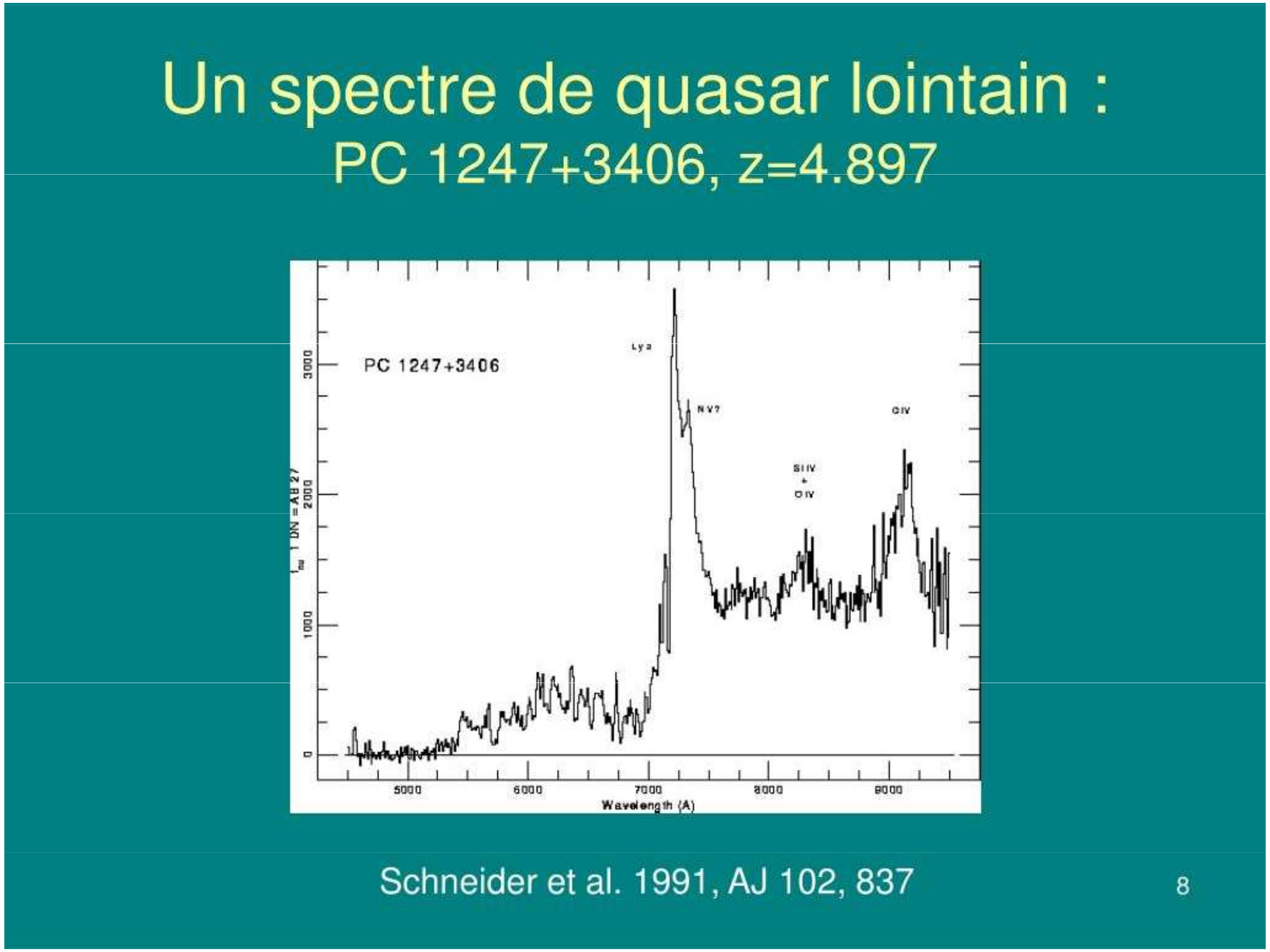




Hubbleův - Lemaitrův zákon

Úloha 13.19 U kvasaru PC 1247+3406 byly ve spektru identifikovány emisní vodíkové čáry, mimo jiných také čára L_α $\lambda_l = 121{,}6\,\mathrm{nm}$. Detekována na Zemi má čára vlnovou délku $\lambda_p = 721{,}4\,\mathrm{nm}$. Určete rychlost vzdalování kvasaru.

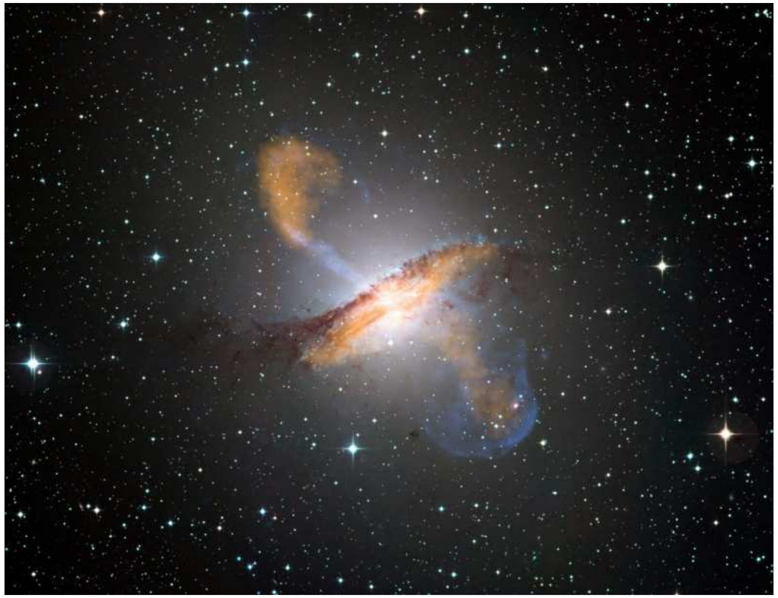
Řešení: Při hodnotě $z = \frac{\lambda_p - \lambda_l}{\lambda_l} = 4{,}93$ je rychlost $v = c\frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1} = 0{,}95c$.

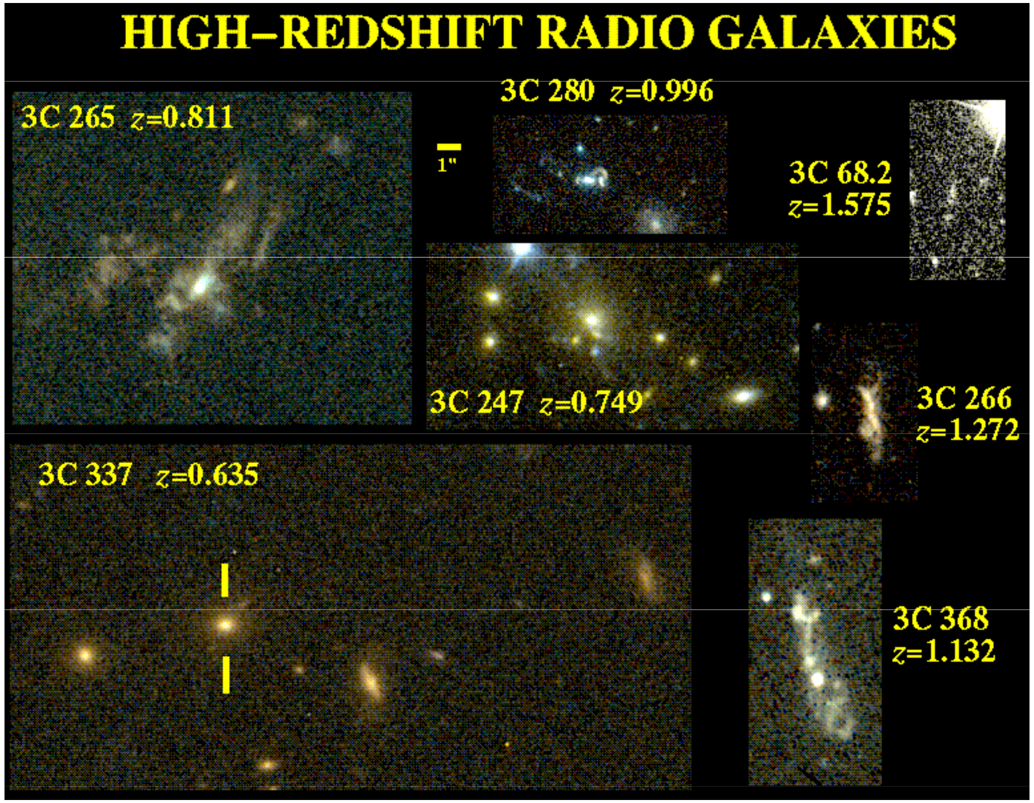


Hubbleův - Lemaitrův zákon

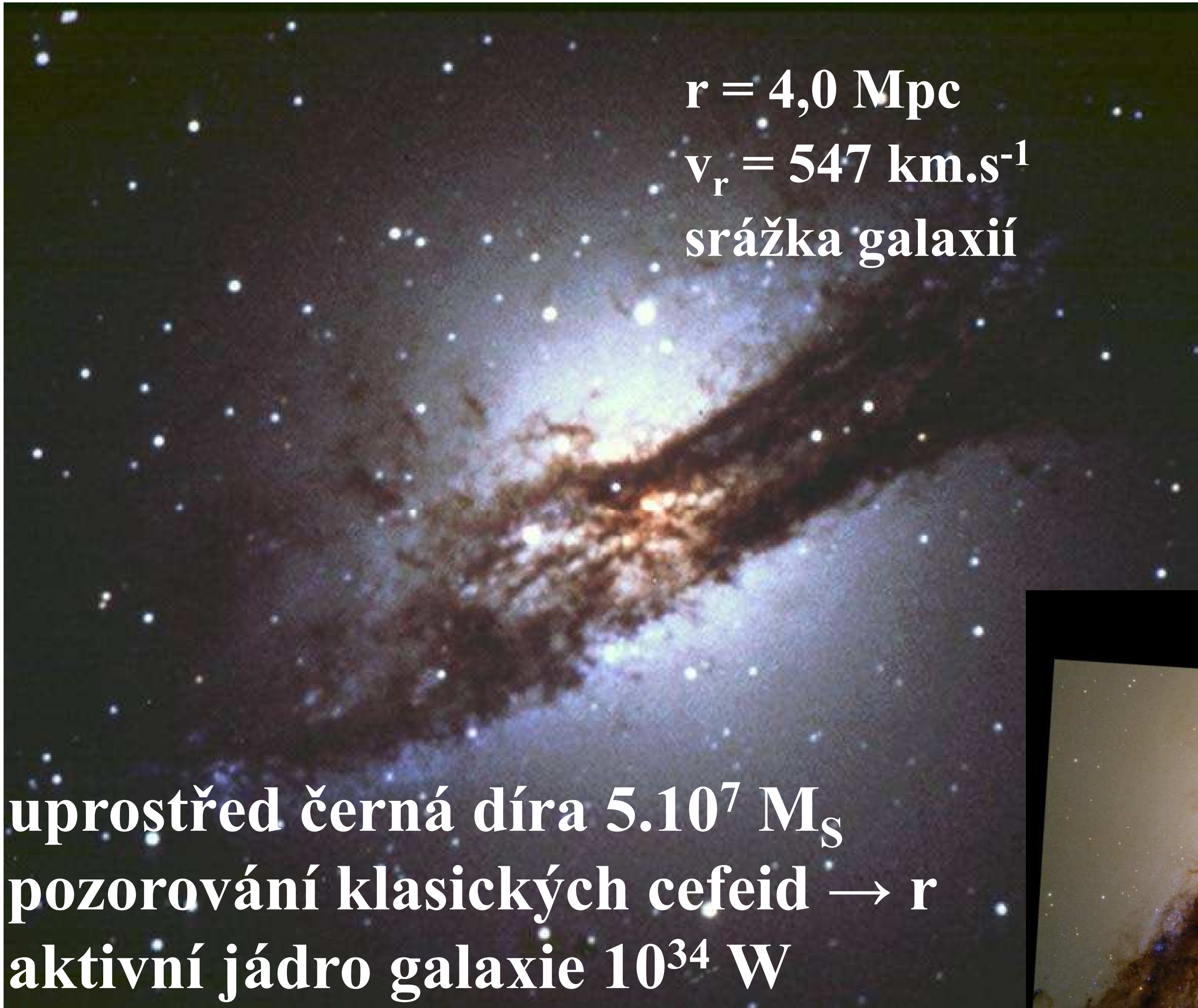
Úloha 13.17 Rádiový zdroj v jádře aktivní galaxie má úhlovou velikost $0{,}001''$, kosmologický rudý posuvu je $z = 0{,}5$. Určete lineární rozměry zdroje v pc.

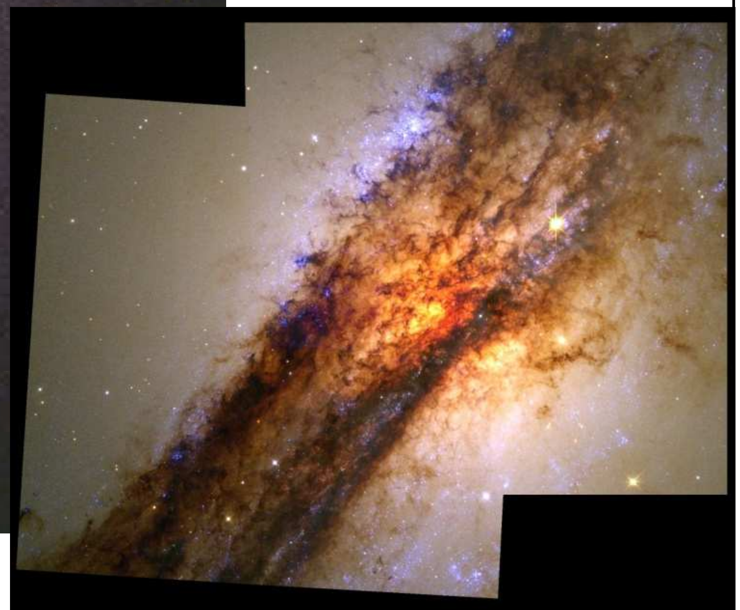
Řešení: Rychlost vzdalování stanovíme ze vztahu $v = c\frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1} = 0{,}38c$. Vzdálenost určíme z Hubbleova zákona $r = \frac{v}{H} = 1500\,\mathrm{Mpc}$. Skutečná lineární velikost zdroje je $D = 10^{-3}\,1{,}5 \cdot 10^9 = 1{,}5 \cdot 10^6\,\mathrm{AU} = 7{,}5\,\mathrm{pc}$.





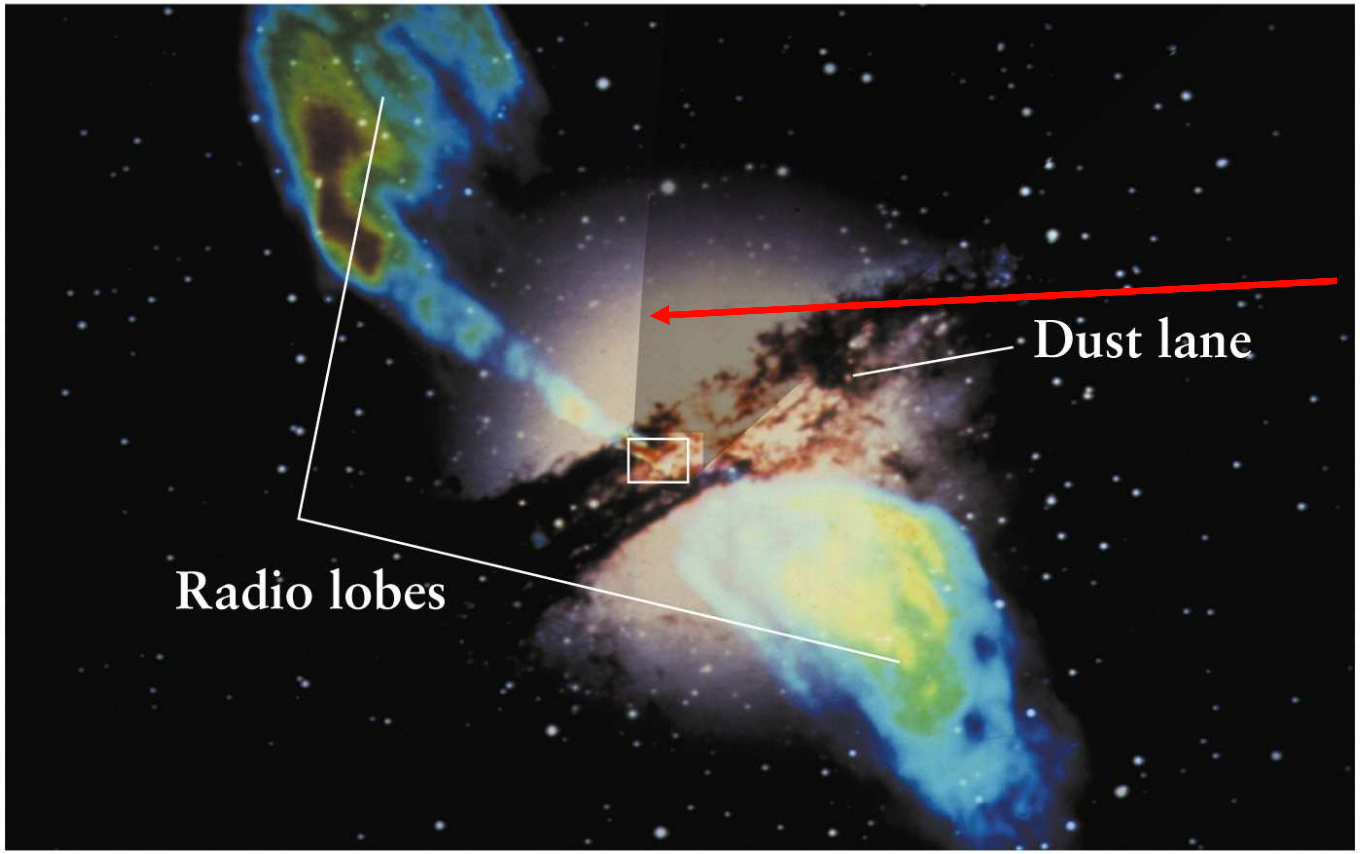
Rádiová galaxie Centaurus A - NGC 5128





Rádiová galaxie Centaurus A

L ≈ 10^{37} W



Cen A v rtg. oboru



dva rádiové zdroje - laloky symetricky položené - relativistické elektrony - mag. pole → synchrotronní zář.

Hubbleův - Lemaitrův zákon

Úloha 13.11 V kupě galaxií čítající asi 10 000 galaxií v souhvězdí Vlas Bereničin, byl u 100 nejjasnějších galaxií spektroskopicky zjištěn průměrný rudý posuv $\langle z \rangle = 0{,}0232$. Při znalosti Hubbleovy konstanty $H = 75\,\mathrm{km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}}$ určete vzdálenost kupy galaxií.

Řešení: Rychlost vzdalování je $v = cz = 6\,960\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$, vzdálenost $r = v/H = 93\,\mathrm{Mpc}$.



Černá díra v jádře Galaxie

Úloha 13.9 Odhadněte hmotnost černé díry v jádře Galaxie, jestliže bylo zjištěno, že oběžné doby hvězd obíhajících ve vzdálenosti 275 AU od jádra jsou 2,8 roků.

Řešení: Hmotnost centrálního tělesa – černé díry určíme z III. Keplerova zákona v přesném tvaru $M \cong \frac{R^3}{G}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cong 2{,}6 \cdot 10^6\,M_\odot$.

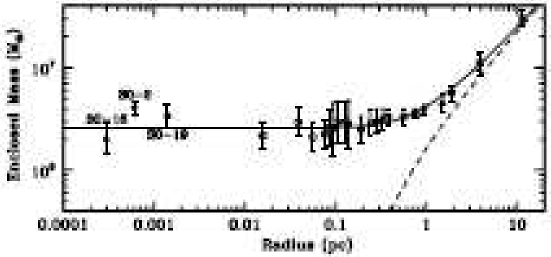


Fig. 3 Enclosed mass as a function of radius. The masses from the individual star's orbital motion agree both with one another and the earlier estimates based on velocity dispersion measurements. The solid line shows the best fit black hole plus luminous cluster model based on the earlier measurements. The new orbital masses increases the central dark mass density by 4 orders of magnitude, dramatically strengthening the case for a central supermassive black hole.

Table 1 Estimates of the central dark mass from fits to the stellar orbital motion. The reported values come from fits that solve for a common center of attraction and assume a distance of 8 kpc. Only solutions with fractional uncertainties less than 30% are listed here.

Star	Mass ($10^6 M_\odot$)
S0-2	4.1 ± 0.6
S0-16	3.0 ± 0.7
S0-19	3.4 ± 0.9
Average	3.6 ± 0.4

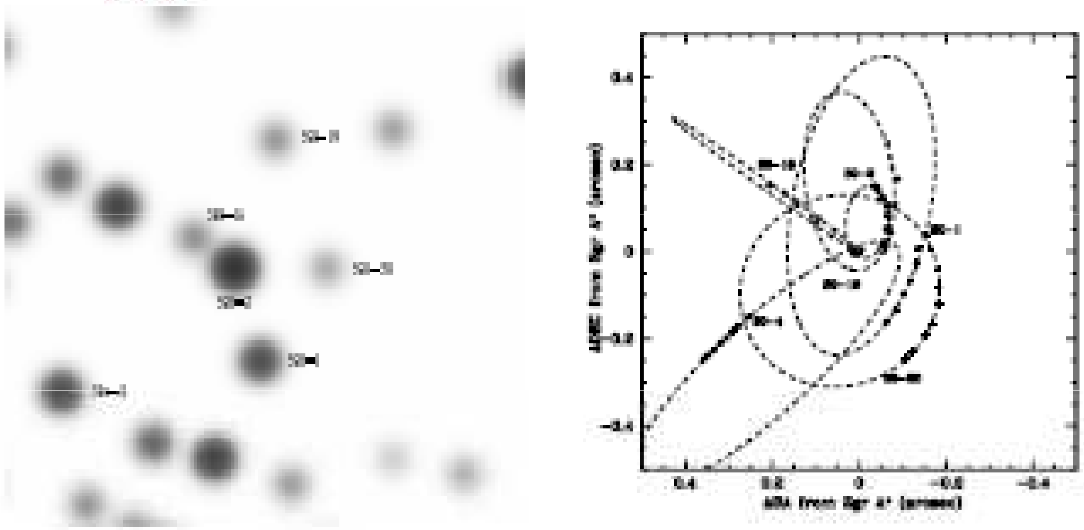
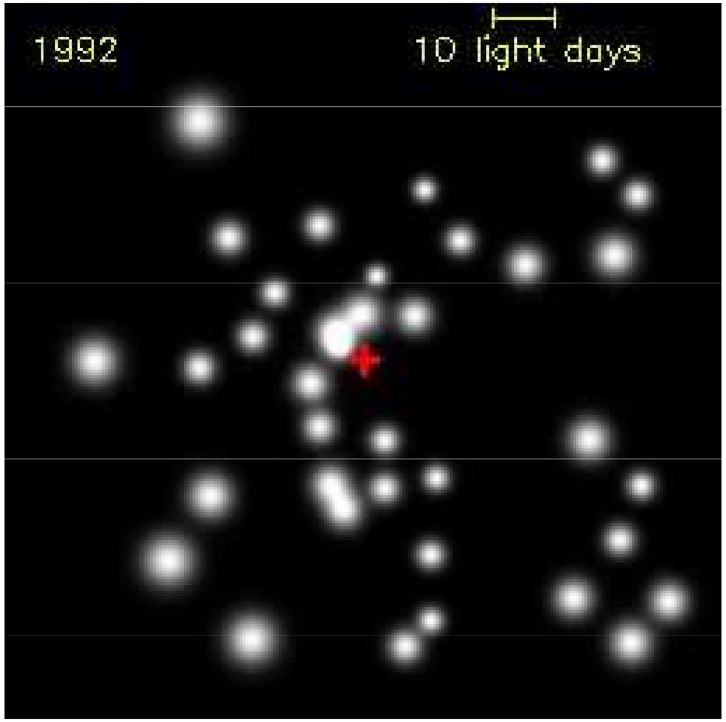


Fig. 1 (a) A 1" × 1" cleaned image centered on the nominal position of Sgr A* showing the 2001 positions of some of the stars that have been followed over the course of the Keck proper motion study. Three of the newly identified stars are S0-16, S0-19, and S0-20. (b) The annual positions of some of these stars with orbital solutions. Each star is labeled by its first measurement.

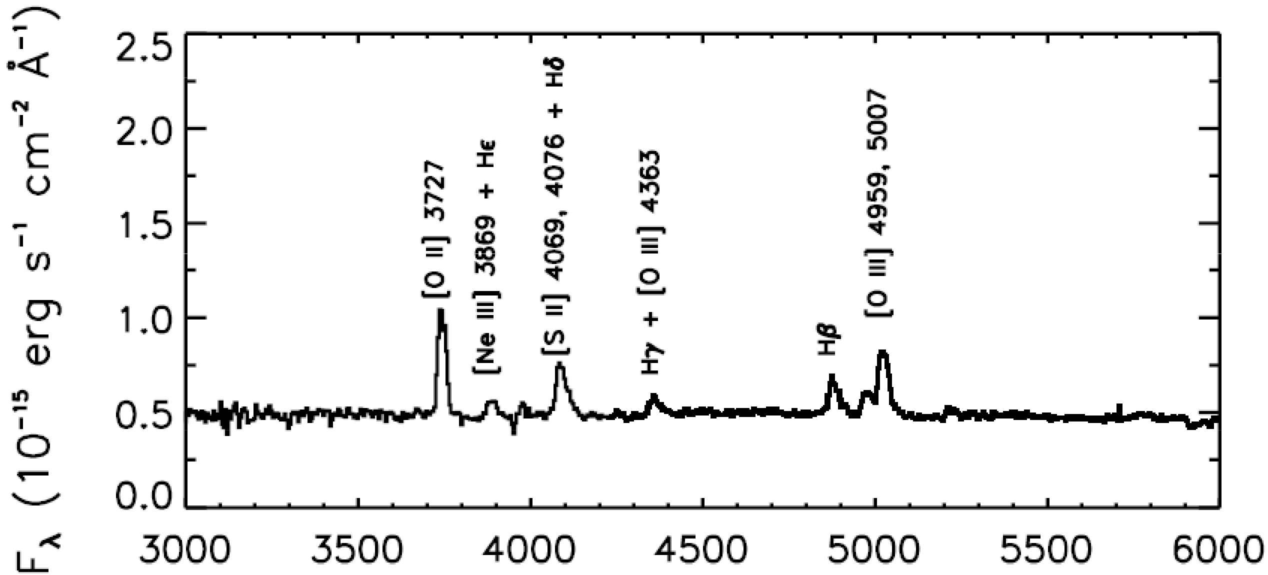


Černá díra v jádře M 87

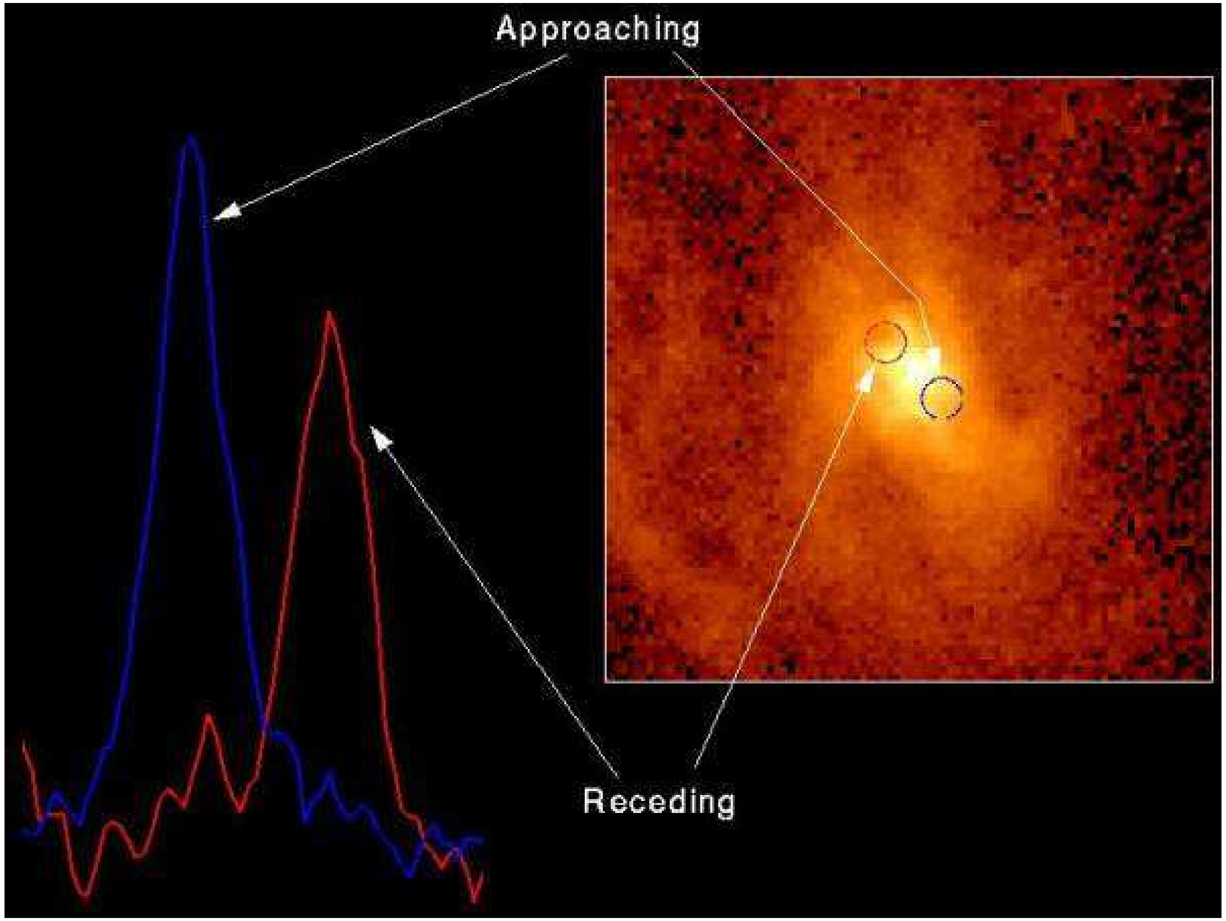
Úloha 13.15 Emisní čáry plynu ve středu gigantické eliptické galaxie M 87, NGC 4486 byly zkoumány spektrografem na Hubbleově kosmickém dalekohledu. Ze spektrální diagnostiky čáry O II 372,7 nm byla určena oběžná rychlost $500\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$ plynu při poloměru 0,25". Odhadněte hmotnost centrální oblasti uvnitř prstence. Za předpokladu, že se jedná o černou díru určete její Schwarzschildův poloměr. U galaxie M 87 byla zjištěna hodnota $z = 0{,}004$.

Řešení: Nejprve z Hubbleova zákona stanovíme vzdálenost $r = \frac{v}{H} = \frac{cz}{H} = 16\,\mathrm{Mpc}$. Úhlový poloměr převedeme, $\alpha = 1{,}2\cdot 10^{-6}\,\mathrm{rad}$. Skutečný poloměr prstence je $R = \alpha r = 5{,}9\cdot 10^{17}\,\mathrm{m}$. Při zanedbání hmotnosti látky vně disku a jejím sféricko-symetrickém rozložení můžeme psát $\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{v^2 R}{G} \cong 2\cdot 10^{39}\,\mathrm{kg} \cong 10^9\,M_\odot$. Dosazením do vztahu pro Schwarzschildův poloměr $R_S = \frac{2GM}{c^2} \cong 3\cdot 10^{12}\,\mathrm{m} \cong 10^{-4}\,\mathrm{pc}$.

spektrograf STIS: spektrum jádra M 87



Černá díra v M 87



při r = 16 pc = 4,9 .10 ^{17} m, i = 42 ^{o}

v_c sin i = 460 km.s^{-1} , v_c = 690 km.s^{-1}

$M = v_c^2 \, r / G \approx 4 \,.\, 10^{39}$ kg $\approx 2 \,.\, 10^{9} M_S$

Černá díra v M 87

First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole

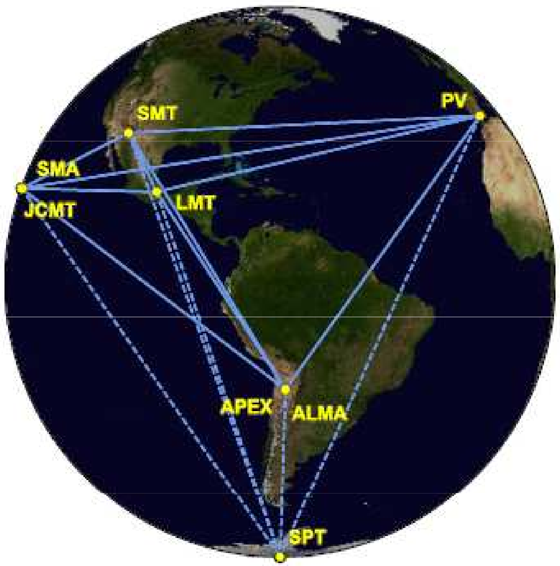
The Event Horizon Telescope Collaboration
(See the end matter for the full list of authors.)

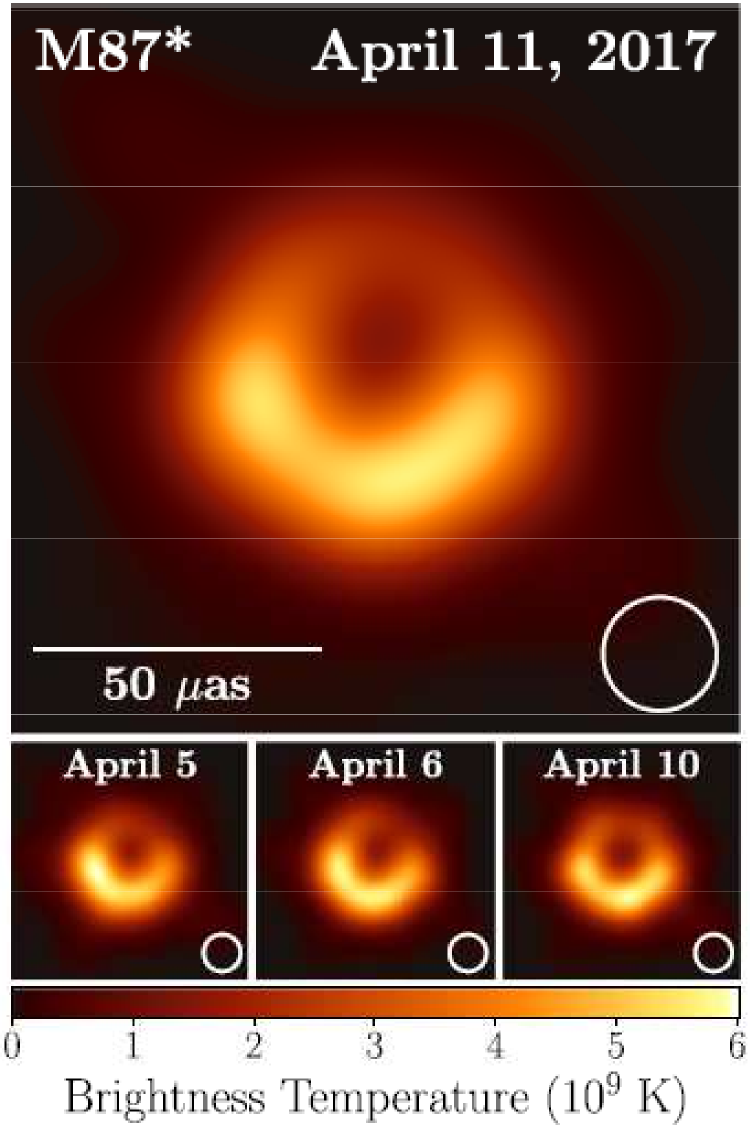
Received 2019 March 1; revised 2019 March 12; accepted 2019 March 12; published 2019 April 10

Abstract

When surrounded by a transparent emission region, black holes are expected to reveal a dark shadow caused by gravitational light bending and photon capture at the event horizon. To image and study this phenomenon, we have assembled the Event Horizon Telescope, a global very long baseline interferometry array observing at a wavelength of 1.3 mm. This allows us to reconstruct event-horizon-scale images of the supermassive black hole candidate in the center of the giant elliptical galaxy M87. We have resolved the central compact radio source as an asymmetric bright emission ring with a diameter of $42 \pm 3\ \mu$as, which is circular and encompasses a central depression in brightness with a flux ratio $\gtrsim$10:1. The emission ring is recovered using different calibration and imaging schemes, with its diameter and width remaining stable over four different observations carried out in different days. Overall, the observed image is consistent with expectations for the shadow of a Kerr black hole as predicted by general relativity. The asymmetry in brightness in the ring can be explained in terms of relativistic beaming of the emission from a plasma rotating close to the speed of light around a black hole. We compare our images to an extensive library of ray-traced general-relativistic magnetohydrodynamic simulations of black holes and derive a central mass of $M = (6.5 \pm 0.7) \times 10^9 M_\odot$. Our radio-wave observations thus provide powerful evidence for the presence of supermassive black holes in centers of galaxies and as the central engines of active galactic nuclei. They also present a new tool to explore gravity in its most extreme limit and on a mass scale that was so far not accessible.

Key words: accretion, accretion disks – black hole physics – galaxies: active – galaxies: individual (M87) – galaxies: jets – gravitation





Černá díra v M 87 - kolektiv autorů

Table 1
Parameters of M87*

Parameter	Estimate
Ring diameter [a] d	42 ± 3 μas
Ring width [a]	<20 μas
Crescent contrast [b]	>10:1
Axial ratio [a]	<4:3
Orientation PA	150°–200° east of north
$\theta_g = GM/Dc^2$ [c]	3.8 ± 0.4 μas
$\alpha = d/\theta_g$ [d]	$11^{+0.5}_{-0.3}$
M [c]	$(6.5 \pm 0.7) \times 10^9\ M_\odot$
Parameter	**Prior Estimate**
D [e]	(16.8 ± 0.8) Mpc
M(stars) [e]	$6.2^{+1.1}_{-0.6} \times 10^9\ M_\odot$
M(gas) [e]	$3.5^{+0.9}_{-0.3} \times 10^9\ M_\odot$

The Event Horizon Telescope Collaboration,
Kazunori Akiyama[1,2,3,4], Antxon Alberdi[5], Walter Alef[6], Keiichi Asada[7], Rebecca Azulay[8,9,6], Anne-Kathrin Baczko[6], David Ball[10], Mislav Baloković[4,11], John Barrett[2], Dan Bintley[12], Lindy Blackburn[4,11], Wilfred Boland[13], Katherine L. Bouman[4,11,14], Geoffrey C. Bower[15], Michael Bremer[16], Christiaan D. Brinkerink[17], Roger Brissenden[4,11], Silke Britzen[6], Avery E. Broderick[18,19,20], Dominique Broguiere[16], Thomas Bronzwaer[17], Do-Young Byun[21,22], John E. Carlstrom[23,24,25,26], Andrew Chael[4,11], Chi-kwan Chan[10,27], Shami Chatterjee[28], Koushik Chatterjee[29], Ming-Tang Chen[15], Yongjun Chen (陈永军)[30,31], Ilje Cho[21,22], Pierre Christian[10,11], John E. Conway[32], James M. Cordes[28], Geoffrey B. Crew[2], Yuzhu Cui[33,34], Jordy Davelaar[17], Mariafelicia De Laurentis[35,36,37], Roger Deane[38,39], Jessica Dempsey[12], Gregory Desvignes[6], Jason Dexter[40], Sheperd S. Doeleman[4,11], Ralph P. Eatough[6], Heino Falcke[17], Vincent L. Fish[2], Ed Fomalont[1], Raquel Fraga-Encinas[17], William T. Freeman[41,42], Per Friberg[12], Christian M. Fromm[36], José L. Gómez[5], Peter Galison[4,43,44], Charles F. Gammie[45,46], Roberto García[16], Olivier Gentaz[16], Boris Georgiev[19,20], Ciriaco Goddi[17,47], Roman Gold[36], Minfeng Gu (顾敏峰)[30,48], Mark Gurwell[11], Kazuhiro Hada[33,34], Michael H. Hecht[2], Ronald Hesper[49], Luis C. Ho (何子山)[50,51], Paul Ho[7], Mareki Honma[33,34], Chih-Wei L. Huang[7], Lei Huang (黄磊)[30,48], David H. Hughes[52], Shiro Ikeda[3,53,54,55], Makoto Inoue[7], Sara Issaoun[17],

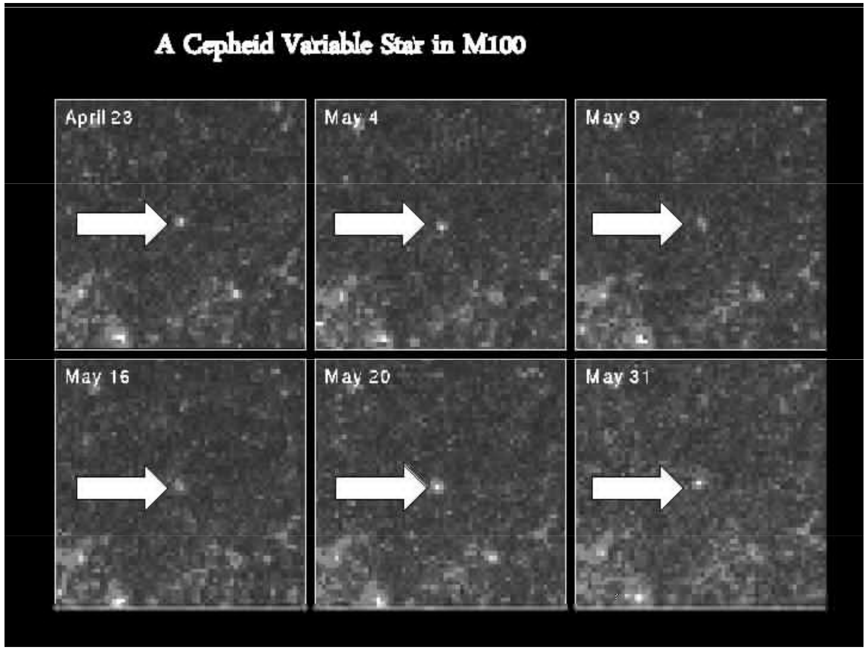
Černá díra v M 87 – kolektiv autorů

David J. James[4,11], Buell T. Jannuzi[10], Michael Janssen[17], Britton Jeter[19,20], Wu Jiang (江悟)[30],
Michael D. Johnson[4,11], Svetlana Jorstad[56,57], Taehyun Jung[21,22], Mansour Karami[18,19], Ramesh Karuppusamy[6],
Tomohisa Kawashima[3], Garrett K. Keating[11], Mark Kettenis[58], Jae-Young Kim[6], Junhan Kim[10], Jongsoo Kim[21],
Motoki Kino[3,59], Jun Yi Koay[7], Patrick M. Koch[7], Shoko Koyama[7], Michael Kramer[6], Carsten Kramer[16],
Thomas P. Krichbaum[6], Cheng-Yu Kuo[60], Tod R. Lauer[61], Sang-Sung Lee[21], Yan-Rong Li (李彦荣)[62],
Zhiyuan Li (李志远)[63,64], Michael Lindqvist[32], Kuo Liu[6], Elisabetta Liuzzo[65], Wen-Ping Lo[7,66], Andrei P. Lobanov[6],
Laurent Loinard[67,68], Colin Lonsdale[2], Ru-Sen Lu (路如森)[30,6], Nicholas R. MacDonald[6], Jirong Mao (毛基荣)[69,70,71],
Sera Markoff[29,72], Daniel P. Marrone[10], Alan P. Marscher[56], Iván Martí-Vidal[32,73], Satoki Matsushita[7],
Lynn D. Matthews[2], Lia Medeiros[10,74], Karl M. Menten[6], Yosuke Mizuno[36], Izumi Mizuno[12], James M. Moran[4,11],
Kotaro Moriyama[33,2], Monika Moscibrodzka[17], Cornelia Müller[6,17], Hiroshi Nagai[3,34], Neil M. Nagar[75],
Masanori Nakamura[7], Ramesh Narayan[4,11], Gopal Narayanan[76], Iniyan Natarajan[39], Roberto Neri[16], Chunchong Ni[19,20],
Aristeidis Noutsos[6], Hiroki Okino[33,77], Héctor Olivares[36], Gisela N. Ortiz-León[6], Tomoaki Oyama[33], Feryal Özel[10],
Daniel C. M. Palumbo[4,11], Nimesh Patel[11], Ue-Li Pen[18,78,79,80], Dominic W. Pesce[4,11], Vincent Piétu[16],
Richard Plambeck[81], Aleksandar PopStefanija[76], Oliver Porth[29,36], Ben Prather[45], Jorge A. Preciado-López[18],
Dimitrios Psaltis[10], Hung-Yi Pu[18], Venkatessh Ramakrishnan[75], Ramprasad Rao[15], Mark G. Rawlings[12],
Alexander W. Raymond[4,11], Luciano Rezzolla[36], Bart Ripperda[36], Freek Roelofs[17], Alan Rogers[2], Eduardo Ros[6],
Mel Rose[10], Arash Roshanineshat[10], Helge Rottmann[6], Alan L. Roy[6], Chet Ruszczyk[2], Benjamin R. Ryan[82,83],
Kazi L. J. Rygl[65], Salvador Sánchez[84], David Sánchez-Arguelles[52,85], Mahito Sasada[33,86], Tuomas Savolainen[6,87,88],
F. Peter Schloerb[76], Karl-Friedrich Schuster[16], Lijing Shao[6,51], Zhiqiang Shen (沈志强)[30,31], Des Small[58],
Bong Won Sohn[21,22,89], Jason SooHoo[2], Fumie Tazaki[33], Paul Tiede[19,20], Remo P. J. Tilanus[17,47,90], Michael Titus[2],
Kenji Toma[91,92], Pablo Torne[6,84], Tyler Trent[10], Sascha Trippe[93], Shuichiro Tsuda[33], Ilse van Bemmel[58],
Huib Jan van Langevelde[58,94], Daniel R. van Rossum[17], Jan Wagner[6], John Wardle[95], Jonathan Weintroub[4,11],
Norbert Wex[6], Robert Wharton[6], Maciek Wielgus[4,11], George N. Wong[45], Qingwen Wu (吴庆文)[96], Ken Young[11],
André Young[17], Ziri Younsi[97,36], Feng Yuan (袁峰)[30,48,98], Ye-Fei Yuan (袁业飞)[99], J. Anton Zensus[6],
Guangyao Zhao[21], Shan-Shan Zhao[17,63], Ziyan Zhu[44], Juan-Carlos Algaba[7,100], Alexander Allardi[101], Rodrigo Amestica[102],
Jadyn Anczarski[103], Uwe Bach[6], Frederick K. Baganoff[104], Christopher Beaudoin[2], Bradford A. Benson[26,24],
Ryan Berthold[12], Jay M. Blanchard[75,58], Ray Blundell[11], Sandra Bustamente[105], Roger Cappallo[2],
Edgar Castillo-Domínguez[105,106], Chih-Cheng Chang[7,107], Shu-Hao Chang[7], Song-Chu Chang[107], Chung-Chen Chen[7],
Ryan Chilson[15], Tim C. Chuter[12], Rodrigo Córdova Rosado[4,11], Iain M. Coulson[12], Thomas M. Crawford[24,25],
Joseph Crowley[108], John David[84], Mark Derome[2], Matthew Dexter[109], Sven Dornbusch[6], Kevin A. Dudevoir[2,144],
Sergio A. Dzib[6], Andreas Eckart[6,110], Chris Eckert[2], Neal R. Erickson[76], Wendeline B. Everett[111], Aaron Faber[112],
Joseph R. Farah[4,11,113], Vernon Fath[76], Thomas W. Folkers[10], David C. Forbes[10], Robert Freund[10], Arturo I. Gómez-Ruiz[105,106],
David M. Gale[105], Feng Gao[30,40], Gertie Geertsema[114], David A. Graham[6], Christopher H. Greer[10], Ronald Grosslein[76],
Frédéric Gueth[16], Daryl Haggard[115,116,117], Nils W. Halverson[118], Chih-Chiang Han[7], Kuo-Chang Han[107], Jinchi Hao[107],
Yutaka Hasegawa[7], Jason W. Henning[23,119], Antonio Hernández-Gómez[67,120], Rubén Herrero-Illana[121], Stefan Heyminck[6],
Akihiko Hirota[3,7], James Hoge[12], Yau-De Huang[7], C. M. Violette Impellizzeri[7,1], Homin Jiang[7], Atish Kamble[4,11],
Ryan Keisler[25], Kimihiro Kimura[7], Yusuke Kono[3], Derek Kubo[122], John Kuroda[12], Richard Lacasse[102], Robert A. Laing[123],
Erik M. Leitch[23], Chao-Te Li[7], Lupin C.-C. Lin[7,124], Ching-Tang Liu[107], Kuan-Yu Liu[7], Li-Ming Lu[107], Ralph G. Marson[125],
Pierre L. Martin-Cocher[7], Kyle D. Massingill[10], Callie Matulonis[12], Martin P. McColl[10], Stephen R. McWhirter[2],
Hugo Messias[121,126], Zheng Meyer-Zhao[7,127], Daniel Michalik[128,129], Alfredo Montaña[105,106], William Montgomerie[12],
Matias Mora-Klein[102], Dirk Muders[6], Andrew Nadolski[46], Santiago Navarro[84], Joseph Neilsen[103], Chi H. Nguyen[10,130],
Hiroaki Nishioka[7], Timothy Norton[11], Michael A. Nowak[131], George Nystrom[15], Hideo Ogawa[132], Peter Oshiro[15],
Tomoaki Oyama[133], Harriet Parsons[12], Scott N. Paine[11], Juan Peñalver[84], Neil M. Phillips[121,126], Michael Poirier[2],
Nicolas Pradel[7], Rurik A. Primiani[134], Philippe A. Raffin[15], Alexandra S. Rahlin[23,135], George Reiland[10],
Christopher Risacher[16], Ignacio Ruiz[84], Alejandro F. Sáez-Madaín[102,126], Remi Sassella[16], Pim Schellart[17,136], Paul Shaw[7],
Kevin M. Silva[12], Hotaka Shiokawa[11], David R. Smith[137,138], William Snow[15], Kamal Souccar[76], Don Sousa[2],
T. K. Sridharan[11], Ranjani Srinivasan[15], William Stahm[12], Anthony A. Stark[11], Kyle Story[139], Sjoerd T. Timmer[17],
Laura Vertatschitsch[11,134], Craig Walther[12], Ta-Shun Wei[7], Nathan Whitehorn[140], Alan R. Whitney[2], David P. Woody[141],
Jan G. A. Wouterloot[12], Melvin Wright[142], Paul Yamaguchi[11], Chen-Yu Yu[7], Milagros Zeballos[105,143],
Shuo Zhang[104], and Lucy Ziurys[10]

Určování vzdálenosti M 100 – cefeidy, klíčový projekt HST - kosmologie

Úloha 13.8 Dosud nejvzdálenější klasické cefeidy (s typickými periodami 1 - 50 dnů) byly objeveny za pomoci Hubbleova kosmického dalekohledu v galaxii M 100, která je součástí bohaté kupy galaxií v souhvězdí Panny. Na obr. je znázorněna závislost pozorované vizuální hvězdné velikosti a periody pulsace, tedy závislost perioda – zářivý výkon. Užitím dvou cefeid nejblíže položených k přímkové závislosti, na grafu označených, stanovte jejich vzdálenost a tudíž vzdálenost galaxie M 100.

Řešení: U první cefeidy $m_v = 26{,}3\,\mathrm{mag}$, $\log P = 1{,}39\,\mathrm{dne}$. Ze závislosti $M_V = -2{,}80 \log P - 1{,}43$ stanovíme $M_V = -5{,}3\,\mathrm{mag}$. Dosazením do vztahu $\log r = 1 + 0{,}2\,(m_v - M_V) = 7{,}32$, $r \cong 20\,\mathrm{Mpc}$. U druhé cefeidy analogicky $m_v = 25{,}6\,\mathrm{mag}$, $\log P = 1{,}61\,\mathrm{dne}$, $M_V = -5{,}94\,\mathrm{mag}$. Vzdálenost $\log r = 7{,}31\,\mathrm{pc}$, tudíž $r \cong 20\,\mathrm{Mpc}$.



Kosmologie

Úloha 13.28 Odvoďte v rámci klasické fyziky vztah mezi kritickou hustotou a Hubbleovou konstantou. Odhadněte stáří vesmíru.

Řešení: Zkoumejme sférickou oblast prostoru o hmotnosti $M = \text{konst}\cdot$, $\rho = \rho(t)$, $R = R(t)$. V ní se pohybují částice – galaxie o hmotnosti m, částice na povrchu koule má rychlost v_R. Platí vztah pro celkovou mechanickou energii $\frac{1}{2}mv_R^2 - G\frac{mM}{R} = W_c$. Odtud pro hustotu energie w dostaneme $\frac{1}{2}v_R^2 - G\frac{M}{R} = w$. V určitém čase $t = t_0$, platí podle Hubbleova zákona $v_R = H\,R(t)$ a dále $\rho = \rho(t_0)$. Úpravou obdržíme $R^2\left(\frac{1}{2}H^2 - \frac{4}{3}G\pi\rho\right) = w$. V kritickém stavu při $R \to \infty$ je $\frac{w}{R^2} \to \infty$ platí $\frac{1}{2}H^2 - \frac{4}{3}G\pi\rho_k = 0$, odtud $\rho_k = \frac{3}{8}\frac{H^2}{\pi G}$. Při střední rychlosti expanze $v_R \cong \frac{R}{t}$, odkud s použitím Hubbleova zákona $v_R = H\,R$ obdržíme $t \cong \frac{1}{H}$. Přijmeme-li Hubbleovu konstantu $H = 75\,\text{km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}$ je $t \cong 10^{10}$ roků.

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} + 2\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{kc^2}{R^2} \quad (1) \qquad k = -1,\ 0,\ +1$$

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{8\pi G}{3}\rho = -\frac{kc^2}{R^2} \quad (2)$$

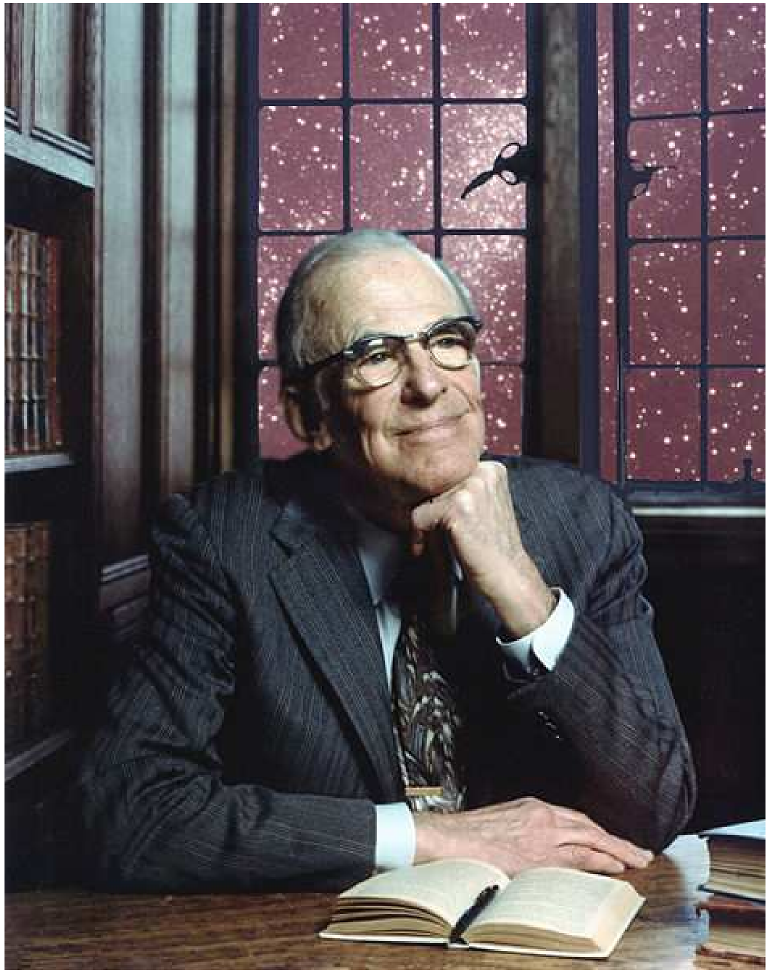
do rovnic zavedeme $H = \frac{\dot{R}}{R}$; $q = -\frac{\ddot{R}}{R}\cdot\frac{1}{H^2}$

při $\frac{\dot{R}^2}{R^2} = H^2$ a vynásobení $\frac{1}{c^2}$ (2)

$$\frac{k}{R^2} = \frac{8\pi G\rho}{3c^2} - \frac{H^2}{c^2} \quad ; \text{ pro } k = 0 \Rightarrow$$

$$\rho_K = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Kosmický dalekohled



Lyman Spitzer 1914 - 1997,
astrofyzik: mezihvězdné prostředí
- určování teploty z intenzity čar*,

r. 1946: pro Douglas Aircraft zpráva o výhodách dalekohledu mimo atmosféru

***Spitzer,L.**:Ap. J. **107**, (1948), p. 6 - 34,

Ap. J. **109**, (1949), p. 337-353.

SPITZER **srpen, 2003**

REFERENCES

(1) Oberth, H., 1923. *Die Rakete zu den Planeträumen*, R.Oldenbourg-Verlag, Munich.
(2) Stewart, J.Q., 1929. Lecture to Brooklyn Academy of Science, April 11.
(3) Richardson, R.S., 1940. Lunar Observatory No. 1, in *Astounding Science Fiction*, p. 113, Street and Smith, 1940 February.
(4) Spitzer, L., 1946. Astronomical advantages of an extra-terrestrial Observatory, *Project RAND Report*, Douglas Aircraft Co., September 1.

Kosmický dalekohled

Q. Jl R. astr. Soc. (1979) **20**, 29–36

History of the Space Telescope*

Lyman Spitzer, Jr
Princeton University Observatory, Princeton, New Jersey, USA
(Received 1978 October 18)

1 THE IDEA

The basic concept of the Space Telescope is essentially a simple one – a large multipurpose telescope in orbit around the Earth, well above the atmosphere. It is well known that such a telescope would have two very great scientific advantages over instruments on the ground. First, its location in a vacuum, out where the stars do not twinkle, would make it possible for the sharpness of an image to be limited only by diffraction of light, rather than by the variable refraction known to astronomers as 'seeing'. Thus a telescope with an aperture between 2 and 3 m should yield images about 0·1 arcsec in size, about a tenth of the images normally obtainable at good astronomical

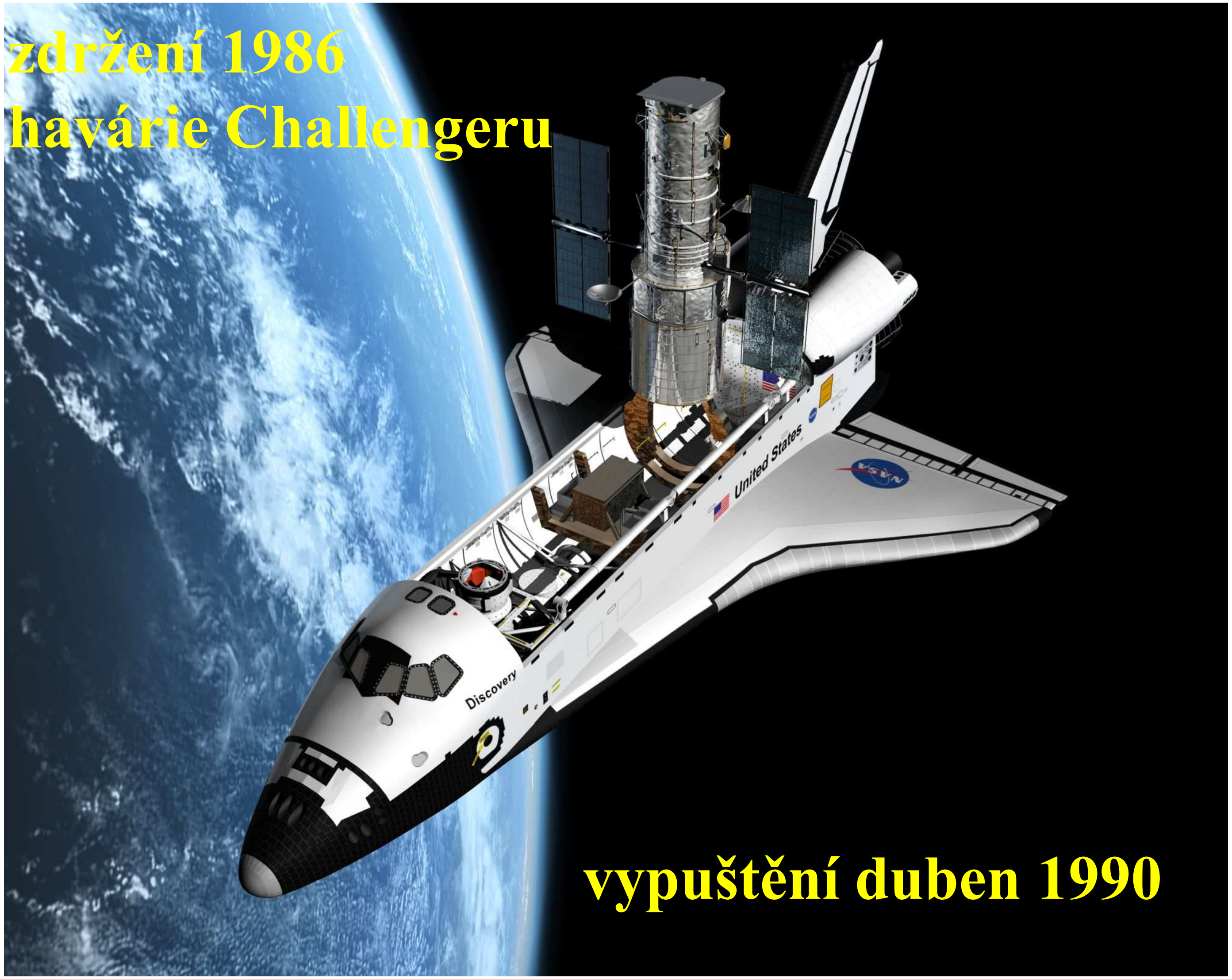
with large reflecting telescopes in space. Among this list of scientific programs, which includes some of the more interesting problems now visualized for the Space Telescope, were:

(a) push back the frontiers of the Universe and determine galactic distances by measuring very faint stars,
(b) analyse the structure of galaxies,
(c) explore systematically the structure of globular clusters,
(d) study the nature of planets, especially their surfaces and atmospheres.

HST - Hubbleův kosmický dalekohled



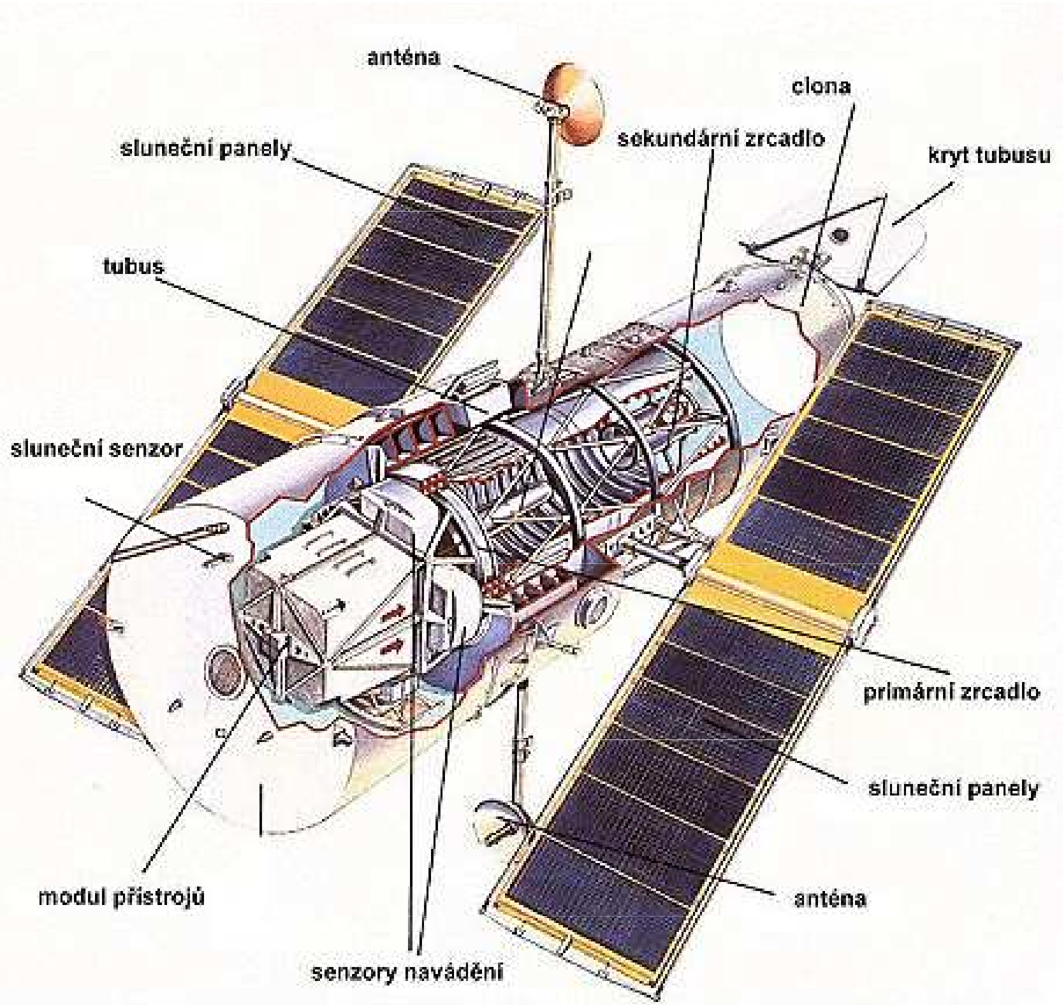
Vypuštění Hubbleova kosmického dalekohledu



průběžná současná poloha:

http:hubblesite.org/the_telescope/where.a.s_hubble_now/basic_version.php

HST - Hubbleův kosmický dalekohled



Samotný název přístroje "Hubblův kosmický teleskop" nevystihuje přesně jeho podstatu a charakter. Měli bychom spíše hovořit o automatické observatoři umístěné na oběžné dráze. Přístroj se skládá nejen ze samotného dalekohledu, ale z celé řady dalších a nezbytně nutných systémů. Mezi ni patří například systém orientace a stabilizace dalekohledu, přístroje pro zobrazení a analýzu záření, řídicí systém, systém zálohování a předávání napozorovaných dat, telemetrický systém, energetický systém atd.

Základní údaje: délka: 13,1 m, šířka: 4,3 m, hmotnost: 11 600 kg
Optický systém: primární zrcadlo 2,4 m (systém Ritchey-Chrétien), sekundární 0,34 m
Počáteční dráha: 610 km, sklon 28,5 stupňů
Plánovaná životnost: 15 let (za předpokladu servisních misí raketoplánu)
Cena dalekohledu: 1,5 mld. dolarů (skutečná cena bude zřejmě vyšší)

Hubbleův kosmický dalekohled

doba oběhu okolo Země 97 min

hmotnost při startu 11 600 kg

spotřeba elektrické energie 2400 W

průměr primárního zrcadla 2,4 m

průměr sekundárního zrcadla 34 cm

detekovaný rozsah elektromagnetického záření

120 nm – 2400 nm

HST – konstrukce, přístroje

Ritcheyův-Chrétienův optický systém, s otvorem v **hlavním hyperbolickém zrcadle,** paprsky → na hlavní zrcadlo, → odraz sekundární zrcadlo → vyvedení otvorem do **přístrojové části ke zpracování**

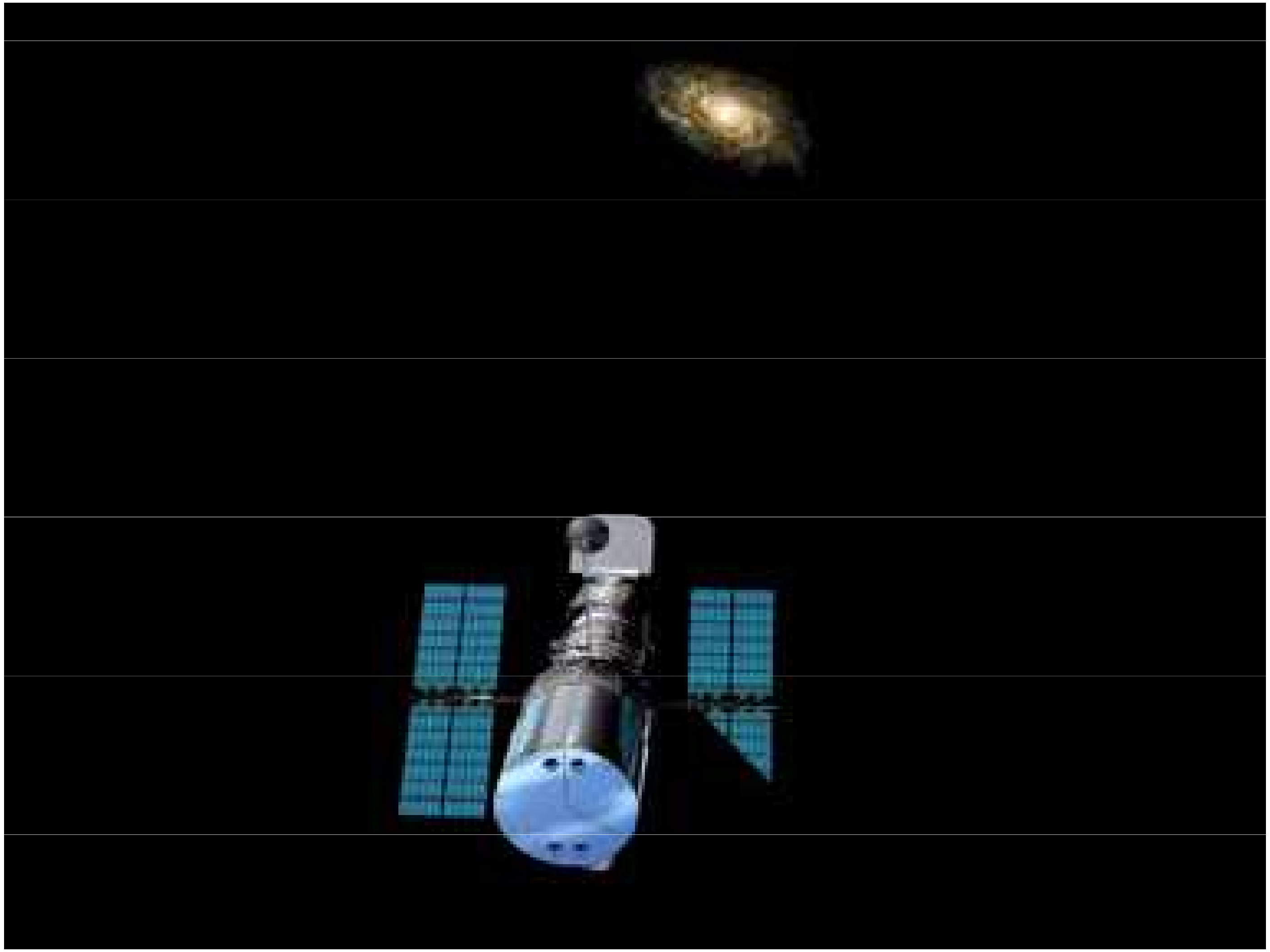
Přístrojová sekce složena ze dvou částí:
osová pozice a **čtyři mimo osové pozice**
v **osové pozici** širokoúhlé planetární kamery:
WFPC → WFPC2 → WFC3

v mimo osových pozicích přístroje - **kamery, spektrografy** zabudovány modulárně, servisní mise - snadná výměna

Přístroje HST - 1990

1. **WFPC: WF - širokoúhlá kamera,** velké zorné pole, **PC - planetární kamera** s velkou ohniskovou vzdáleností, velké zvětšení
2. **GHRS: Goddardův spektrograf** s vysokým rozlišením v ultrafialovém oboru
3. **FOC: Kamera slabých objektů** v ultrafialovém oboru
4. **FOS: Spektrograf slabých objektů**
5. **HSP: Vysokorychlostní fotometr** pro pozorovaní proměnných hvězd

Činnost HST



Hubbleův kosmický dalekohled - úloha

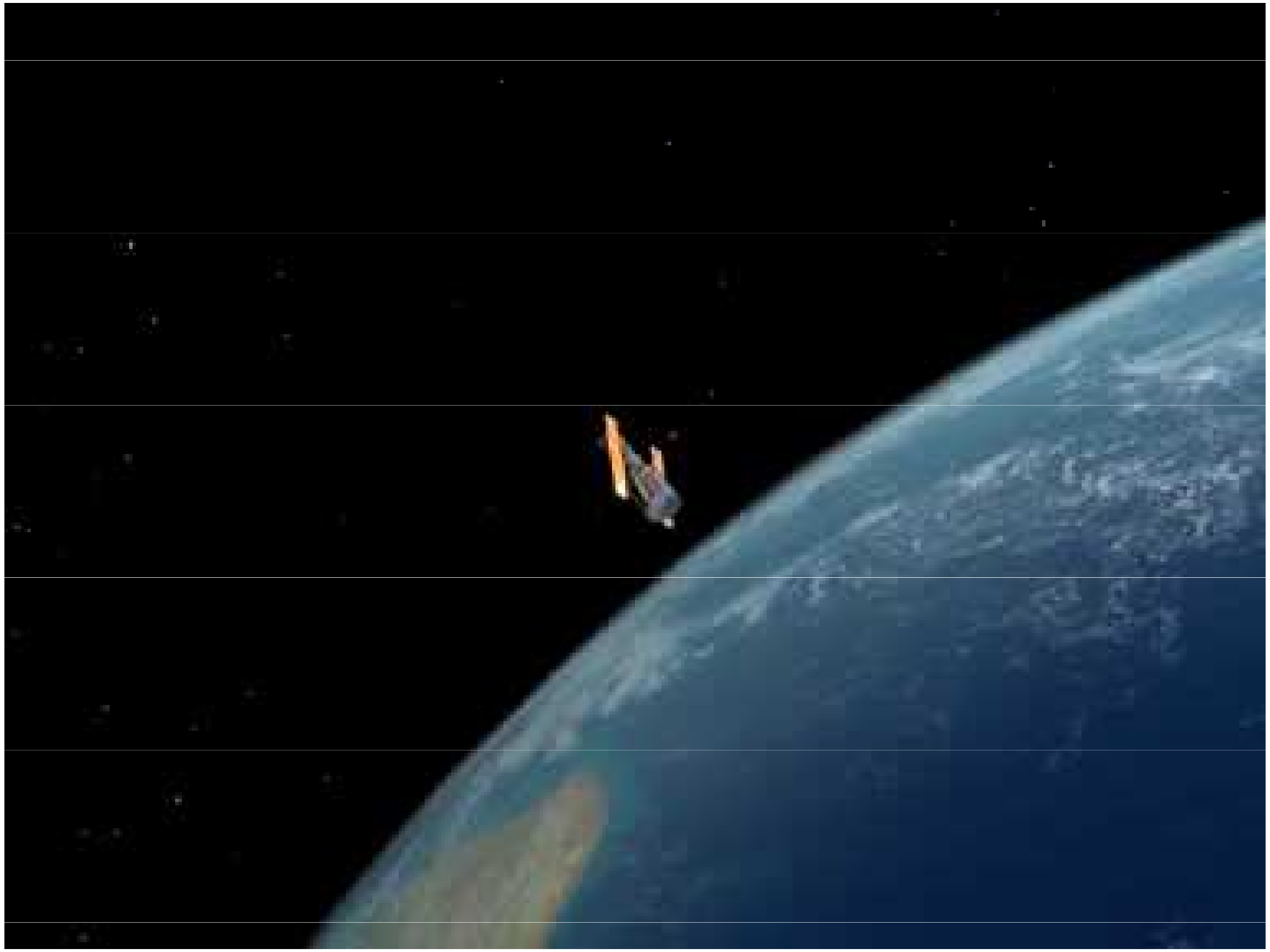
Určení práce pro převedení HST z kruhové oběžné dráhy $h_1 = 500$ km na $h_2 = 600$ km

$$A = \left(W_{k1} + W_{p1}\right) - \left(W_{k2} + W_{p2}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{2} m_H v_1^2 - G\frac{m_H M_Z}{R_Z + h_1}\right) - \left(\frac{1}{2} m_H v_2^2 - G\frac{m_H M_Z}{R_Z + h_2}\right) =$$

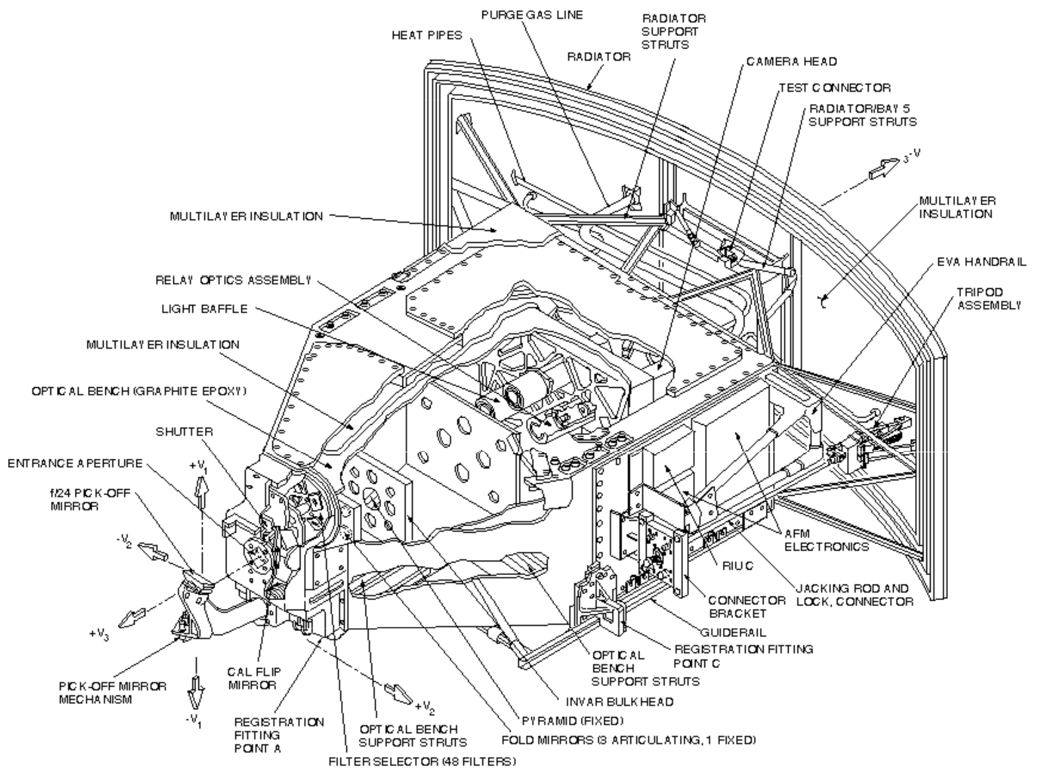
$$G\frac{m_H M_Z}{2}\left(\frac{1}{R_Z + h_2} - \frac{1}{R_Z + h_1}\right) = -4{,}5.10^9\,J$$

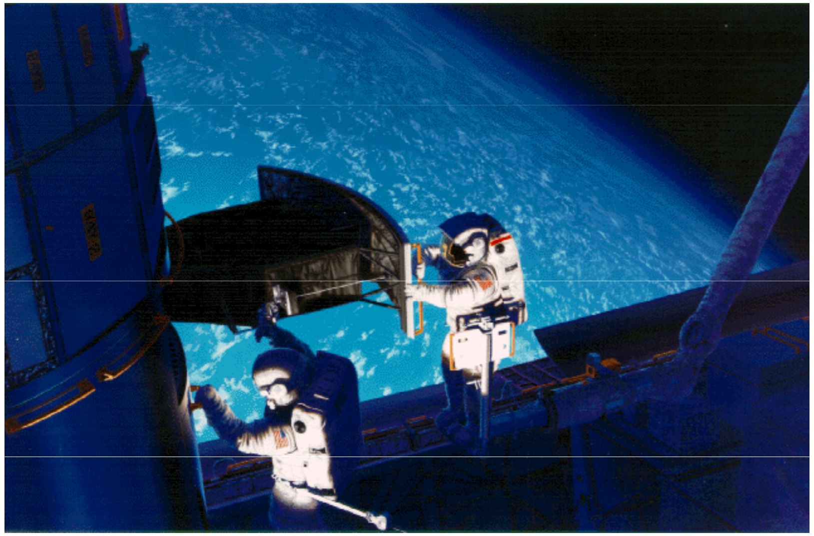
HST na dráze kolem Země



Širokoúhlé planetární kamery WFPC

WFPC 2: (110 – 1 100) nm, 4 CCD prvky, 800 x 800 px, 48 filtrů







výměna kamery - květen 2009, WFPC/IR 3, (380 – 1 700) nm 2,3 x 2,1 arcmin

Space Telescope Imaging Spectrograph – STIS 1997 - 2004, 2009 -



$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Grating	Sp. Range (Å)	Å Per tilt	Resolving power
G750L	5240-10270	5030	530-1040
G750M	5450-10140	570	4870-9050
G430L	2900-5700	2800	530-1040
G430M	3020-5610	286	5390-10020
G230LB	1680-3060	1380	620-1130
G230MB	1640-3190	1155	5470-10630
G230L	1570-3180	1610	500-1010
G230M	1640-3100	90	9110-17220
G140L	1150-1730	610	960-1440
G140M	1140-1740	55	11400-17400
E230M	1570-3110	800	30000
E230H	1620-3150	267	114000
E140M	1150-1710	620	45800
E140H	1150-1700	210	114000

Vysoké rozlišení R ~ 200 000
UV oblast

Střední rozlišení R ~ 5 000 - 10 000

Nízké rozlišení R ~ 750
(164 – 1014) nm

Mřížky 67 – 3 600 vrypů/mm
blazeovaný úhel (0,7 – 14,7) ^{o}

16 difr. mřížek, 12 v I. řádu,
4 echelle vyšší řády

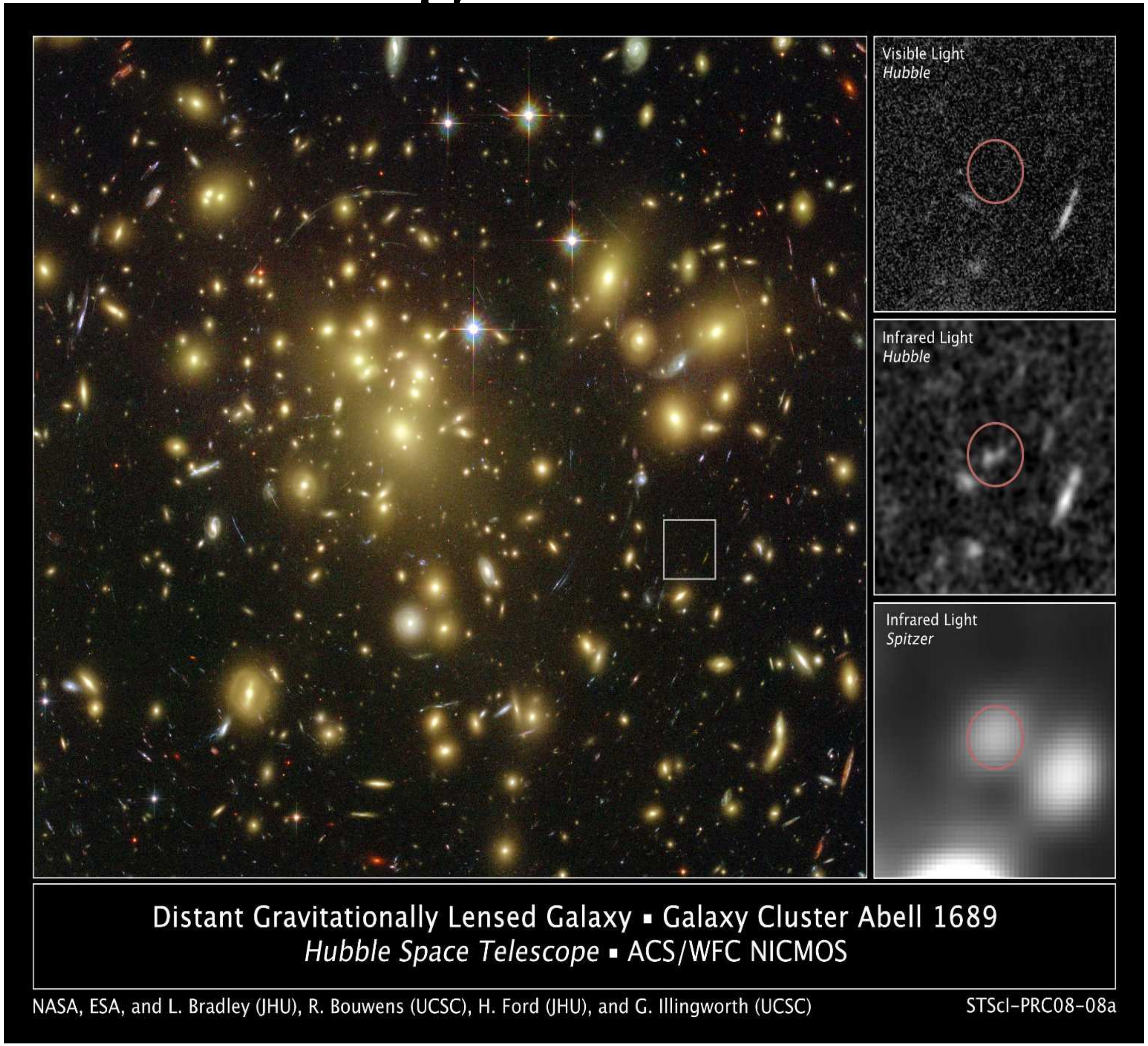
Hlavní vybrané výsledky 30 let HST

1. Sluneční soustava
2. Extrasolární soustavy
3. Vznik a zánik hvězd
4. Černé díry v jádrech galaxií
5. Upřesnění vzdáleností ve vesmíru !

1 000 000 pozorování
500 000 snímků
30 000 různých polí

článek – MFI – 20 let činnosti

Vzdálená galaxie A1689-zD1



r = 4 miliardy pc, hvězdy vzniklé 250 milionů roků po velkém třesku

Úlohy - řešení

Cvičení Sluneční soustava

2. 7, 2. 11, 2. 12, 2. 13, 2. 15, 2. 20

Kosmická mechanika

3. 1, 3. 2, 3. 3, 3. 5, 3. 9, 3. 10, 3. 12, 3. 13,
3. 16, 3. 17, 3. 18, 3. 19, 3. 20

Astrofyzika VIII.

Galaxie



Vladimír Štefl

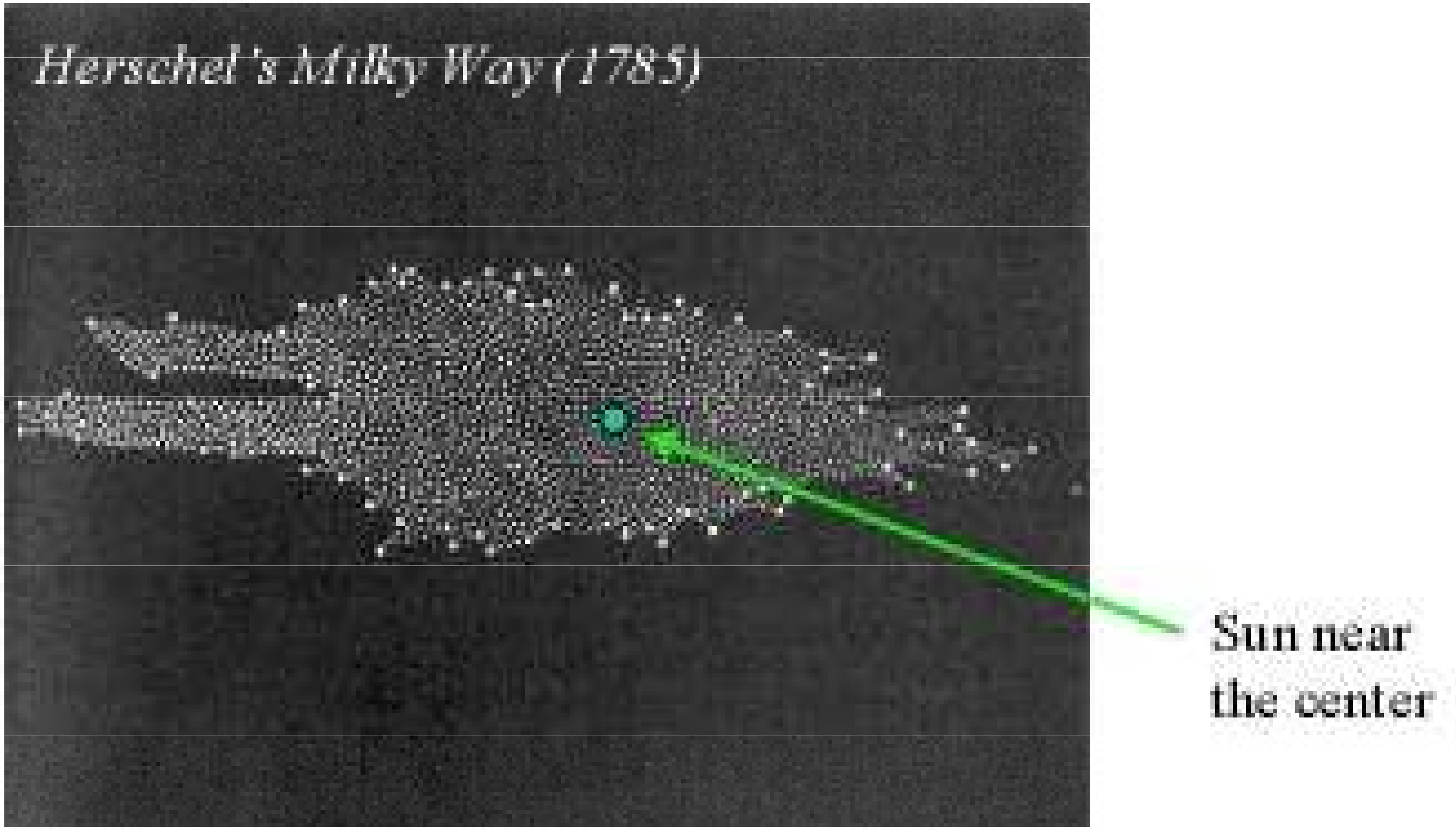
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Herschelův model Galaxie

chybné předpoklady:

- všechny hvězdy mají stejný zářivý výkon,
- prostorová hustota hvězd je stálá,
- neexistuje zeslabování světla hvězd (mezihvězdná extinkce) – nevěděl o ní,
- dalekohledem dohlédneme na hranici Galaxie.

výsledek – model Galaxie o průměru 3 kpc, uprostřed je Slunce



Kapteynův model Galaxie

Jacobus Kapteyn (1901 thru 1922):

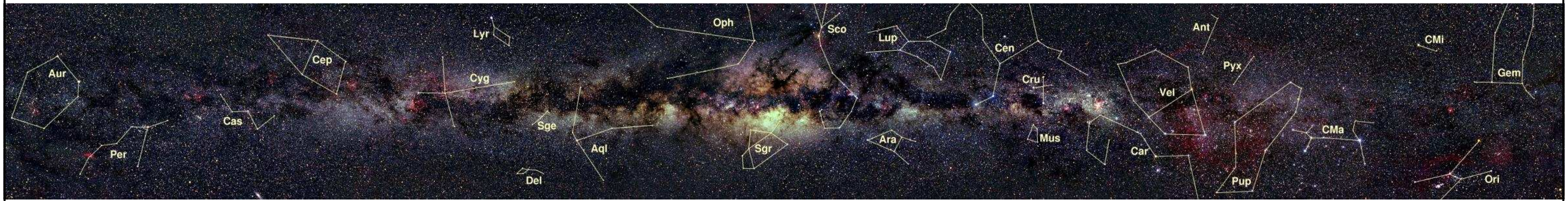
- Used photographic star counts
- Estimated distances *statistically* based on parallaxes & motions of nearby stars.
- Neglected interstellar absorption of starlight (dust; assumed fainter stars just farther away).

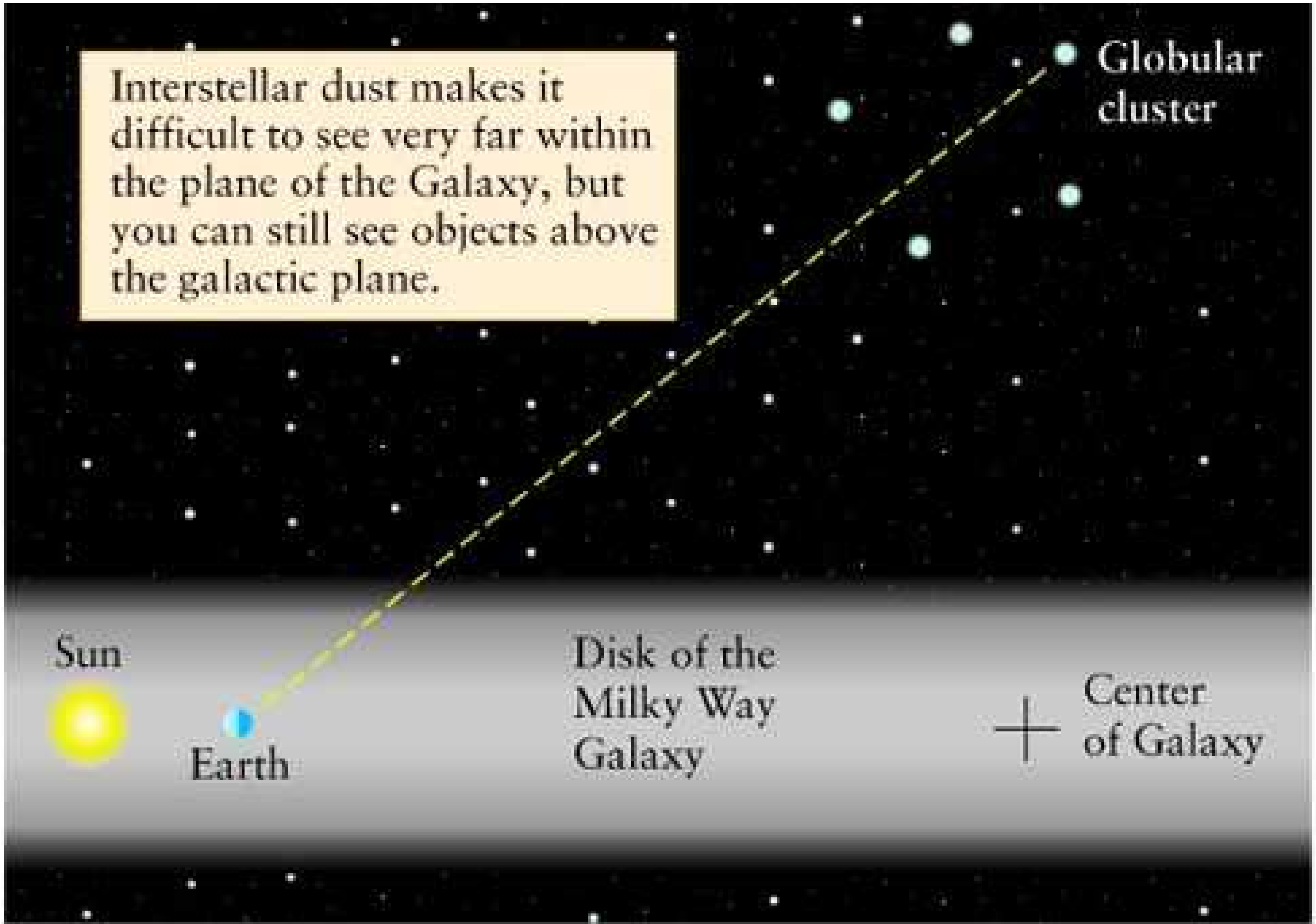
Model:

- Flattened disk 15 kpc across & 3 kpc thick
- The Sun is located slightly off center

Broad question: Where are we in the universe? What is our place?

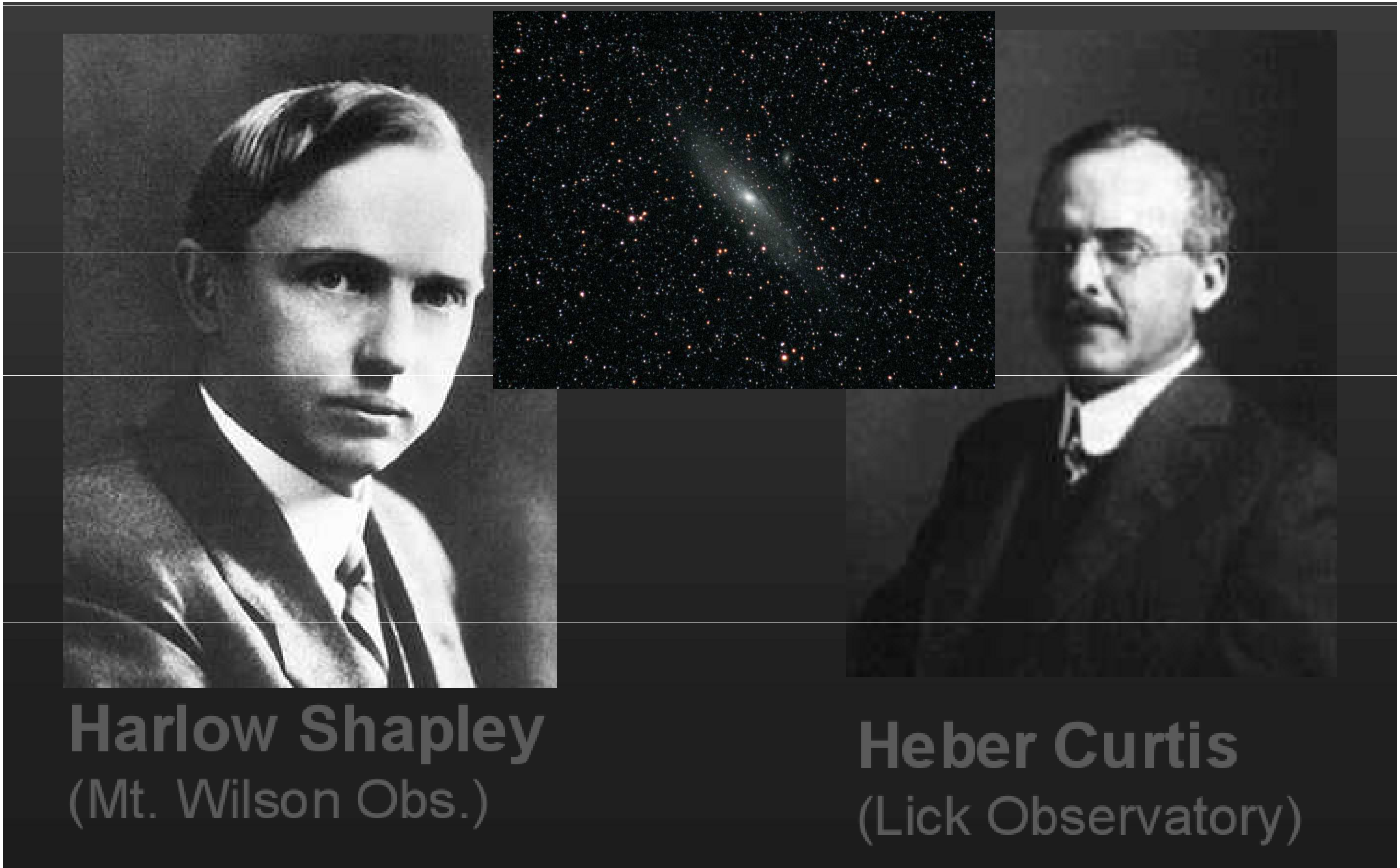
Obloha, pozorování v Galaxii





Debata r. 1920 H. Shapley x H. D. Curtis

Co představují mlhoviny ?



Debata r. 1920 H. Shapley x H. D. Curtis



1918 **Shapley** - vzdálenosti 93 kulových hvězdokup pomocí pulzujících proměnných hvězd typu RR Lyr a W Vir;

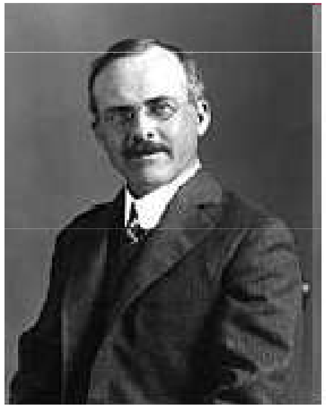
„troufalý a ukvapený předpoklad" - systém kulových hvězdokup = kostra Galaxie (střed kostry souhlasí s centrem Galaxie)

⇒ centrum Galaxie leží ve směru Střelce ve vzdálenosti 15 kpc;

⇒ průměr Galaxie cca 100 kpc, Slunce v 1/3 mezi centrem a okrajem

1920 *Velká debata* - o rozměrech Galaxie a povaze spirálních mlhovin

Harlow Shapley x Heber Curtis



Curtis - odborník na spirální mlhoviny = vzdálené soustavy z milionů hvězd;

- obhajoval *Kapteynův model Galaxie* (průměr cca 8,5 kpc);
- přednost kratší škále vzdáleností, (mj. pro vzdálenost M 31 z jasnosti 12 pozorovaných „nov" (150 kpc) => velikost srovnatelná s rozměrem Shapleyho Galaxie;
- velké rychlosti vzdalování spirálních mlhovin (příliš velké na to, aby byly gravitačně spjaty s Galaxií)

Shapley - Galaxie je nejméně o řád větší (než Kapteynův model) a představuje celý vesmír

Curtis – ve vesmíru jsou i jiné galaxie daleko od naší Galaxie

Závěry diskuse Shapley x H.D.Curtis -1920

H.Shapley:

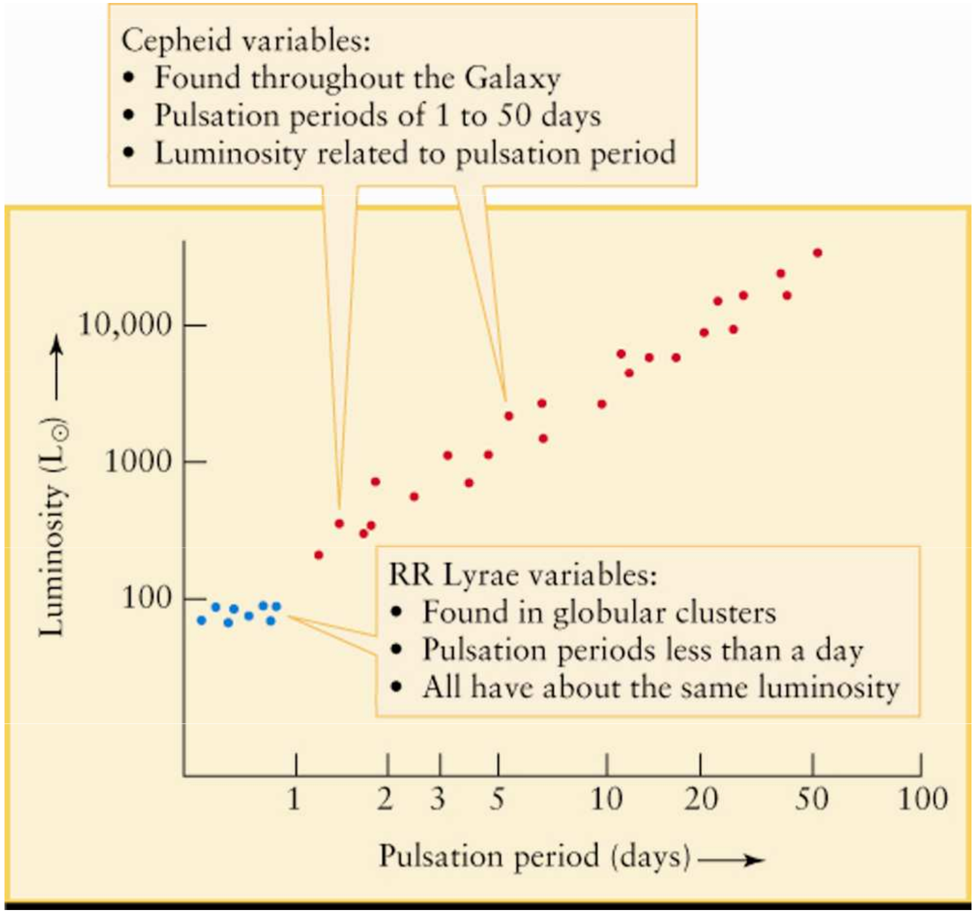
pomocí studia kulových hvězdokup zjistil polohu **středu Galaxie a její rozměry**

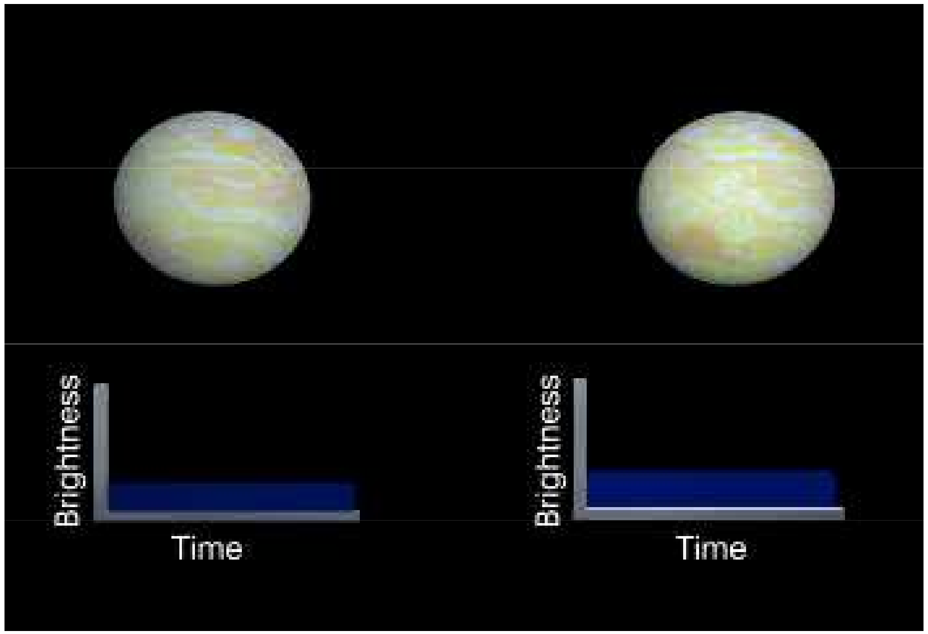
vesmír je tvořen naší **Galaxií**, mlhavé obláčky jsou blízká plynná mračna

H.Curtis:

vesmír je složen z **mnoha galaxií** jako je naše, Slunce leží v blízkosti středu jedné z galaxií

Určování vzdáleností – metoda cefeid

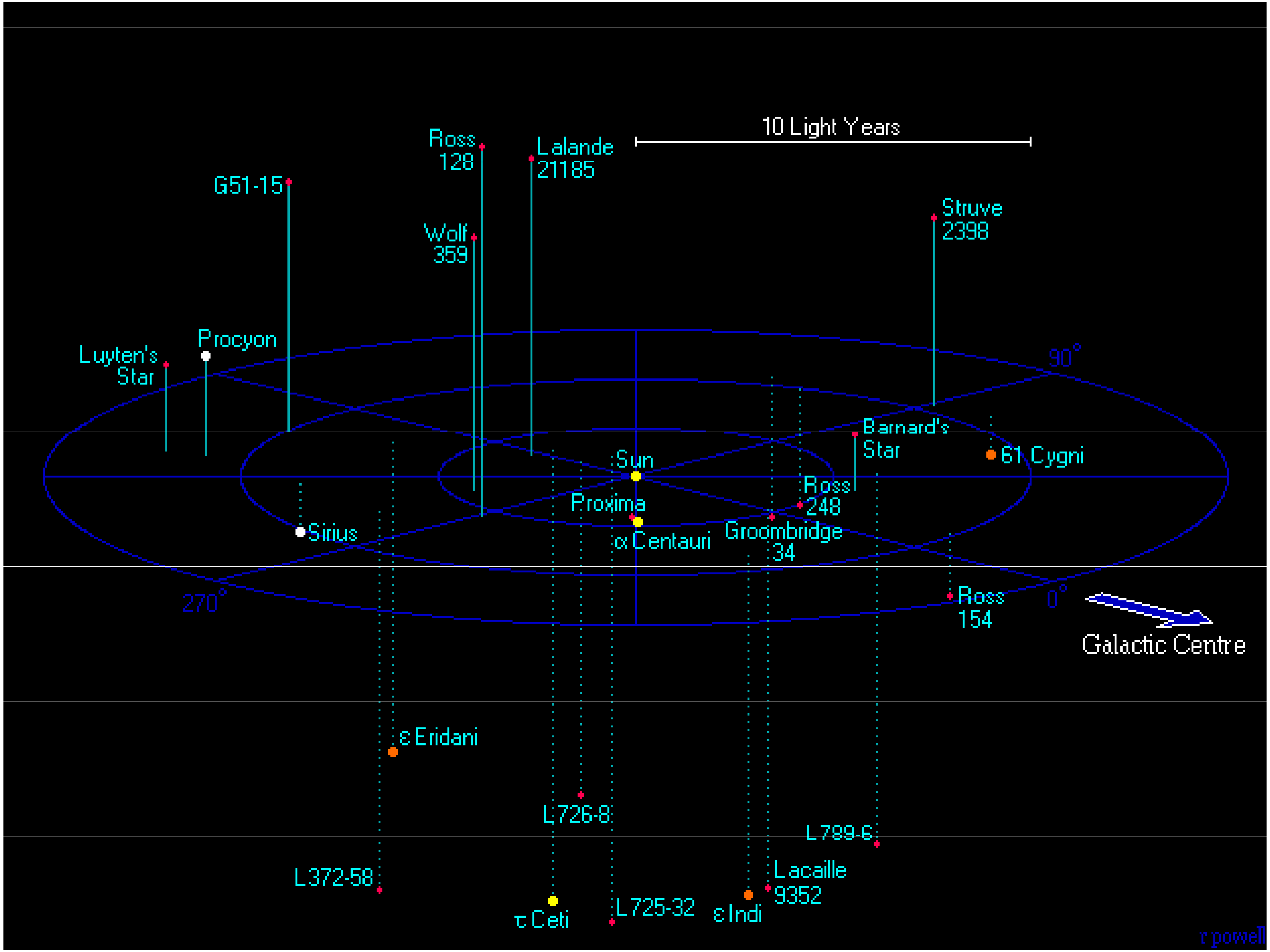




Nejbližší hvězdy z okolí Slunce



Okolí Slunce do 3,3 pc



střední vzdálenosti mezi hvězdami převyšují (10^6-10^7) krát jejich rozměry

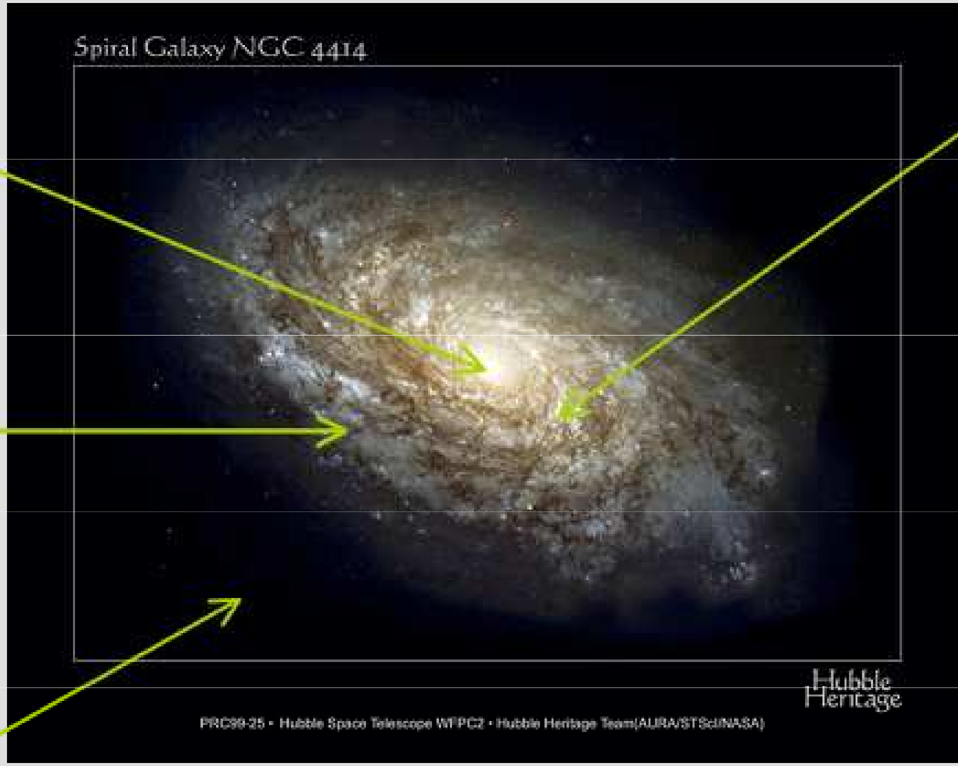
Stavba Galaxie = Milky Way ?

Components of the Milky Way

Sun and Solar System lie in a spiral galaxy - most common type in relatively isolated parts of the Universe.

Bulge + supermassive black hole

Disk of gas and stars



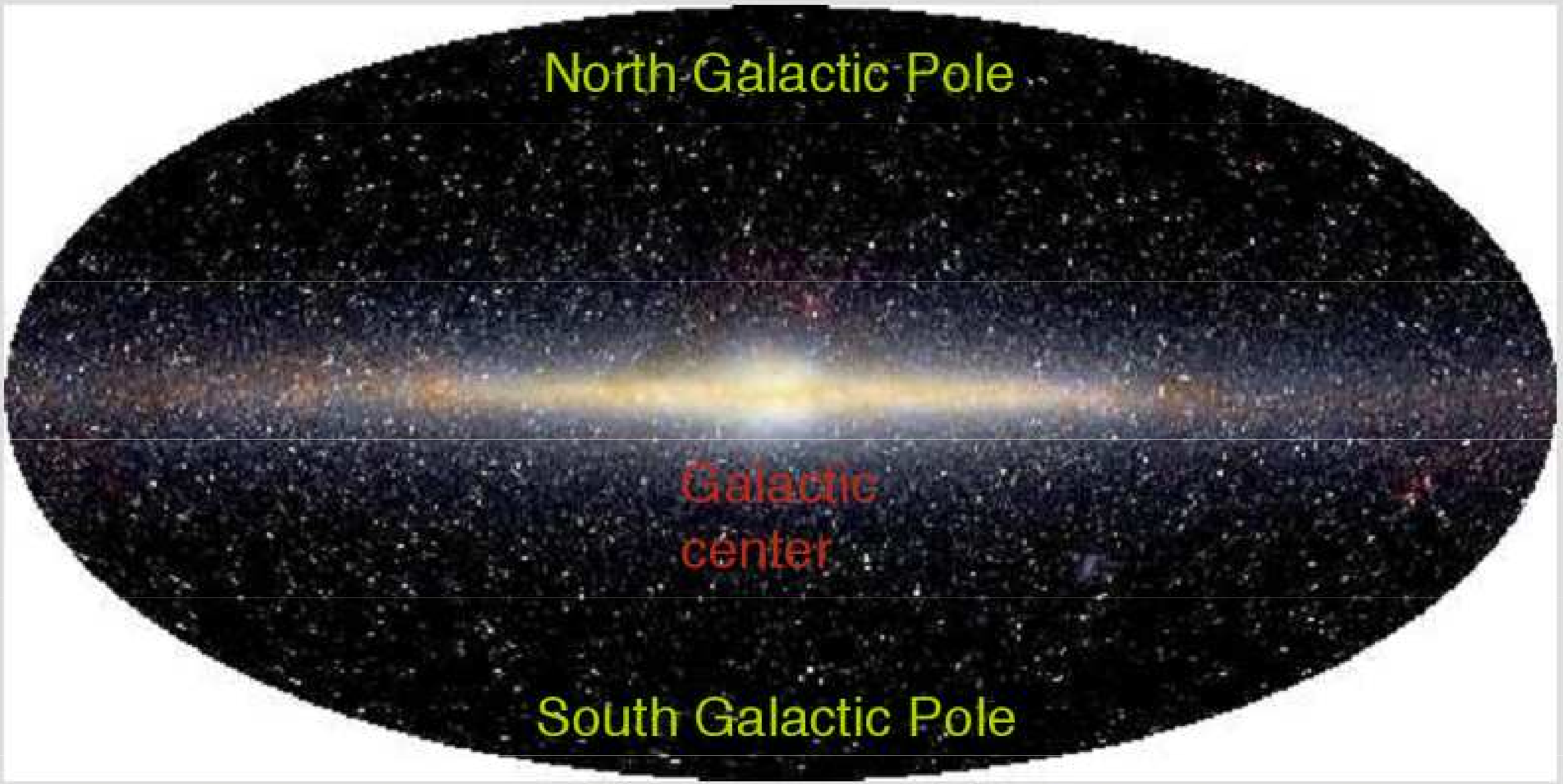
Spiral arms where stars are formed

Halo - not visible here, containing stars but dominated by dark matter. Extends out beyond the optical extent of the galaxy.

ASTR 3730: Fall 2003

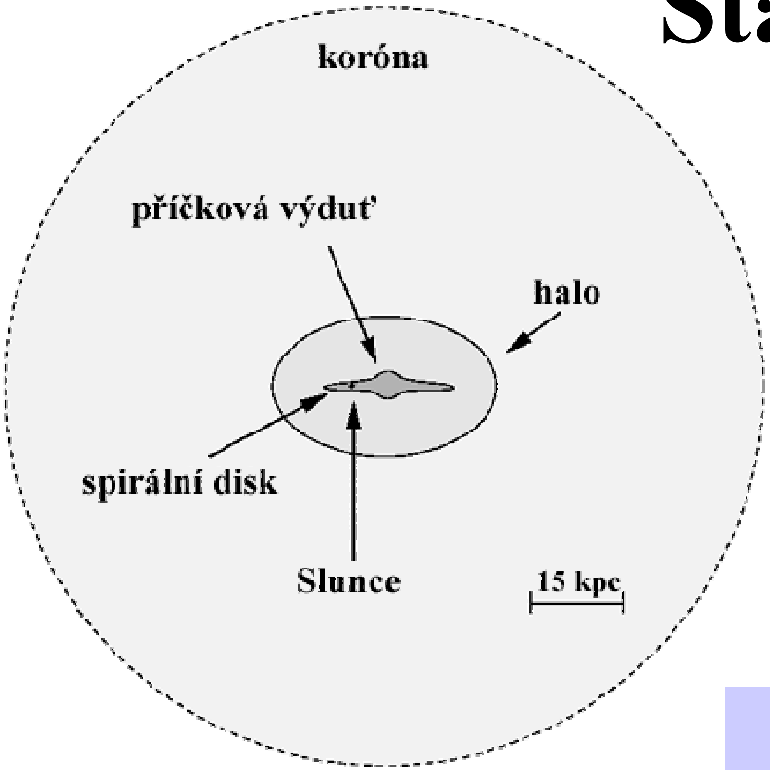
Stavba Galaxie

From our vantage - out in the disk, easiest to see the structure in the Milky Way in the infra-red.



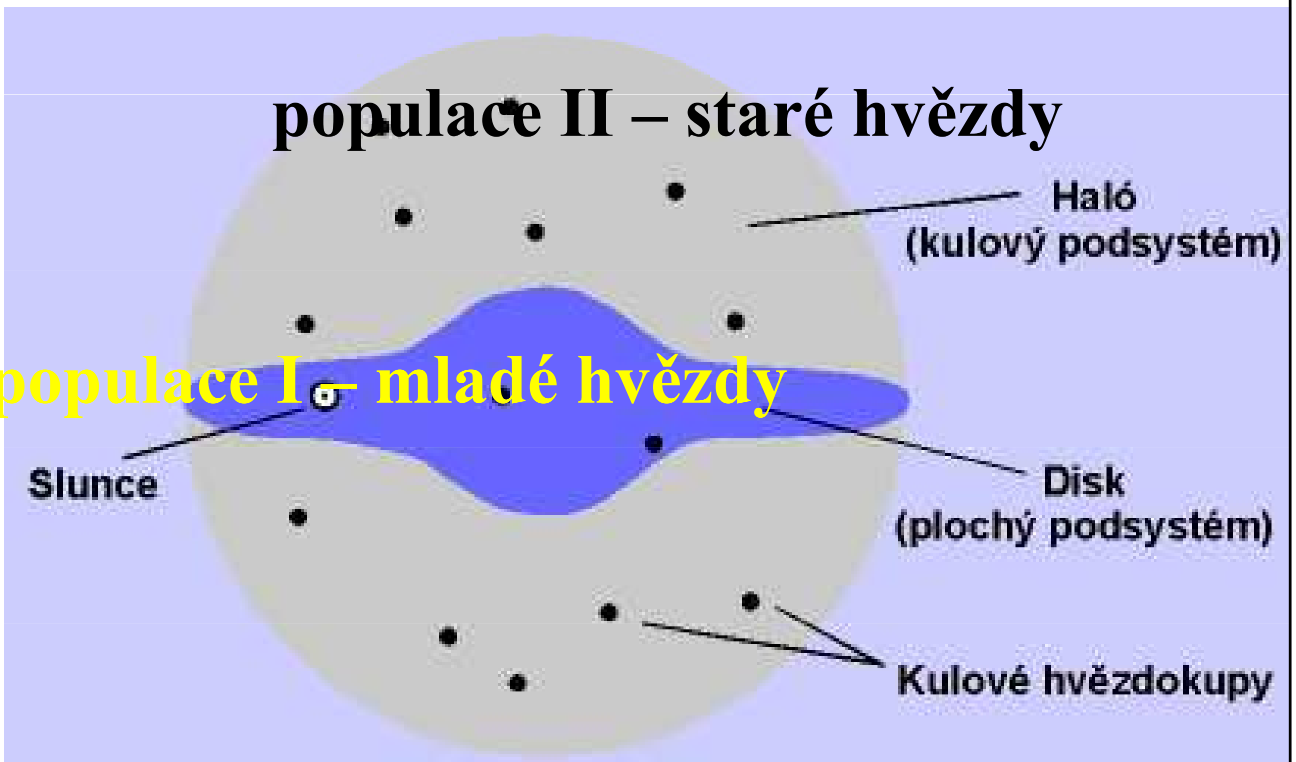
Map in Galactic co-ordinates. Infra-red radiation is not strongly absorbed by dust, so looking here at cool stars throughout the Milky Way.

Stavební struktura Galaxie



30 kpc - průměr disku
halo Galaxie: vnitřní část 3krát více kovů než ve vnější části

výduť - poloměr 1,3 kpc
Slunce 26 pc od gal. rov.
8 kpc od středu Galaxie



Galaxie – parametry

počet hvězd ≈ 10^{11} pouze zhruba 2% dostupná pozorování
průměr plochého disku ≈ 30 kpc
tloušťka disku ≈ 1 kpc
Slunce leží ≈ 8 kpc od středu disku
oběžná rychlost ≈ 250 km/s
oběžná doba Slunce ≈ 200 mil. roků
hmotnost ≈ $5 \cdot 10^{11}$ $\mathbf{M_S}$

mezihvězdná hmota, asi 10% hmotnosti zářící látky, zejména podél galaktického rovníku

populace I - plochá populace, mladé objekty, asociace, otevřené hvězdokupy, hvězdy z okolí našeho Slunce

populace II - sférická populace, staré objekty, kulové hvězdokupy, červení obři

rozlišení populací – stáří, chemické složení, prostorové rozložení, pohybové vlastnosti

Populace v Galaxii

Property	Population I	Intermediate	Population II
Orbits	Circular	Elongated	Very elliptical
Shape	spiral arms	disk	spherical/halo
Thickness(pc)	120	400	2000
Metals (%)	3-4	0.4-2	0.4 or less
Total Mass (M_{sun})	$2x10^9$	$5x10^{10}$	$2x10^{10}$
Age (yr)	10^8	10^9	10^{10}
Typical objects	Open clusters, HII regions, OB stars	Sun	Globular clusters, RR Lyrae stars

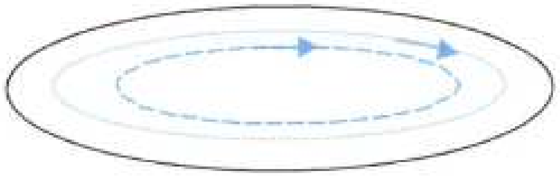
Rozdělení hvězd podle populací

Pop I:

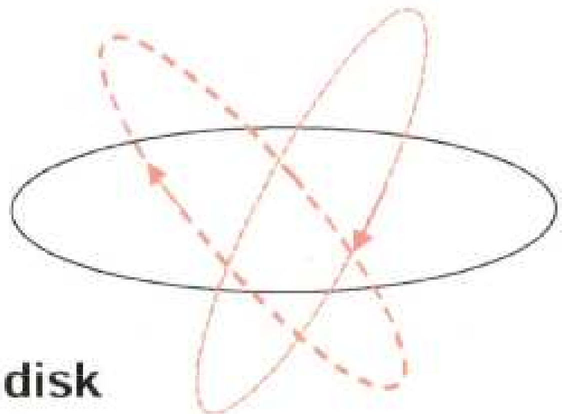
- young, $10^6 - 10^9$ y
- blue
- lie in disk
- circular orbit
- chemical composition like the Sun

Pop II:

- old, $> 10^{10}$ y
- red
- move along elliptical orbits, tilted to the galactic disk
- less metal than Sun

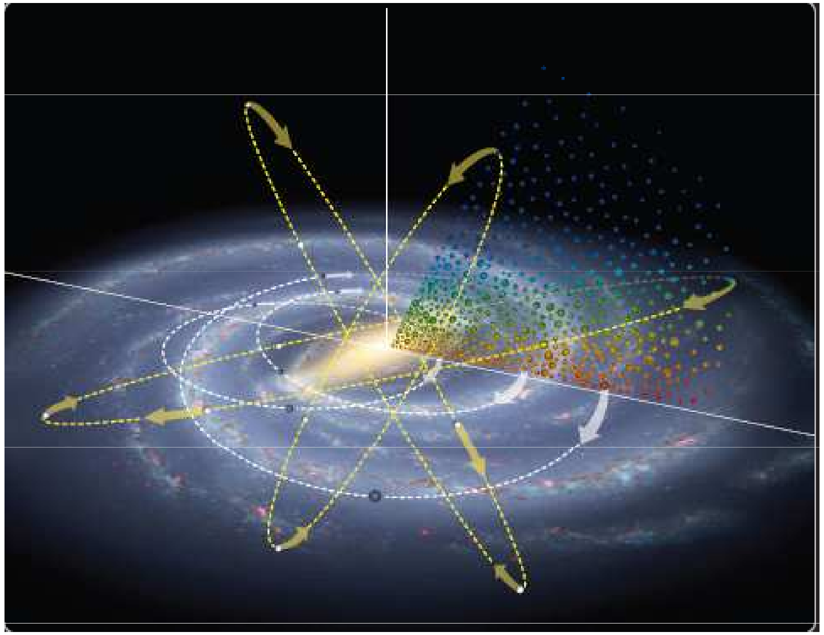


galactic disk

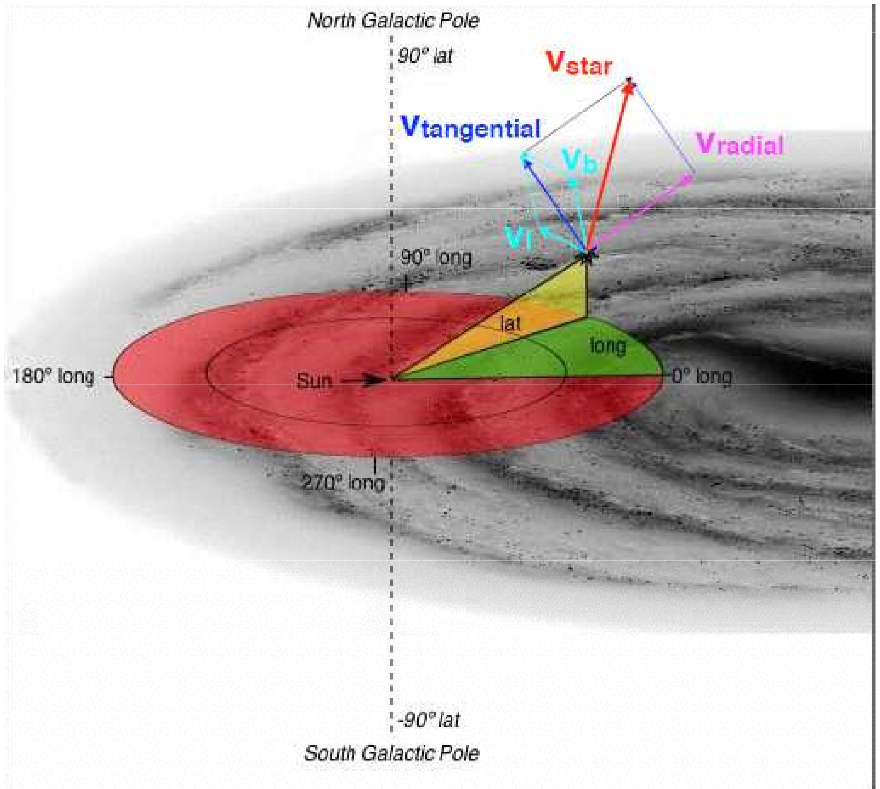


galactic disk

Kinematické vlastnosti hvězd v Galaxii

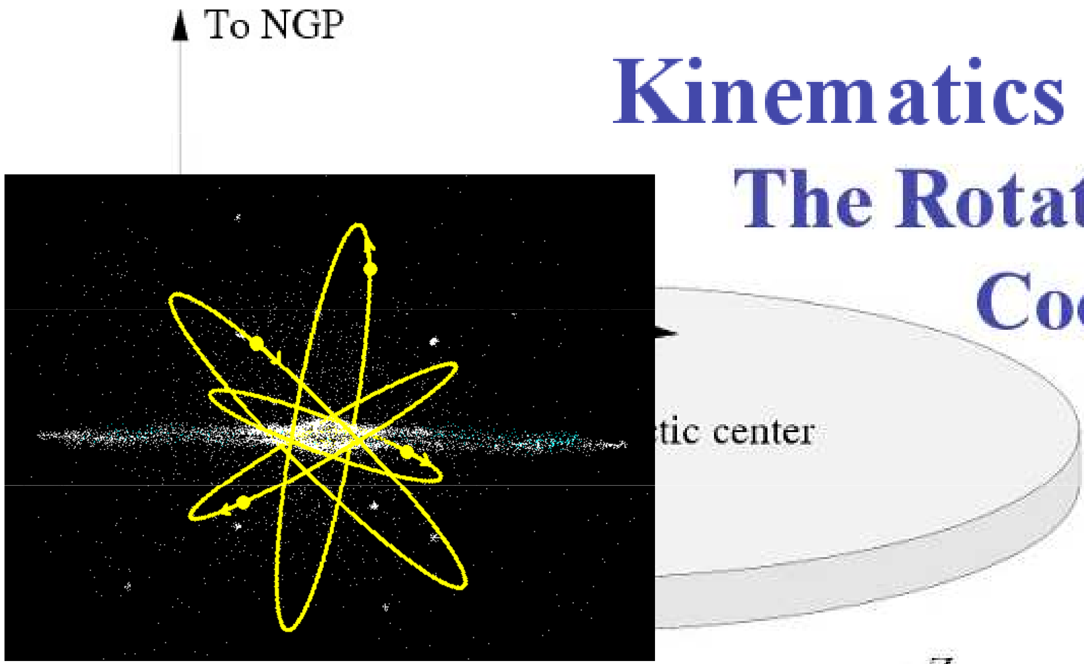


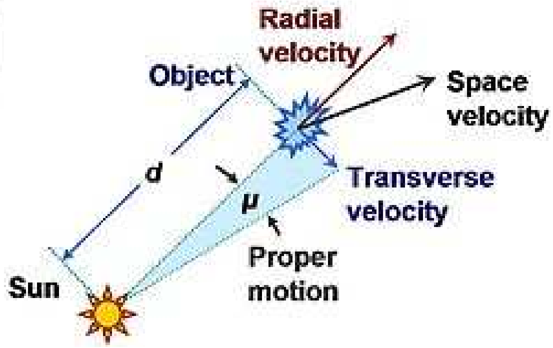
$$v_t = 4{,}74\ \mu\ r\ [\mathrm{km.s^{-1}}]$$
$$v_r = c\ \Delta\lambda/\lambda\ \ [\mathrm{km.s^{-1}}]$$

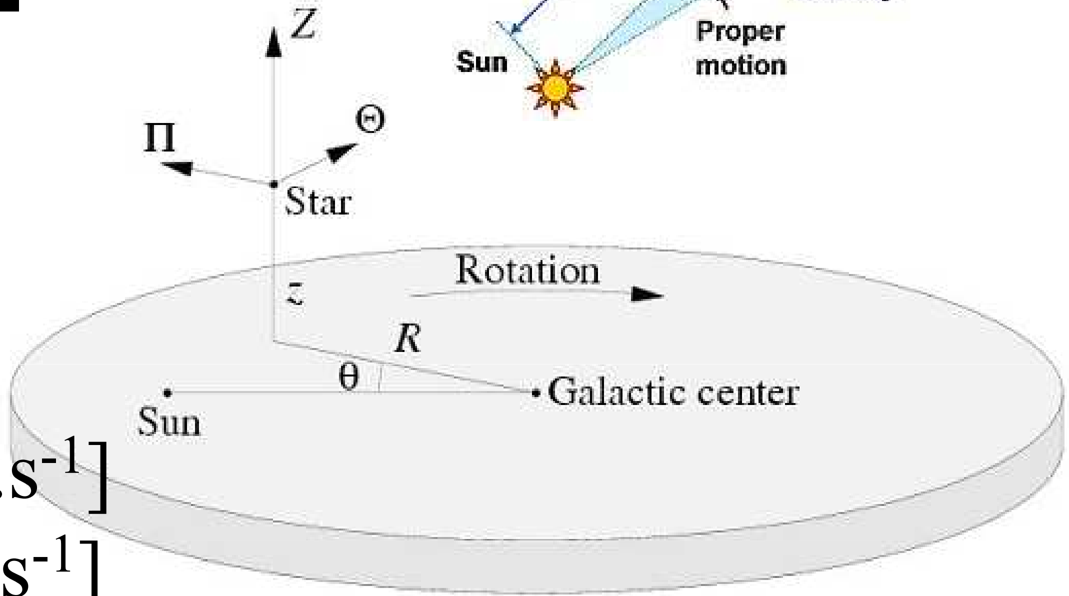


Kinematické vlastnosti hvězd v Galaxii

Kinematics of the Galaxy: The Rotating, Cylindrical Coordinate System







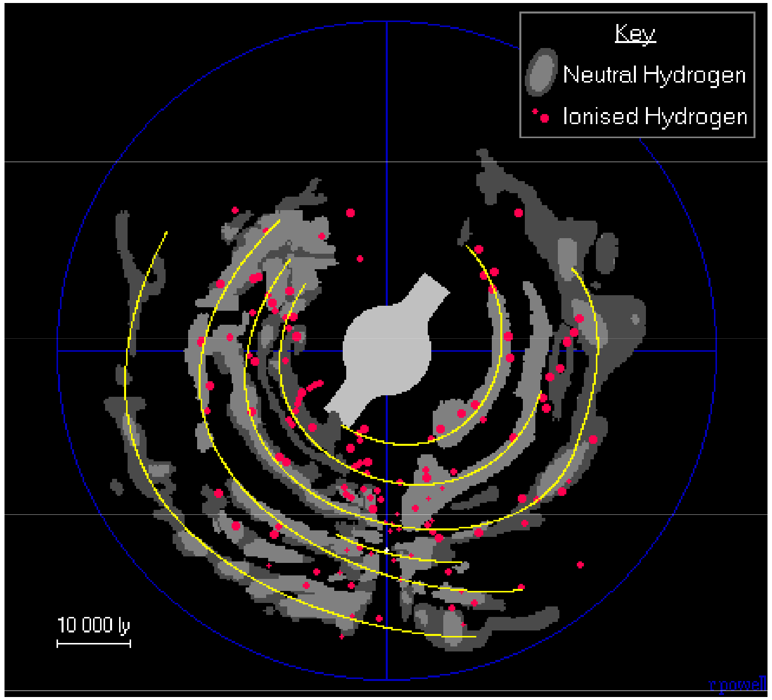
$$\Pi \equiv dR/dt$$
$$\Theta \equiv R\, d\theta/dt$$
$$Z \equiv dz/dt$$

$$v_t = 4{,}74\ \mu\ r\ [\mathrm{km.s^{-1}}]$$
$$v_r = c\ \Delta\lambda/\lambda\quad [\mathrm{km.s^{-1}}]$$

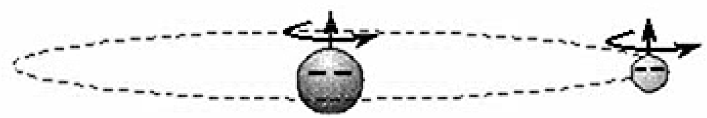
Galaxie

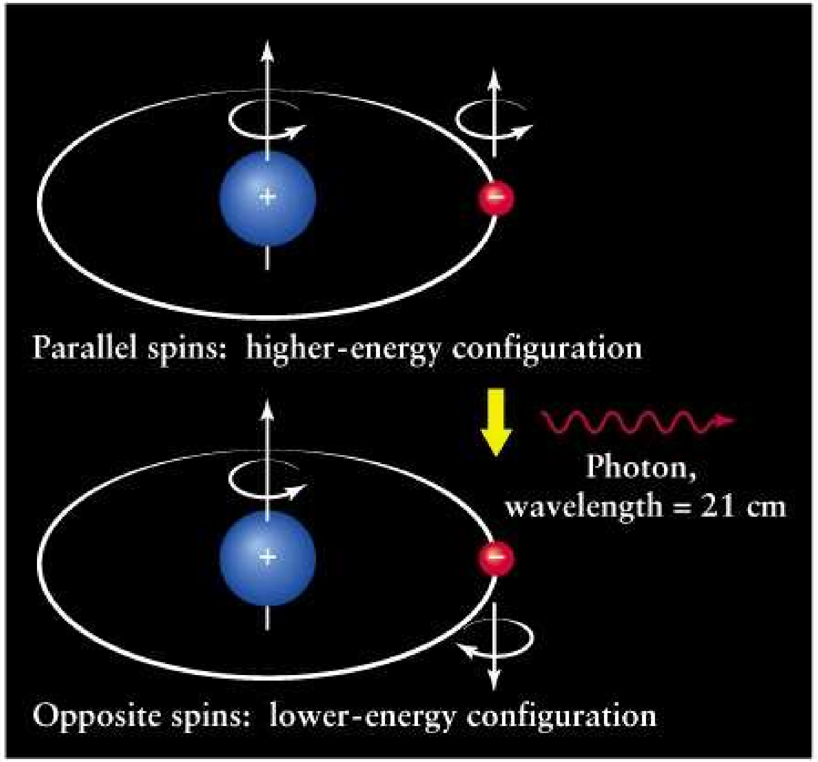
stavba Galaxie - **jádro, spirální ramena, halo**
jádro studováno v infračerveném oboru (750 - 1 000) nm,
v kterém je menší mezihvězdná absorpce,
existence spirálních ramen objasněna **teorií hustotních vln**,
ramena - místa zvýšené hustoty, hvězdy zde setrvávají delší dobu, hvězdy rameny procházejí, nejde o stejné hvězdy
halo tvořeno částicemi nepozorovatelnými (např. neutrina), ovlivňují rotaci Galaxie, spirální ramena - mezihvězdný vodík vyzařuje foton, f = 1 420,4 MHz, na vlnové délce
21,1 cm, při změně orientace spinu elektronu z paralelního se spinem protonu na antiparalelní pozorování v rádiovém oboru molekul, např. H_2O - 1,4 cm, OH - (18, 18,6) cm,
SiO - 0,7 cm, ***MASER efekt*** , inverzní obsazení energiových hladin, přechod na metastabilní hladinu, vyzáření koherentní

Spirální struktura Galaxie, záření vodíku



Neutral atomic Hydrogen creates 21 cm radiation





b

Je teplota mračen H I ≈ 100 K dostatečná k přechodu z paralelního do antipar. spinu ?

$3/2\ k\ T \approx h\ \nu$

$T \approx 0{,}05$ K

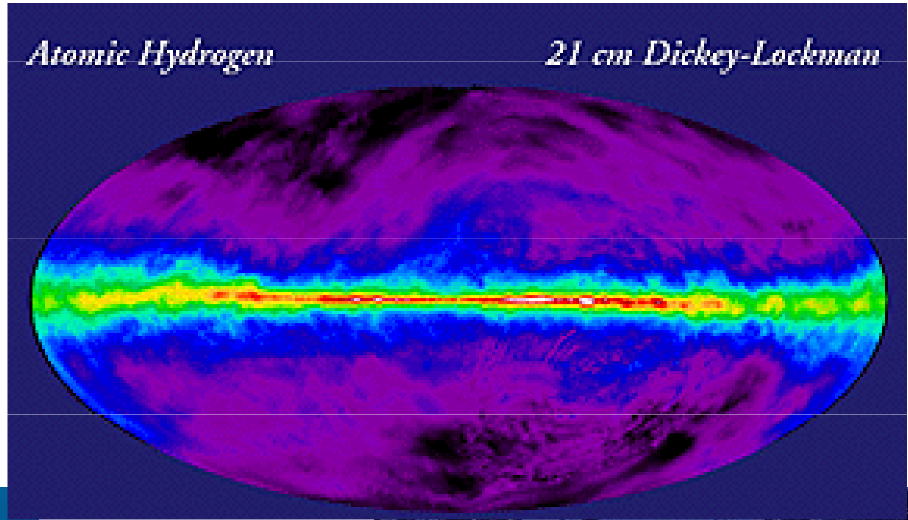
$6\ .\ 10^{-6}$ eV

1420 MHz, $\lambda = 21{,}1$ cm

Rádiová astronomie: studium vodíku - pozorování spirálních ramen

Effelsberg

D = 100 m



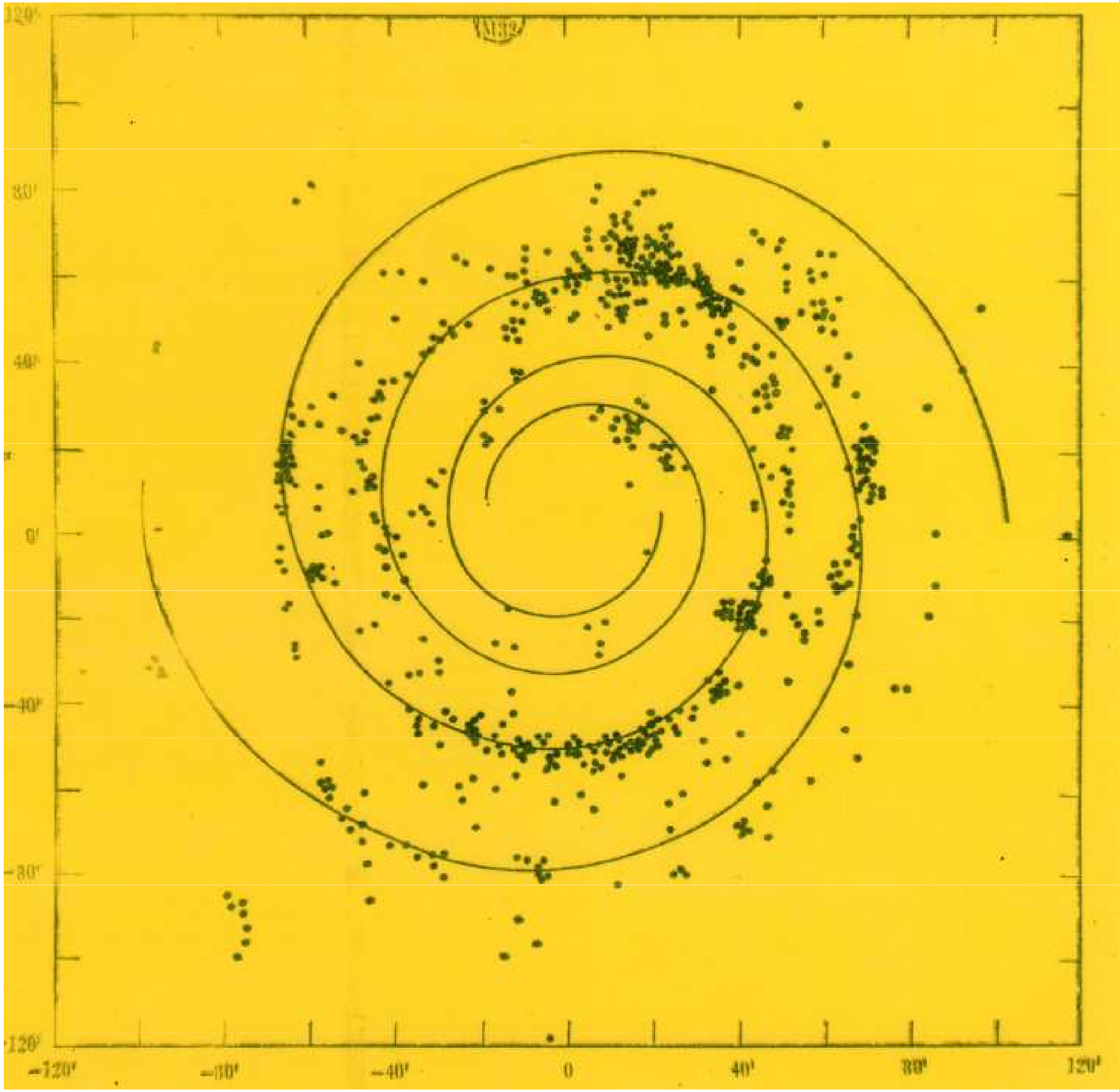
Jodrell Bank

D = 76 m

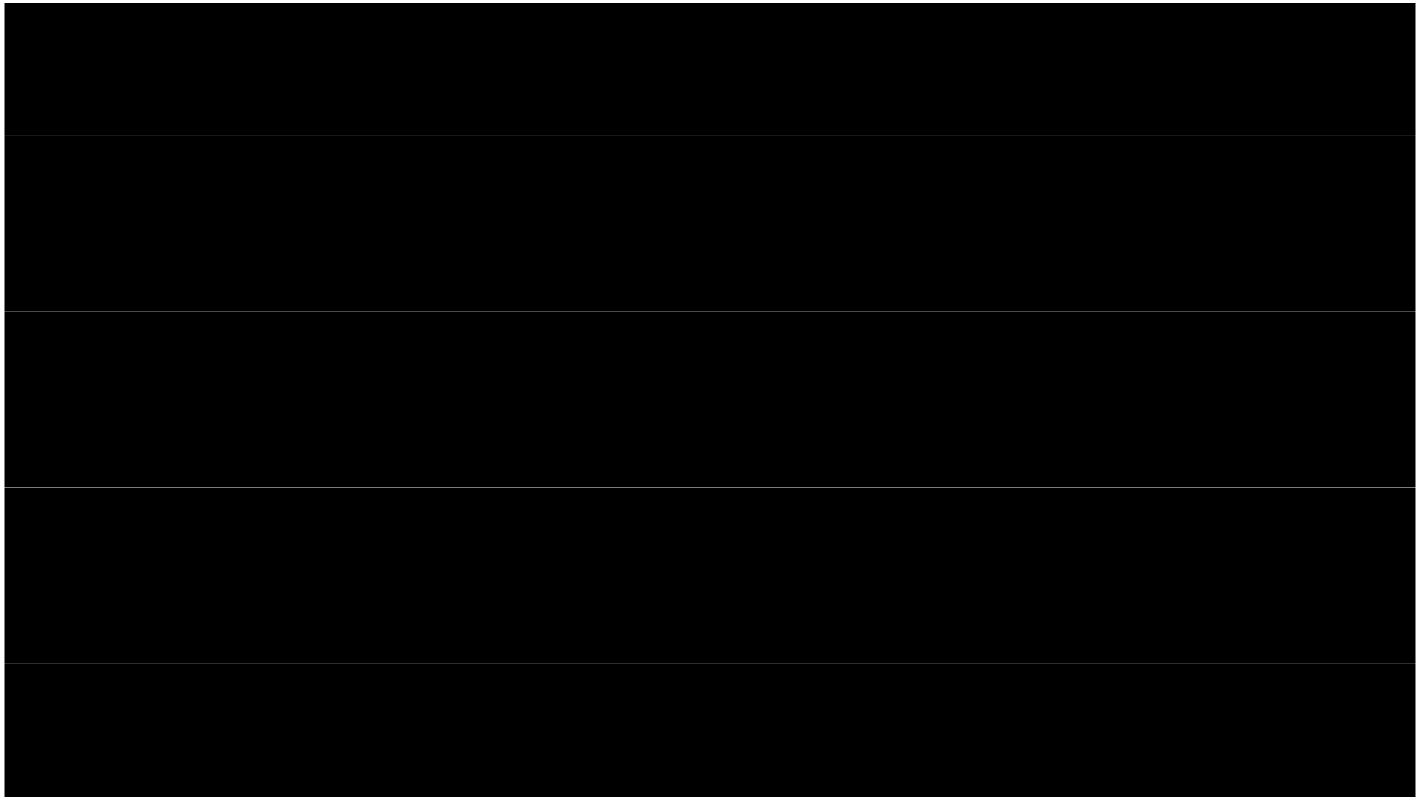




Spirální ramena v Galaxii

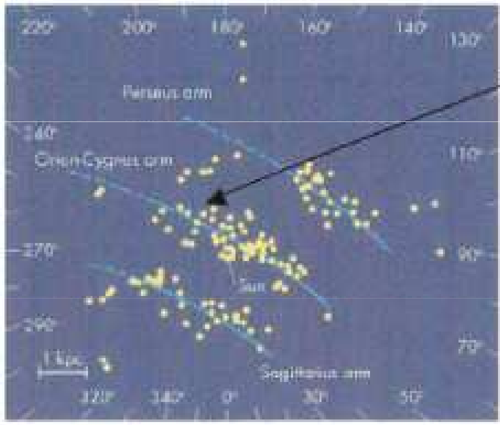


Vznik hvězd ve spirálním rameni Orionu

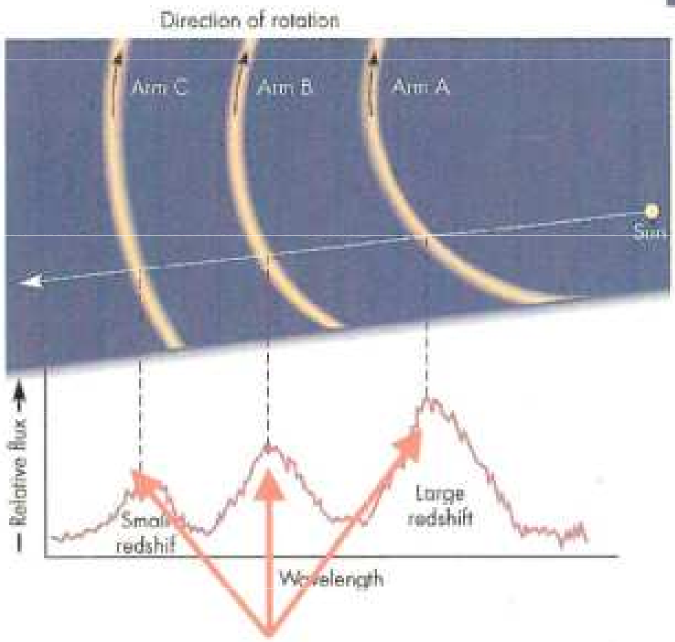


Spirální struktura Galaxie

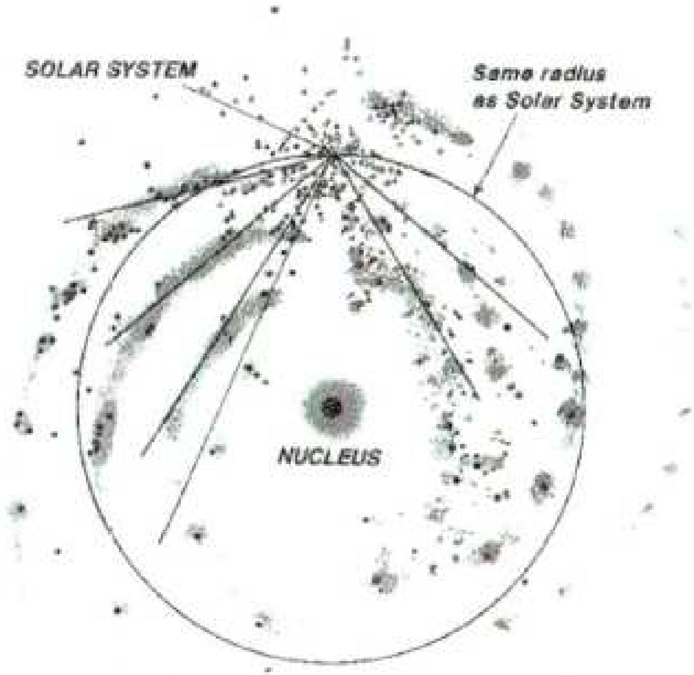
- What does it look like?



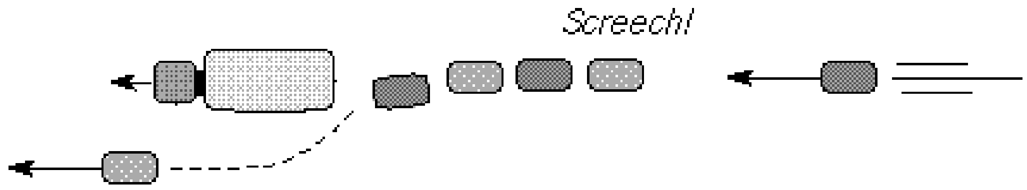
Optical:
HII-regions,
clusters of O, B stars
Problem: can't see very far in optical

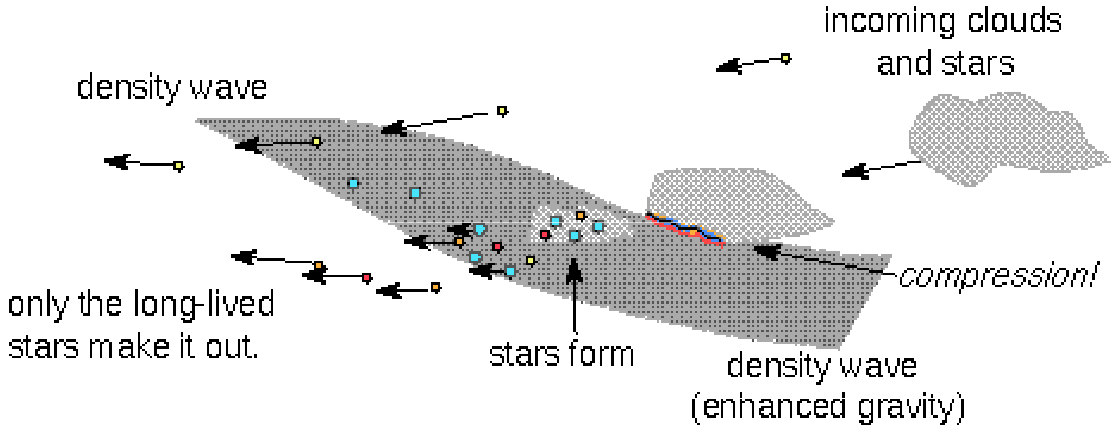


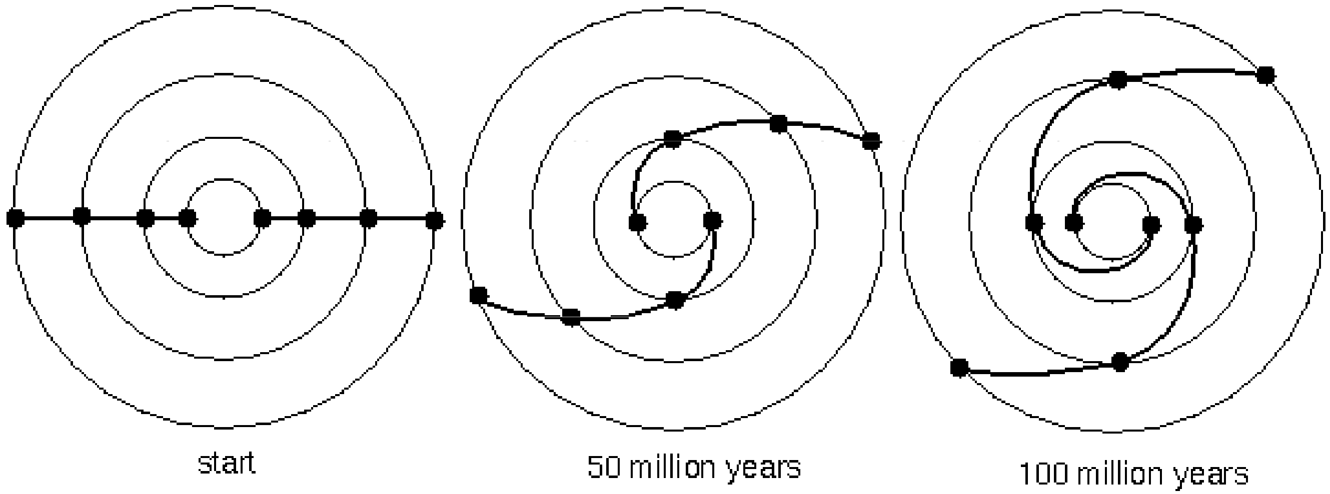
21 cm line redshifted



Vznik spirální struktury u galaxií



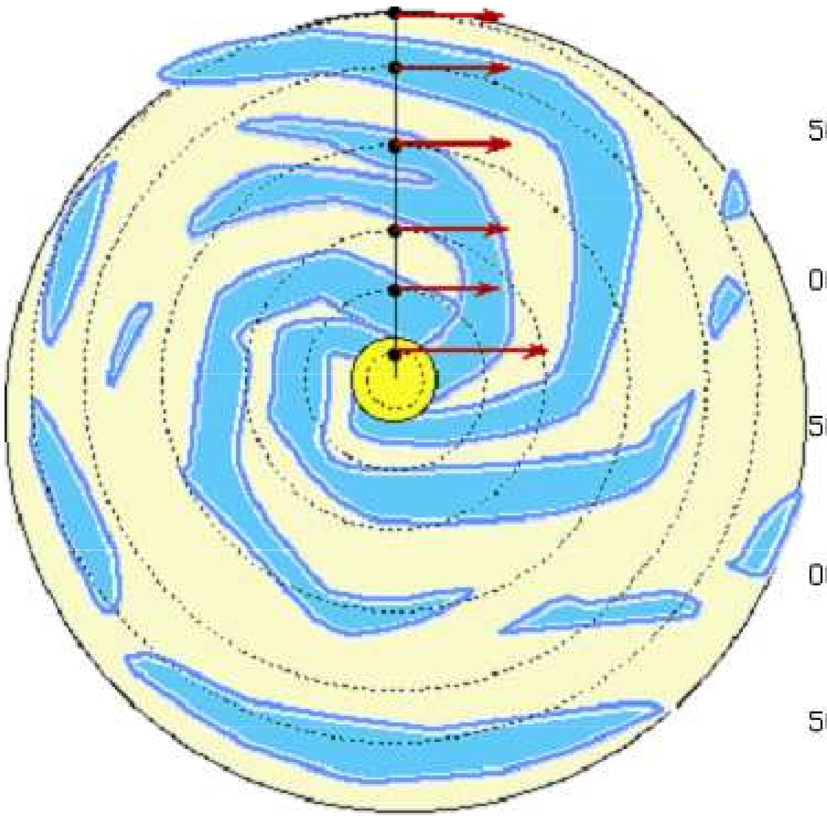




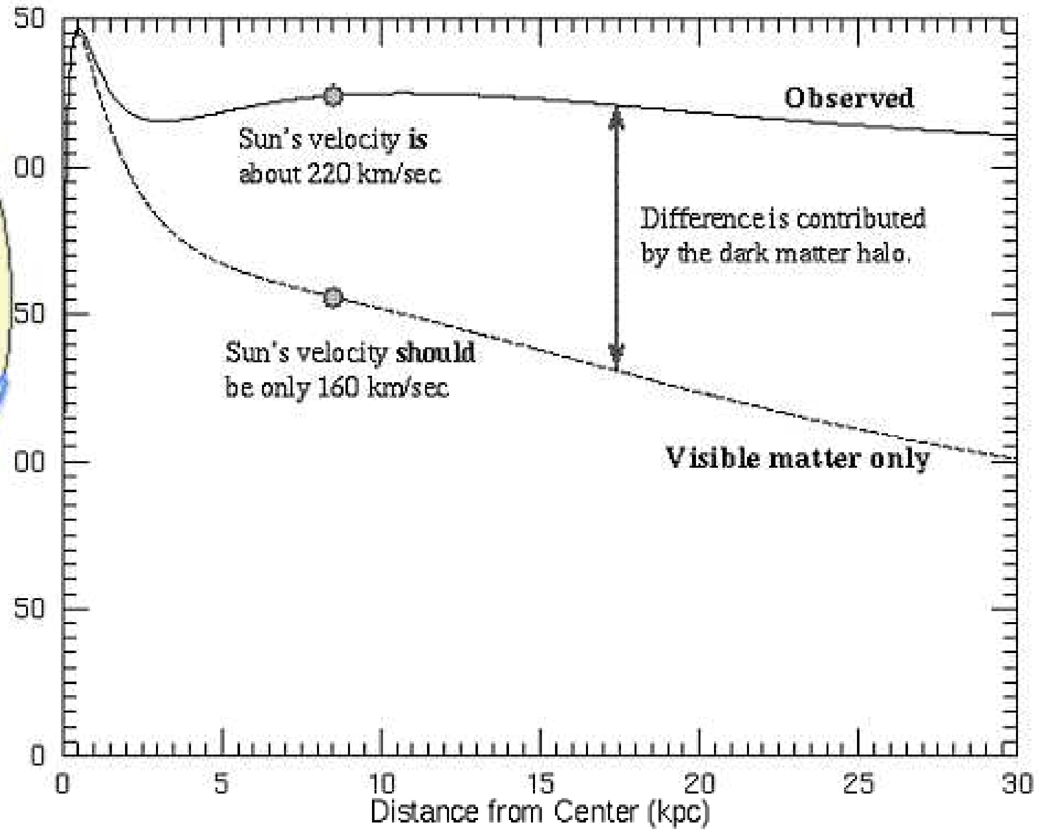
Differential rotation: stars near the center take less time to orbit the center than those farther from the center. Differential rotation can create a spiral pattern in the disk in a short time.

Rotace Galaxie

Dark matter II



The mass inside an orbit can be found using the size of the orbit and the orbital speed. The arrows show the speeds for certain points on the **rotation curve** for this galaxy.



The gravity of the visible matter in the Galaxy is not enough to explain the high orbital speeds of stars in the Galaxy. For example, the Sun is moving about 60 km/sec too fast. The part of the rotation curve contributed by the visible matter only is the bottom curve. The discrepancy between the two curves is evidence for a **dark matter halo.**

Spirální galaxie M 51



Spirální hustotní vlny v galaxii M 51

Spiral Density Waves

Since all the bright blue stars die before leaving the spiral arm, the **spiral density waves** must show up better at ultraviolet wavelengths.





Rotace Galaxie

1. Rotační model galaxie s rovnoměrným rozložením –
2. Rotační model galaxie s koncentrací hmoty ke stř
3. Diferenciální rotace galaxie .....
4. Určení hmotnosti Galaxie

1. prostorová hustota rozložení hvězd ρ = konst.
   galaktické jádro, rotace tuhého tělesa

$$v \sim r$$

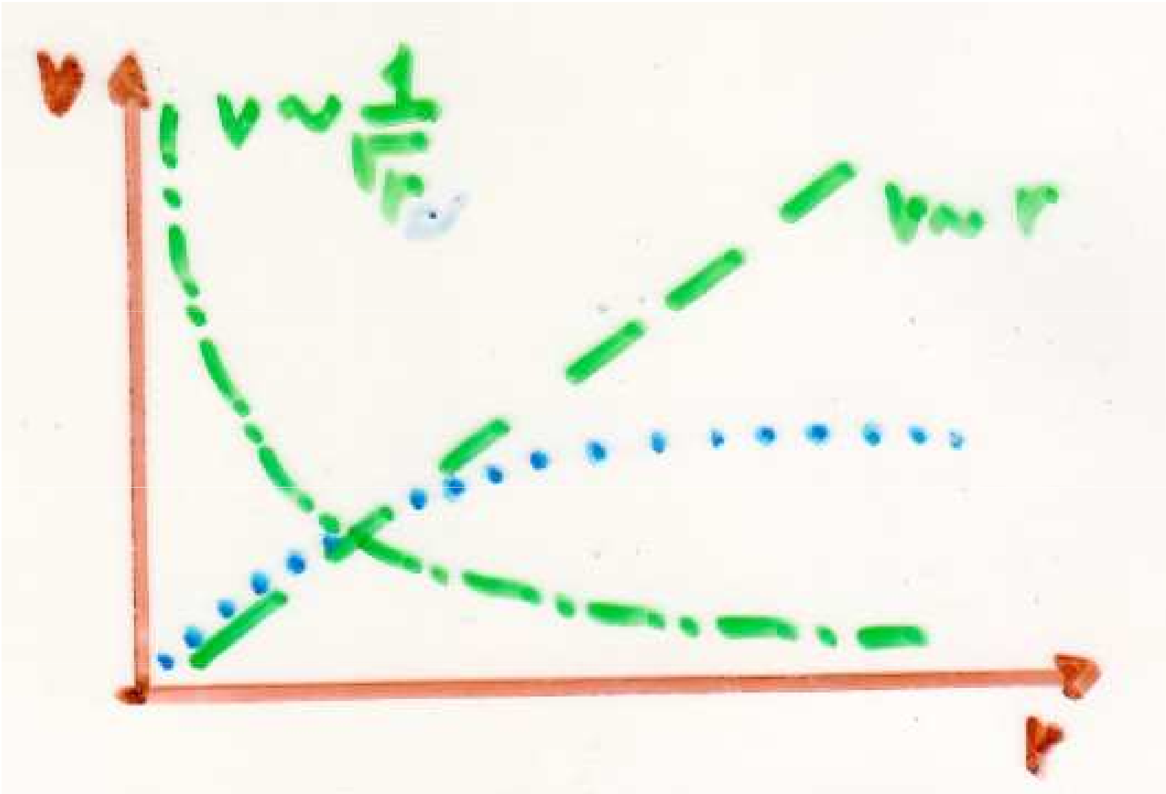
2. hmotnost jádra galaxie je velká, $\rho \neq$ konst. v gala
   spirální galaxie, sluneční soustava

$$\frac{r^3}{T^2} = \text{konst}, \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

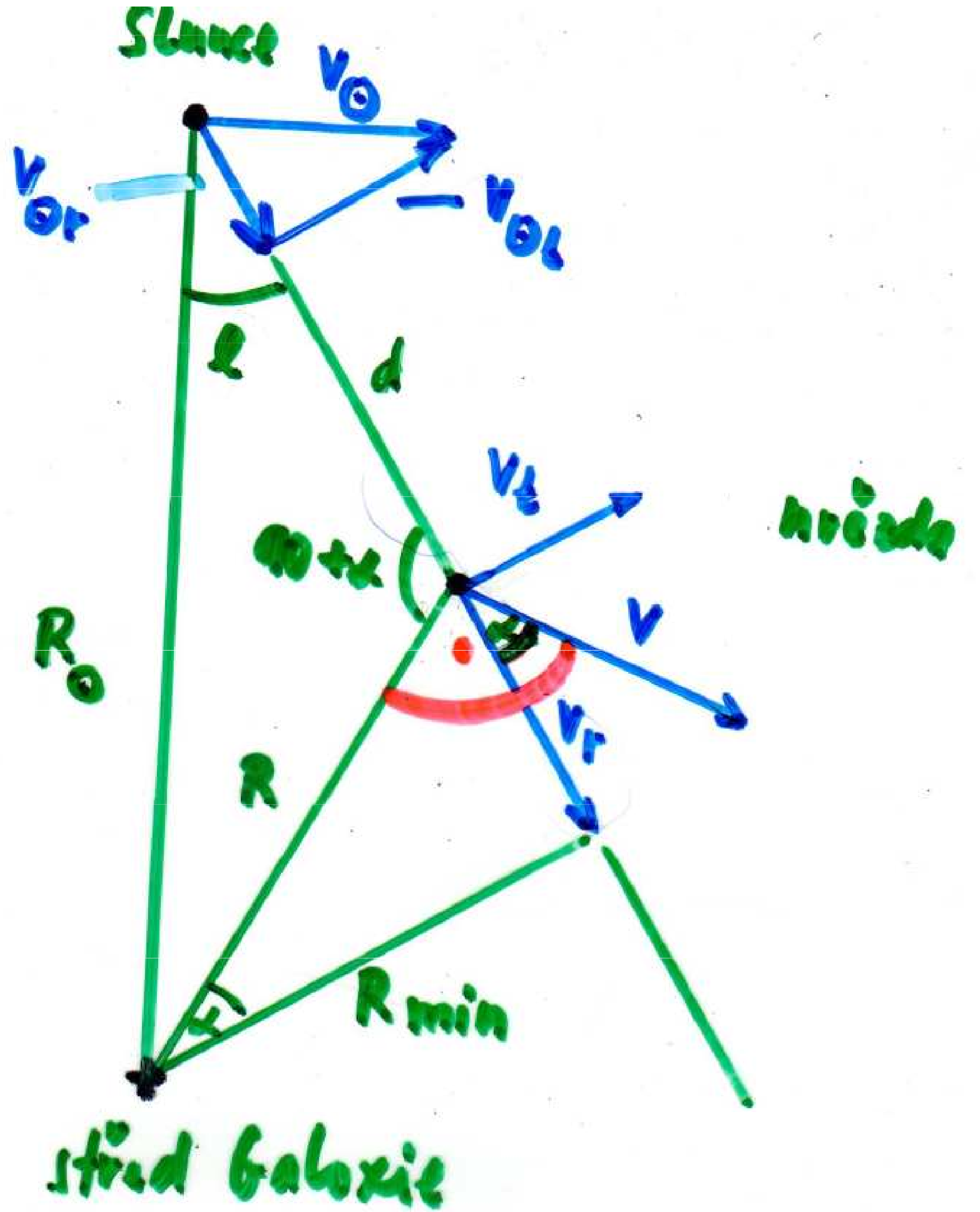
$$v^2 \cdot r = \text{konst.}$$

$$v \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$$

Rotace Galaxie



Oortovy konstanty



Oortovy konstanty

úhlová rychlost Slunce ω_0

hvězdy ω

radiální rychlost hvězdy v_r

$$v_r = v \cos\alpha - v_0 \sin l$$

$$v_r - v_{0r}$$

ze sinové věty platí

$$\frac{\sin l}{R} = \frac{\sin(90° + \alpha)}{R_0} = \frac{\cos\alpha}{R_0}$$

Oortovy konstanty

$$\omega_\odot = \frac{V_\odot}{R_\odot} \quad i \quad \omega = \frac{V}{R}$$

$$v_r = R_\odot(\omega - \omega_\odot)\sin l$$

tangenciální rychlost v_t hvězdy

$$v_t = v \cdot \sin\alpha - v_\odot \cos l \qquad v_t - v_{\odot t}$$

$$\frac{\sin l}{R} = \frac{\sin(90^\circ - l - \alpha)}{d} = \frac{\cos\alpha \cos l - \sin\alpha \sin l}{d}$$

$$v_t = R_\odot(\omega - \omega_\odot)\cos l - d\omega$$

Oortovy konstanty

Oortovy konst.: * $\omega - \omega_0 = (R - R_0)\dfrac{d\omega}{dR}$

* $A = -\dfrac{1}{2} R_0 \dfrac{d\omega}{dR}$ .... $+15$ km.s^{-1}kpc

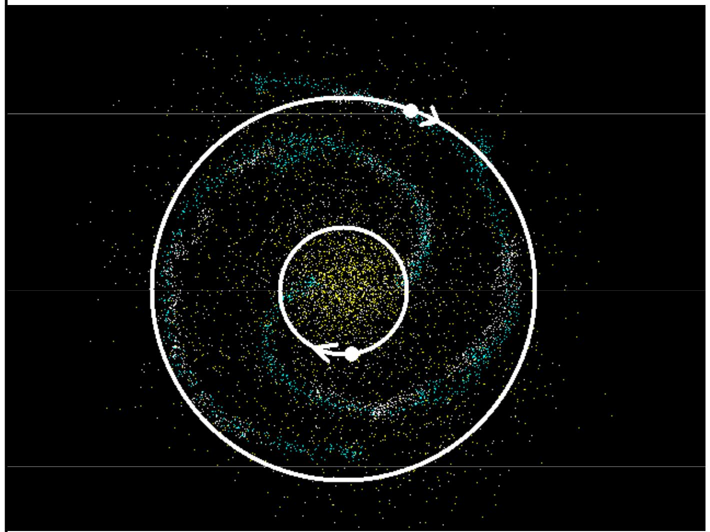
$v_r = -2A(R - R_0)\sin l$ B ... -10 km

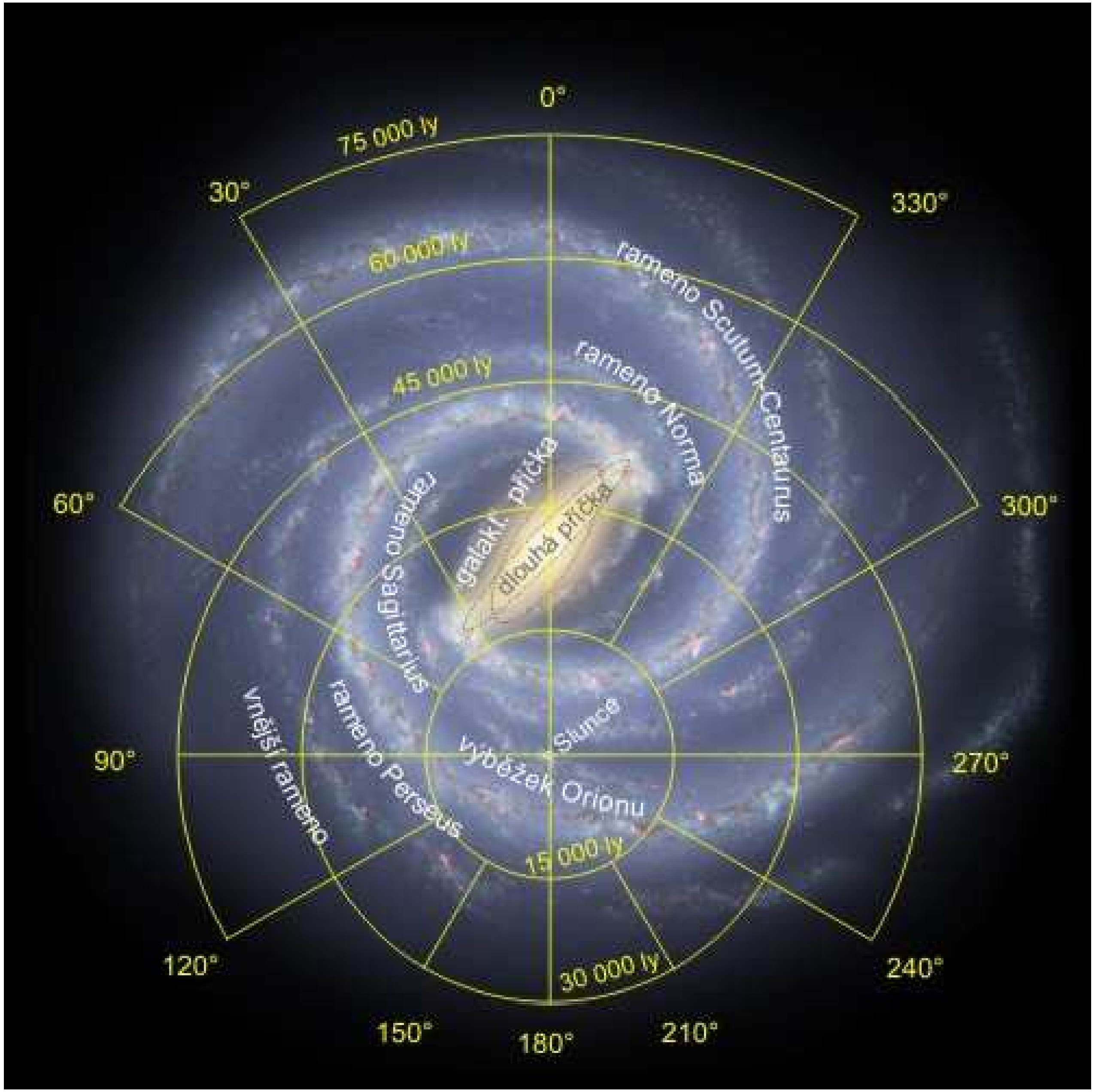
* $B = A - \omega_0$ ... -10 km s^{-1}kpc

$v_t = d(A\cos 2l + B)$

$\omega_0 = \dfrac{V_0}{R_0} = A - B$ .... $+25$ km s^{-1}kpc

Model Galaxie s příčkou





Model Galaxie s příčkou

2008 – R. Benjamin

2 hlavní spirální ramena:

- Scutum-Centaurus,
- Perseus

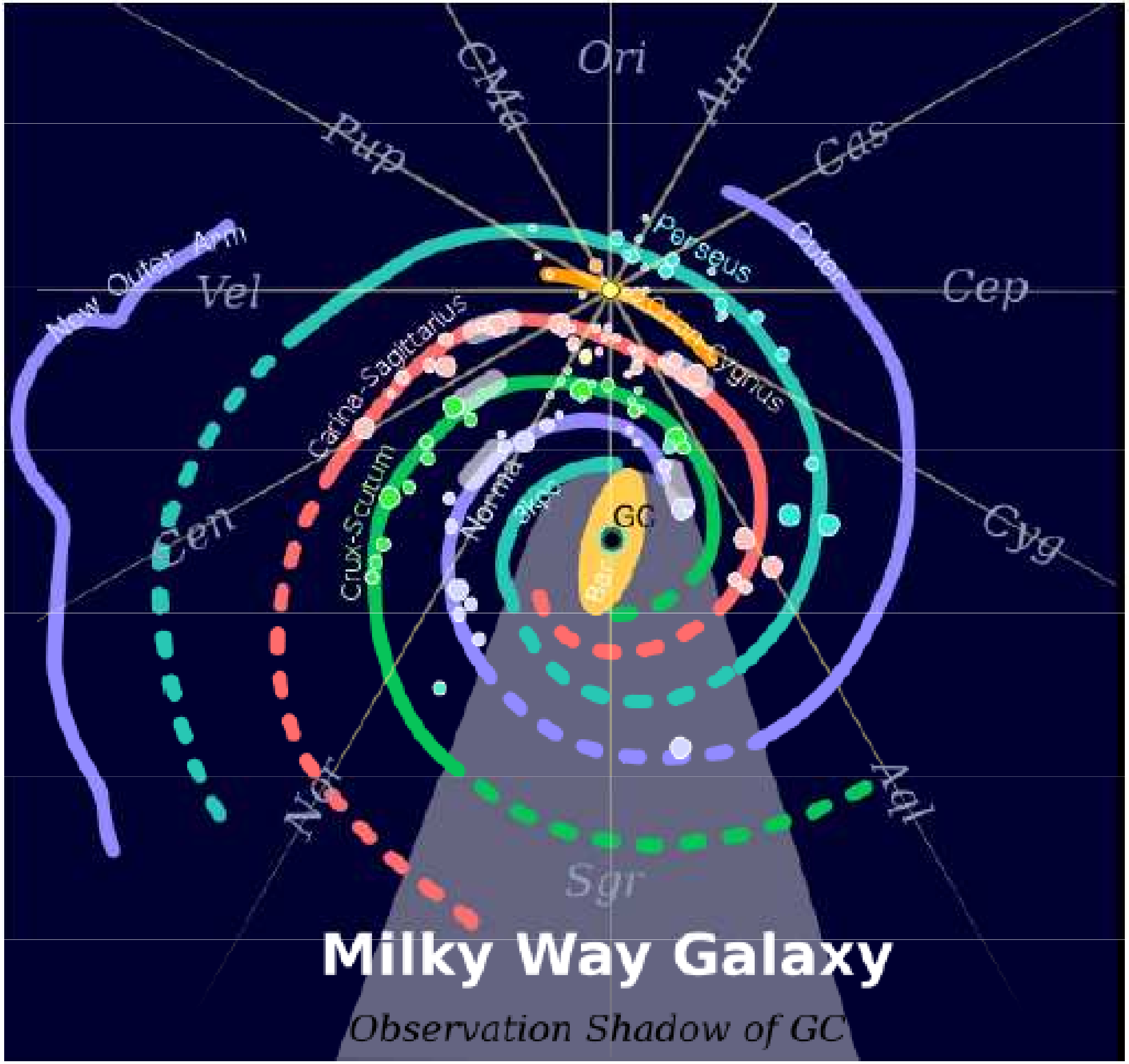
2 vedlejší, malá ramena

- Norma
- Sagittarius

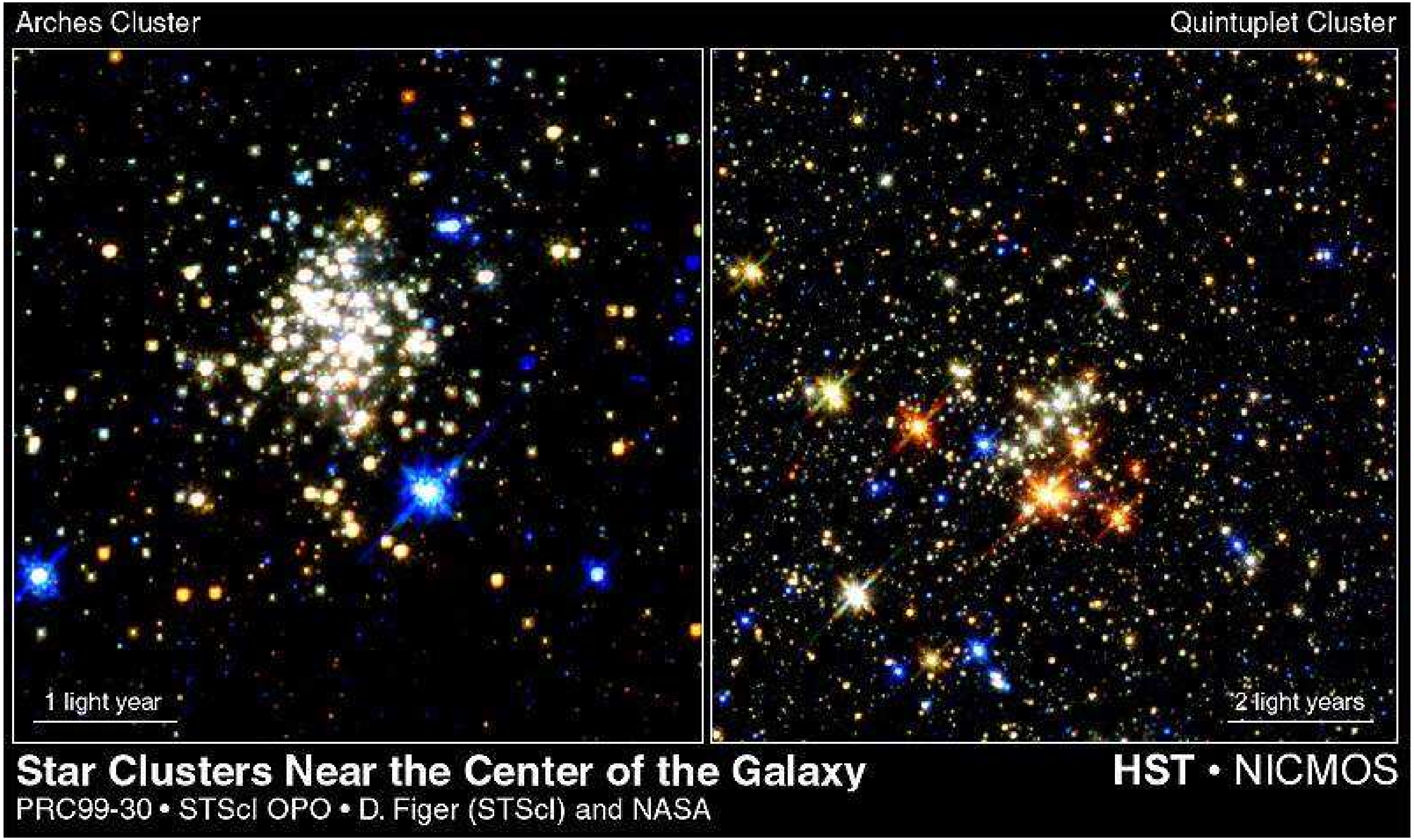
2012 – stálé diskuse

např. nový vnější prstenec (Monoceros Ring)

2013 – J. Urquhart – rozložení mladých masivních hvězd => 4 ramena

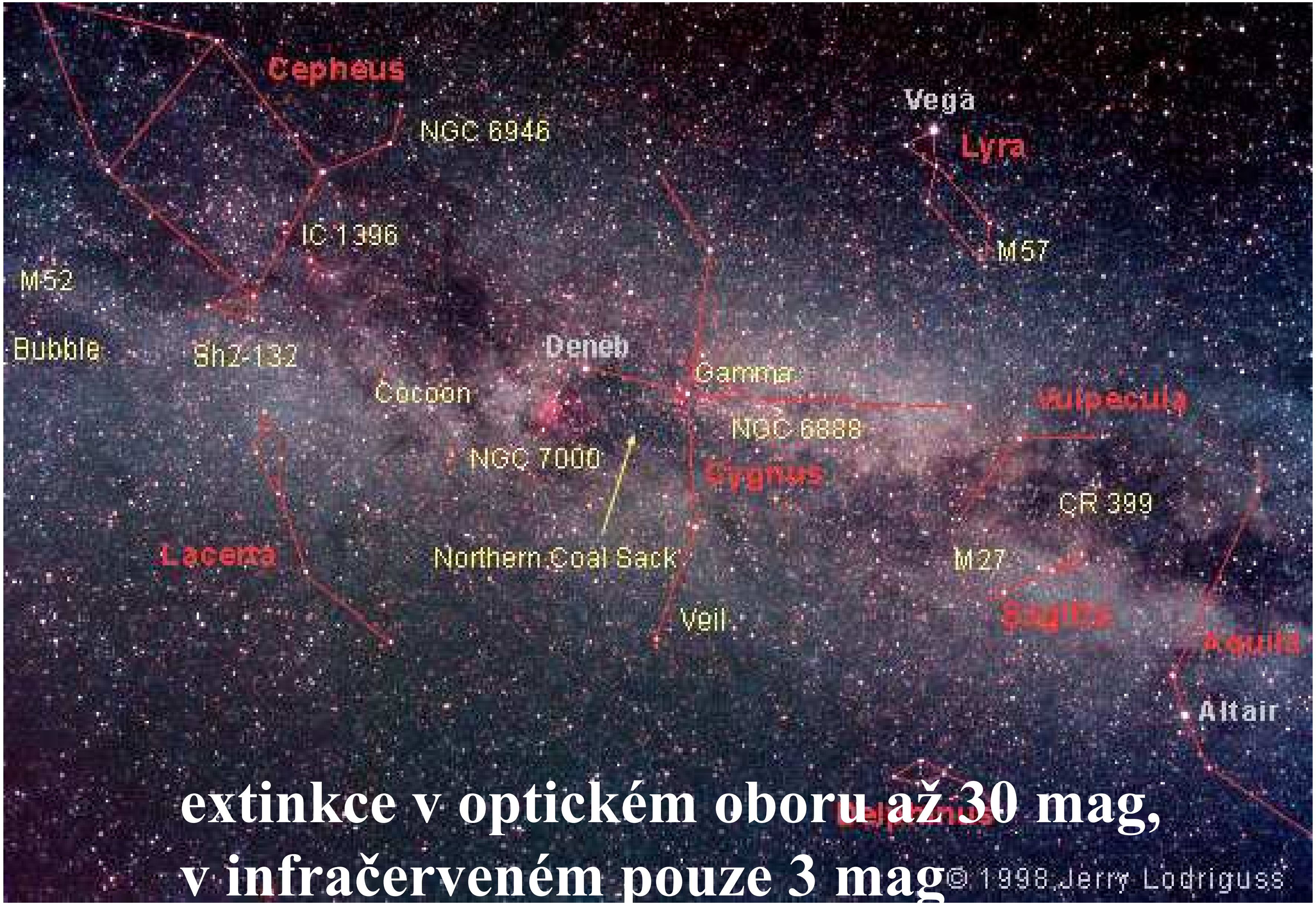


Hvězdokupy v blízkosti středu Galaxie



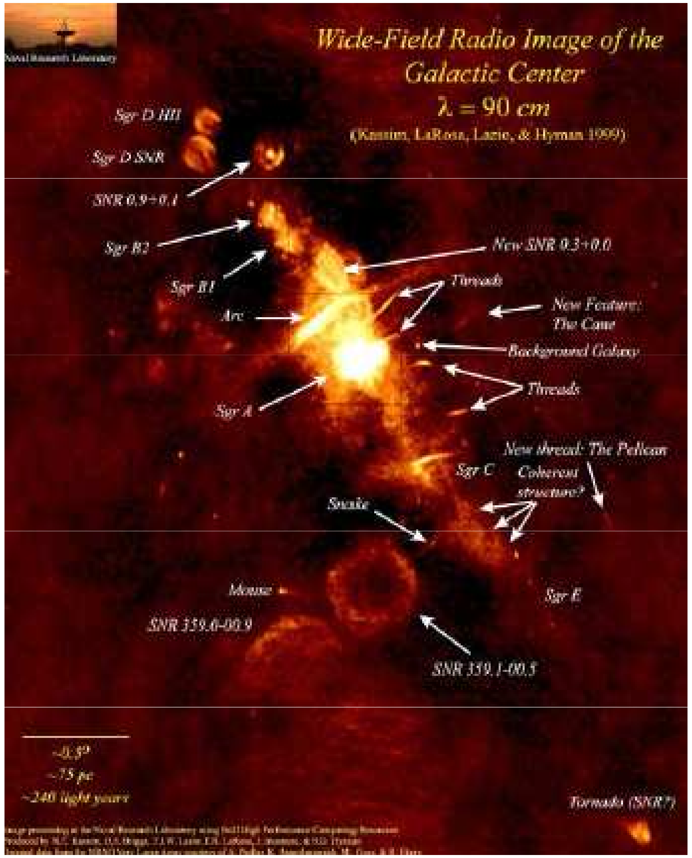
mladá hustá hvězdokupa Arches (oblouky), 25 pc od černé díry

Pohled do středu Galaxie



extinkce v optickém oboru až 30 mag,
v infračerveném pouze 3 mag

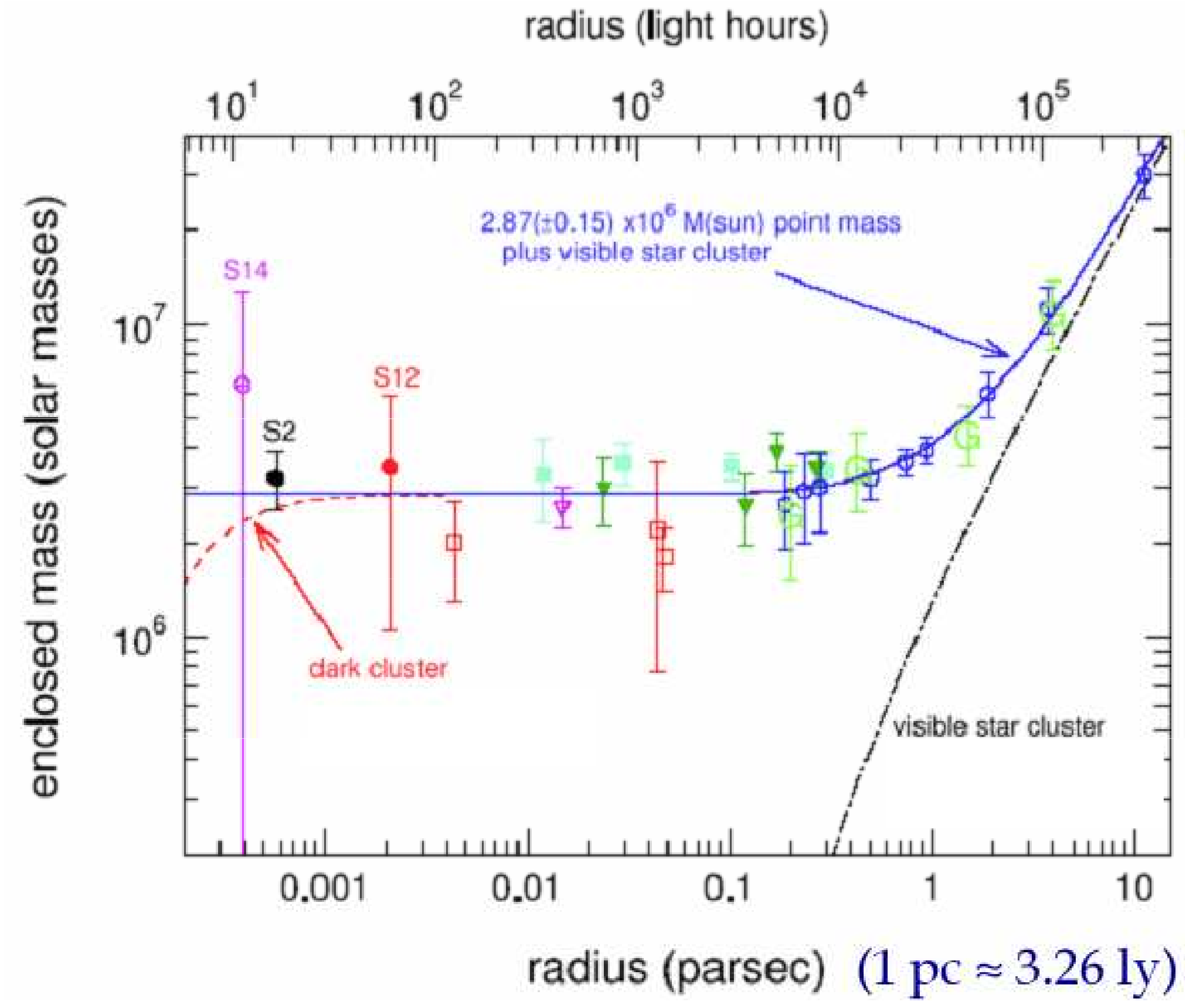
Pohled do středu Galaxie



galaktické jadérko – cca 1 pc, výrony plynu a netepelného rádiového záření - výsledek interakce jedné či dvou velmi hmotných černých děr s hvězdami a mezihvězdnou látkou – Sgr A* = super-masivní černá díra (4.10^6 $M_\odot$, 0.3 au)

Oběžný pohyb hvězd kolem středu Galaxie

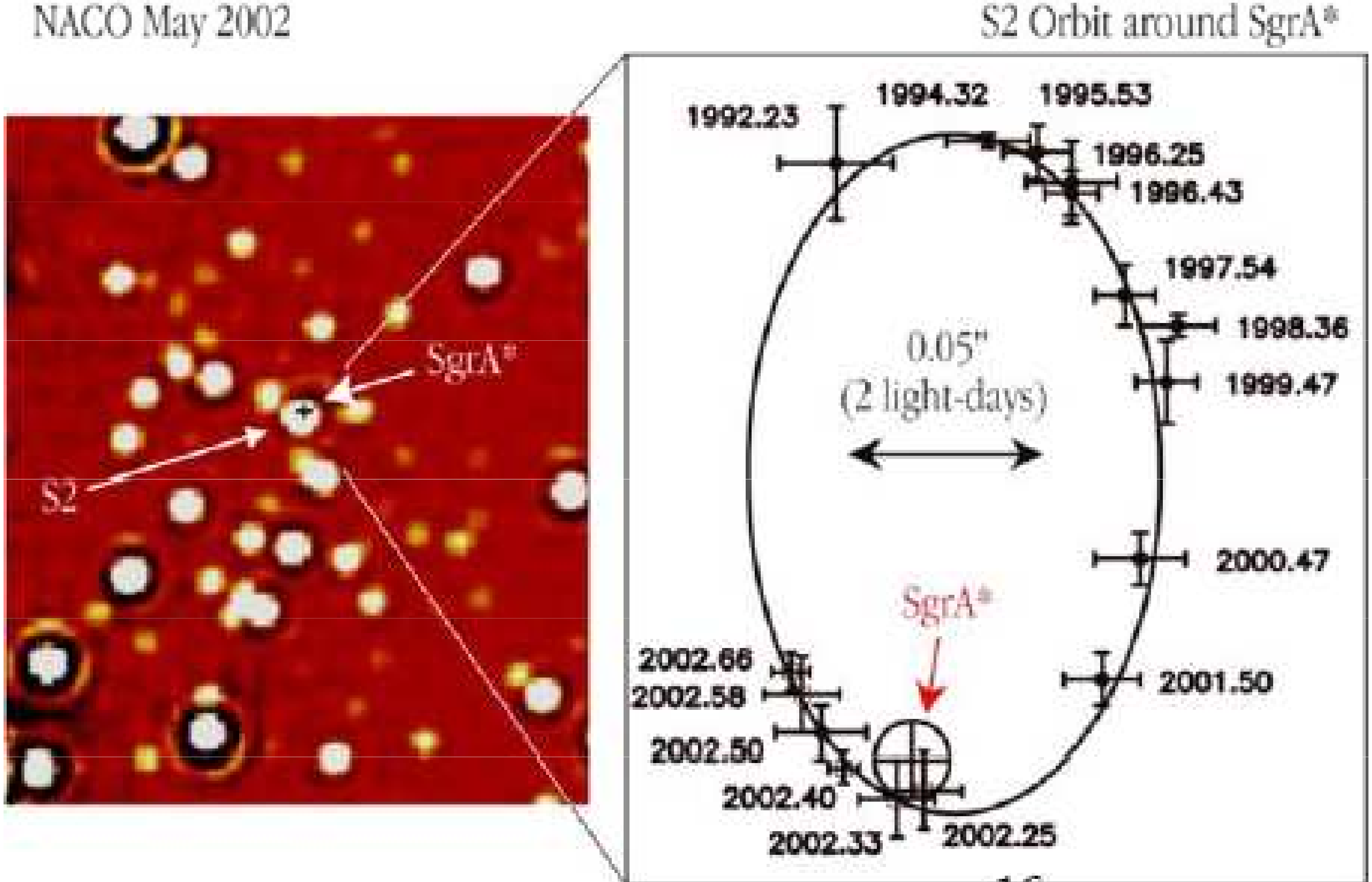
Orbital motion and the center of the Milky Way (continued)



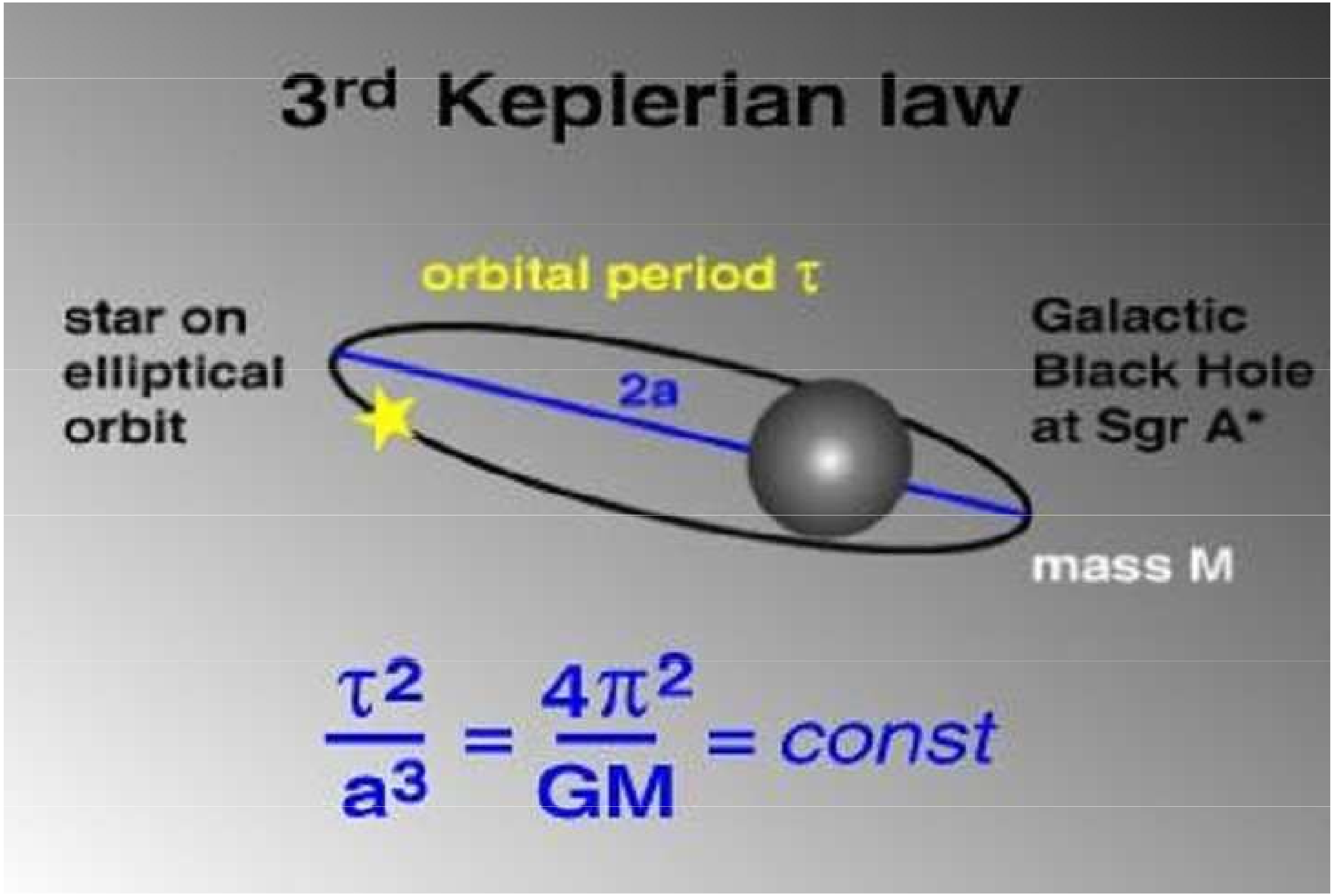
(1 pc ≈ 3.26 ly)

Summary of results from stellar and gas-cloud Doppler shifts and proper motions (Schödel *et al.* 2003).

Pohyb hvězdy S2 kolem černé díry

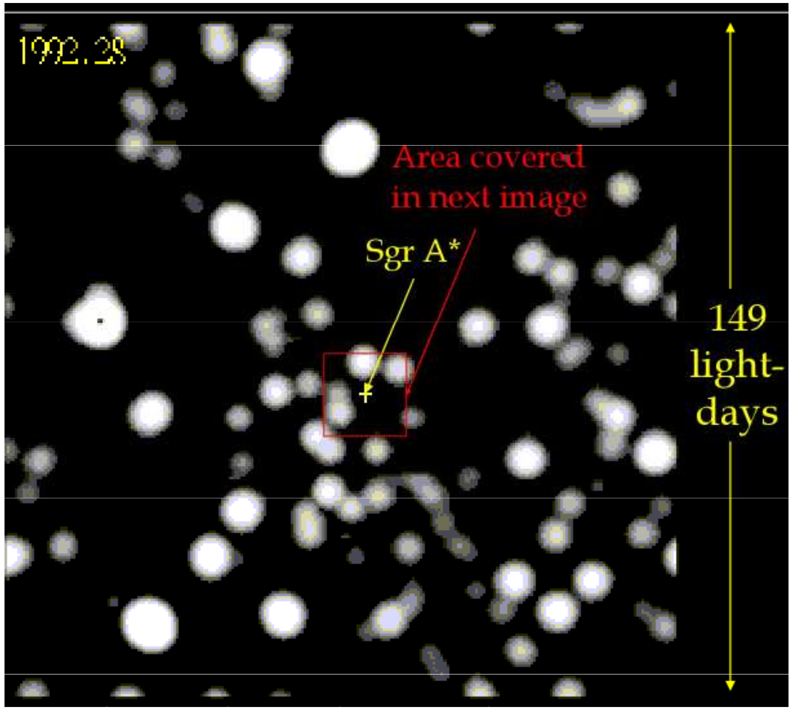


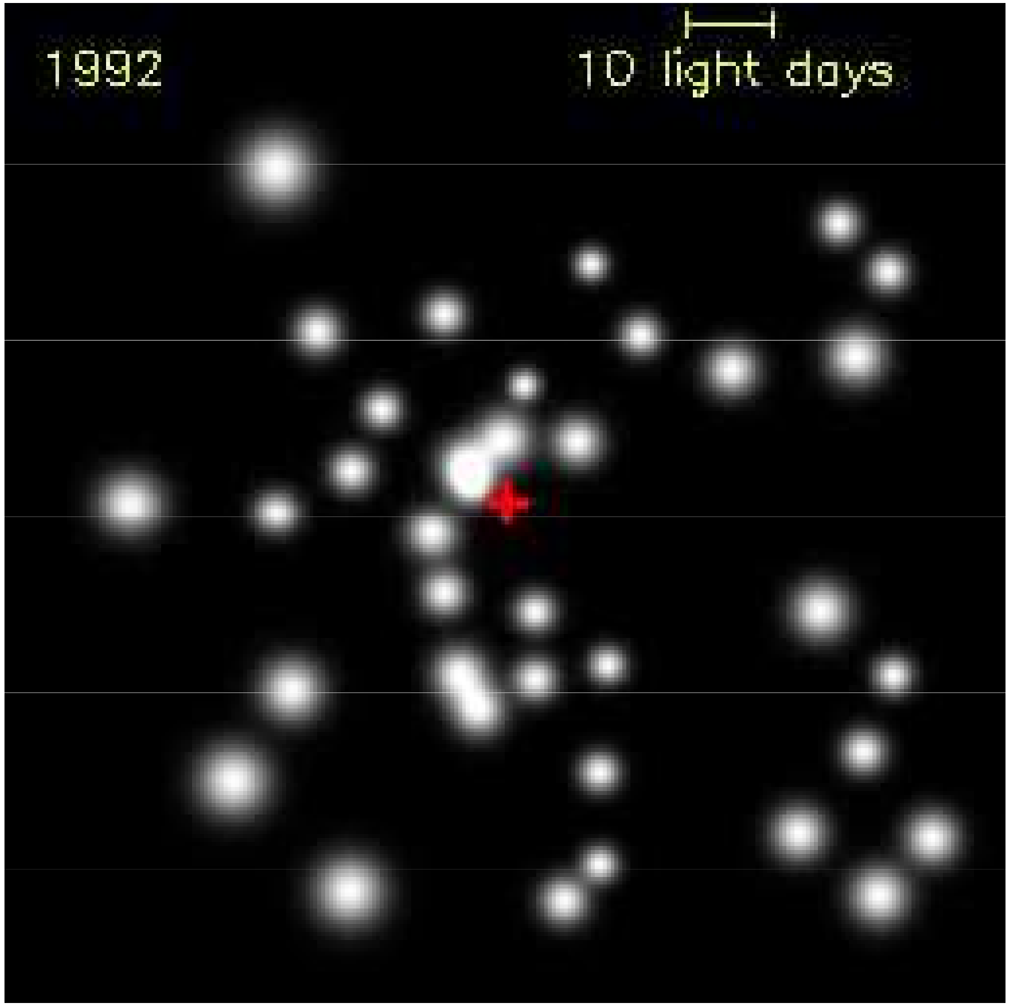
Černá díra v jádře Galaxie



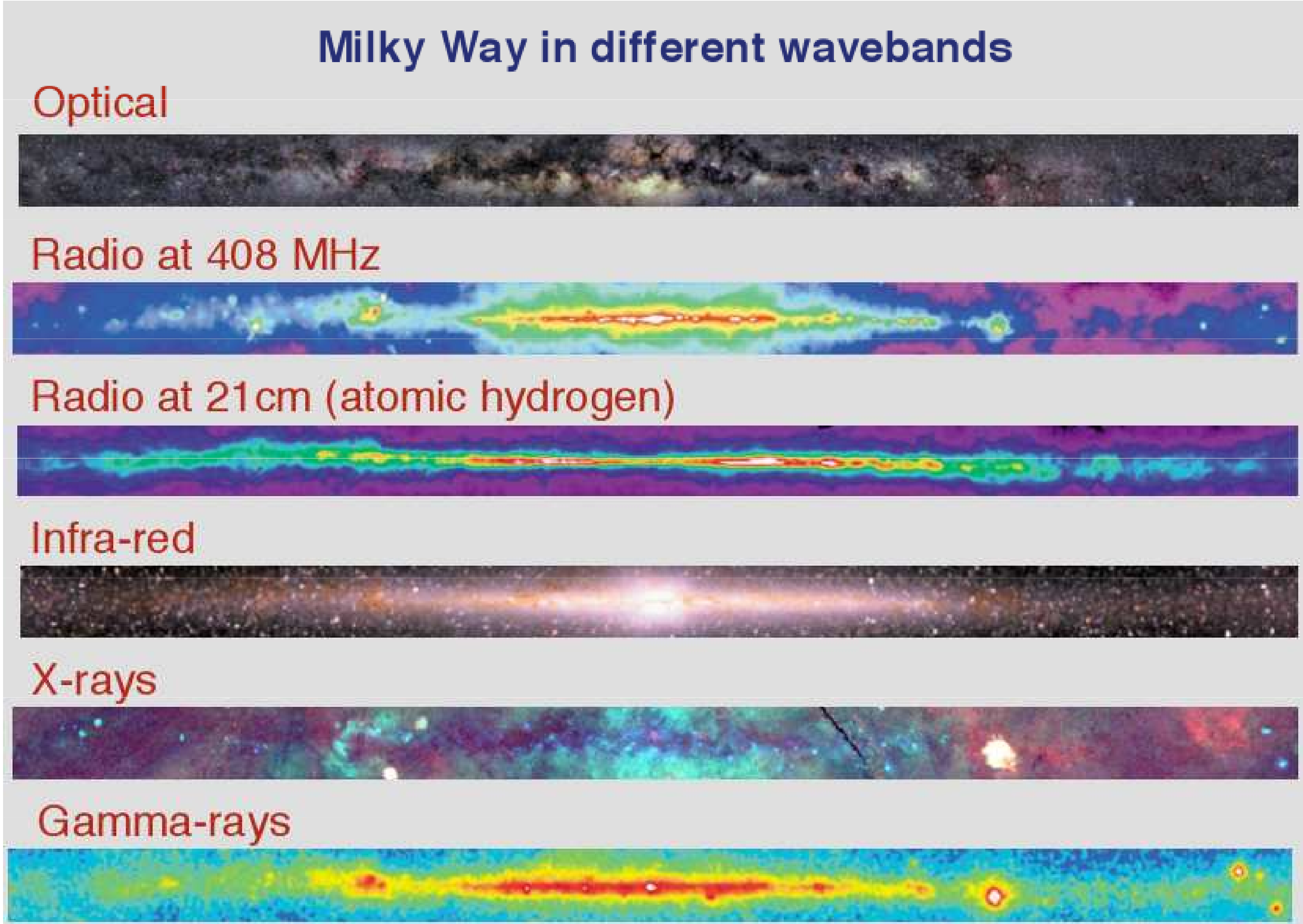
a = 275 au, τ = 2,8 roku, → $M = 10^6\ M_S$

Pohyb hvězd v blízkosti středu Galaxie





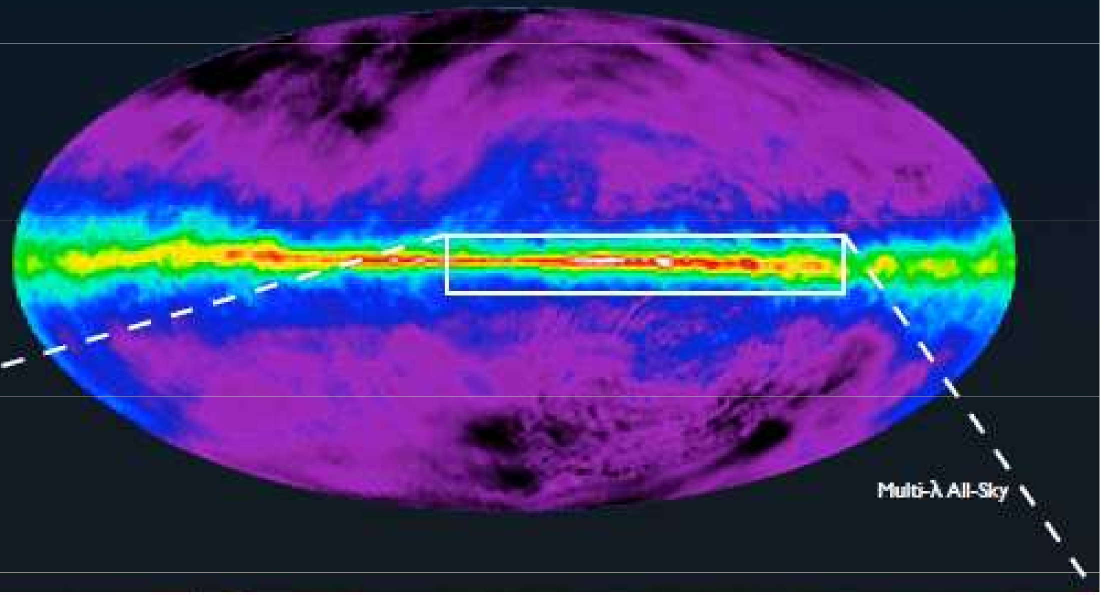
Galaxie v různých spektrálních oborech

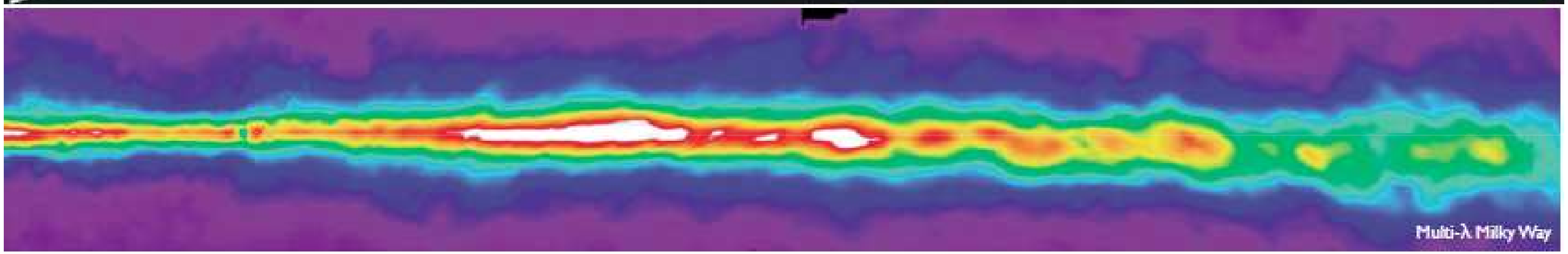


Galaxie na 21 cm

The 21-cm Sky

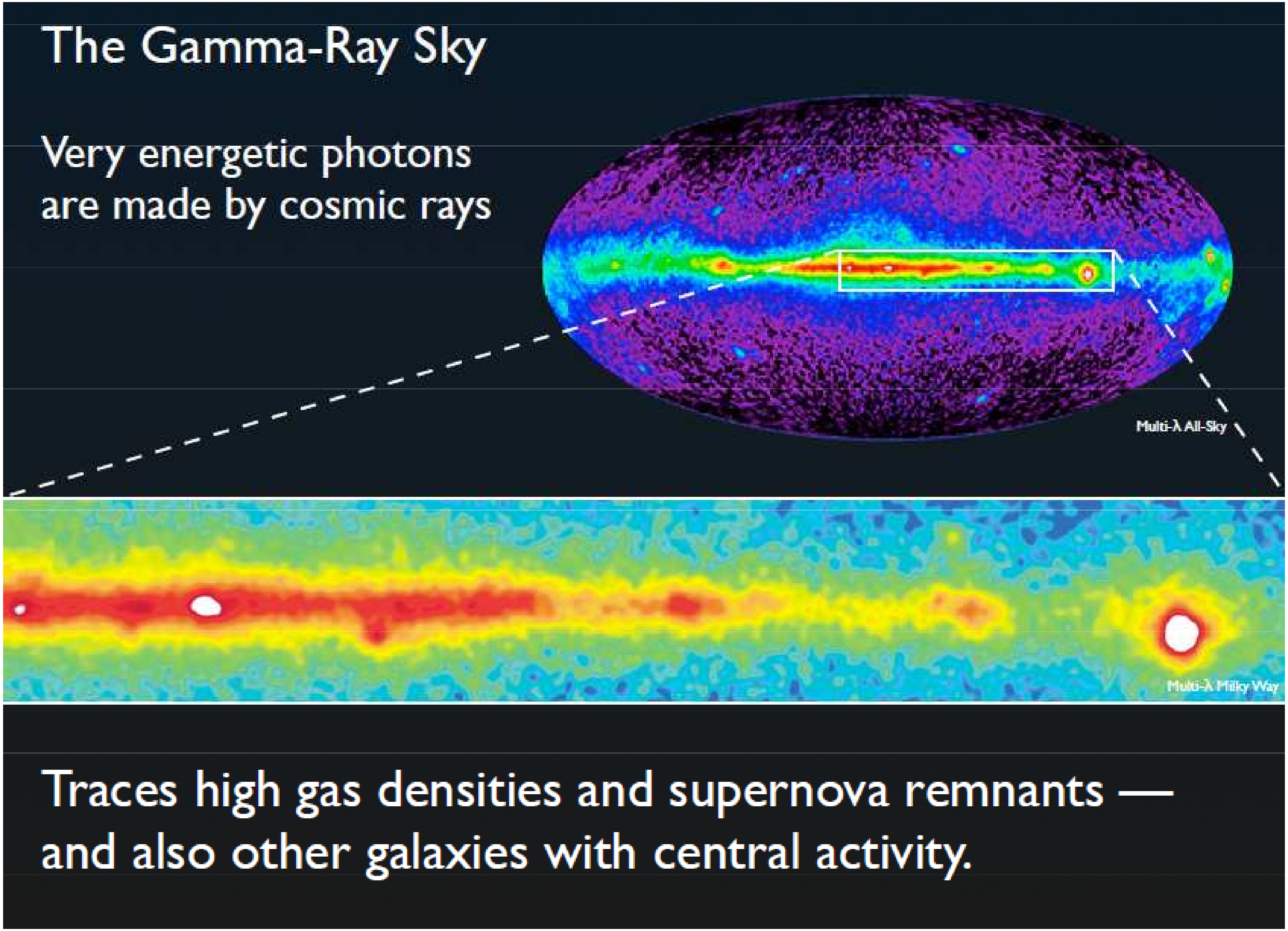
Microwave photons are emitted by H atoms



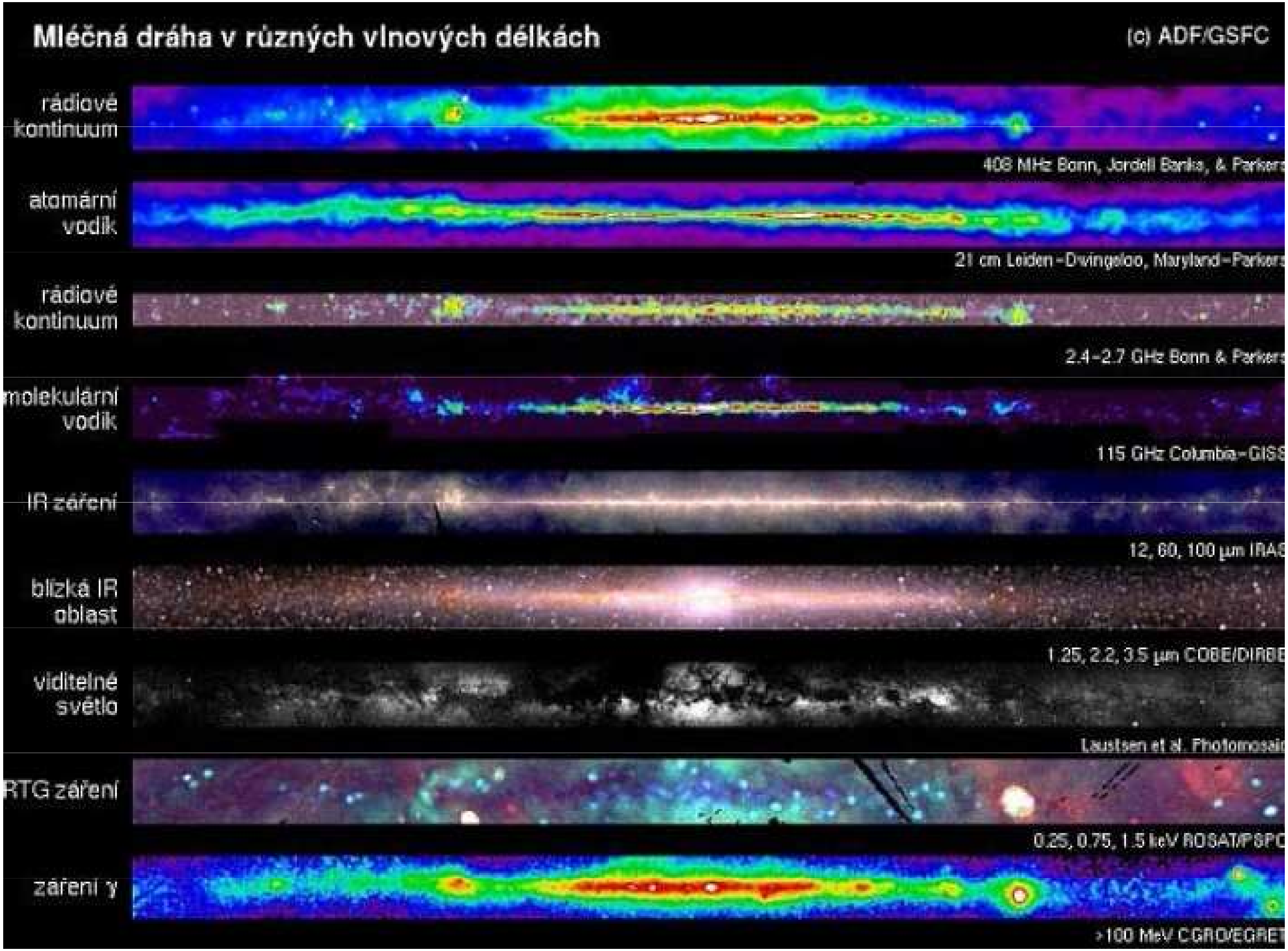


Shows warm, neutral interstellar gas clouds up to hundreds of light-years across.

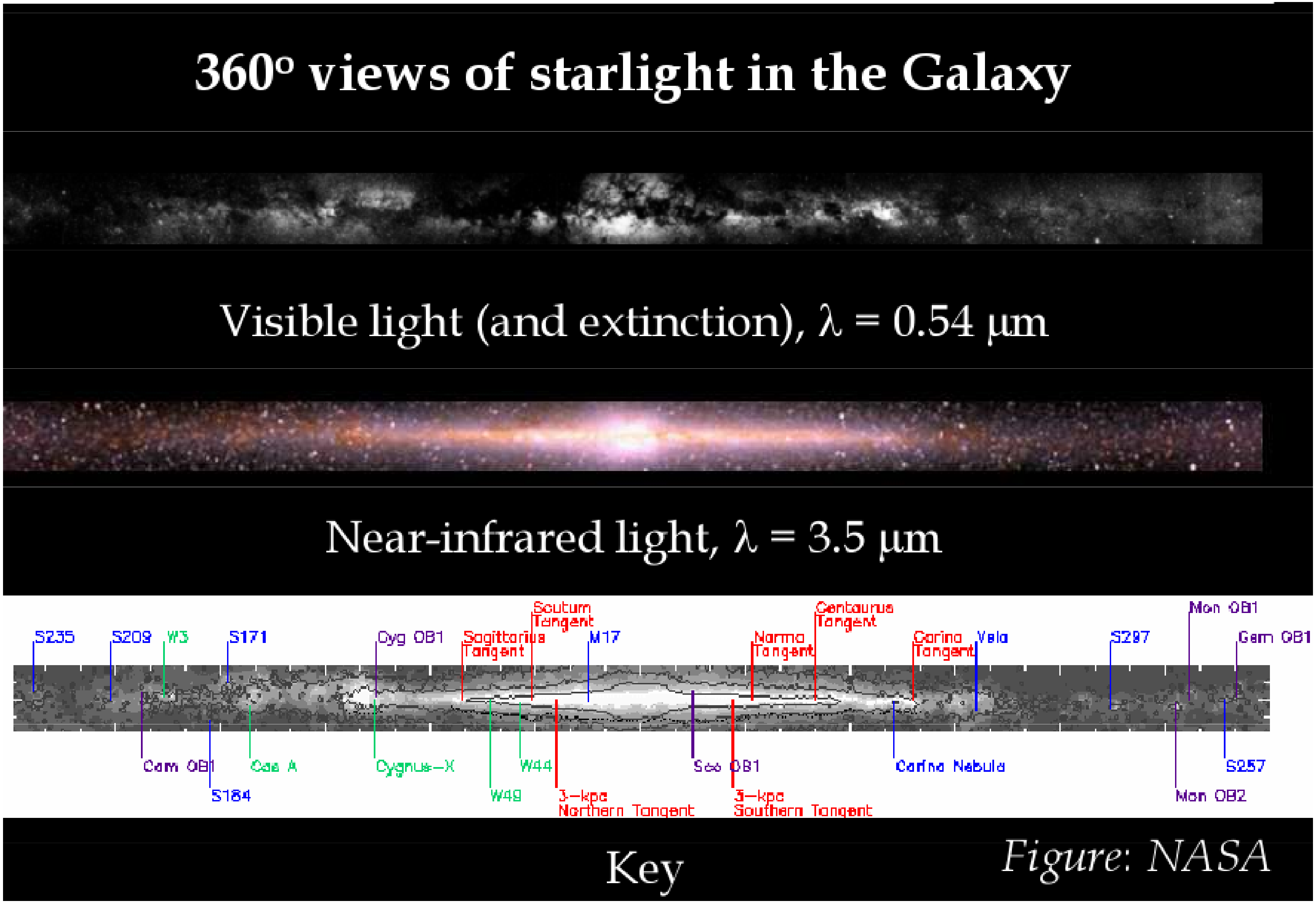
Galaxie v gama oboru záření



Galaxie v různých spektrálních oborech



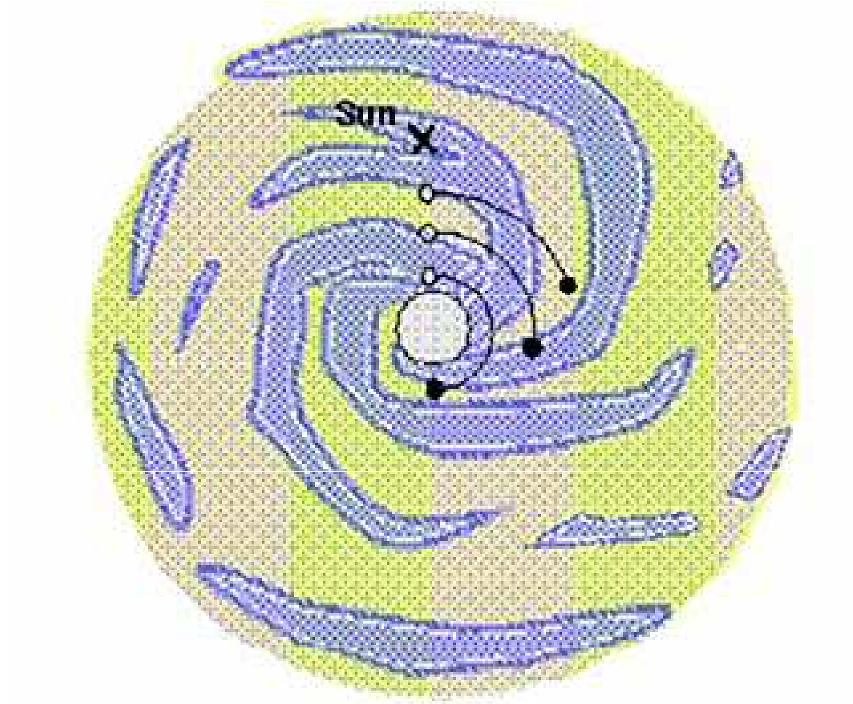
Galaxie v různých spektrálních oborech



Přehled záření v různých spektrálních oborech

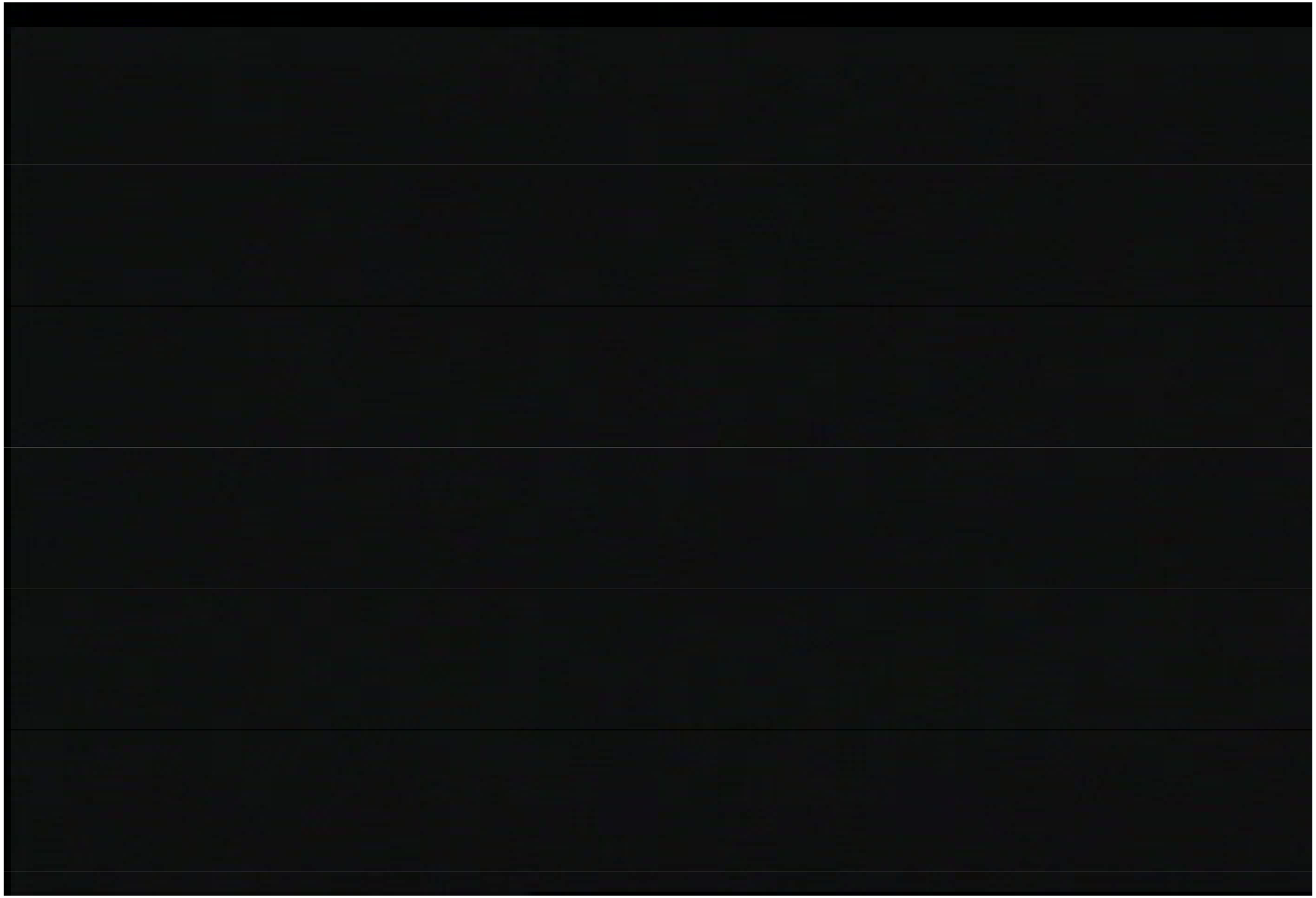
záření	teplota K	charakteristické objekty
γ	$T > 10^8$	akreční disky, jádro Galaxie, srážky kompaktních objektů, zbytky supernov
rentgenové	$(10^6 - 10^8)$	akreční disky, neutronové hvězdy, zbytky supernov, horká mračna plynů
ultrafialové	$(10^4 - 10^6)$	zbytky supernov, horké hvězdy, kvasary
optické	$(10^3 - 10^4)$	hvězdy, Slunce, planety, galaxie, reflexní a emisní mlhoviny
infračervené	$(10 - 10^3)$	červení obři a trpaslíci, hvězdy T Tauri, planety, komety, mezihvězdný prach, jádro Galaxie
rádiové	$T < 10$	mračna mezihvězdného vodíku H I, oblasti v blízkosti neutronových hvězd a bílých trpaslíků, reliktní záření, Slunce

Vznik spirální struktury u Galaxie

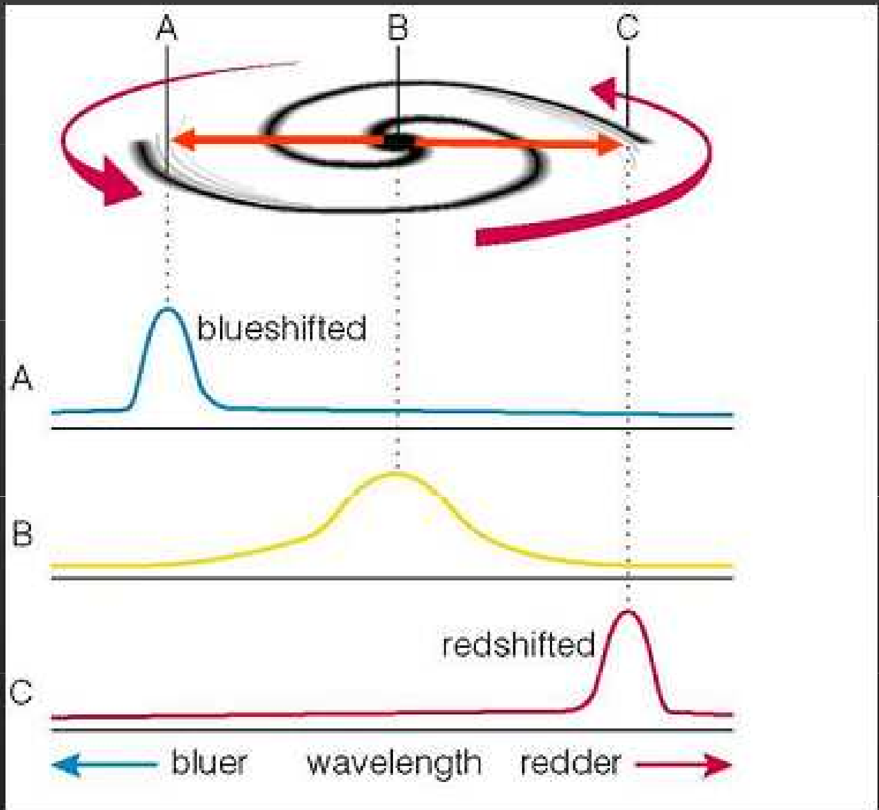


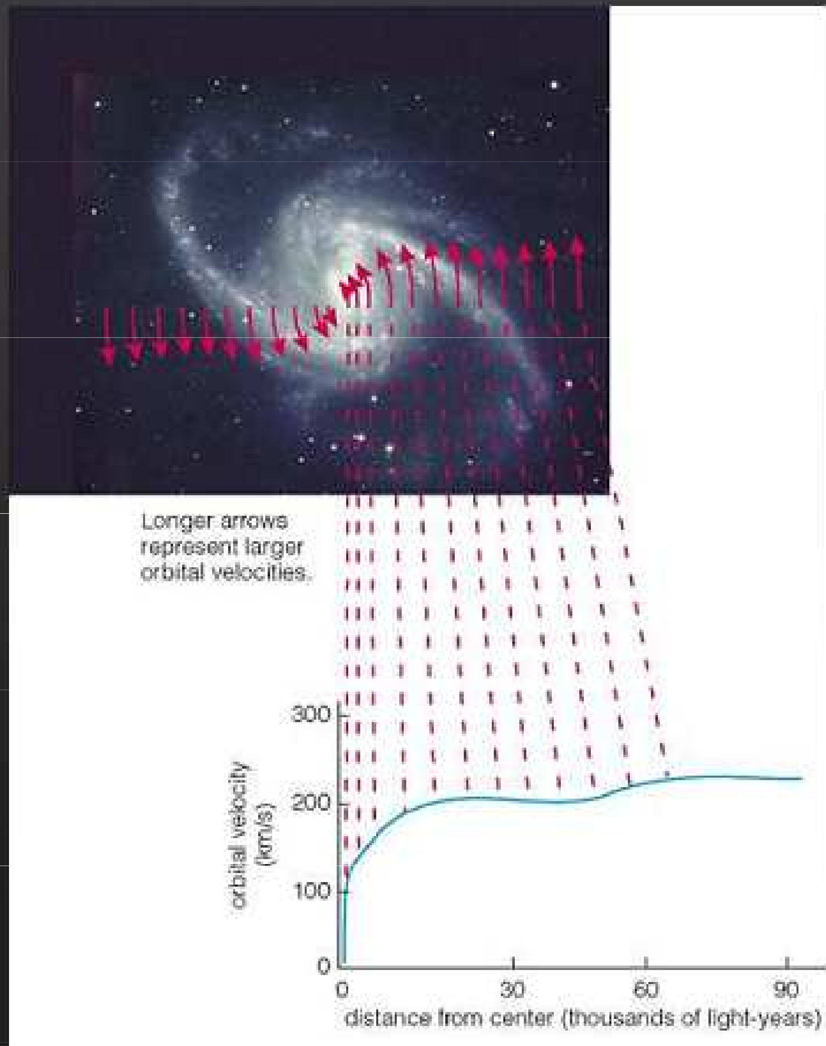
Differential rotation: greater **angular** speeds closer to the galactic center.

Vznik spirální struktury u Galaxie



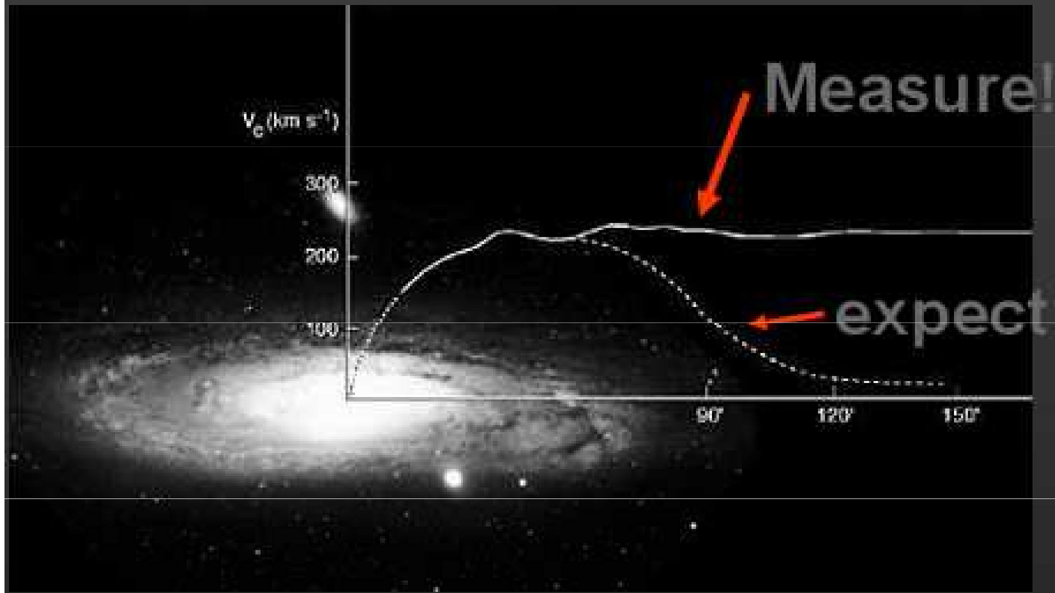
Vera Rubin: Měření oběžné rychlosti hvězd

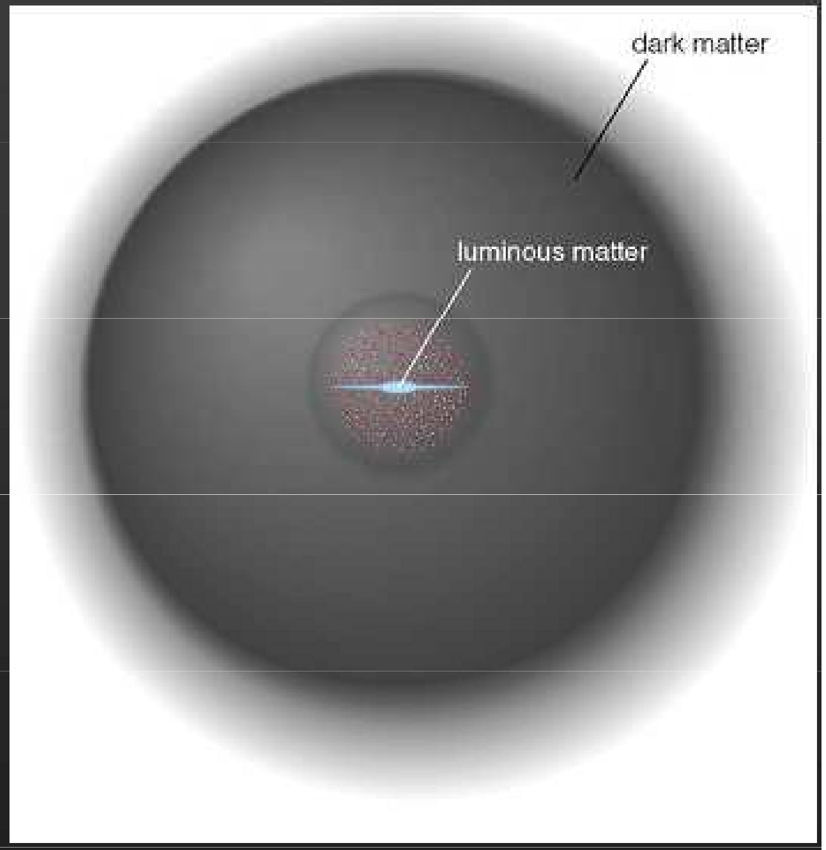




$V_r = c\ \Delta\lambda/\lambda$

Temná hmota v galaxiích





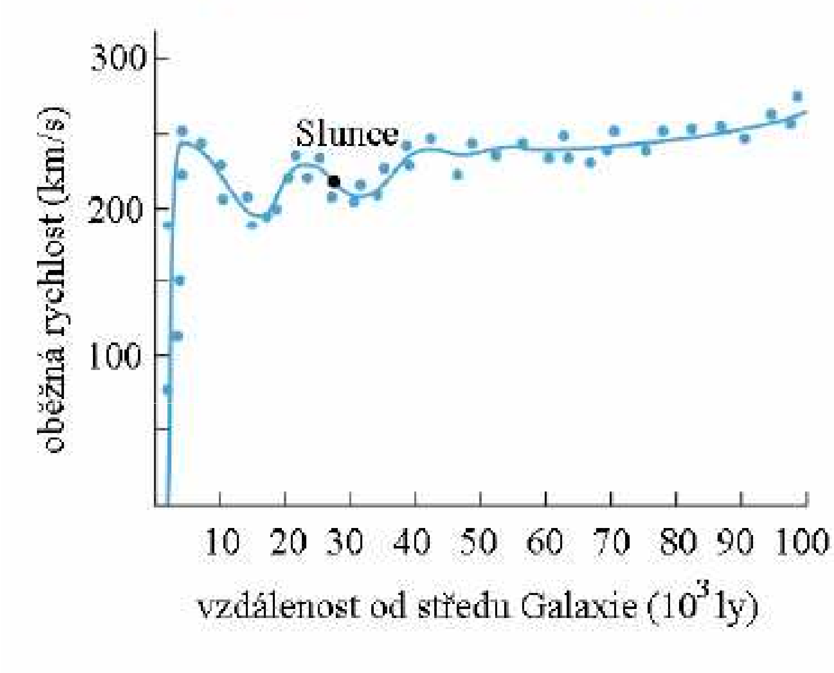
- `flat' rotation curves:
  - galaxies must contain 10 times more non-visible matter!

Rotace galaxií - Galaxie

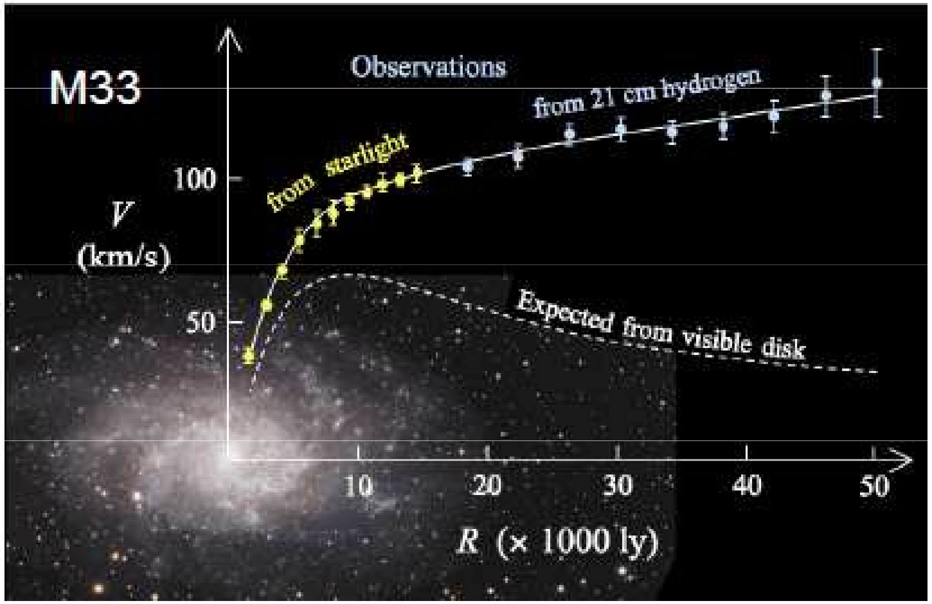
1975 – Vera Rubin – objev *diferenciální rotace* => hvězdy na okraji Galaxie mají cca stejnou oběžnou rychlost => nevyhovuje ani model pevné desky ani koncentrace látky k centru



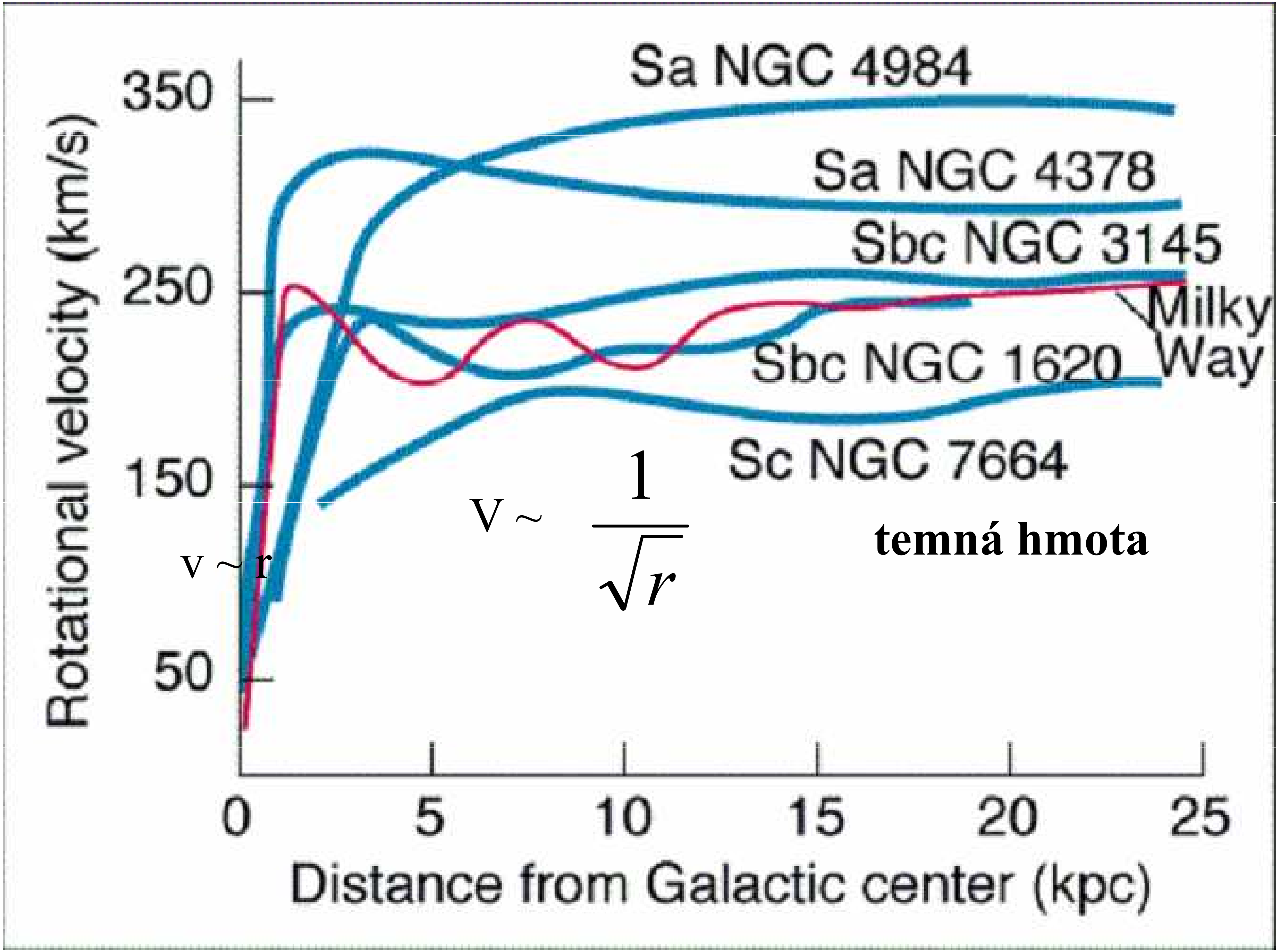
konstantní rotační rychlost v okrajových oblastech Galaxie => **skrytá hmota**



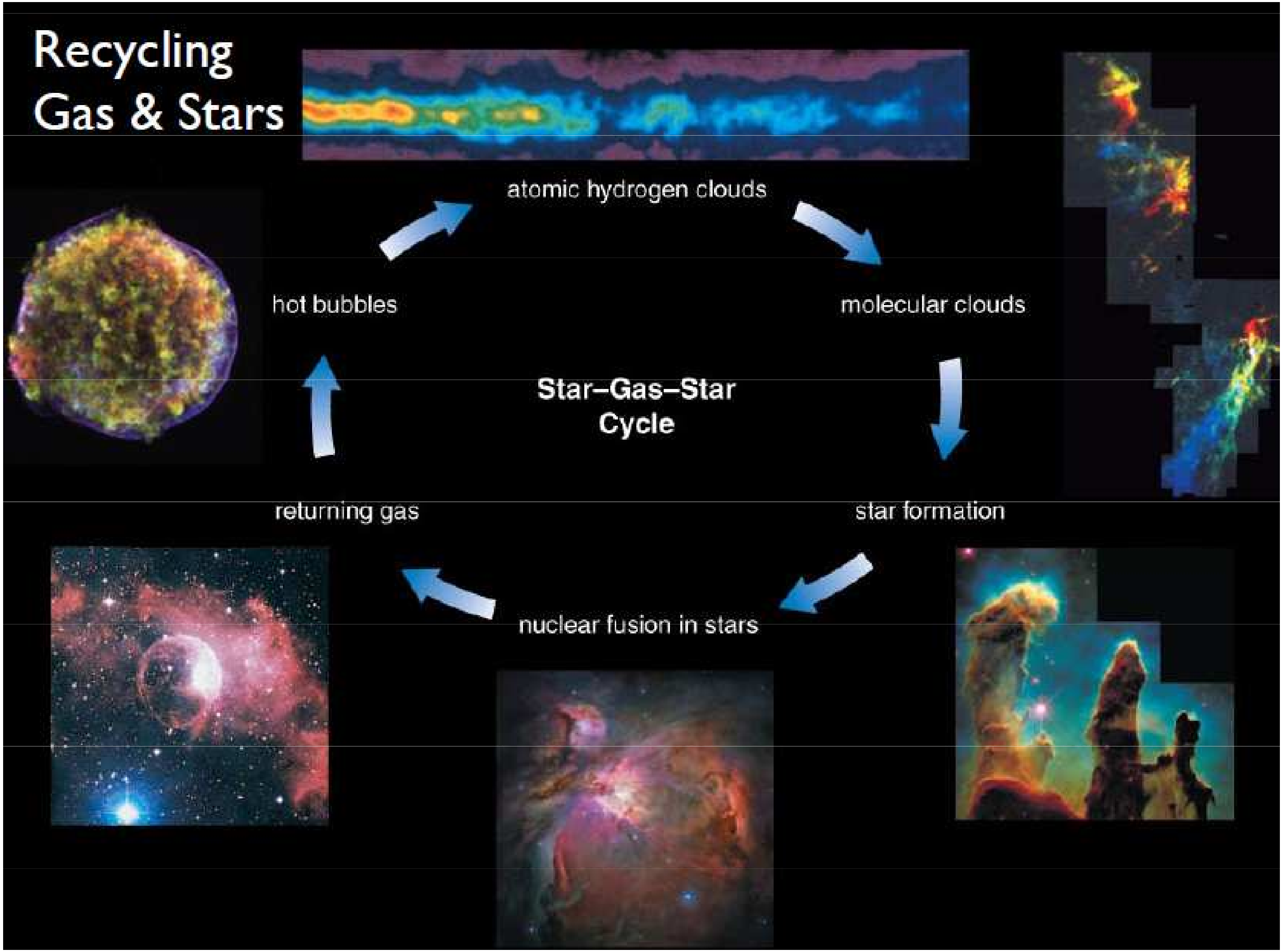
Závislost oběžné rychlosti na vzdálenosti od středu hvězdné soustavy - složitá funkce (různá u různých galaxií)



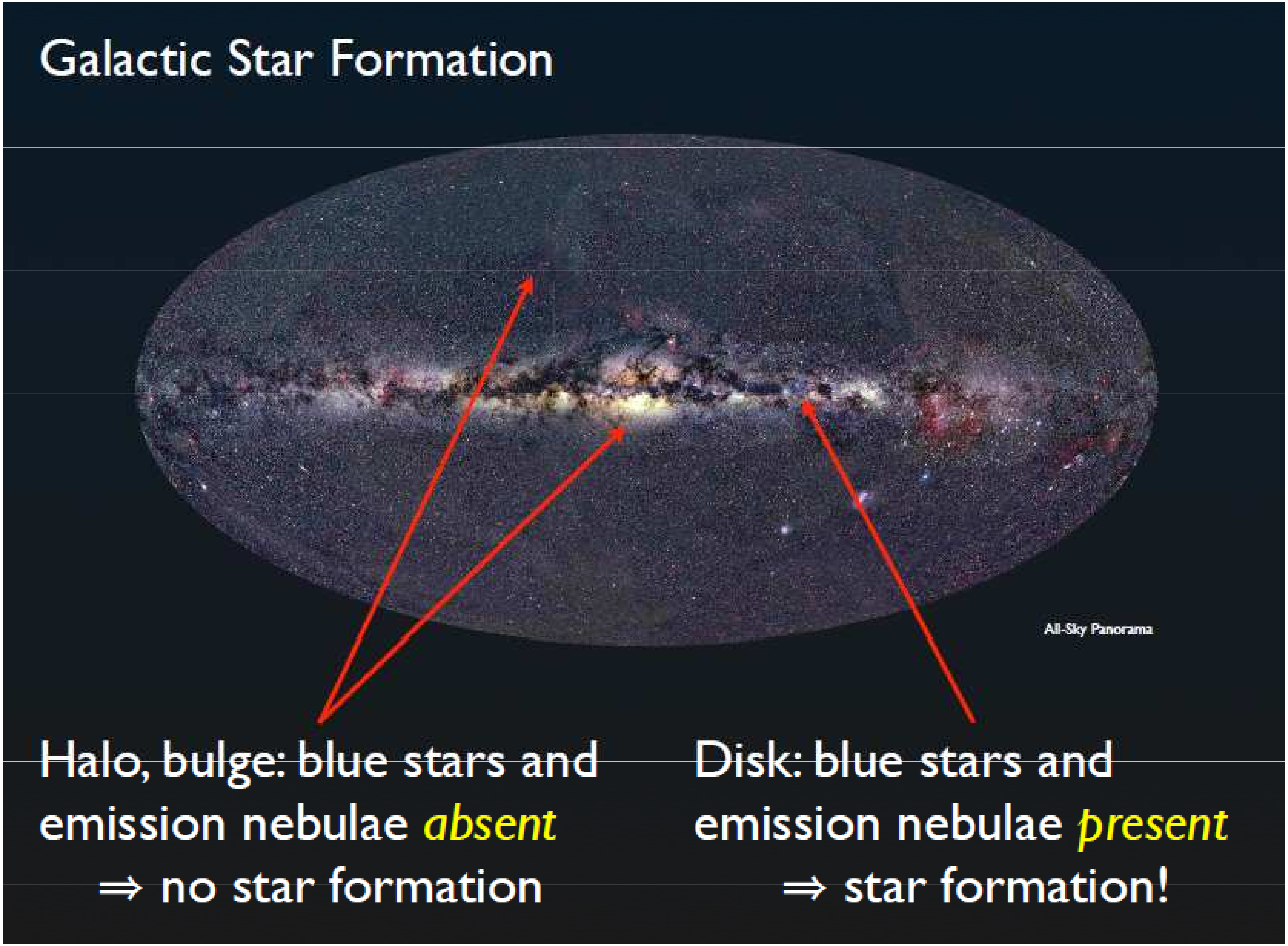
Diferenciální rotace galaxií a Galaxie



Cyklus hmoty v Galaxii



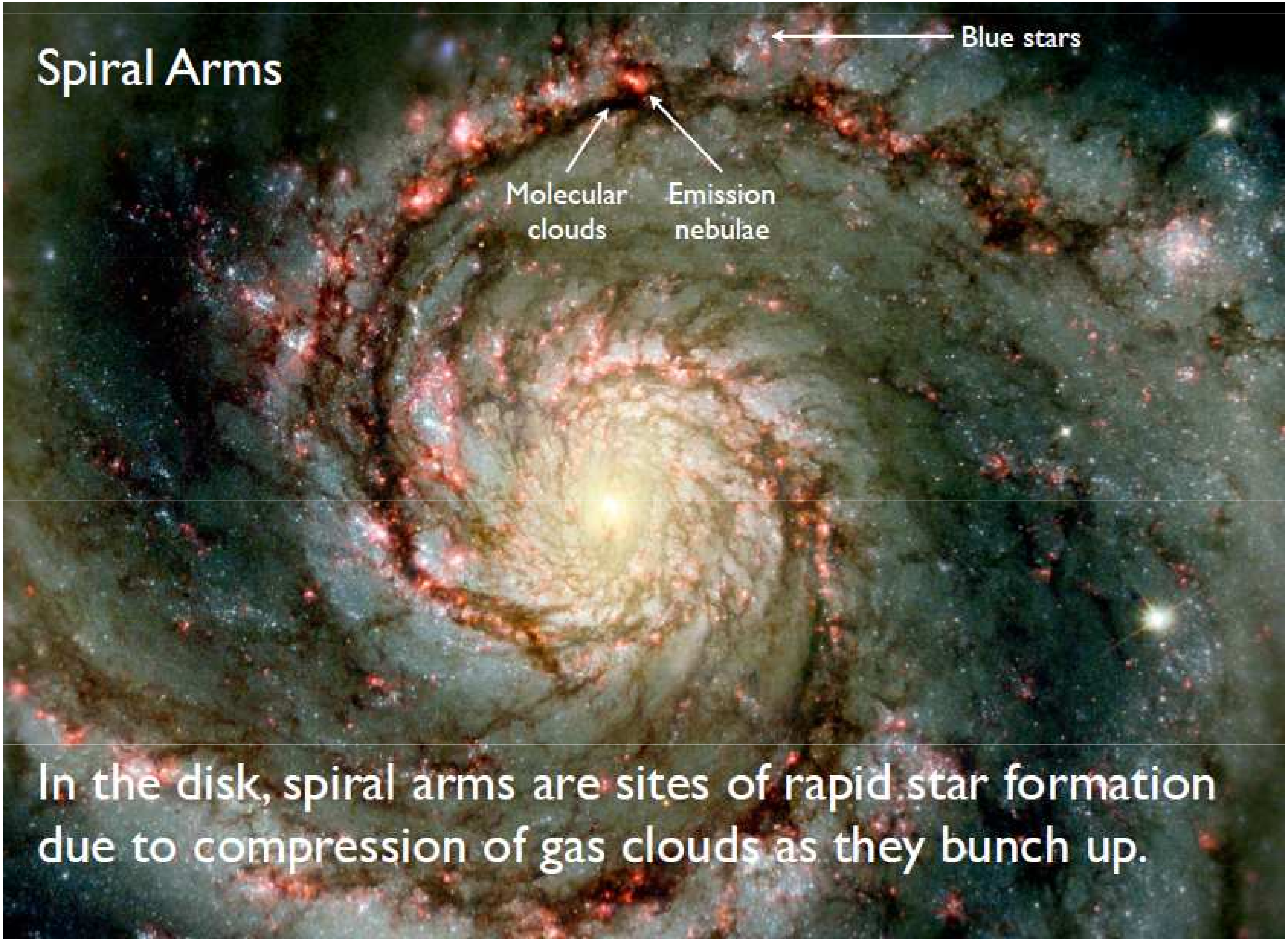
Vznik hvězd v Galaxii



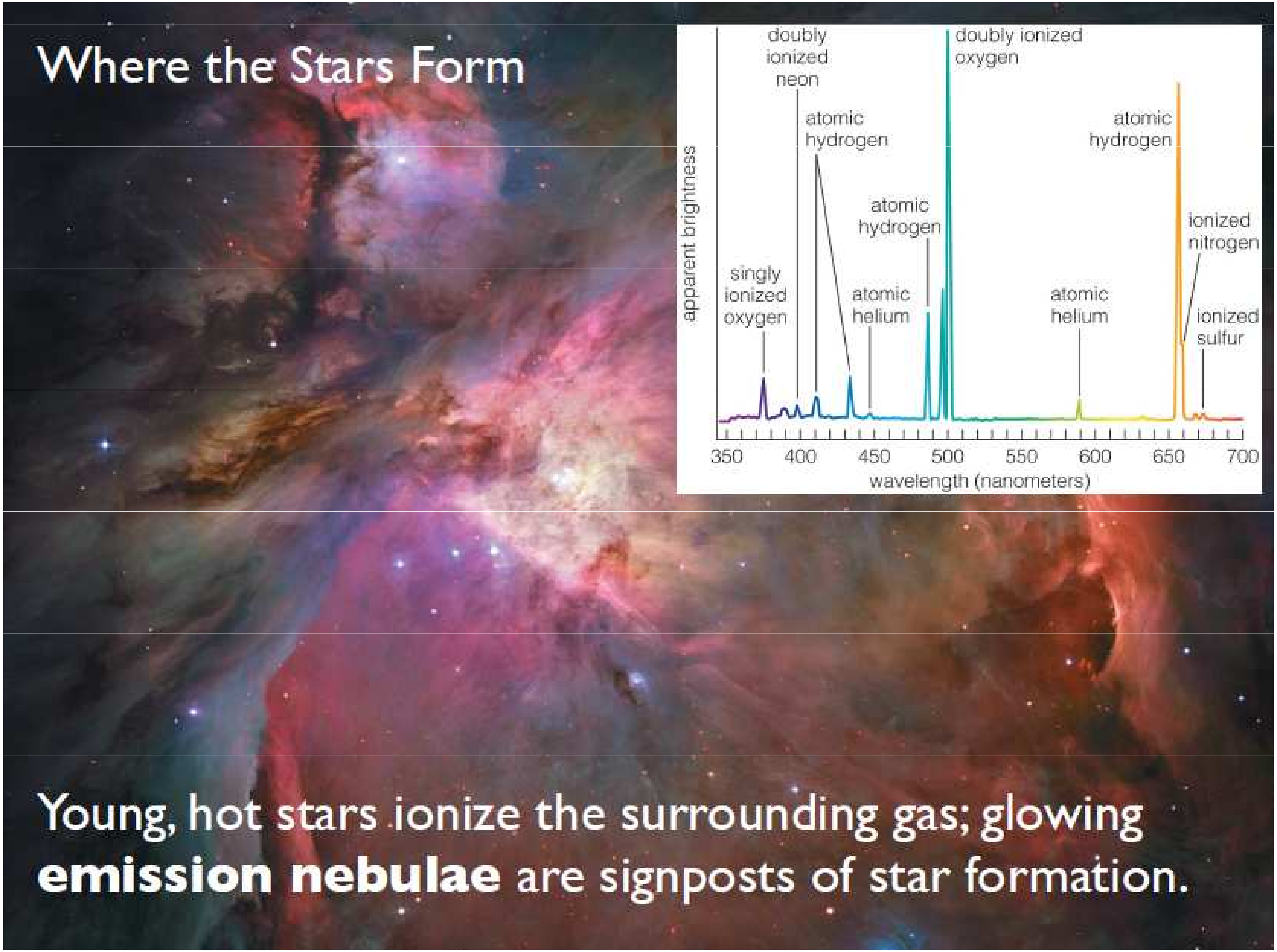
Vznik hvězd v spirálních ramenech



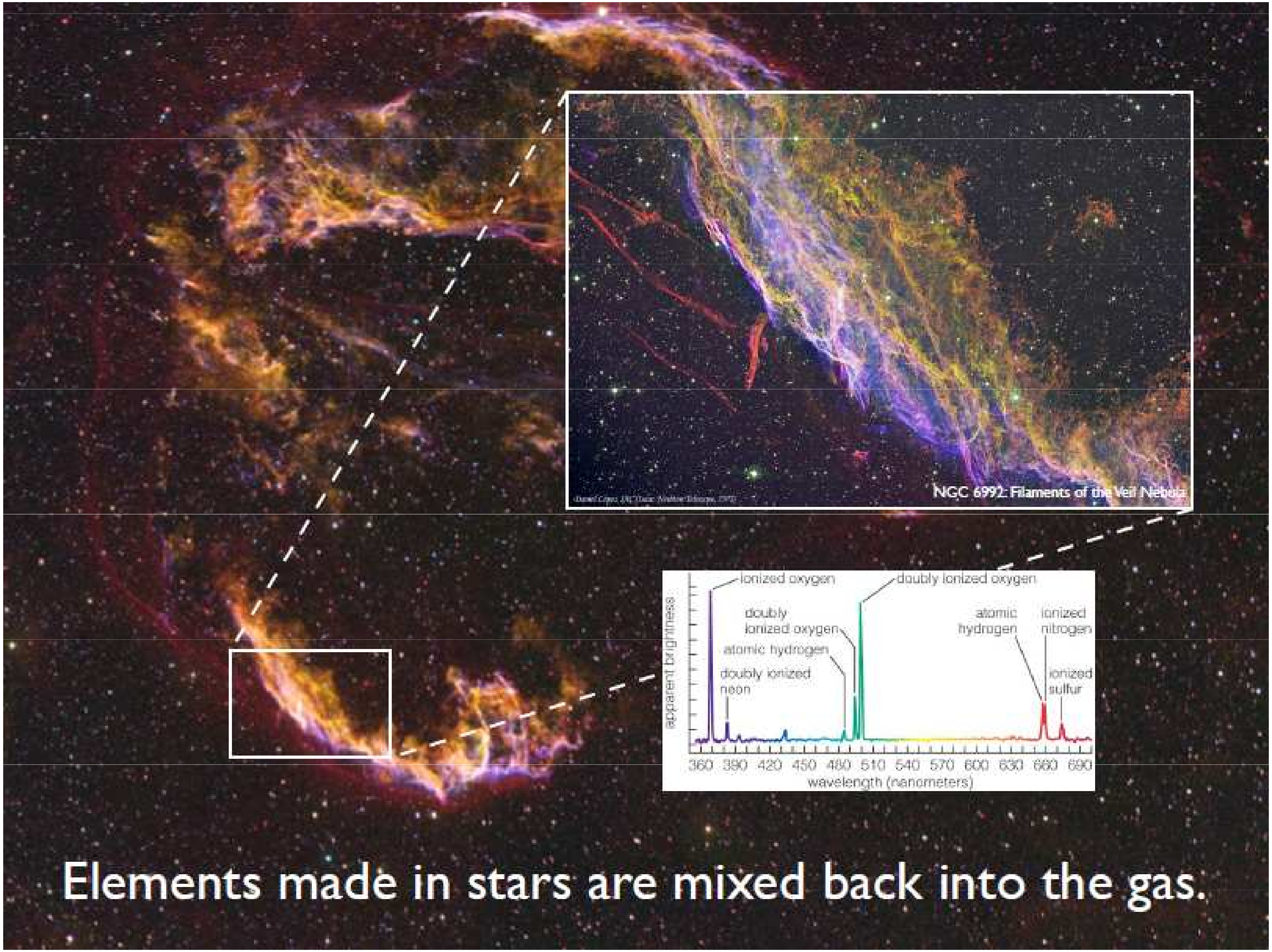
Vznik hvězd v spirálních ramenech



Vznik hvězd v Galaxii



Cyklus hmoty v Galaxii





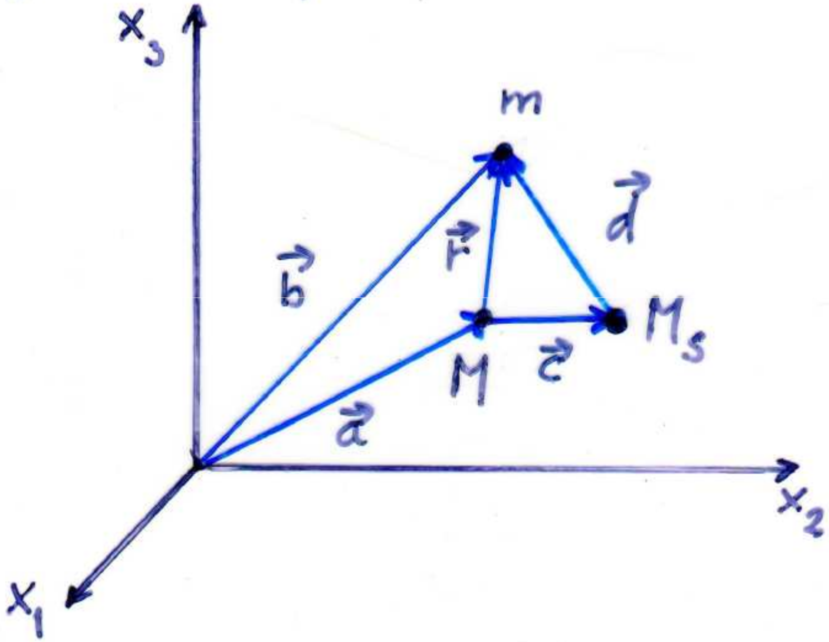
Astrofyzika VIII. cvičení
Kosmická mechanika

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Oblast aktivity planet

Studium pohybu měsíců, komet, kosmických sond v gravitačním poli, poruchové síly ostatních kosmických těles, zejména Slunce, podstata poruchových sil – gravitace

kvantitativní charakteristika – oblast aktivity, sféra aktivity, pro vyjádření grav. vlivu planety a Slunce na zkoumaný pohyb měsíce; přesný fyzikální smysl pojmu … výklad



m…Měsíc - těleso

M…planeta

Ms…Slunce

Oblast aktivity planet - pohybové rovnice

pohybová rovnice centrálního tělesa - planety je

$$(1) \quad M \frac{d^2\vec{a}}{dt^2} = G \cdot \frac{M\,m}{r^3}\vec{r} + G\,\frac{M\,M_s}{c^3}\vec{c}$$

pohybová rovnice pro měsíc

$$(2) \quad m\,\frac{d^2\vec{b}}{dt^2} = -G\,\frac{M\,m}{r^3}\vec{r} - G\,\frac{m\,M_s}{d^3}\vec{d}$$

Odečtením (2) - (1) dostaneme

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -G\,\frac{M}{r^3}\vec{r} - G\,\frac{m}{r^3}\vec{r} - G M_s\left(\frac{\vec{d}}{d^3} + \frac{\vec{c}}{c^3}\right)$$

Oblast aktivity planet – zrychlení, definice

pohybové rovnice městce vzhledem k centrálnímu tělesu – planetě při započtení grav. působení Slunce

zrychlení vyvolané rozdílem gravitační přitaž. Slunce je

$$\vec{a} = -GM_S\left(\frac{\vec{d}}{d^3} + \frac{\vec{c}}{c^3}\right)$$

velikost je závislá na vzdálenosti městce – Slunce

oblast aktivity planet - definice

geometrické místo bodů, kde je splněna

$$\frac{a_{M_p}}{a_{M_S}} \geq \frac{a_{M'_p}}{a_M}$$

podíl poruchových a hlavních zrychlení

Oblast aktivity planet - zrychlení

a_{Mp} ... poruchové zrychlení, kterým působí planeta na měsíc

$$a_{Mp} = GM \left| \frac{\vec{r}}{r^3} - \frac{\vec{c}}{c^3} \right|$$

a_{Ms} ... zrychlení grav. pole Slunce, kterým působí na Měsíc, $a_{Ms} = G \frac{M_s}{d^2}$

$a_{M'p}$ ... poruchové zrychlení, kterým působí Slunce na planetu

$$a_{M'p} = G M_s \left| \frac{\vec{d}}{d^3} + \frac{\vec{c}}{c^3} \right|$$

a_M ... zrychlení, kterým působí planeta na měsíc

$$a_M = G \frac{M}{r^2}$$

Oblast aktivity planet – definice

prostor aktivity, blížící se sféře, kolem planety

Uvnitř oblasti aktivity planety vzhledem k Slunci převládá vliv planety nad rušivým působením Slunce. Přesněji uvnitř oblasti aktivity by planeta „rušila" pohyb vztahovaný ke Slunci více než „ruší" Slunce pohyb vztahovaný k planetě.

Oblast aktivity planety definice

Oblastí aktivity planety nazýváme prostor kolem planety, ve kterém platí, že poměr zrychlení udíleného tělesu planetou ku poruchovému zrychlení, udílenému Sluncem je větší, než poměr zrychlení udílené Sluncem k poruchovému zrychlení udílené planetou. Proto uvnitř oblasti aktivity planety pohyb měsíců, kosmických sond atd... vztahujeme k planetě jako k centrálnímu tělesu.

Oblast aktivity planet

pro poloměr oblasti grav. působení planet platí přibližný vztah

$$r = r_0 \left(\frac{M}{M_S}\right)^{2/5}$$

r_0 - je vzdálenost planeta - Slunce

největší poloměr aktivity z planet mají postupně

Neptun, Saturn, Uran, Jupiter, Pluto

Oblasti aktivity planet

planeta	mil. km	a. j
Merkur	0,112	0,000747
Venuše	0,615	0,00411
Země	0,930	0,00619
Mars	0,579	0,00387
Jupiter	48,1	0,322
Saturn	54,6	0,365
Uran	52,0	0,348
Neptun	86,9	0,581

Oblast aktivity Země

Měsíc se pohybuje uvnitř tzv. oblasti aktivity planety Země vzhledem k Slunci. V tomto prostoru převládá gravitační vliv Země nad rušivým působením Slunce. Planeta ruší pohyb vztahovaný ke Slunci více, než ruší Slunce pohyb vztahovaný k Zemi. Přesněji vyjádřeno oblastí aktivity Země nazýváme prostor kolem ní, ve kterém je poměr hlavního zrychlení udíleného Zemí Měsíci ku poruchovému zrychlení, vyvolávaném Sluncem větší, než poměr hlavního zrychlení získávaného od Slunce ku poruchovému zrychlení udíleného Zemí. Proto je výhodné zvolit Zemi jako centrální těleso a Slunce jako rušící.

Matematicky první poměr, zlomek můžeme vyjádřit

$$k_1 = \frac{M_\mathrm{Z}}{M_\mathrm{S}} \left(\frac{r_\mathrm{MZ}}{r_\mathrm{MS}}\right)^3 \frac{1}{\sqrt{1 + 3\cos^2\varphi}},$$

kde φ je úhel MZS. Zjednodušeně předpokládáme, že Měsíc a Země se nachází ve stejné vzdálenosti od Slunce. Druhý zlomek je dán vztahem

$$k_2 = \frac{M_\mathrm{S}}{M_\mathrm{Z}} \left(\frac{r_\mathrm{MZ}}{r_\mathrm{MS}}\right)^2.$$

Oblast aktivity Země

Slovní nerovnici zachytíme matematicky $k_1 > k_2$, úpravou obdržíme

$$r_{\mathrm{MS}} \sqrt[5]{\frac{\left(\frac{M_{\mathrm{Z}}}{M_{\mathrm{S}}}\right)^2}{\sqrt{1+3\cos^2\varphi}}} > r_{\mathrm{MZ}}.$$

Je zřejmé, že oblast není sférická, jde o zploštělý sféroid. Závislost na úhlu φ je slabá, proto se zjednodušeně uvádí, že oblast aktivity Země zahrnuje prostor přibližně do vzdálenosti 930 000 km od ní. Kolem Slunce se pohybuje barycentrum soustavy Země–Měsíc, což je podstatné pro správný výklad například slapů. Podrobnější rozbor vhodný pro střední školy najde čtenář v [5], [6], úplný vysokoškolský v [7].

[5] *Domanski, J., Štefl, V.*: Strefy oddzialywania planet. Fizyka w Szkole **43** (1997), č. 1, s. 50–51.

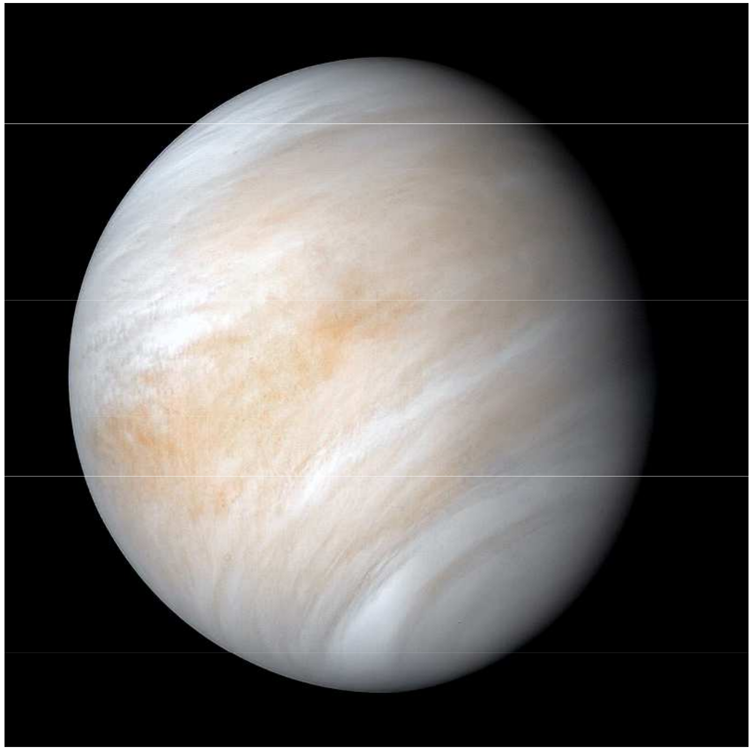
[6] *Kwast, T.*: Czy Księżyc jest satelitą Zemi? Urania 1977, č. 6, s. 167–171.

[7] *Chebotarev, G. A.*: Gravitational spheres of the major planets, Moon and Sun. Soviet Astronomy **7** (1964), č. 5, s. 618–622.

Oblast aktivity Venuše - stacionární družice

Úloha 3.9 Lze na oběžnou dráhu kolem Venuše umístit stacionární družici bez aktivního pohonu? Údaje o siderické oběžné době a hmotnosti planety vyhledejte například na adrese `http://ads.harvard.edu/books/hsaa/`. Siderická doba rotace je $T_{\mathrm{V}} = 243{,}019$ dne a hmotnost $M_{\mathrm{V}} = 6{,}4 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$.

Řešení: Ze vztahu $T = \frac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{G\frac{M_{\mathrm{V}}}{r}}}$ stanovíme $r = \left(\frac{\mathrm{G}M_{\mathrm{V}}T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = 1\,528\,000\,\mathrm{km}$. Oblast aktivity Venuše vzhledem ke Slunci má přibližný poloměr $615\,000\,\mathrm{km}$, tudíž družice bude velmi rychle zachycena gravitační silou Slunce.



Kosmické rychlosti

Úloha 3.1 Odvoďte vztahy a vyjádřete hodnoty pro I. II. a III. kosmickou rychlost při povrchu Země.

Řešení: Pro I. kosmickou rychlost platí $v_\mathrm{I} = \sqrt{G\frac{M_\mathrm{Z}}{R_\mathrm{Z}}} = 7{,}9\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, pro II. kosmickou rychlost $v_\mathrm{II} = \sqrt{2G\frac{M_\mathrm{Z}}{R_\mathrm{Z}}} = 11{,}2\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Parabolická rychlost vzhledem ke Slunci je $v_\mathrm{pS} = \sqrt{2G\frac{M_\odot}{r_\mathrm{ZS}}} = 42{,}3\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, střední rychlost Země kolem Slunce $29{,}8\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, tedy potřebujeme rychlost $12{,}5\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ na hranici oblasti přitažlivosti Země. Pro startovací rychlost ze Země platí $v = \sqrt{11{,}2^2 + 12{,}5^2} = 16{,}7\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.





Úloha 3.2 Kolikrát je I. kosmická rychlost na Zemi větší než na Měsíci? Hmotnost Země je 81krát větší než hmotnost Měsíce, poloměr Země je 3,75krát větší než poloměr Měsíce.

Řešení: Platí $\frac{v_\mathrm{IZ}}{v_\mathrm{IM}} = \sqrt{\frac{M_\mathrm{Z}}{M_\mathrm{M}}\frac{R_\mathrm{M}}{R_\mathrm{Z}}} = 4{,}65.$

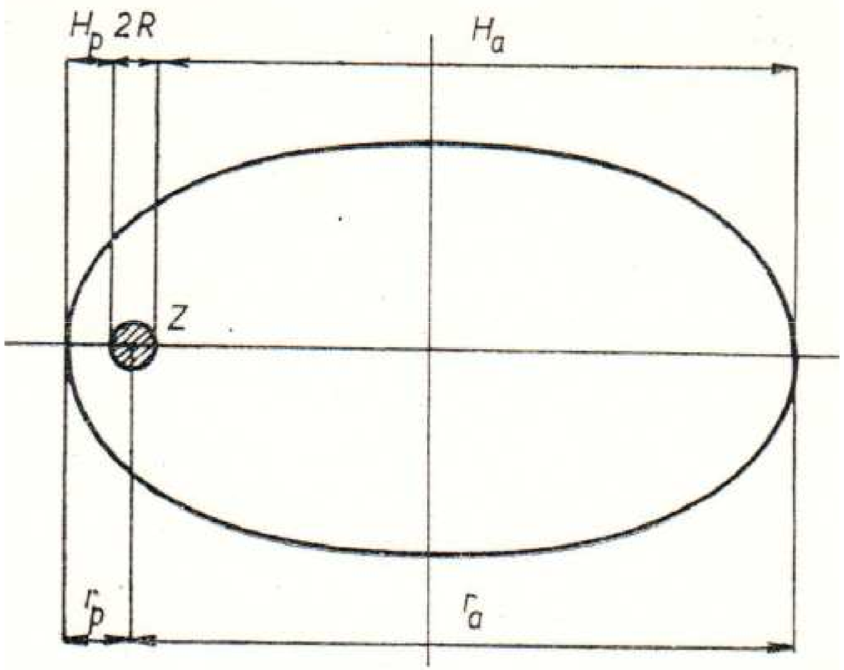
Umělé družice Země

Úloha 3.3 Pozorováním z povrchu Země byla určena rychlost pohybu umělé družice Země na kruhové oběžné dráze na $7{,}5\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. V jaké výšce nad povrchem se pohybuje?

Řešení: Pro rychlost na kruhové dráze platí vztah $v_\mathrm{k} = \sqrt{G\frac{M_\mathrm{Z}}{R_\mathrm{Z}+h}}$, odtud určíme $h = 710\,\mathrm{km}$.

Úloha 3.5 Umělá družice Země byla navedena na oběžnou kruhovou dráhu ve výšce $h = 600\,\mathrm{km}$. Vypočtěte její kruhovou rychlost v $\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ s platností na dvě desetinná čísla. Určete parametry dráhy, zvýšíme-li její rychlost o $2{,}95\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

Řešení: Pro kruhovou dráhu obdržíme $v_\mathrm{k} = \sqrt{G\frac{M_\mathrm{Z}}{R_\mathrm{Z}+h}} = 7{,}58\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Po zvýšení rychlosti se družice dostane na eliptickou dráhu, pro velikost její hlavní poloosy a platí $a = \frac{r_\mathrm{p} G M_\mathrm{Z}}{2GM_\mathrm{Z} - r_\mathrm{p} v_\mathrm{p}^2} = 101\,000\,\mathrm{km}$, odtud $H_\mathrm{a} = 2a - (2R_\mathrm{Z} - H_\mathrm{p}) = 189\,000\,\mathrm{km}$.



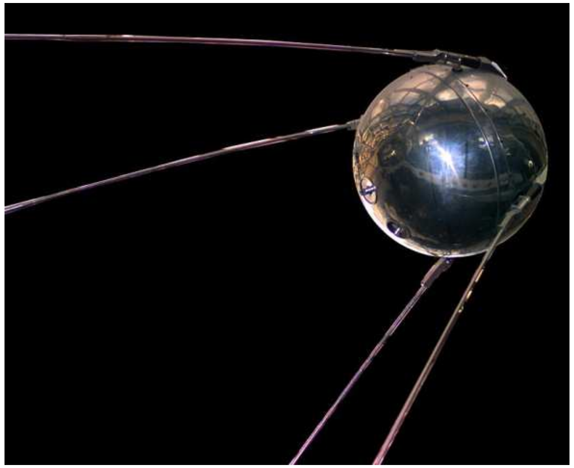
Pohyb umělé družice Země

Úloha 3.20 Na čem závisí velikost celkové mechanické energie družice pohybující se kolem Země po eliptické dráze?

Řešení: Vyjdeme ze zákona zachování energie $\frac{m_\mathrm{d} v_\mathrm{p}^2}{2} - G\frac{m_\mathrm{d} M_\mathrm{Z}}{r_\mathrm{p}} = \frac{m_\mathrm{d} v_\mathrm{a}^2}{2} = G\frac{m_\mathrm{d} M_\mathrm{Z}}{r_\mathrm{a}}$ a zákona zachování momentu hybnosti $m_\mathrm{d} r_\mathrm{p} v_\mathrm{p} = m_\mathrm{d} r_\mathrm{a} v_\mathrm{a}$. Řešením rovnic obdržíme vztah pro celkovou mechanickou energie $W_\mathrm{c} = -G\frac{m_\mathrm{d} M_\mathrm{Z}}{r_\mathrm{p}+r_\mathrm{a}} = -G\frac{m_\mathrm{d} M_\mathrm{Z}}{2a}$, která závisí na velikosti velké poloosy.

Úloha 3.21 Družice o hmotnosti $m_\mathrm{d} = 10^3$ kg se pohybuje po kruhové oběžné dráze nad povrchem Země ve výšce $h = 10^3$ km. Jaká je její kinetická, potenciální a celková energie? Údaje o hmotnosti a poloměru Země naleznete v tabulkách `http://ads.harvard.edu/books/hsaa/`.

Řešení: Nejprve stanovíme velikost kruhové rychlosti družice $v_\mathrm{k} = \sqrt{G\frac{M_\mathrm{Z}}{R_\mathrm{Z}+h}}$, po dosazení obdržíme $v_\mathrm{k} = 7{,}34 \cdot 10^3\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Pro kinetickou energii obdržíme $W_\mathrm{k} = \frac{1}{2} m_\mathrm{d} v_\mathrm{k}^2 = 2{,}7 \cdot 10^{10}$ J, pro potenciální energii $W_\mathrm{p} = -G\frac{m_\mathrm{d} M_\mathrm{Z}}{R_\mathrm{Z}+h} = -5{,}4 \cdot 10^{10}$ J. Připomínáme, že platí viriálová věta $\langle W_\mathrm{k}\rangle = -\frac{1}{2}\langle W_\mathrm{p}\rangle$.

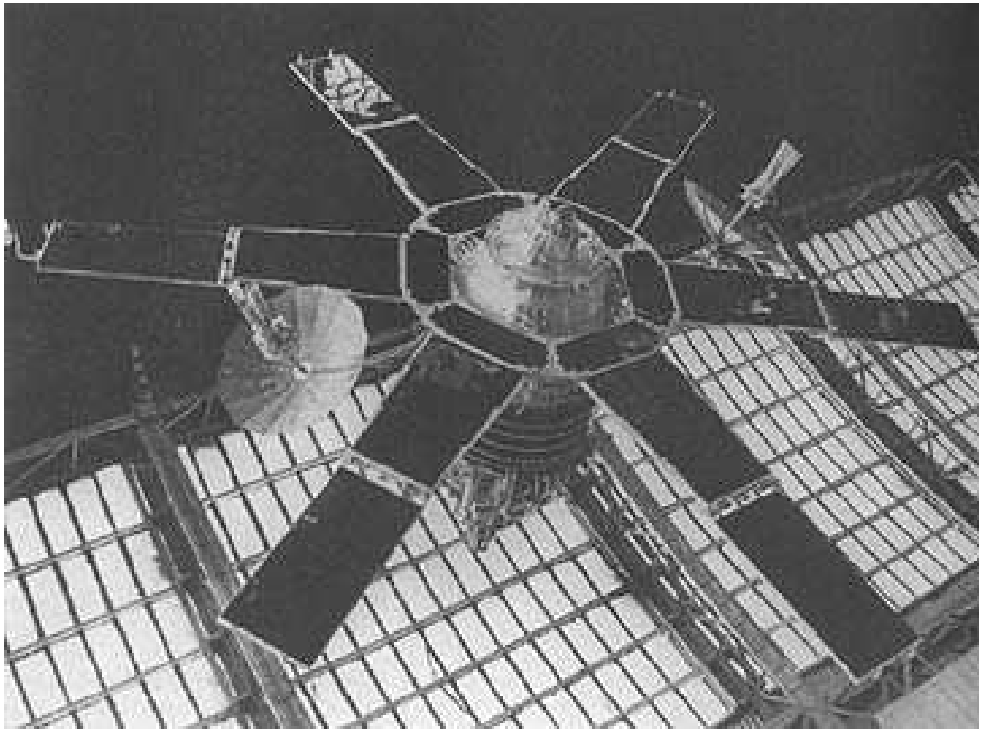


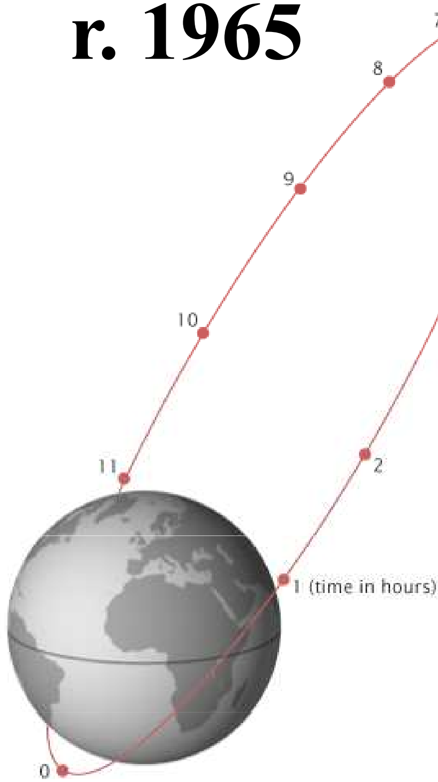
Umělá družice Molnija

Úloha 3.4 Jedna ze spojových družic série Molnija měla po vypuštění následující parametry oběžné dráhy: výšku perigea $H_\mathrm{p} = 500\,\mathrm{km}$ a výšku apogea $H_\mathrm{a} = 40\,000\,\mathrm{km}$. Vypočtěte rychlost družice v perigeu a apogeu.

Řešení: Nejprve stanovíme $r_\mathrm{a} = R_\mathrm{Z} + H_\mathrm{a} = 4{,}64 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$ a $r_\mathrm{p} = R_\mathrm{Z} + H_\mathrm{p} = 6{,}9 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$, pro velikost hlavní poloosy platí $a = \frac{r_\mathrm{a}+r_\mathrm{p}}{2} = 2{,}67 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$. Rychlost v apogeu určíme ze vztahu $v_\mathrm{a} = \sqrt{GM_\mathrm{Z}\left(\frac{2}{r_\mathrm{a}} - \frac{1}{a}\right)} = 1{,}5\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ a v perigeu $v_\mathrm{p} = \sqrt{GM_\mathrm{Z}\left(\frac{2}{r_\mathrm{p}} - \frac{1}{a}\right)} = 10{,}0\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

r. 1965





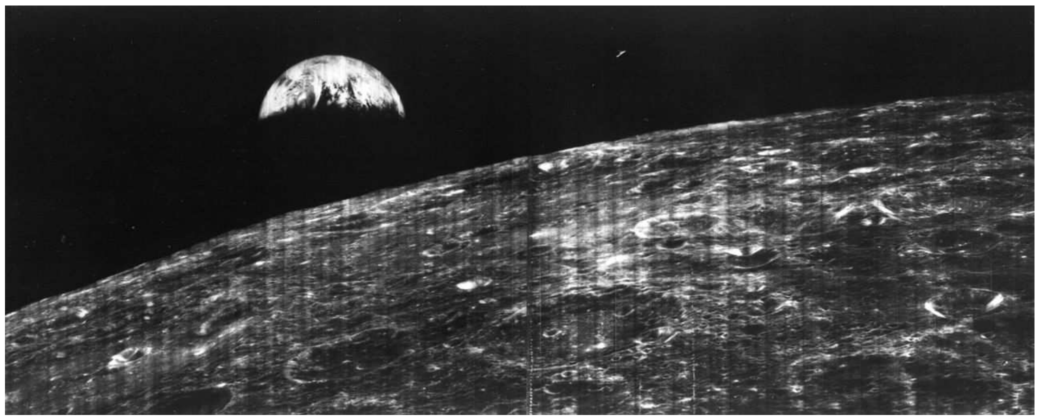
Umělá družice Měsíce - Lunar Orbiter 1

Úloha 3.22 Určete rychlost družice Orbiter 1 v periseleniu a aposeleniu, jestliže její střední výška nad povrchem Měsíce byla $h = 1\,027\,\mathrm{km}$ a excentricita dráhy $\varepsilon = 0{,}298$. Údaje o Měsíci, jeho hmotnosti a poloměru najděte v tabulkách `http://ads.harvard.edu/books/hsaa/`.

Řešení: Pro rychlost na kruhové dráze platí $v_\mathrm{k} = \sqrt{G\frac{M_\mathrm{M}}{R_\mathrm{M}+h}} = 1{,}33 \cdot 10^3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Pro rychlost v periseleniu platí $v_\mathrm{per} = v_\mathrm{k}\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} = 1\,810\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a pro rychlost v aposeleniu $v_\mathrm{apos} = v_\mathrm{k}\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} = 978\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

r. 1966





Soustava Země - Měsíc - Slunce

Úloha 3.10 Které těleso, Země nebo Slunce, působí větší gravitační silou na Měsíc? Proveďte diskusi, proč Měsíc obíhá kolem Země a nikoliv kolem Slunce. $M_{\odot} = 330000\,M_{Z}$, $r_{MS} = 390\,r_{MZ}$.

Řešení: Platí $\frac{F_{MS}}{F_{MZ}} = \frac{G\frac{M_M M_{\odot}}{r_{MS}^2}}{G\frac{M_M M_Z}{r_{MZ}^2}} = 2{,}17$. Kolem Slunce obíhá barycentrum soustavy Země – Měsíc.

Úloha 3.11 Určete poměr slapových působících na Zemi, vyvolaných Sluncem a Měsícem. Jak by se situace změnila, jestliže by se hypoteticky vzdálenost Měsíce zvětšila 2krát. Nezbytné číselné údaje o hmotnostech těles a jejich vzdálenostech nalezněte v tabulkách.

Řešení: Vztah pro slapovou sílu, kde Země je rušené kosmické těleso a Měsíc respektive Slunce jsou rušícími, je dán vztahem $F = \frac{2 G M_Z M_{rušící} R_Z}{r^3}$, kde r je vzdálenost středů obou uvažovaných kosmických těles. Připomínáme, že vztah udává převrácenou kubickou závislosti s mnohem rychlejším poklesem síly. Po dosazení číselných hodnot obdržíme pro velikost působících slapových sil Měsíce na Zemi $F_{MZ} = 6{,}7 \cdot 10^{18}$ N a Slunce na Zemi $F_{SZ} = 3{,}0 \cdot 10^{18}$ N. Tedy prvně počítané slapové působení činí 2/3 a druhé 1/3 z celkového slapového působení obou kosmických těles. Slapové síly vyvolávané Měsícem jsou přibližně 2,2krát větší než slapové síly Slunce. Jinak vyjádřeno slapové síly vytvářené Sluncem dosahují přibližně pouze 46% slapových sil Měsíce. Při hypotetickém zvětšení vzdálenosti Měsíce 2krát, by jeho slapové působení pokleslo 8krát a stalo by se 4krát slabší než slapové působení od Slunce.

Soustava Země - Měsíc

Úloha 3.13 Jak bychom hypoteticky museli změnit hmotnost Země, aby Měsíc obíhal ve stejné vzdálenosti kolem Země s oběžnou dobou 3krát menší?

Řešení: Použijeme III. Keplerův zákon v přesném znění $\frac{T_0^2(M_{Z0}+M_M)}{T_1^2(M_{Z1}+M_M)} = \frac{a_0^3}{a_1^3}$, kde hmotnost M_M Měsíce zanedbáváme, M_{Z1} je změněná hmotnost Země. Úpravou vztahu obdržíme $\frac{T_0^2 M_{Z0}}{\left(\frac{1}{3}T_0\right)^2 M_{Z1}} = 1 \Rightarrow M_{Z1} = 9M_{Z0}$.

Soustava Slunce - Země

Úloha 3.14 Jaká by musela být hmotnost Slunce, aby Země obíhající kolem něho se stejnou oběžnou dobou, se nacházela ve dvojnásobné vzdálenosti?

Řešení: Dosadíme do rovnice vyjadřující, že dostředivé zrychlení je vytvářeno silou přitažlivosti Slunce $G\frac{M_{\odot 0}M_Z}{r_{SZ}^2} = \frac{M_Z v_Z^2}{r_{SZ}}$, kde $\frac{M_Z v_Z^2}{r_{SZ}} = \frac{M_Z\left(\frac{2\pi r_{SZ}}{T_Z}\right)^2}{r_{SZ}}$. Obdobně v případě hypotetického přesunu na dvojnásobnou vzdálenost platí $G\frac{M_{\odot 1}M_Z}{(2r_{SZ})^2} = \frac{M_Z\left(\frac{2\pi 2r_{SZ}}{T_Z}\right)^2}{2r_{SZ}}$. Podělením druhé rovnice první obdržíme po úpravě $M_{\odot 1} = 8M_{\odot 0}$.

Soustava Země – Měsíc

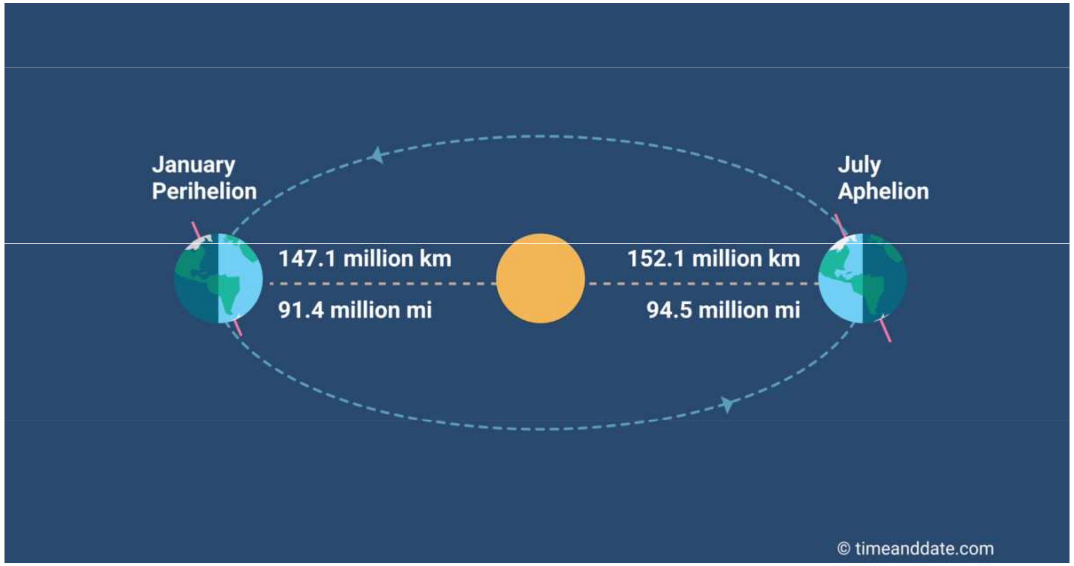
Úloha 3.12 Síly přílivového tření vyvolané především měsíčními slapy zpomalují rotaci Země. Tento proces bude pokračovat, dokud úhlová rychlost rotace Země nebude rovna úhlové rychlosti oběžného pohybu Měsíce kolem Země. Určete vzdálenost Měsíce od Země a_{kon} a jeho oběžnou dobu T_{kon} při této tzv. oboustranné vázané rotaci obou těles při předpokládaném lineárním vzdalování Měsíce od Země. Rotační moment hybnosti Měsíce na počátku a konci uvažovaného procesu jakož i Země v konečném stavu budeme zanedbávat. Pro zjednodušení dále předpokládejme, že rotační osa Země je kolmá k oběžné rovině měsíční dráhy. Rotační moment hybnosti Země v současnosti je $L_{\mathrm{Zrot}} = 6 \cdot 10^{33}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$, moment setrvačnosti Země $J_Z = 8 \cdot 10^{37}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$, předpokládáme znalost r_{ZM}, M_{M}, $T_{\mathrm{poč}}$.

Řešení: V izolované soustavě, za kterou můžeme zjednodušeně považovat soustavu Země – Měsíc, platí zákon zachování momentu hybnosti. Pro počáteční a koncový stav platí $L_{c1} = L_{c2}$. Z platnosti podmínek v zadání vyplývá $L_{c1} = L_{\mathrm{Zrot}} + L_{\mathrm{Mpoč}}$ a $L_{c2} = L_{\mathrm{Mdrah}}$. Moment setrvačnosti Měsíce vzhledem k rotační ose Země je $J_{\mathrm{Mpoč}} = M_{\mathrm{M}} a_{\mathrm{poč}}^2 = 1{,}08 \cdot 10^{40}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$, jeho současná dráhová úhlová rychlost $\omega_{\mathrm{poč}} = \frac{2\pi}{T_{\mathrm{S}}} = 2{,}7 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$. Dráhový moment hybnosti Měsíce nyní $L_{\mathrm{Mhpoč}} = J_{\mathrm{Mpoč}} \omega_{\mathrm{poč}} = 2{,}9 \cdot 10^{34}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$. Počáteční celkový moment hybnosti je $L_{c1} = L_{\mathrm{Zrot}} + L_{\mathrm{Mpoč}} = 3{,}5 \cdot 10^{34}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$. Aplikujeme zákon zachování momentu hybnosti $L_{c1} = L_{c2}$, kde $L_{c2} = M_{\mathrm{M}} a_{\mathrm{kon}}^2 \omega_{\mathrm{kon}}$. Dále platí III. Keplerův zákon upravený do tvaru $a_{\mathrm{poč}}^3 \omega_{\mathrm{poč}}^2 = a_{\mathrm{kon}}^3 \omega_{\mathrm{kon}}^2$. Po dosazení a úpravách obdržíme $a_{\mathrm{kon}} = a_{\mathrm{poč}} \left(\frac{L_{c2}}{L_{\mathrm{Mpoč}}} \right)^2 = 1{,}45\, a_{\mathrm{poč}} = 5{,}6 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$. Rovněž z III. Keplerova zákona získáme konečnou úhlovou rychlost $\omega_{\mathrm{kon}} = \omega_{\mathrm{poč}} \left(\frac{a_{\mathrm{poč}}}{a_{\mathrm{kon}}} \right)^{\frac{3}{2}} = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ s konečnou oběžnou dobou $T_{\mathrm{kon}} = T_{\mathrm{poč}} \frac{\omega_{\mathrm{poč}}}{\omega_{\mathrm{kon}}} = 48\,\mathrm{dnů}$.

Slunce – úbytek hmotnosti

Úloha 3.15 Úbytek hmotnosti Slunce vyvolaný jeho vyzařováním činí za 1 s $4{,}3 \cdot 10^9$ kg, ročně $6{,}7 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{M}_\odot \cdot \mathrm{rok}^{-1}$, úbytek vyvolaný slunečním větrem $10^{-14}\,\mathrm{M}_\odot \cdot \mathrm{rok}^{-1}$. Jak se změní poloměr dráhy Země kolem Slunce v důsledku těchto jevů? Zjednodušeně předpokládejme kruhový tvar dráhy Země.

Řešení: Dosadíme do rovnice vyjadřující zákon zachování mechanické energie pro pohyb Země $\frac{1}{2}M_Z v_{Z0}^2 - G\frac{M_Z M_{\odot 0}}{r_{ZS0}} = \frac{1}{2}M_Z v_{Z1}^2 - G\frac{M_Z M_{\odot 1}}{r_{ZS1}}$. Při zjednodušení na kruhovou dráhu dostáváme $G\frac{M_Z M_\odot}{r_{ZS}^2} = \frac{M_Z v_Z^2}{r_{ZS}} \Rightarrow v_{ZS}^2 = G\frac{M_\odot}{r_{ZS}}$. Následně dosadíme do rovnice pro zákon zachování energie $\frac{1}{2}\frac{GM_Z M_{\odot 0}}{r_{ZS0}} - \frac{GM_Z M_{\odot 0}}{r_{ZS0}} = \frac{1}{2}\frac{GM_Z M_{\odot 1}}{r_{ZS1}} - \frac{GM_Z M_{\odot 1}}{r_{ZS1}}$. Po úpravě obdržíme $\frac{M_{\odot 1}}{M_{\odot 0}} = \frac{r_{ZS1}}{r_{ZS0}}$. Podělením čitatelů Δt, zvolíme $\Delta t = 1\,\mathrm{rok}$, $r_{ZS0} = 1\,\mathrm{AU}$ získáme vztah $\frac{\frac{\Delta M_{\odot 0}}{\Delta t}}{M_{\odot 0}} = \frac{\frac{\Delta r_{ZS0}}{\Delta t}}{r_{ZS0}} \Rightarrow$ $\frac{\Delta r_{ZS0}}{\Delta t} = 8 \cdot 10^{-14}\, r_{ZS0} \cdot \mathrm{rok}^{-1}$. Přepočtením získáme $\frac{\Delta r_{ZS0}}{\Delta t} = 1\,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{rok}^{-1}$.



Halleyova kometa – dráha

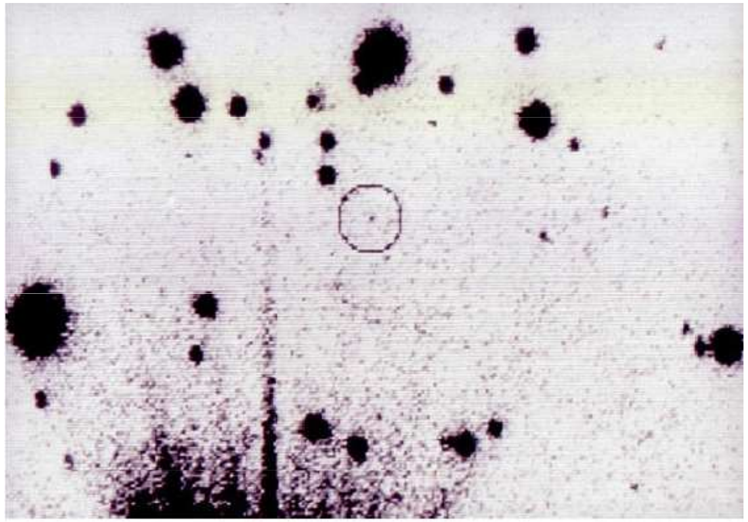
Úloha 3.16 Kometa prošla perihéliem ve vzdálenosti $r = 0{,}587\,\mathrm{AU}$ rychlostí $v = 54{,}52\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Po jaké dráze se pohybuje, určete její parametry.

Řešení: Ke stanovení typu dráhy určíme kruhovou a parabolickou rychlost v dané vzdálenosti od Slunce, $v_\mathrm{k} = \sqrt{G\frac{M_\odot}{r}} = 38{,}87\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$, $v_\mathrm{p} = \sqrt{2G\frac{M_\odot}{r}} = 54{,}96\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Protože platí $v_\mathrm{k} < v < v_\mathrm{p}$, kometa se pohybuje pro eliptické dráze. Ze vztahu pro rychlost komety v perihéliu $v = \sqrt{GM_\odot\left(\frac{2}{r_\mathrm{p}} - \frac{1}{a}\right)}$ vyjádříme velikost velké poloosy $a = 18\,\mathrm{AU}$. Oběžnou dobu stanovíme z III. Keplerova zákona $T = a\sqrt{a} = 76\,\mathrm{roků}$. Excentricitu vypočítáme $\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{a-r}{a} = 0{,}967$. Rychlost komety v aféliu je rovna $v_\mathrm{a} = \sqrt{GM_\odot\left(\frac{2}{r_a} - \frac{1}{a}\right)} = 0{,}9\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

1986 přísluní



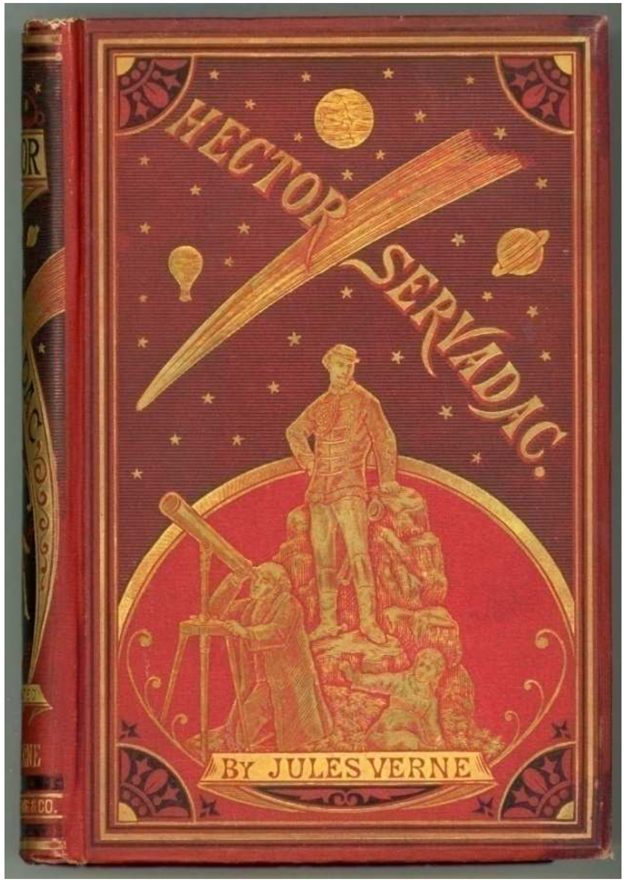
11 au od Země

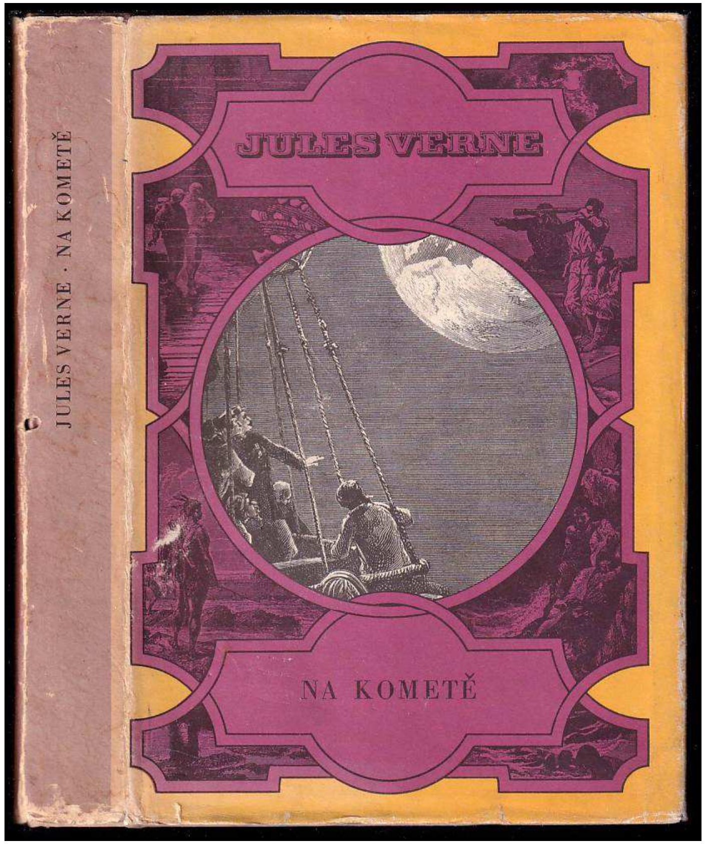


Jules Verne Na kometě

Úloha 3.17 V román Julese Vernea Hector Servadac (u nás známého pod názvem Na kometě) se autor zmiňuje o planetce Galia s oběžnou dobou $T_G = 2$ roky a vzdáleností v aféliu 820 000 000 km. Může se planetka pohybovat po takové dráze?

Řešení: Platí III. Keplerův zákon $\frac{a_Z^3}{T_Z^2} = \frac{a_G^3}{T_G^2}$. Při předpokládané oběžné době 2 roky je velikost hlavní poloosy dráhy $a_G = 1{,}59\,\mathrm{AU}$. Planetka s těmito parametry nemůže existovat.



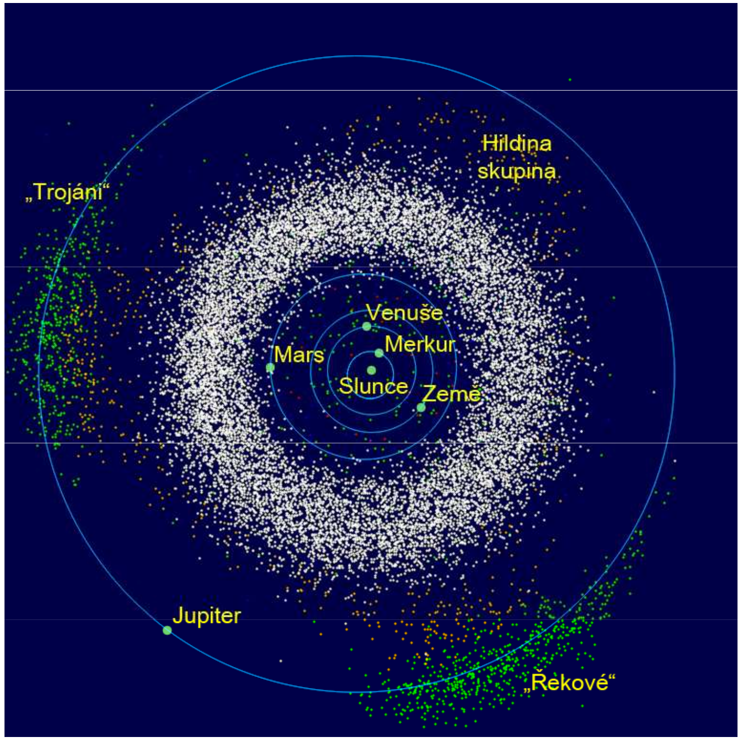


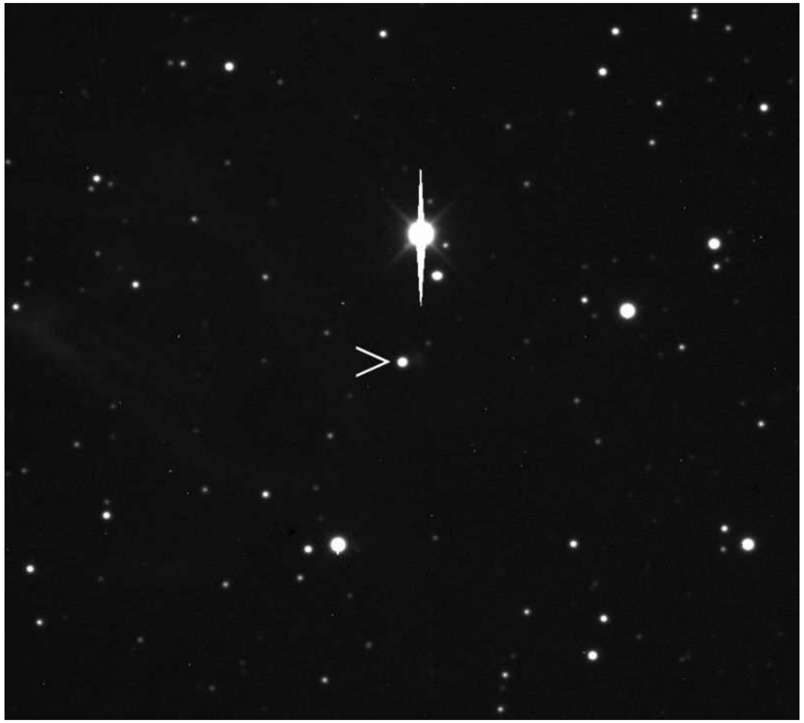
Planetka Hektor

Úloha 3.18 Vypočítejte rychlost planetky Hektor v perihéliu a aféliu, jestliže její kruhová rychlost se blíží $13{,}1\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$ a excentricita její dráhy je $\varepsilon = 0{,}024$. Přibližně na jaké střední heliocentrické vzdálenosti se planetka nachází?

Řešení: Pro rychlost v perihéliu platí $v_{\mathrm{per}} = v_{\mathrm{k}}\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} = 13{,}4\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$, pro rychlost v aféliu $v_{\mathrm{afél}} = v_{\mathrm{k}}\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} = 12{,}8\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$. Pro kruhovou dráhu platí vztah $v_{\mathrm{k}} = \frac{29{,}8}{\sqrt{r}}$, kde rychlost je $\mathrm{km\cdot s^{-1}}$ a r v AU. Dosazením obdržíme $r = 5{,}17\,\mathrm{AU}$.

planetka ze skupiny Trojanů, v L4,





Škálové výšky v atmosféře Země

Úloha 2.7 Určete tlakové škálové výšky pro kyslík a dusík v atmosféře Země, předpokládejte $g = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ a průměrnou teplotu 280 K.

Řešení: Tlaková škálová výška je pro kyslík $m = 32 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg rovna $H = kT/(gm) =$ $= 7{,}4$ km. V případě dusíku $m = 28 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg obdržíme $H = kT/(gm) = 8{,}4$ km.

Úloha 2.8 Nejvyšší hora na Zemi Mount Everest má výšku $h = 8\,848$ m nad úrovní moře. Horolezci k jejímu zdolání zpravidla používají kyslíkové přístroje. Zdůvodněte proč, stanovte koncentraci kyslíku n na vrcholu hory. Střední teplotu atmosféry Země v této vrstvě atmosféry pokládáme rovnou 280 K.

Řešení: Škálová tlaková výška je pro kyslík při molekulové hmotnosti $m = 32 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg rovna $H = kT/(gm) = 7{,}4$ km. U ideálního plynu $n \sim p$. Platí $p(h)/p(h_0) = \exp(-h/H) =$ $= 0{,}3$. Koncentrace kyslíku je na vrcholu Mount Everestu rovna přibližně 1/3 hodnoty u mořské hladiny.

Úloha 2.9 Keckovy dalekohledy byly postaveny na vrcholu hory Mauna Kea na Havaji ve výšce $h = 4\,100$ m nad úrovní moře v místě s průměrnou teplotou $T = 280$ K. Jedním z důvodů tohoto umístění je snížený obsah vodních par v této výšce, tudíž zlepšení podmínek pro pozorování. Tento úsudek doložte výpočtem.

Řešení: U vodních par je tlaková škálová výška při $m = 18 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, $H =$ $= kT/(gm) = 12{,}9$ km. Pro ideální plyn $n \sim p$. Vypočteme $p(h)/p(h_0) = \exp(-h/H) = 0{,}73$.

Efektivní teplota rovnovážného záření planet

Úloha 2.11 Určete efektivní teplotu rovnovážného záření Země, jestliže je známo Bondovo albedo Země $A = 0{,}30$, efektivní povrchová teplota Slunce 5 780 K, poloměr Slunce $7 \cdot 10^8$ m a vzdálenost Slunce – Země $a_{\mathrm{SZ}} = 1\,\mathrm{AU} = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Albedo definujeme jako poměr velikosti záření rozptýleného povrchem koule do všech směrů k celkovému množství záření, jež dopadá na povrch při rovnoběžném svazku záření.

Řešení: Pro zářivý výkon povrchu Země platí $4\pi R_{\mathrm{Z}}^2 \sigma T_{\mathrm{efZ}}^4$, Země absorbuje od Slunce zářivý výkon $(1-A) 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\mathrm{ef}\odot}^4 \pi R_{\mathrm{Z}}^2 / (4\pi a_{\mathrm{SZ}}^2)$. Předpokládáme, že tok záření je u Země absorbován plochou πR_{Z}^2, ale vyzařován plochou $4\pi R_{\mathrm{Z}}^2$ vzhledem k relativně rychlé rotaci Země. Po úpravě obdržíme $T_{\mathrm{efZ}} = T_{\mathrm{ef}\odot} \left(\frac{R_{\odot}}{2a_{\mathrm{SZ}}}\right)^{1/2} (1-A)^{1/4} = 255\,\mathrm{K}$. Atmosférická teplota je vzhledem ke skleníkovému efektu vyšší, dosahuje zhruba 290 K.

Úloha 2.12 Stanovte efektivní teplotu rovnovážného záření Marsu, známe Bondovo albedo Marsu $A = 0{,}25$, efektivní povrchovou teplotu Slunce 5 780 K, poloměr Slunce $7 \cdot 10^8$ m a vzdálenost Slunce – Mars $a_{\mathrm{M}} = 1{,}52\,\mathrm{AU} = 2{,}28 \cdot 10^{11}$ m.

Řešení: U Marsu použijeme stejnou úvahu jako u Země, $T_{\mathrm{efM}} = T_{\mathrm{ef}\odot} \left(\frac{R_{\odot}}{2a_{\mathrm{M}}}\right)^{1/2} (1-A)^{1/4} =$ $= 210\,\mathrm{K}$.

Úloha 2.13 Hodnota solární konstanty pro Zemi je ve vzdálenosti 1 AU od Slunce $1\,370\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$. Určete hodnotu solární konstanty pro Jupiter, který obíhá v průměrné vzdálenosti 5,2 AU od Slunce. Stanovte celkový přijímaný zářivý výkon od Slunce, který získává Jupiter, jestliže Bondovo albedo planety je 0,70.

Řešení: Solární konstanta Jupitera je $S_{\mathrm{J}} = S_{\mathrm{Z}}/5{,}2^2 = 51\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$. Celkový přijímaný zářivý výkon je $L_{\odot\to\mathrm{J}} = S_{\mathrm{J}} \pi R_{\mathrm{J}}^2 (1-A) = 2{,}4 \cdot 10^{17}$ W.

Efektivní teplota rovnovážného záření planet

Úloha 2.14 Oběžná doba planetky Icarus obíhající kolem Slunce po eliptické dráze je 1,12 roku, excentricita její dráhy je 0,83. Určete vzdálenost planetky od Slunce v perihéliu a aféliu, stanovte efektivní teplotu rovnovážného záření planetky ve zmíněných bodech její dráhy při znalosti Bondova albeda $A = 0{,}1$.

Řešení: Nejprve určíme velikost velké poloosy, následně perihéliovou a aféliovou vzdálenost. Z $T^2 = a^3 \Rightarrow a = 1{,}08\,\mathrm{AU}$, $r_\mathrm{p} = a(1-e) = 0{,}19\,\mathrm{AU}$, $r_\mathrm{a} = a(1+e) = 1{,}97\,\mathrm{AU}$. Efektivní teplotu stanovíme obdobně jako u úloh 2.12, 2.13, $T_\mathrm{ef,\ p} = 624\,\mathrm{K}$, $T_\mathrm{ef,\ a} = 194\,\mathrm{K}$.

Úloha 2.15 Ze spektroskopických studií Neptuna v infračerveném oboru kosmickou sondou Voyager 2 byla stanovena teplota planety na 56 K. Dokažte, že Neptun má vnitřní zdroje energie, jestliže Bondovo albedo je $A = 0{,}29$, střední vzdálenost od Slunce je $a_\mathrm{Ne} = 30\,\mathrm{AU}$.

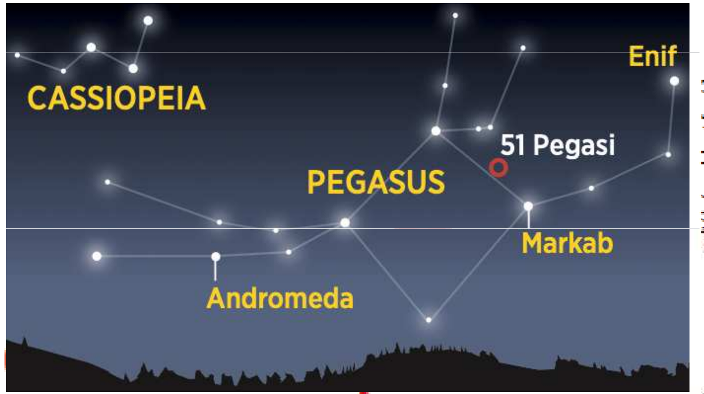
Řešení: Nejprve určíme hodnotu solární konstanty Neptuna $S_\mathrm{Ne} = S_\mathrm{Z}/30^2 = 1{,}5\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$. Planetou získávaný zářivý výkon od Slunce je $L_{\odot\to\mathrm{Ne}} = S_\mathrm{Ne}\pi R_\mathrm{Ne}^2(1-A) = 2\cdot 10^{15}\,\mathrm{W}$. Efektivní teplota rovnovážného záření planety je $T_\mathrm{ef,\ Ne} = \left(\frac{L_{\odot\to\mathrm{Ne}}}{4\pi\sigma R_\mathrm{Ne}^2}\right)^{1/4} = 46\,\mathrm{K}$. Spektroskopicky zjištěná teplota je vyšší, Neptun má vnitřní zdroje energie.

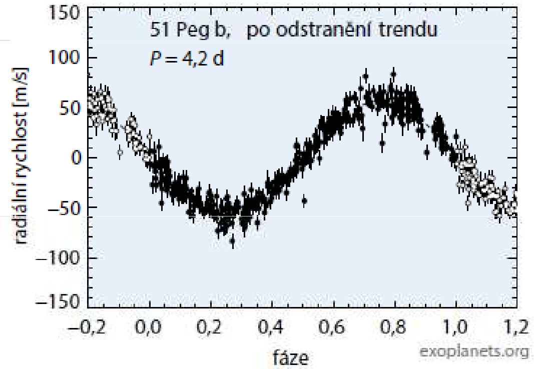
Atmosféra Merkur x Titan

Úloha 2.20 Objasněte, proč měsíc Saturna Titan si zachoval svoji atmosféru zatímco Merkur nikoliv. Maximální teplota v dusíkové atmosféře Titanu je 100 K, na povrchu Merkuru až 800 K.

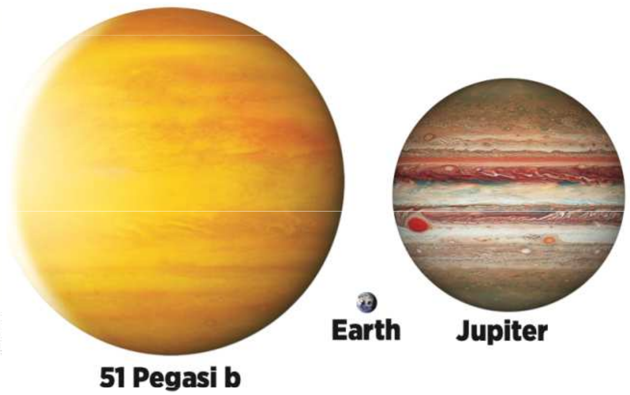
Řešení: K dlouhodobému udržení atmosfér kosmických těles musí být splněna zhruba podmínka $v_\mathrm{p} \geq 10 v_\mathrm{sk}$ (kde v_p je parabolická rychlost, v_sk je střední kvadratická rychlost molekul plynu), tedy $\left(\frac{2GM}{R}\right)^{1/2} \geq 10 \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2}$. Mariner 10 v roce 1974 bezúspěšně hledal u Merkuru případnou tenkou vrstvu atmosféry z hélia. Pro tento prvek platí $v_\mathrm{p}/v_\mathrm{sk} = 4{,}2/2{,}1 = 2$, atmosféra by tak mohla existovat pouze několik dnů. Titan má atmosféru složenou převážně z molekulárního dusíku. Po dosazení obdržíme $v_\mathrm{p}/v_\mathrm{sk} = 2{,}7/0{,}3 = 9$, tedy podmínka pro dlouhodobou existenci atmosféry je téměř splněna.

Exoplanety – první





Obr. 1 Křivka radiálních rychlostí hvězdy 51 Pegasi.



Přednáška u příležitosti udělení Nobelovy ceny za fyziku za rok 2019

Didier Queloz + **Michel Mayor**

Cavendish Laboratory, University of Cambridge, Cambridge CB3 OHE, Spojené království a Department of

V roce 1952 publikoval Struve [4] překvapující vizionářskou poznámku, v níž se zmiňoval o využití *„vysoce přesného měření radiální rychlosti"* k pátrání po planetách *„mnohem blíže k jejich mateřským hvězdám, než je tomu ve Sluneční soustavě"*. Tato myšlenka daleko předběhla svoji dobu, dokud celá řada inovací výrazně neredukovala nejistoty v měření radiálních rychlostí. Až do následující dekády tehdy nikdo vážně neuvažoval o pátrání po planetách pomocí dopplerovské spektroskopie.



Obr. 1 Spektrograf ELODIE na observatoři OHP. Na levé straně je difrakční mřížka typu échelle. Optická vlákna (červená) přivádí signál do spektrometru. Nahoře je kryostat, v němž je umístěn CCD detektor. Optika se zkříženou disperzí je umístěna ve střední vertikální černé části.

Exoplanety

Spektrograf byl navržen k přesným měřením metodou dopplerovské spektroskopie. Optická koncepce byla dána požadavkem na kompaktní, stabilní přístroj a na maximální využití celé dostupné plochy (1 024 × 1 024 pixelů) CCD detektoru E2V k získání spekter s nejvyšším možným rozlišením v celém rozsahu viditelného spektra – od 390 nm do 681 nm. To bylo umožněno použitím velké stupňovité difrakční mřížky typu échelle, vyrobené firmou Milton and Roy. Ke zvýšení stability osvětlení mřížky byl na vstupu do optického vlákna použit dvojitý *scrambler*. Navíc byla ELODIE vybavena softwarem pro zpracování dat (*pipeline*) redukujícím data tak, aby krátce po pozorování již byla k dispozici radiální rychlost prostřednictvím numerické korelační metody [16].

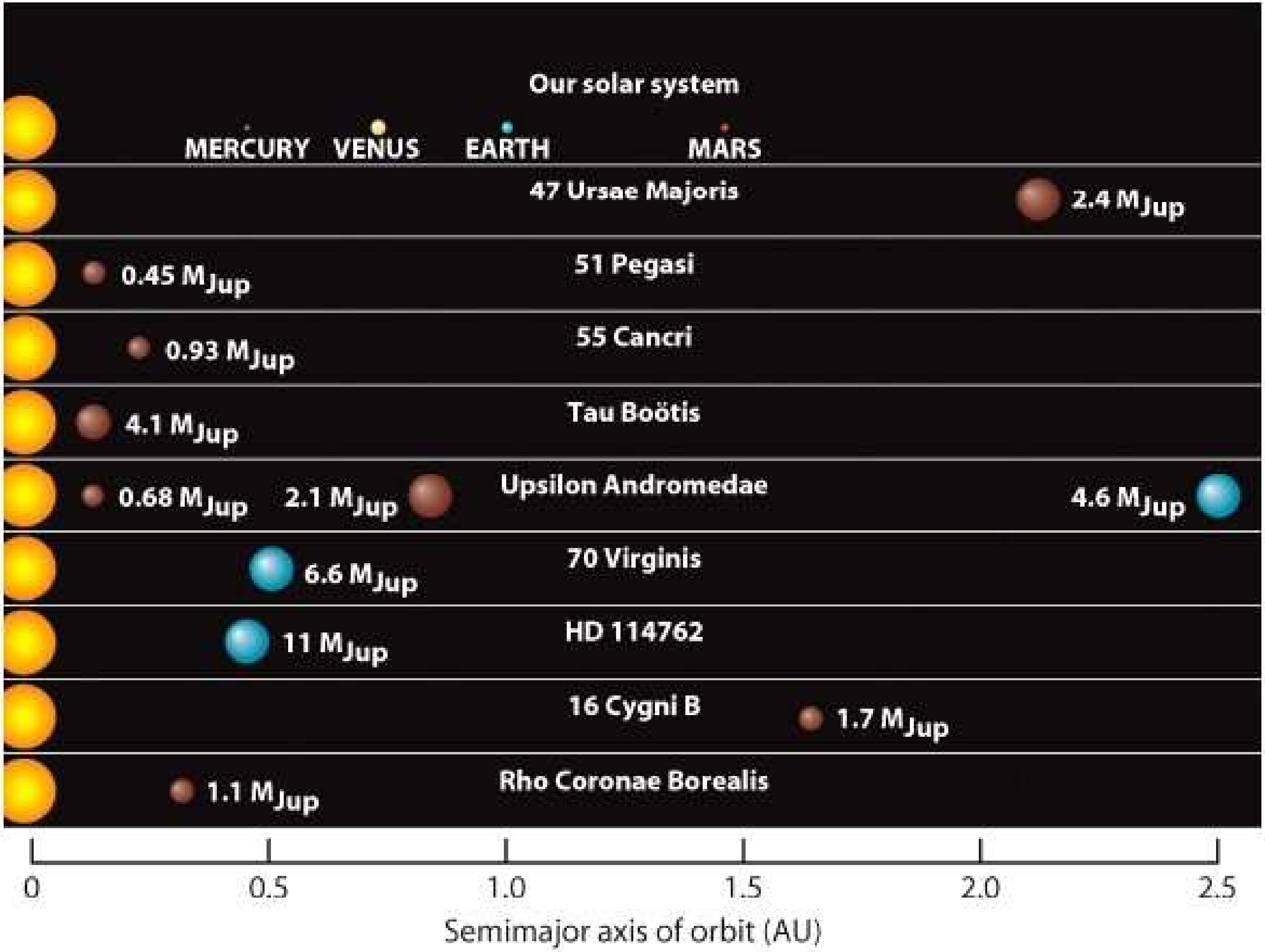


Obr. 2 Střední část hvězdného spektra zaznamenaného CCD detektorem ELODIE, spolu se spektrem thoria. Zakřivená posloupnost spektroskopických řádů spekter spolu s emisním spektrem thoriové lampy ozařující druhé optické vlákno.

Sluší se říci, že v lednu 1995 byla moje první reakce poněkud panická, když jsem si uvědomil, že hvězda HD217014 vykazuje větší změny radiální rychlosti, než by vyplývalo pouze z přesnosti dopplerovských měření, jakou jsem z dostupných spektroskopických informací očekával. Myslel jsem si, že jde o nějakou chybu ve spektrografu nebo v analýze dat. Po dnech a nocích, které jsem s úzkostí strávil sám kontrolou všech součástí a možných chyb softwaru, jsem po získání dalších dat došel k jedinému možnému závěru, který by mohl kolísání rychlosti vysvětlit: kolem hvězdy 51 Peg obíhá planeta o hmotnosti Jupitera s periodou 4,25 dne, což odpovídá orbitální vzdálenosti 0,05 astronomické jednotky. Planeta je doslova „upečená" a její atmosféra má teplotu 1 000 K. Když o tom zpětně přemýšlím, uvědomuji si, jaká to byla odvážná a pošetilá představa: privilegium nadšeného doktoranda.

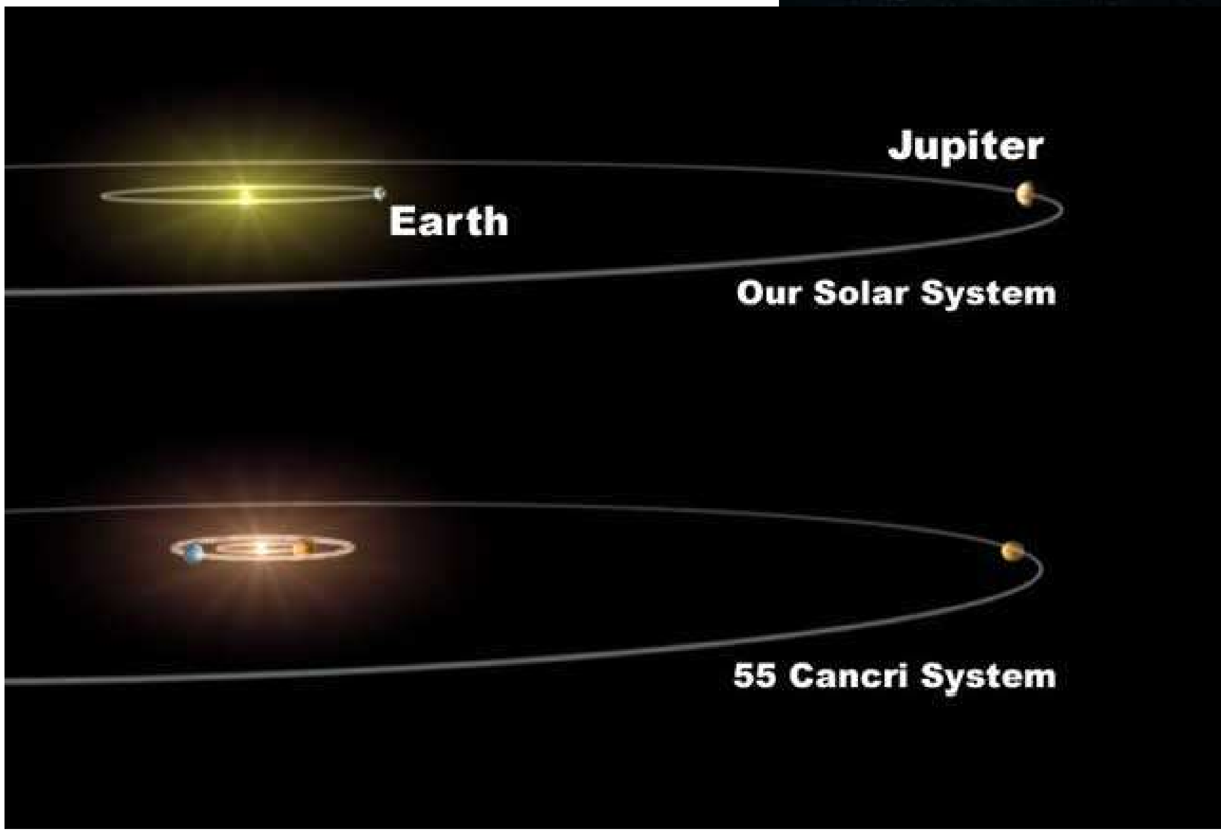


První objevené extrasolární systémy

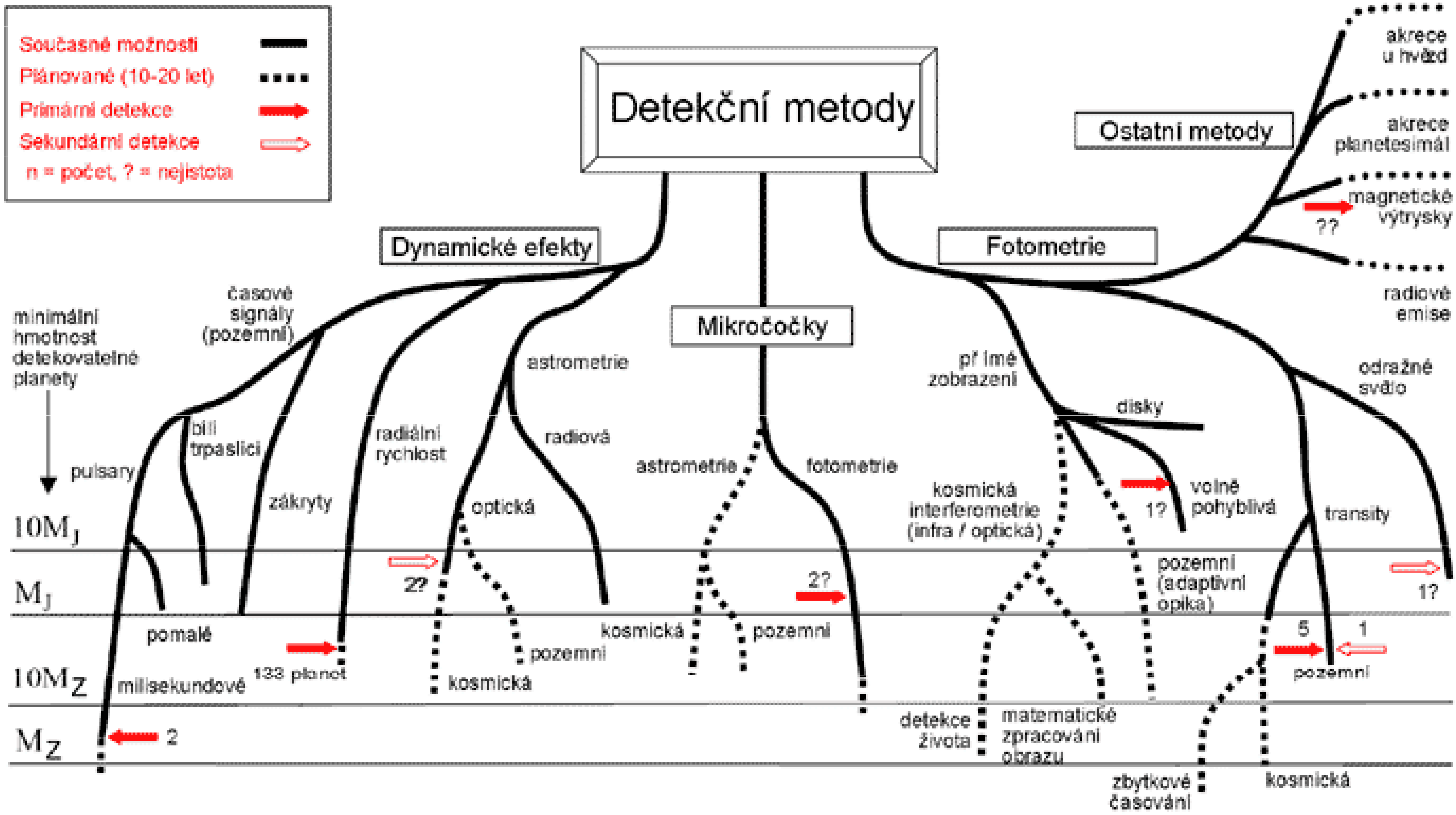


Extrasolární systém 55 Can

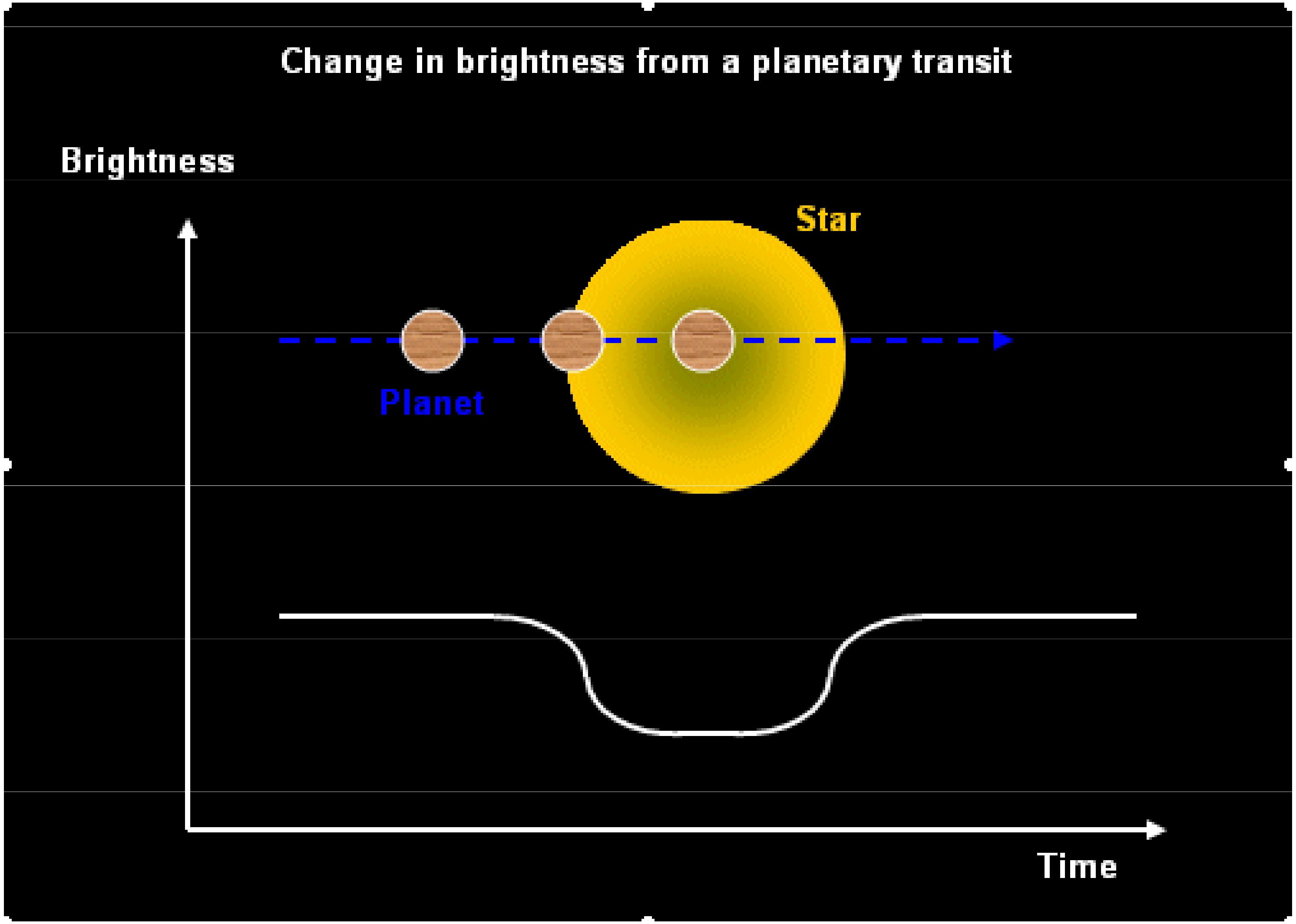




Metody detekce exoplanet



Fotometrické studium exoplanet



Světelné křivky přechodů exoplanety HD 209458b

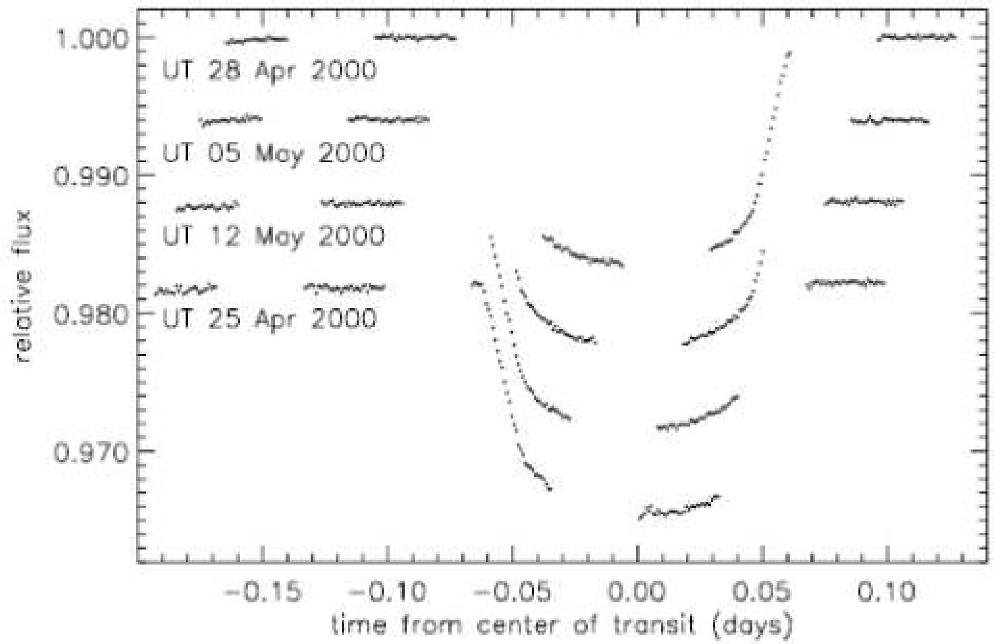


FIG. 2.—Time series of the corrected intensity shown separately for each of the four transits observed by *HST*, with successive transits offset by −0.006 for clarity. Note that, because the transit duration is almost two *HST* orbits, complete temporal coverage was not obtained for any one transit.

note that the depth of the eclipse is only 1.7%!). The orbital period was determined to be 3.5247 days, the lower limit on the mass of the planet $M_p \sin i = 0.69 \pm 0.05 M_J$ (with the inclination angle $i = 86^\circ\!.6 \pm 9^\circ\!.14$), and the radius of the planet $R_p = 1.347 \pm 0.060\ R_J$. Most

Studium spektra HD 209458 - G0 V, r = 47 pc
1,1 M_S, 1,1 R_S

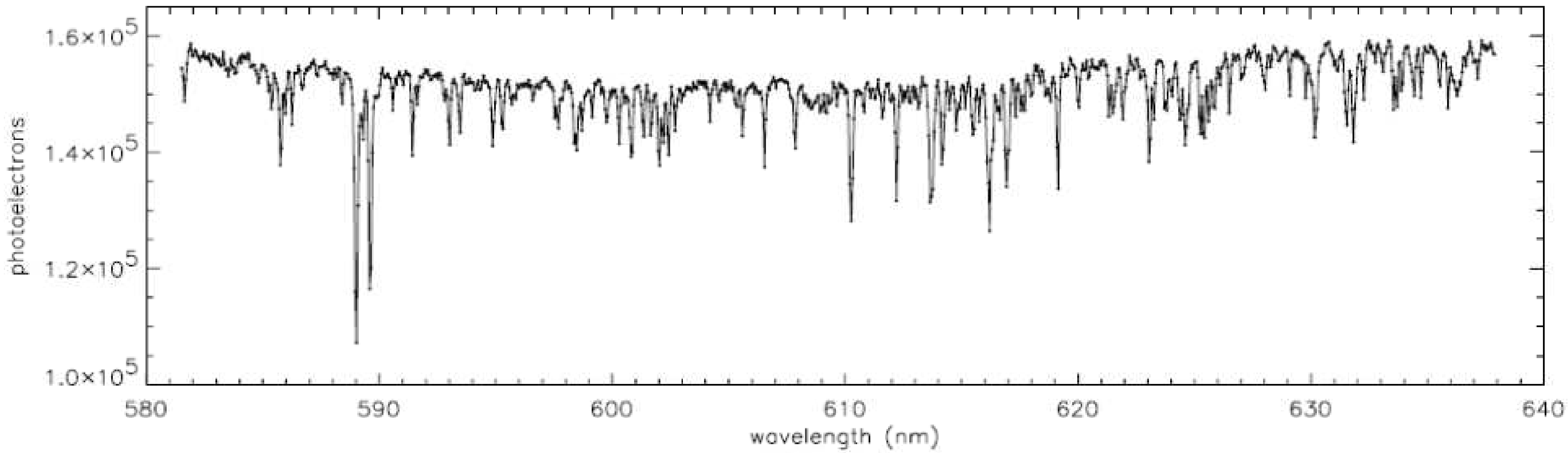
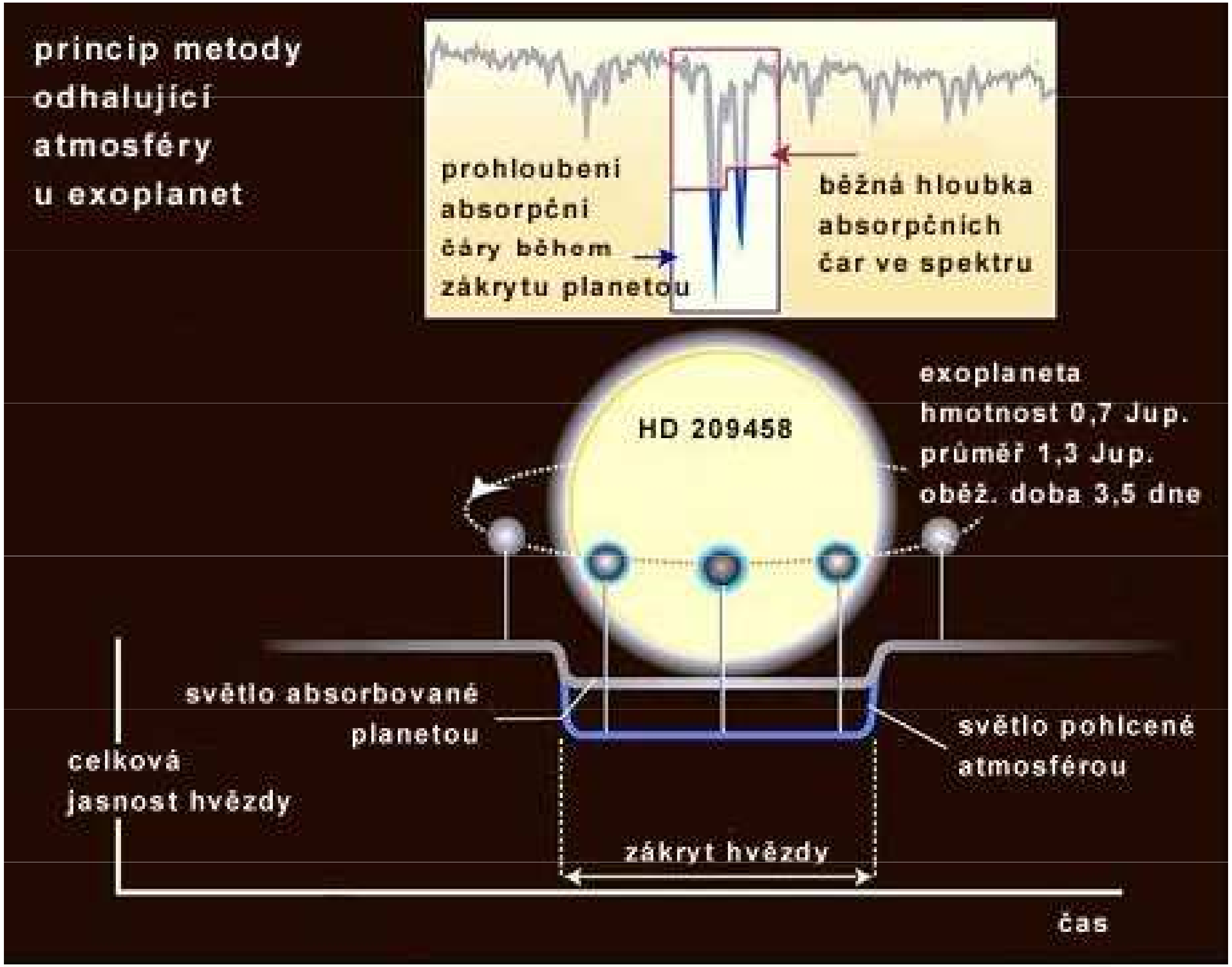


FIG. 1.—Typical spectrum of HD 209458 obtained with the STIS instrument, showing the number of detected photons in a single 60 s integration vs. wavelength. We obtained 684 such spectra in all.

teoretické modely Seager S., Sasselov D. D.: Astrophys. J. **537**, 916, **2000** → předpověď prohloubení čar při zákrytu

pozorování Charbonneau D. T., aj.: Astrophys. J. **568**, 377, **2002** → observační potvrzení

Důkaz atmosféry exoplanety HD 209458b



Kresba NASA

a = 6,7 mil.km

Studium atmosféry exoplanety HD 209458b

An extended upper atmosphere around the extrasolar planet HD209458b

A. Vidal-Madjar*, A. Lecavelier des Etangs*, J.-M. Désert*, G. E. Ballester†, R. Ferlet*, G. Hébrard* & M. Mayor‡

* *Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS/UPMC, 98bis boulevard Arago, F-75014 Paris, France*
† *Lunar and Planetary Laboratory, University of Arizona, 1040 E. 4th St., Rm 901, Tucson, Arizona 85721-0077, USA*
‡ *Observatoire de Genève, CH-1290 Sauverny, Switzerland*

The planet in the system HD209458 is the first one for which repeated transits across the stellar disk have been observed[1,2]. Together with radial velocity measurements[3], this has led to a determination of the planet's radius and mass, confirming it to be a gas giant. But despite numerous searches for an atmospheric signature[4–6], only the dense lower atmosphere of HD209458b has been observed, through the detection of neutral sodium absorption[7]. Here we report the detection of atomic hydrogen absorption in the stellar Lyman α line during three transits of HD209458b. An absorption of 15 ± 4% (1σ) is observed. Comparison with models shows that this absorption should take place beyond the Roche limit and therefore can be understood in terms of escaping hydrogen atoms.

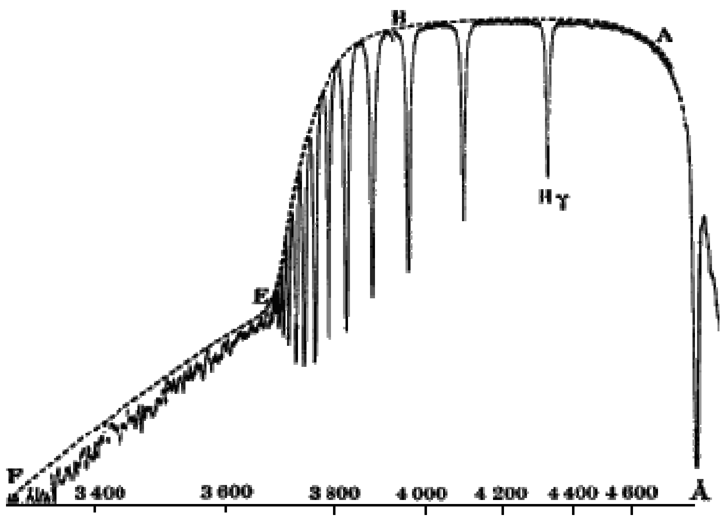
Nature **422**, 143, **2003**

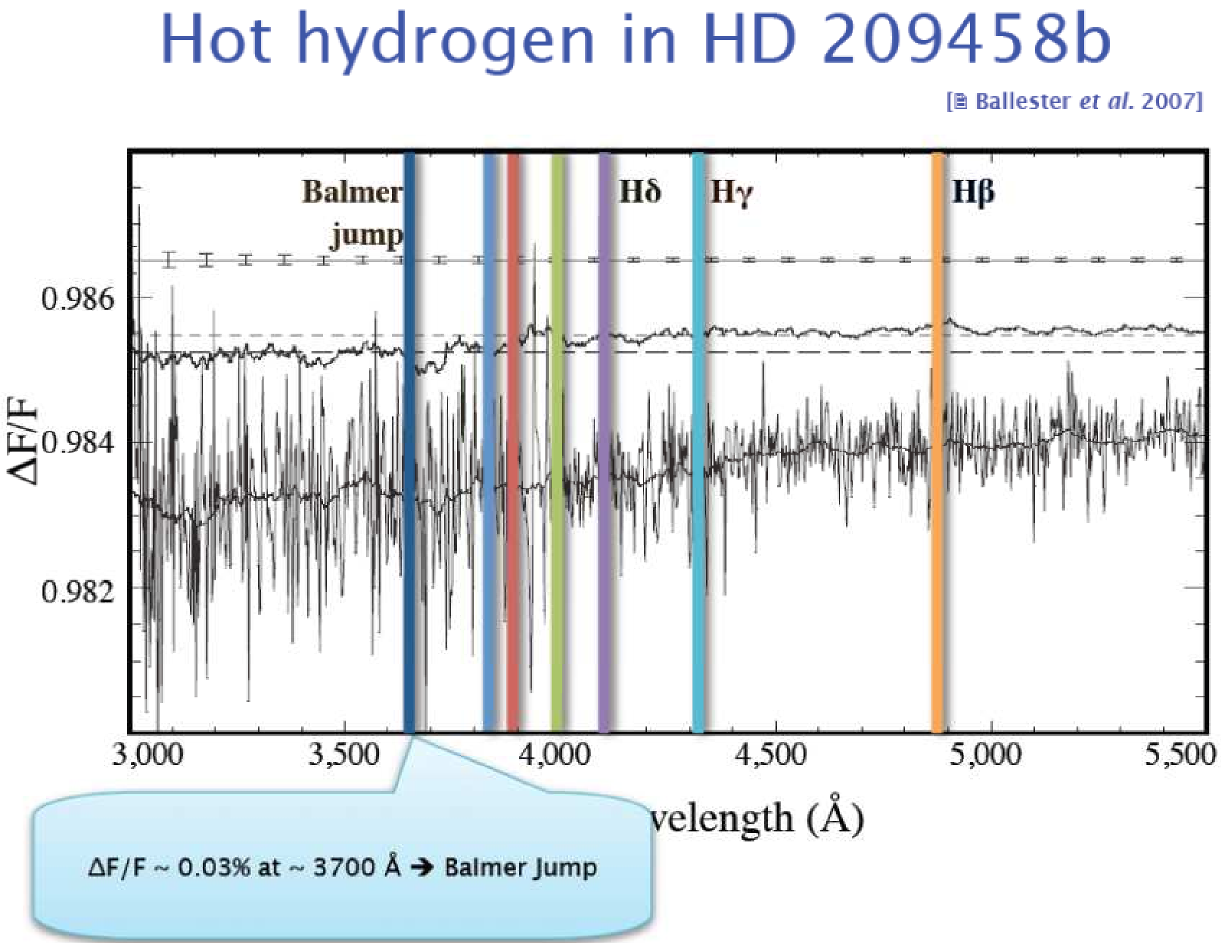
Spektrum exoplanety HD 209 458b Balmerův skok - „horký“ vodík

Atmosféra exoplanety je ohřívána (a = 6,7 mil. km) hvězdou, rozepíná se, z horní vrstvy uniká vodík

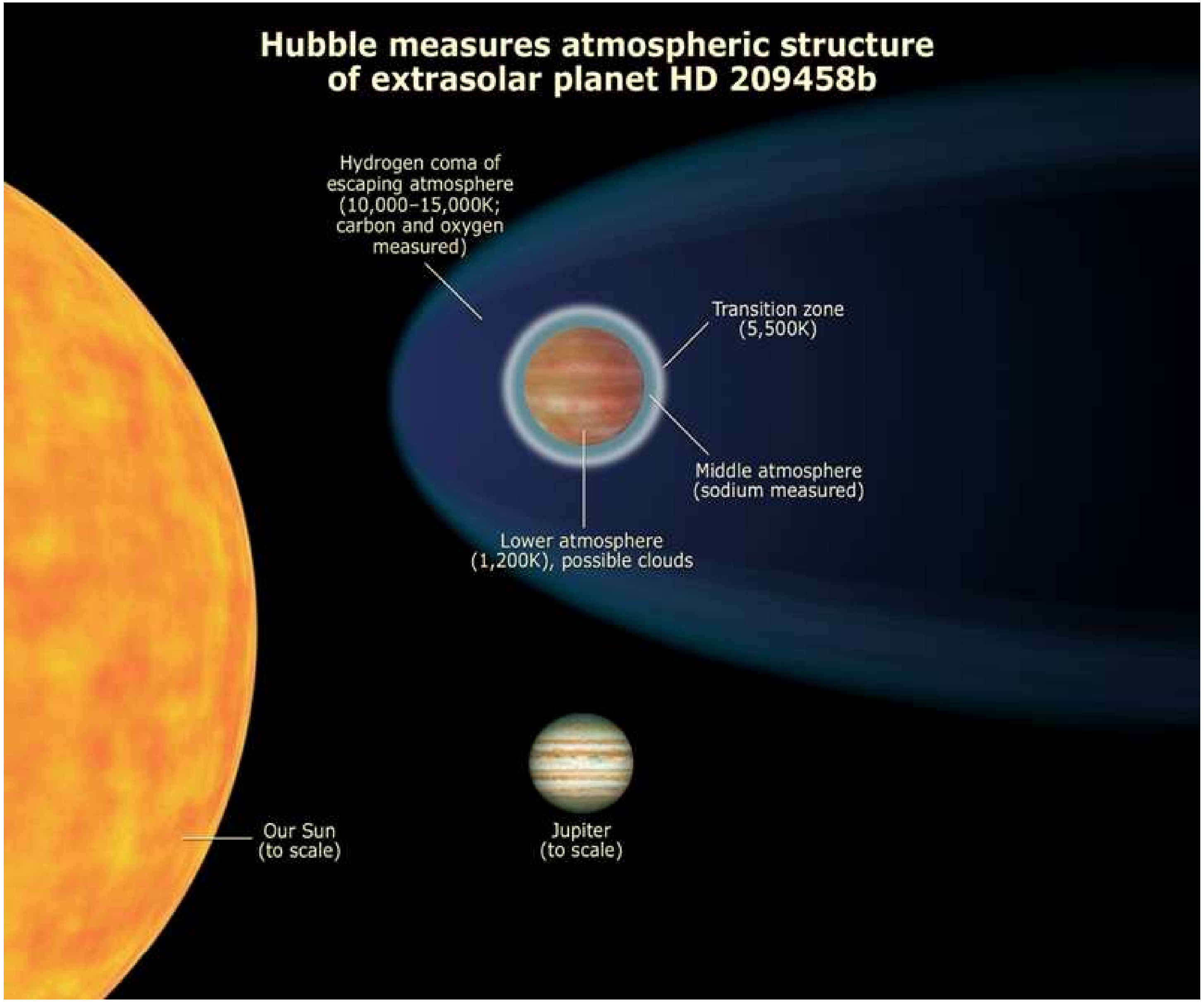
odečtení spekter hvězdy a při tranzitu = **spektrum exoplanety**

→ Balmerův skok

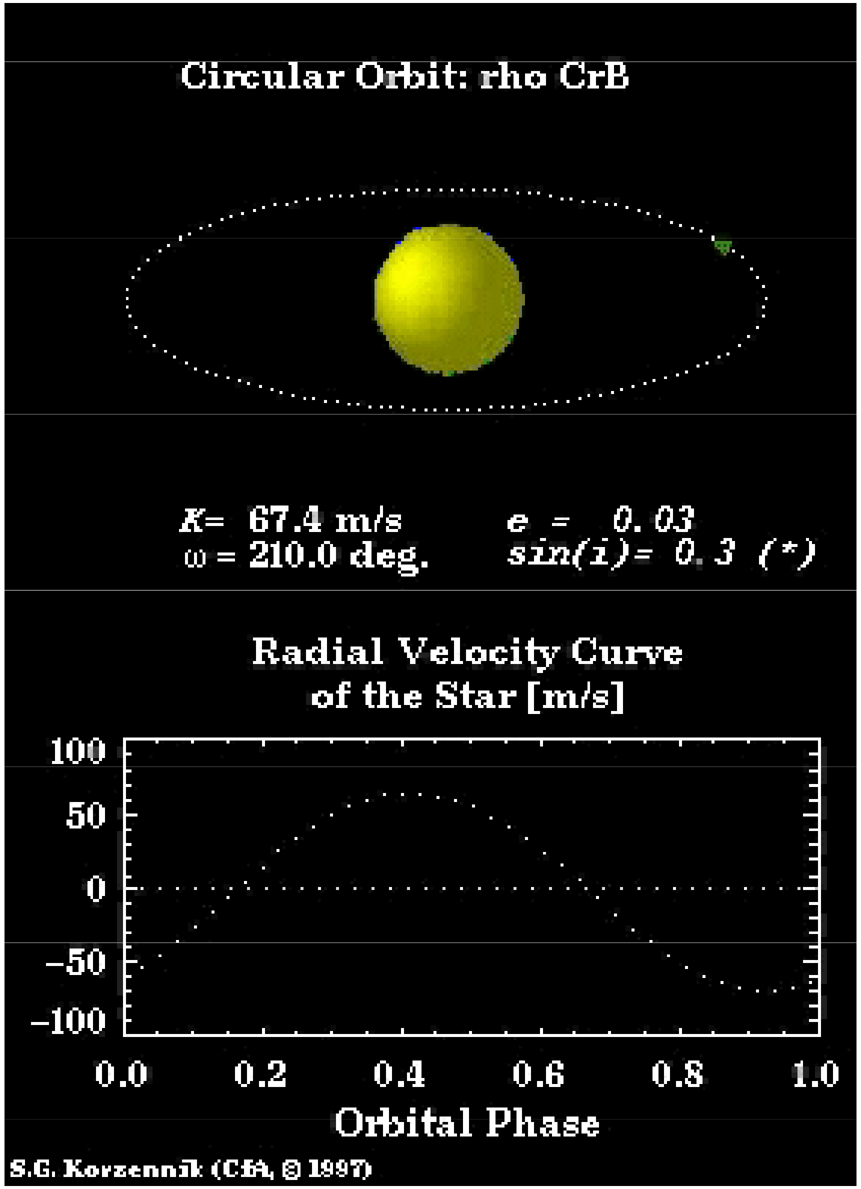




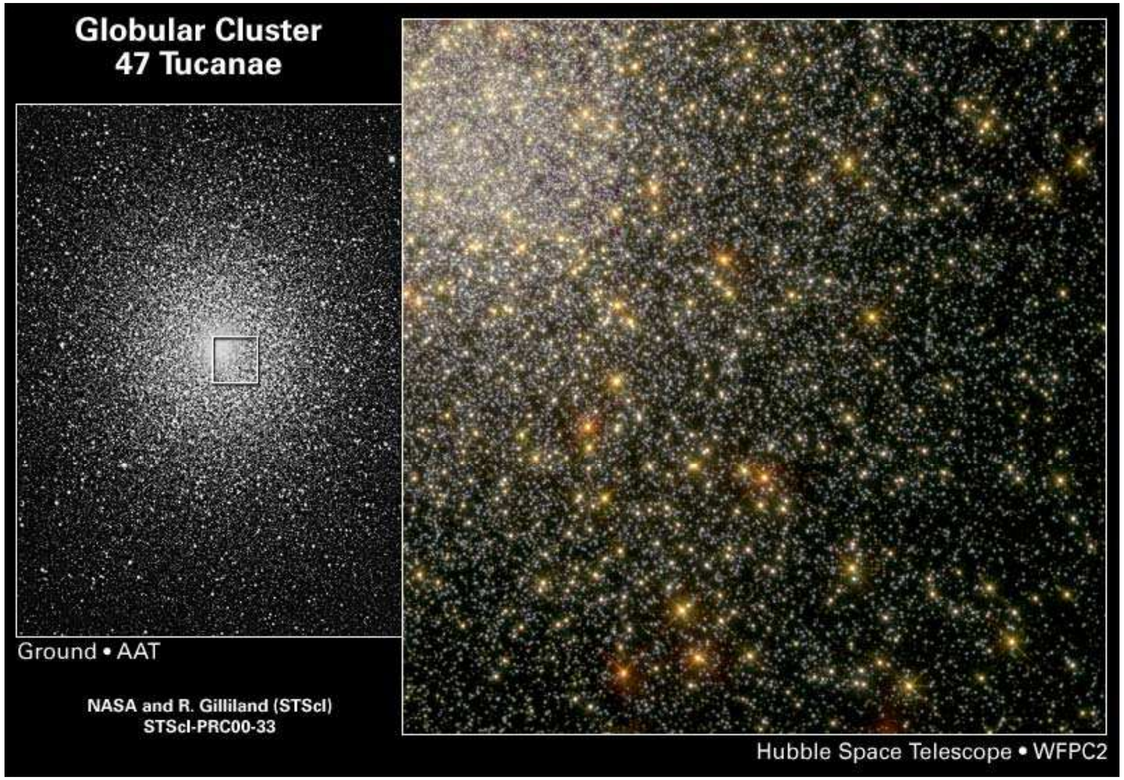
Struktura atmosféry exoplanety HD 209458b



Spektroskopické studium exoplanet



Extrasolární soustavy



NGC 104, 47 Tuc,
r = 4,7 kpc

stáří 11 miliard, Fe/H ↓,

středová hustota
$1{,}5.10^5$ pc^{-3}

platí $\tau_{tran} = 1.412 M_*^{-1/3} R_* P_{orb}^{1/3}$

M_*, R_*, P_{orb} …dny, τ… hod,

$M_* = 0{,}81$, $R_* = 0{,}92$, $P_{orb} = 3{,}8$ dne,
$\tau = 2{,}2$ hod

HST WFPC2, 8,3 dne
předpoklad: **17 planet**

Extrasolární soustavy

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 545:L47–L51, 2000 December 10

A LACK OF PLANETS IN 47 TUCANAE FROM A *HUBBLE SPACE TELESCOPE* SEARCH[1]

RONALD L. GILLILAND,[2] T. M. BROWN,[3] P. GUHATHAKURTA,[4] A. SARAJEDINI,[5] E. F. MILONE,[6] M. D. ALBROW,[2] N. R. BALIBER,[7] H. BRUNTT,[8] A. BURROWS,[9] D. CHARBONNEAU,[3,10] P. CHOI,[4] W. D. COCHRAN,[7] P. D. EDMONDS,[10] S. FRANDSEN,[8] J. H. HOWELL,[4] D. N. C. LIN,[4] G. W. MARCY,[11] M. MAYOR,[12] D. NAEF,[12] S. SIGURDSSON,[13] C. R. STAGG,[6] D. A. VANDENBERG,[14] S. S. VOGT,[4] AND M. D. WILLIAMS[6]

Received 2000 August 25; accepted 2000 October 10; published 2000 November 28

ABSTRACT

We report results from a large *Hubble Space Telescope* project to observe a significant (~34,000) ensemble of main-sequence stars in the globular cluster 47 Tucanae with a goal of defining the frequency of inner orbit, gas giant planets. Simulations based on the characteristics of the 8.3 days of time series data in the F555W and F814W Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) filters show that ~17 planets should be detected by photometric transit signals if the frequency of hot Jupiters found in the solar neighborhood is assumed to hold for 47 Tuc. The experiment provided high-quality data sufficient to detect planets. A full analysis of these WFPC2 data reveals ~75 variables, but no light curves resulted for which a convincing interpretation as a planet could be made. The planet frequency in 47 Tuc is at least an order of magnitude below that for the solar neighborhood. The cause of the absence of close-in planets in 47 Tuc is not yet known; presumably the low metallicity and/or crowding of 47 Tuc interfered with planet formation, with orbital evolution to close-in positions, or with planet survival.

Subject headings: binaries: eclipsing — globular clusters: individual (NGC 104, 47 Tucanae) — planetary systems — techniques: photometric

Nenalezení extrasolárních planet v NGC 104

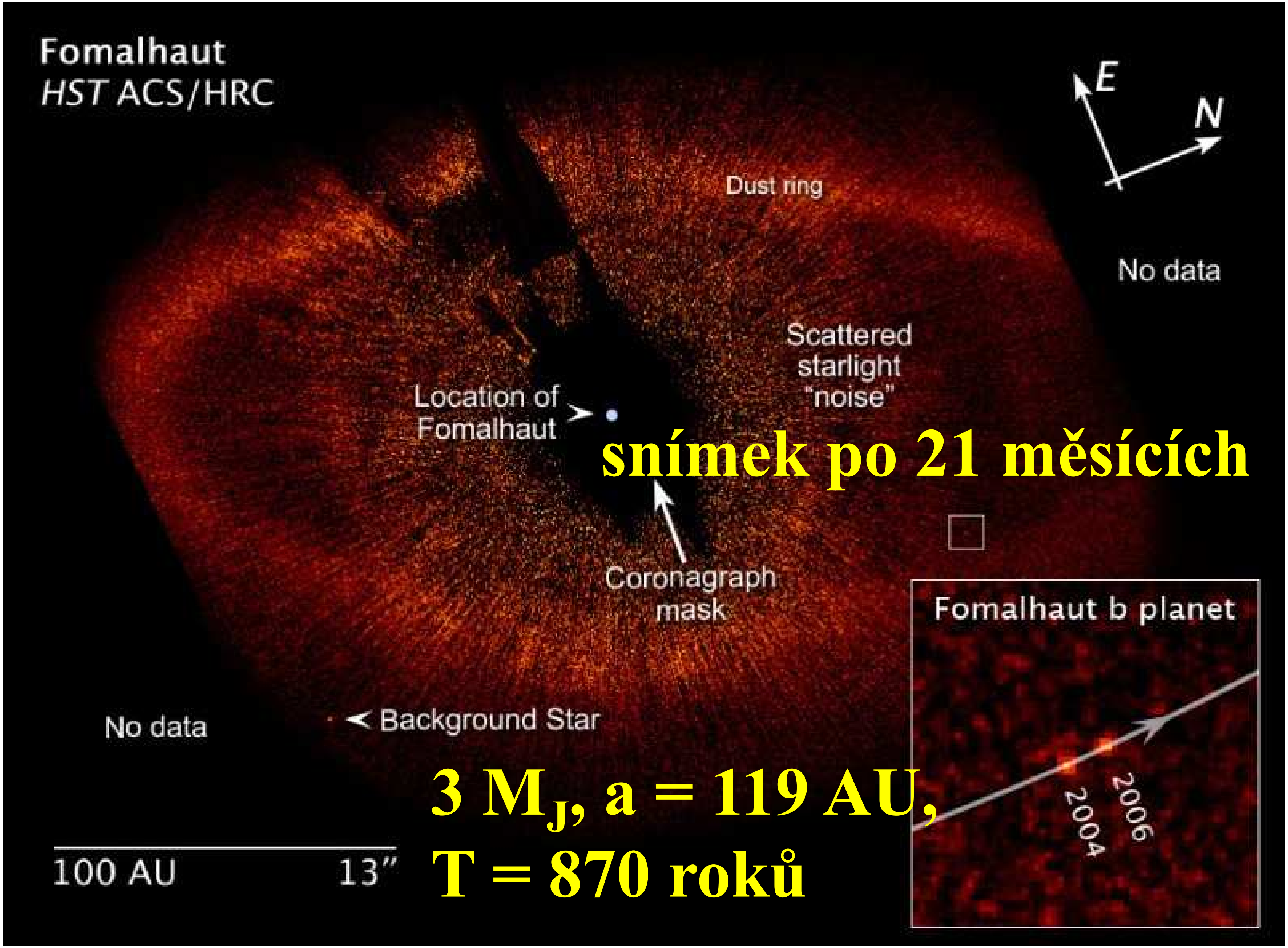
fotometricky pozorováno 34 000 hvězd, nalezeno 75 proměnných hvězd, **negativní výsledek u planet**,

Vysvětlení:

- **planety se vůbec neformovaly nebo velmi zřídka**
- **planety byly „roztrhány“ mateřskými hvězdami**

Příčina: nízký obsahem kovů respektive fotovypařování protoplanetárních disků ?!

Exoplaneta u hvězdy Fomalhaut – *rybí tlama*



Exoplaneta Fomalhaut b

Planeta **Fomalhaut b** obíhá kolem hvězdy **Fomalhaut a**, r = 7,66 pc. Hvězda: 2,1 M_S, poloměru 1,8 R_S, povrchová teplota 8 700 K. Planeta obíhá po dráze s a = 115 au, dráhová rovina shodná s rovinou oblohy. Určete oběžnou dobu planety T v rocích. HST snímkování planety v letech 2004 a 2006. Jakou vzdálenost urazila planeta mezi oběma snímky?

Řešení: úhlová vzdálenost mezi hvězdou **Fomalhaut a** a **planetou Fomalhaut** b je

$$\varphi = \frac{115.1{,}496.10^{11}}{7{,}66.3{,}086.10^{16}} = 7{,}29.10^{-5}\, rad \approx 15''$$

III. Keplerův zákon v přesném tvaru $a^3 = \frac{G}{4\pi^2} M T^2$ Porovnáním soustavy Fomalhaut a – b se soustavou Slunce – Země obdržíme

$$\left(\frac{a_{Fb}}{a_Z}\right)^3 = \frac{M_{Fa}}{M_S}\left(\frac{T_{Fb}}{T_Z}\right)^2$$

Velikost velké poloosy v au, oběžná doby v rocích obdržíme

$$a_{Fb}^3 = \frac{M_{Fa}}{M_S} T_{Fb}^2$$

Po dosazení $T_{Fb} = 850\, roků$ Při zjednodušení - kruhová oběžná dráha planety je 2πaFb. Za dva roky činí uražená dráha planetou

$$\frac{2\pi a_F}{850} 2 = 1{,}7\, AU$$

Astrofyzika IX.

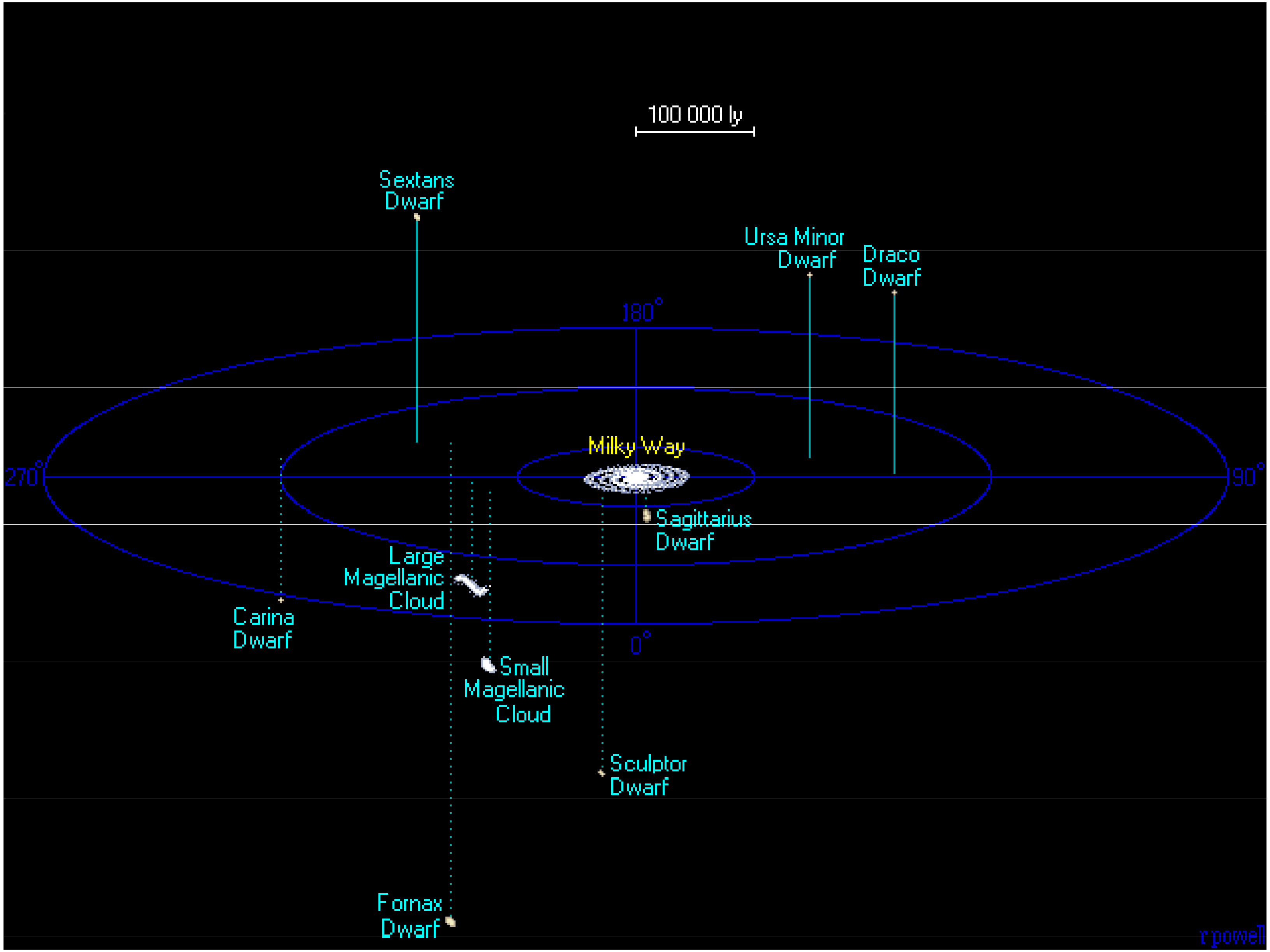
galaxie, jejich aktivita, kvasary



Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

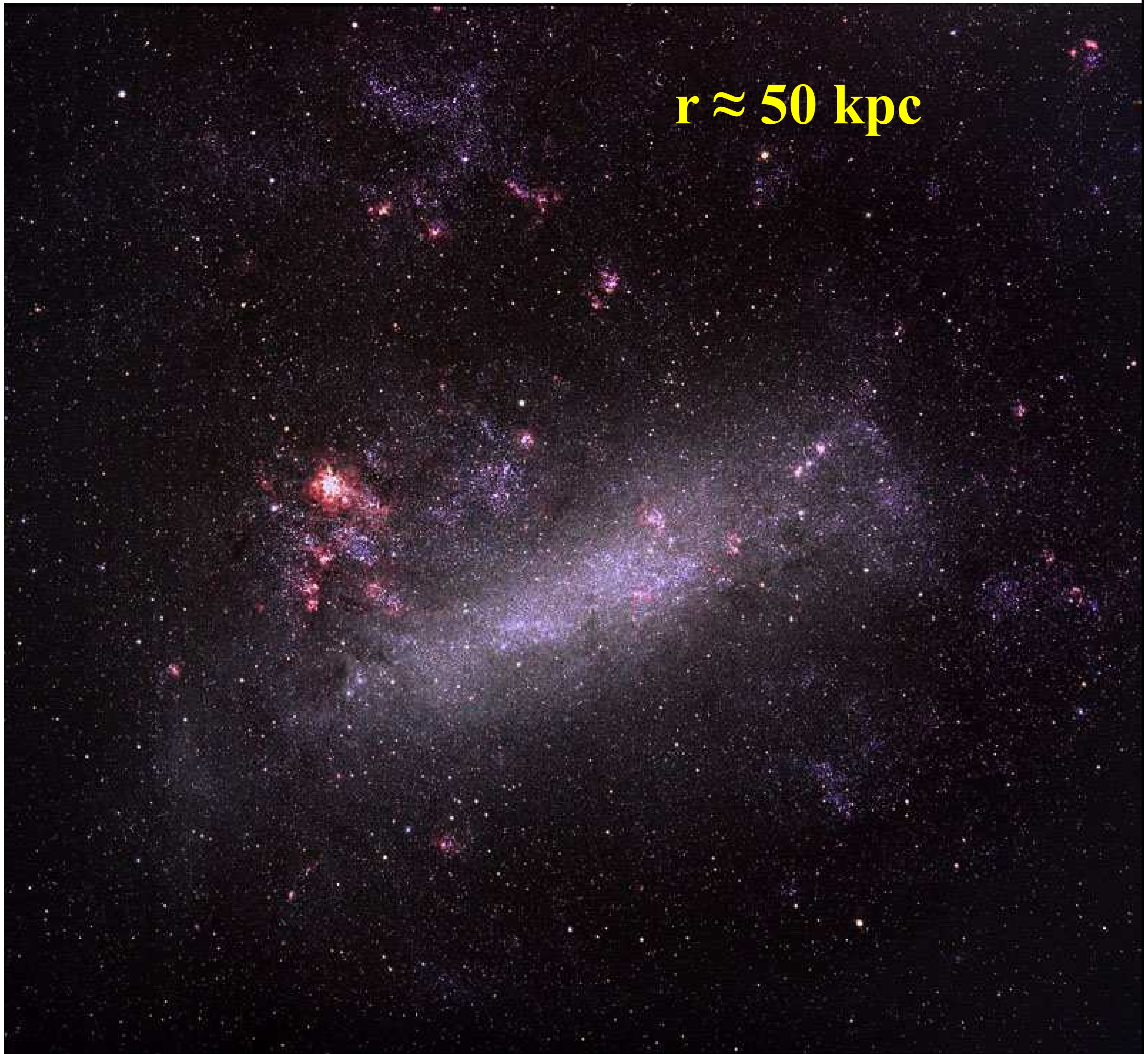
Nejbližší okolí Galaxie



Velký Magellanův oblak



Tarantule-emisní mlhovina



Galaxie v souhvězdí Andromedy



Galaxie v souhvězdí Andromedy
disk modrých hvězd kolem černé díry v jádře



M 31 x Galaxie

Mon. Not. R. Astron. Soc. 000, 000–000 (0000) Printed 20 February 2008 (MN LaTeX style file v2.2)

The Collision Between The Milky Way And Andromeda

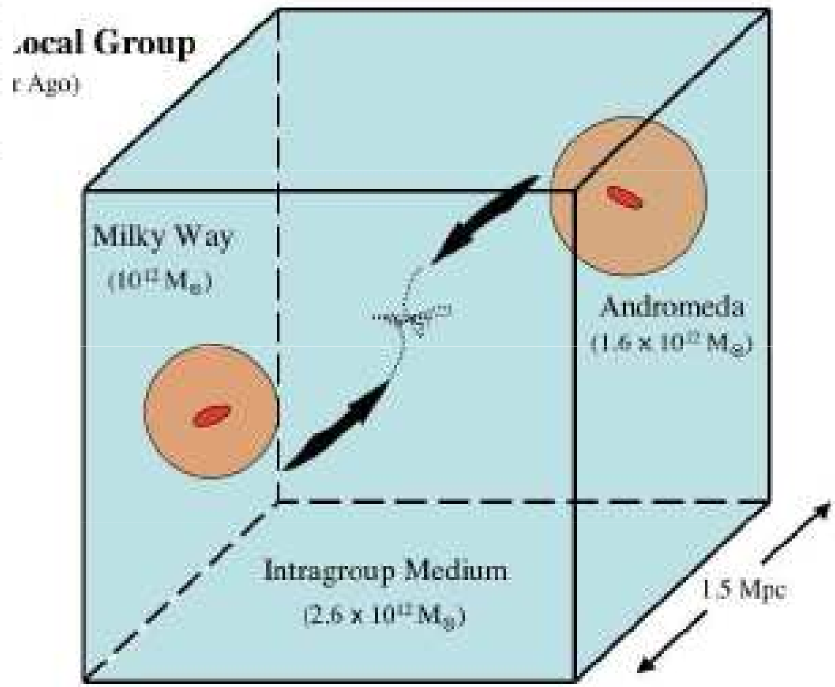
T. J. Cox* and Abraham Loeb†
Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 60 Garden Street, Cambridge, MA 02138, USA

20 February 2008

ABSTRACT

We use a N–body/hydrodynamic simulation to forecast the future encounter between the Milky Way and the Andromeda galaxies, given current observational constraints on their relative distance, relative velocity, and masses. Allowing for a comparable amount of diffuse mass to fill the volume of the Local Group, we find that the two galaxies are likely to collide in a few billion years - within the Sun's lifetime. During the the interaction, there is a chance that the Sun will be pulled away from its present orbital radius and reside in an extended tidal tail. The likelihood for this outcome increases as the merger progresses, and there is a remote possibility that our Sun will be more tightly bound to Andromeda than to the Milky Way before the final merger. Eventually, after the merger has completed, the Sun is most likely to be scattered to the outer halo and reside at much larger radii (> 30 kpc). The density profiles of the stars, gas and dark matter in the merger product resemble those of elliptical galaxies. Our Local Group model therefore provides a prototype progenitor of late–forming elliptical galaxies.

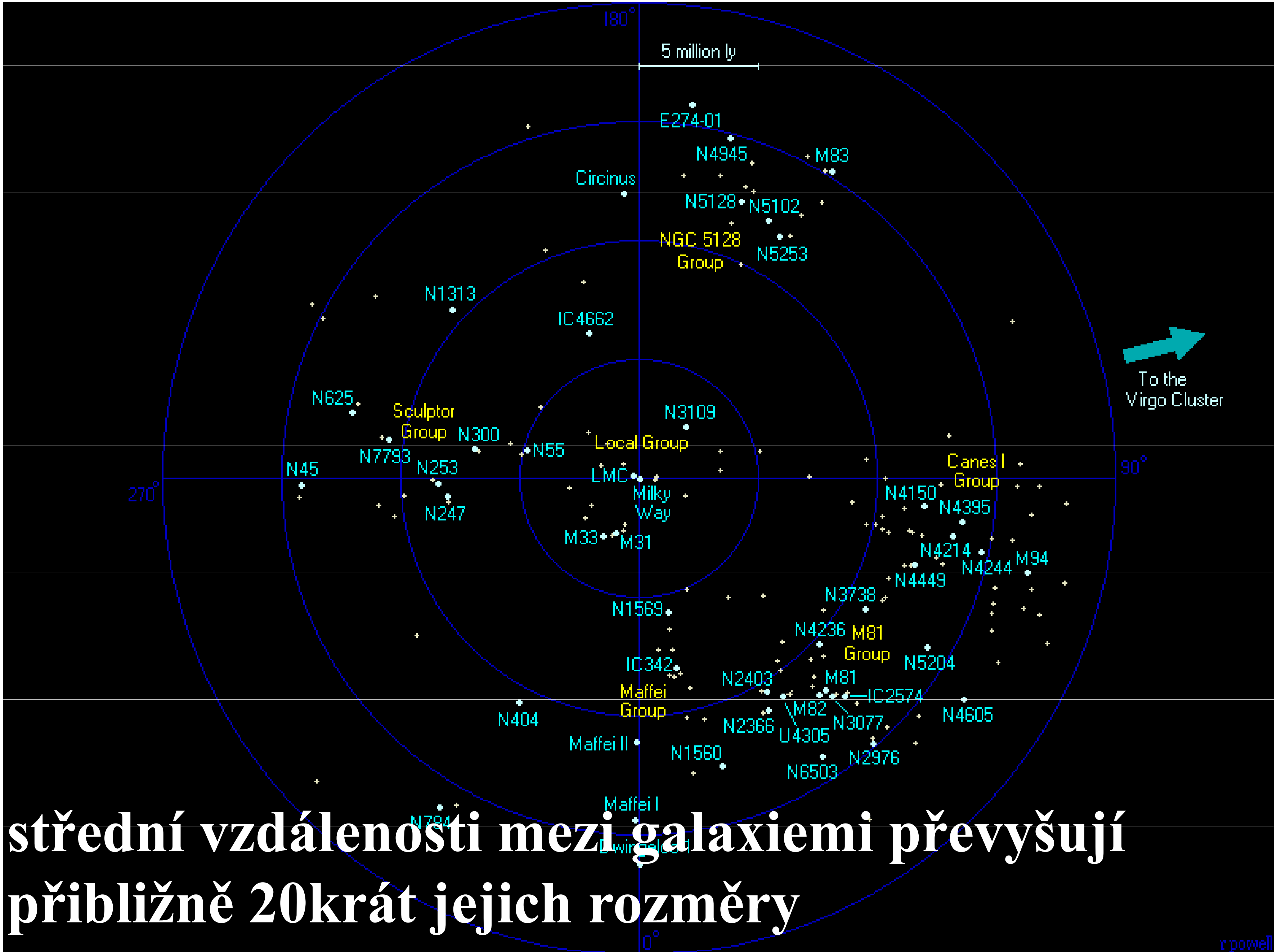
Key words: galaxy:evolution — galaxies:evolution — galaxies:formation — galaxies:interactions — Local Group — methods:N-body simulations.



Srážka galaxií

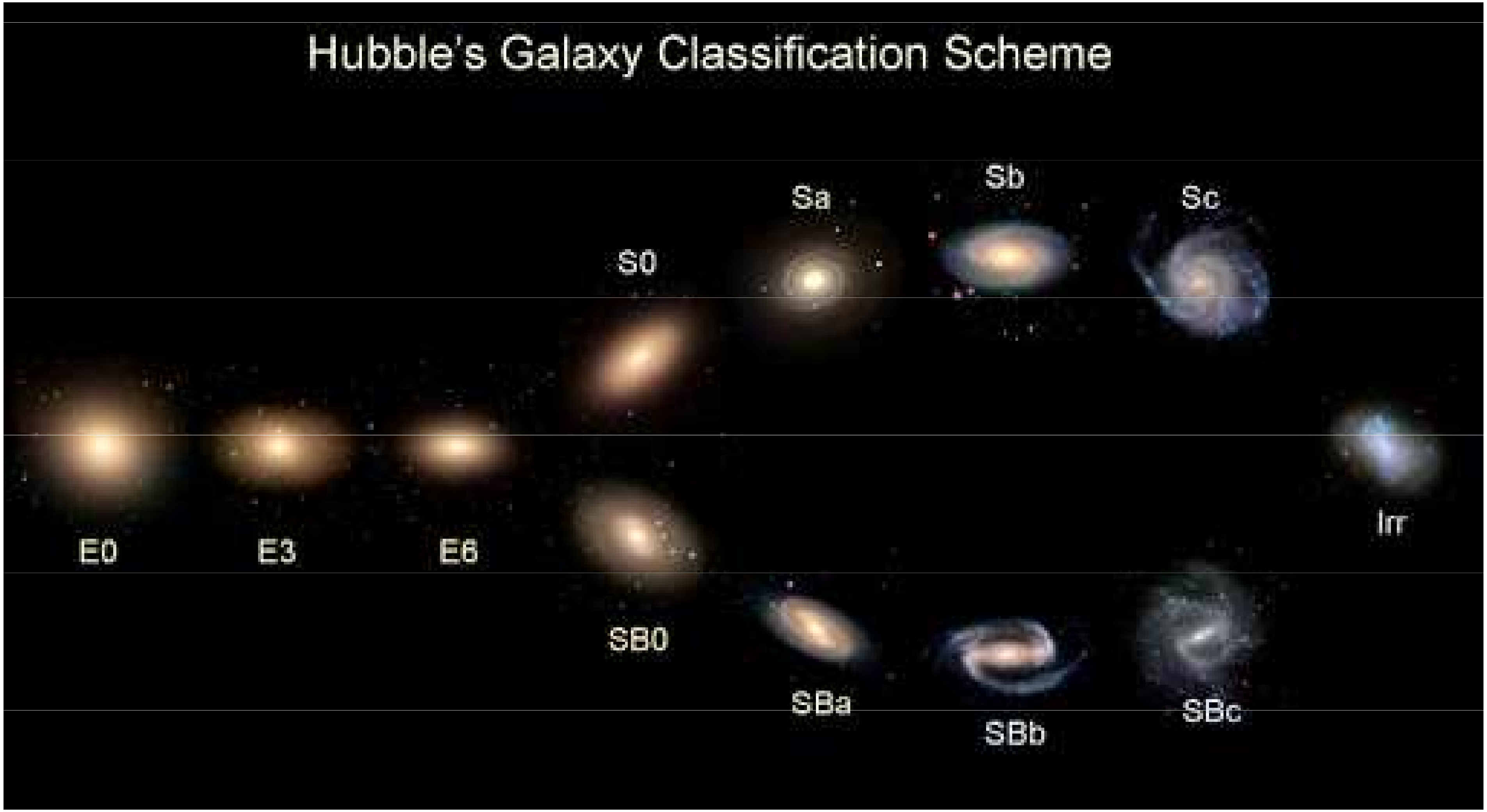


Kupa galaxií

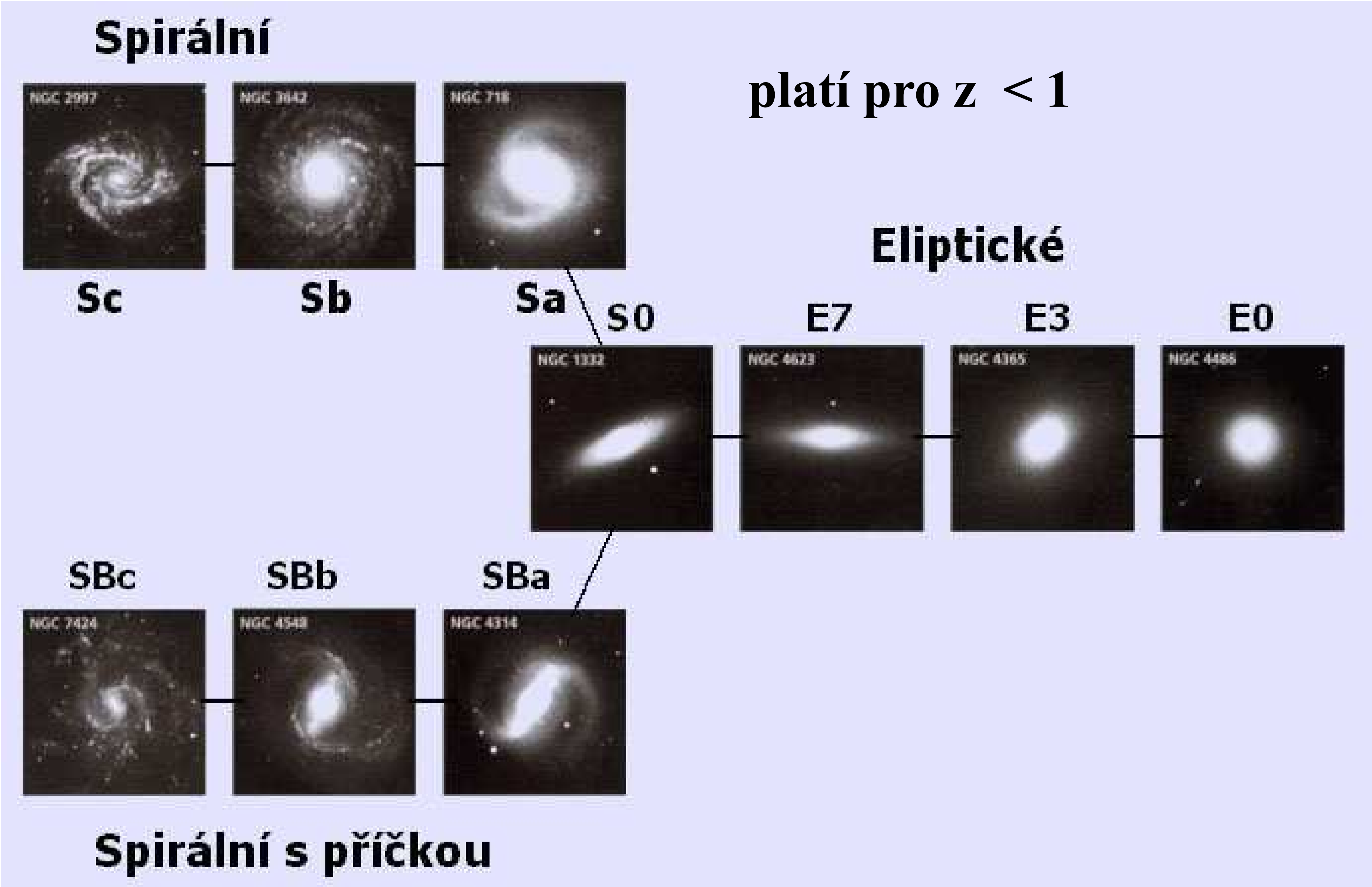


střední vzdálenosti mezi galaxiemi převyšují přibližně 20krát jejich rozměry

Hubbleova klasifikace



Hubbleova klasifikace galaxií



Hubbleova klasifikace galaxií

podle vnějšího vzhledu v původní klasifikaci rozdělujeme galaxie na
eliptické E - 13 %
spirální S - 62 %
čočkovitého tvaru S0 - 9 %
nepravidelné Ir - 3 %
zvláštní typy galaxií - 13 %

Eliptické galaxie mají tvar elipsoidů různého zploštění, hvězdy rozloženy symetricky, jejich hustota rovnoměrně ubývá od středu k okraji, ve složení převládají staré červené hvězdy – obři, veleobři, obsahují menší množství mezihvězdné látky

přechodným typem mezi galaxiemi **E** a **S** jsou galaxie čočkovitého tvaru **S0**

V průběhu vývoje za miliardy roků ***galaxie mohou měnit svůj typ***

Problémy tradiční galaktické klasifikace

Problems with traditional galaxy classification

Appearance of galaxies is strongly dependent on **which wavelength** the observations are made in.

e.g. the nearby galaxy M81



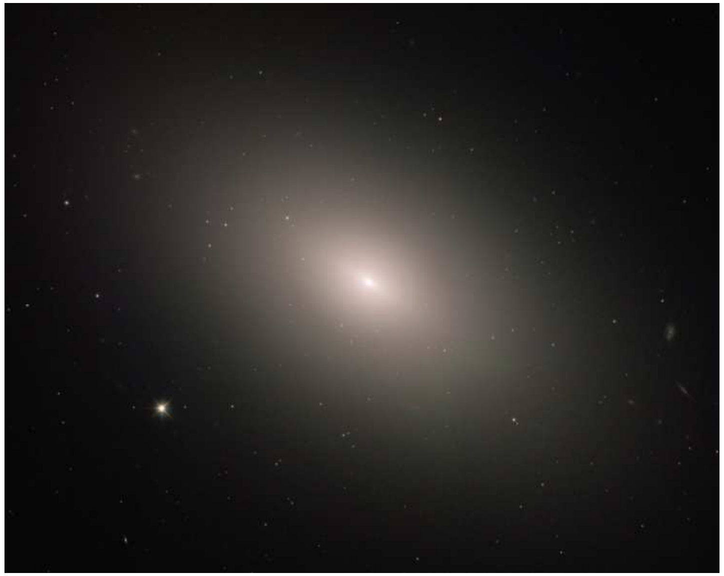
Note: large change in appearance between the UV and the near infrared images.

M 87 - eliptická galaxie E0





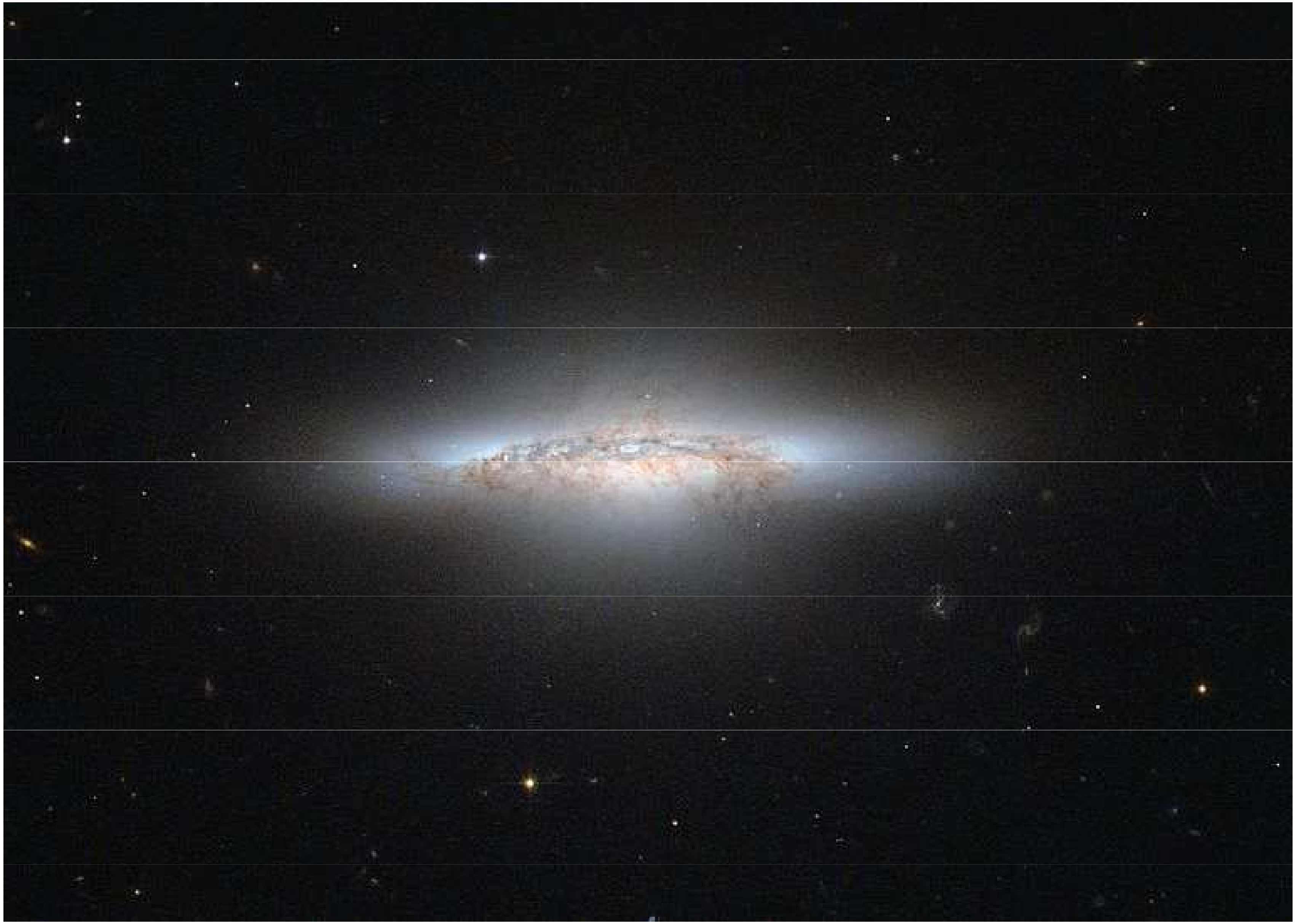
M 59 - eliptická galaxie E5



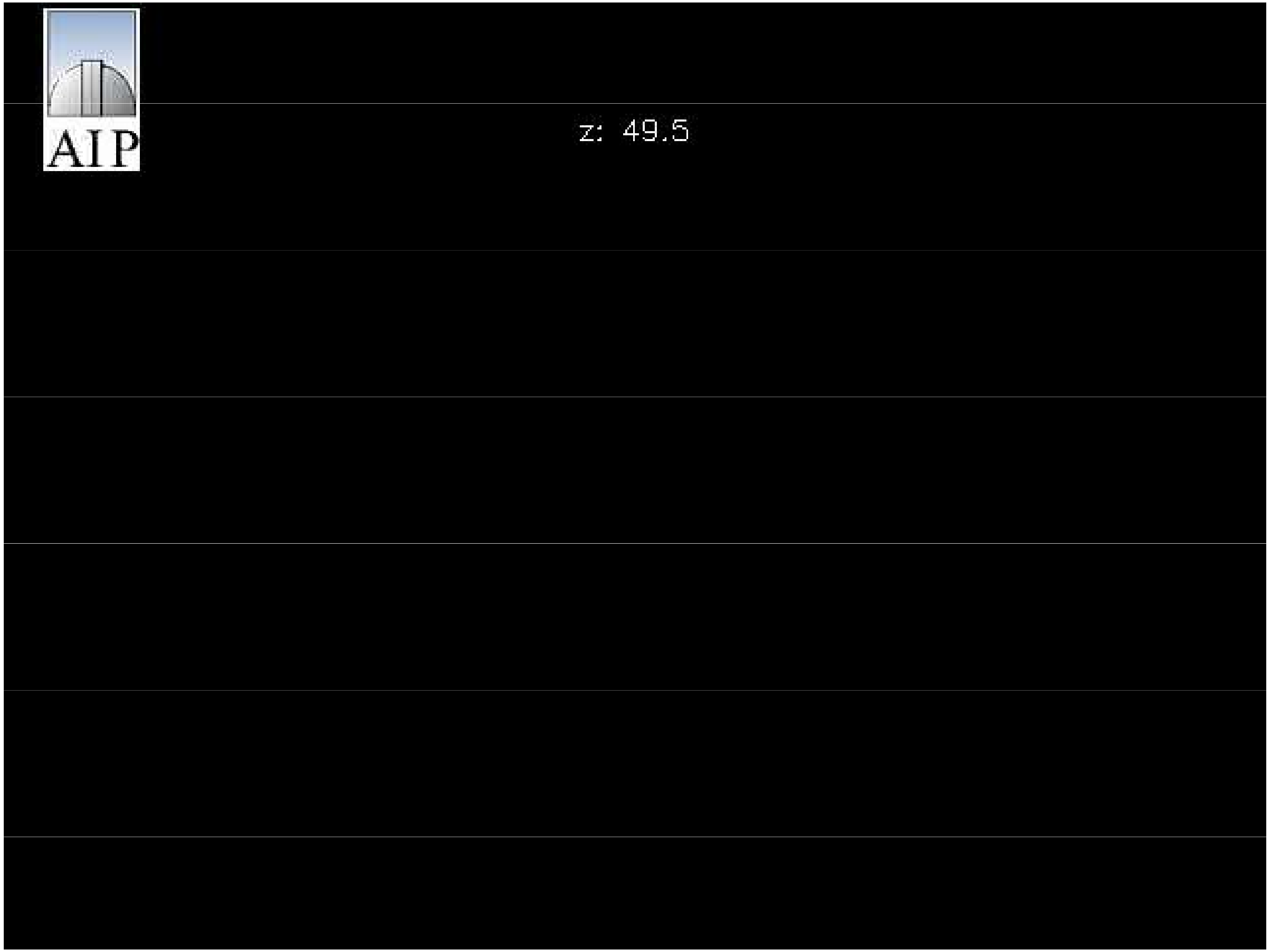
M 59 a M 60



Čočkovitá galaxie S0 NGC 5010



Vývoj eliptických galaxií



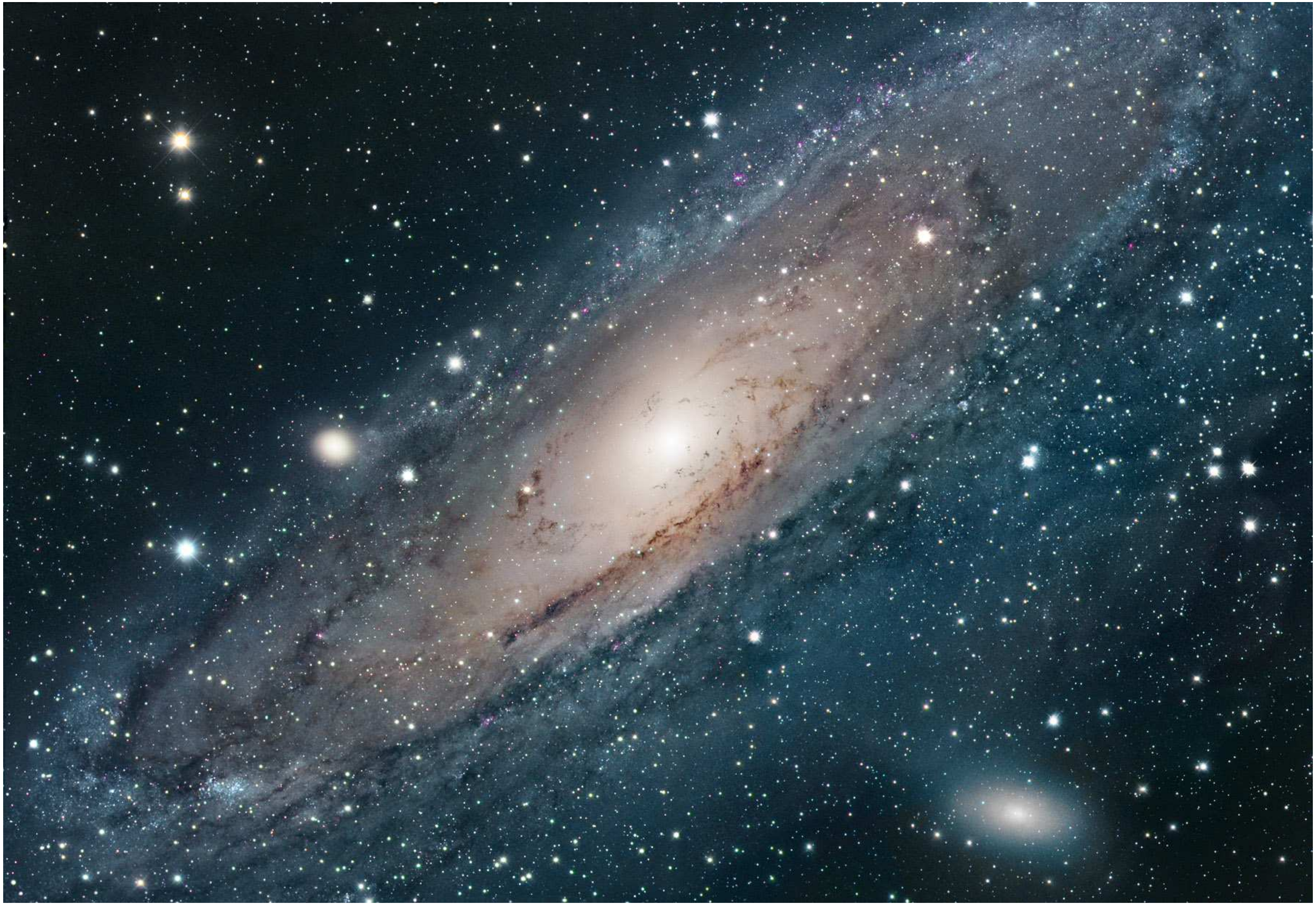
Spirální galaxie

Spirální galaxie se dělí na podtypy **Sa, Sb, Sc** podle vzájemného poměru jejich sférických a plochých složek, **Sa** je charakterizována relativně velkým jádrem a slabě vyvinutými spirálními rameny, v galaxiích **Sc** je naopak jádro nevýrazné, dominuje plochá složka s velkým množstvím mezihvězdné hmoty a horkých hvězd, tvořících mohutná spirální ramena, naše Galaxie spadá do přechodného typu **Sb – Sc** s příčkou

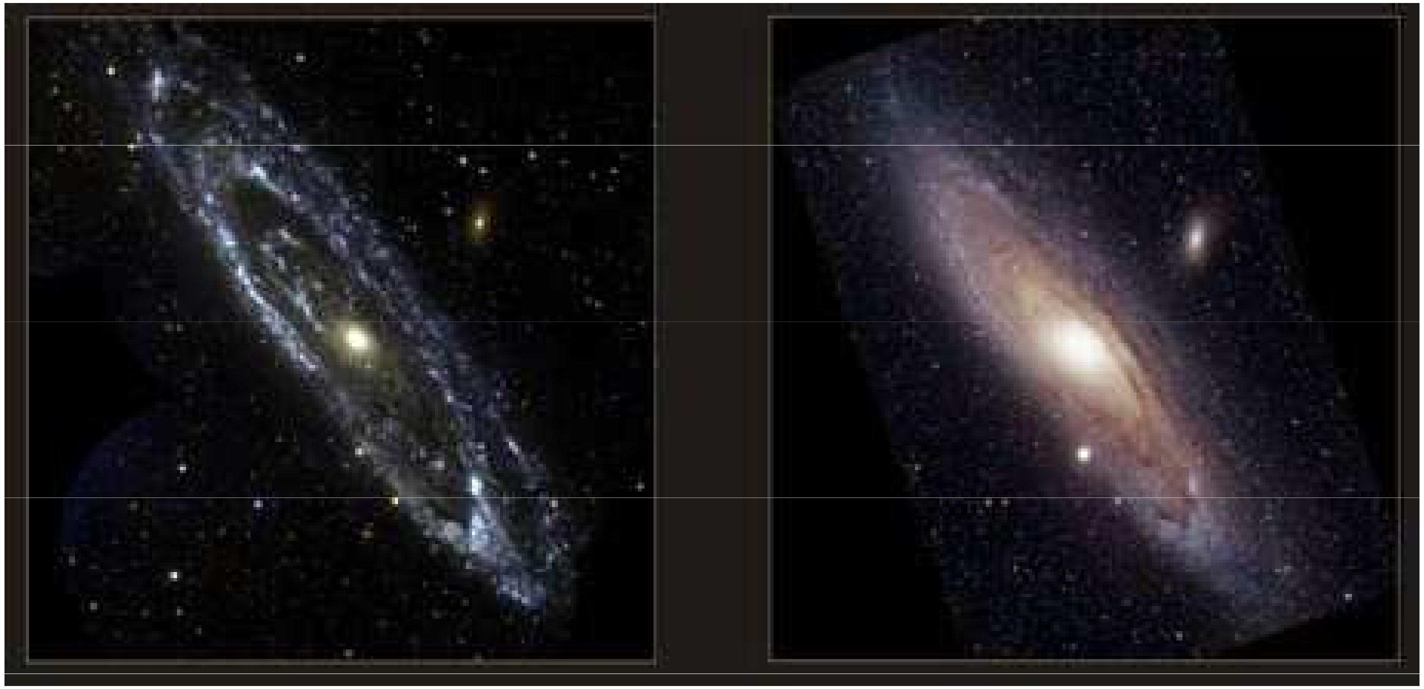
Galaxie Sa - Sombrero



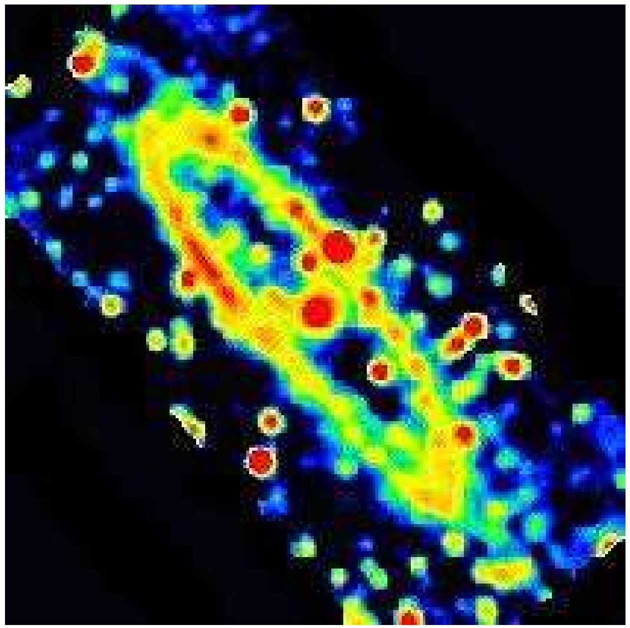
Galaxie Sb v souhvězdí Andromedy



Galaxie M 31 v různých spektrálních oborech







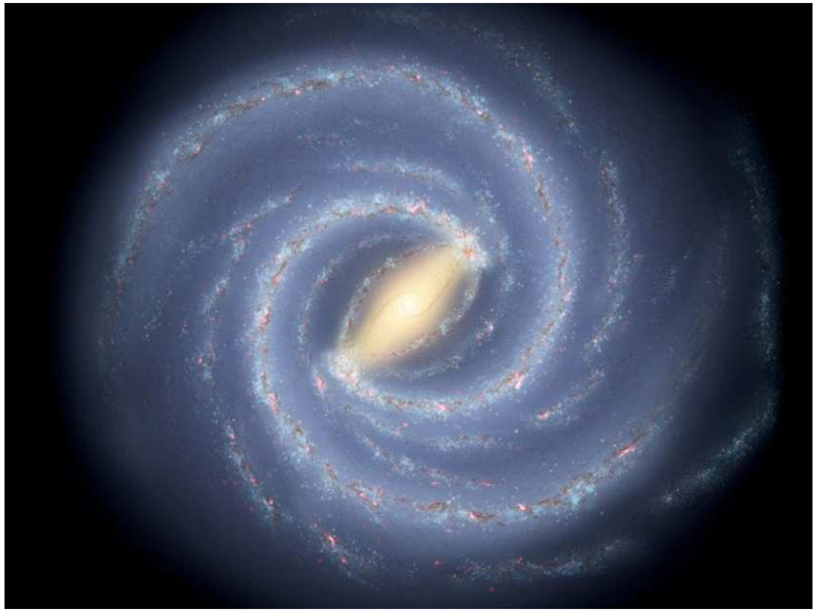
Galaxie Sc M 33 v Trojúhelníku

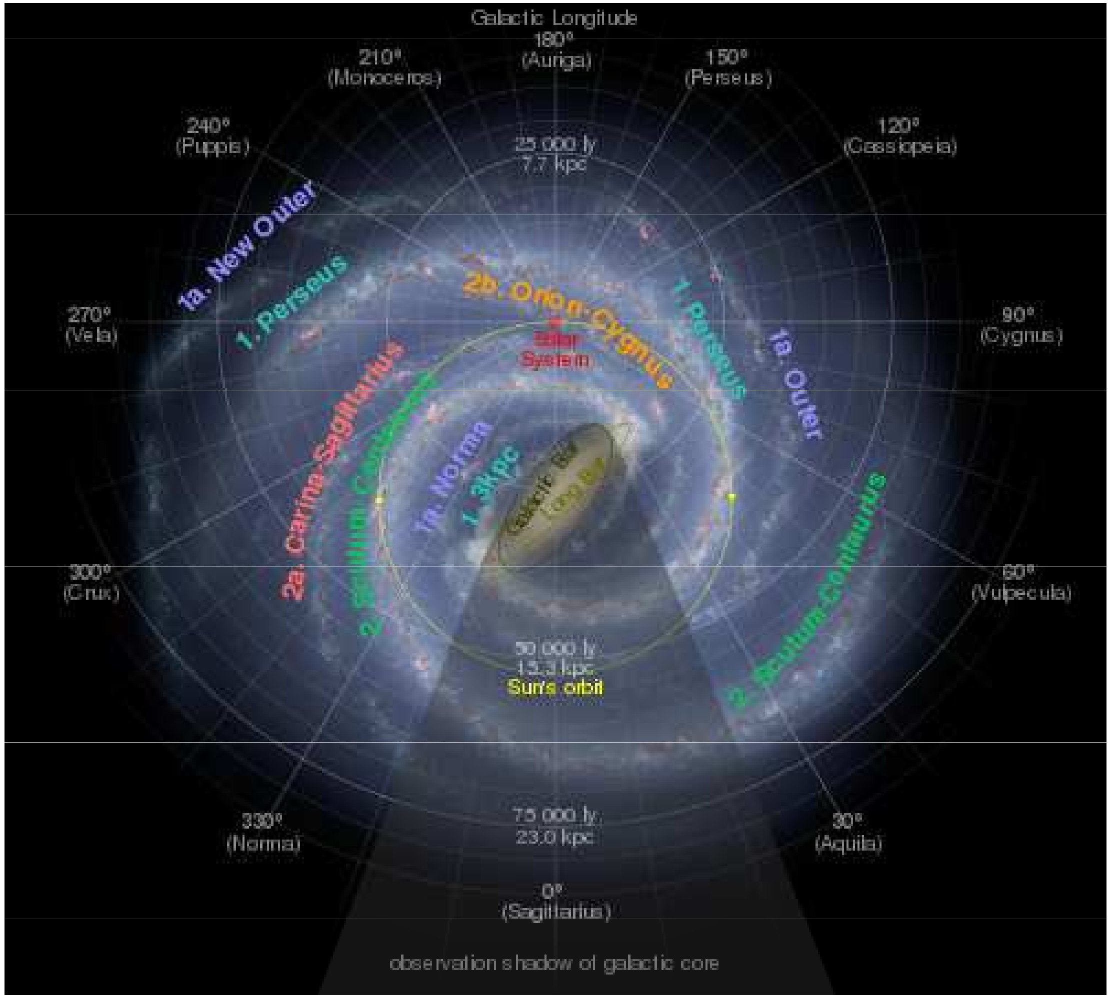


Spirální galaxie s příčkou



Naše Galaxie Sb



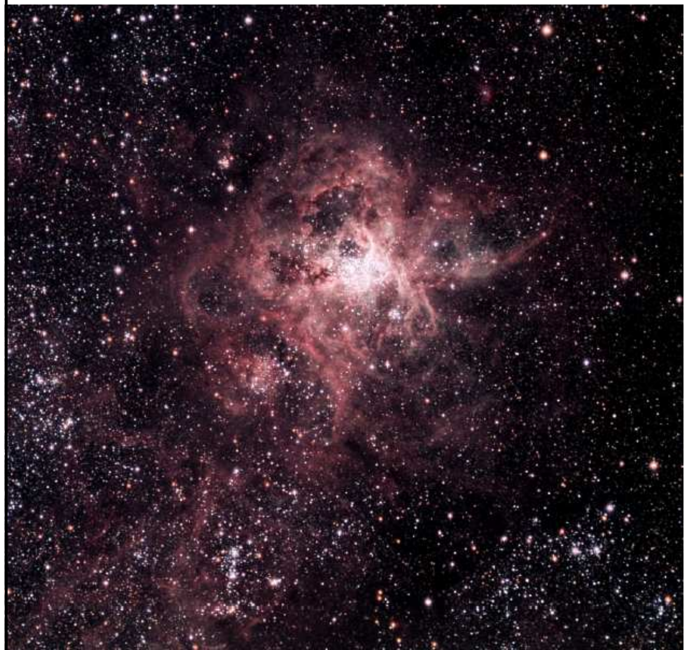


Nepravidelné galaxie

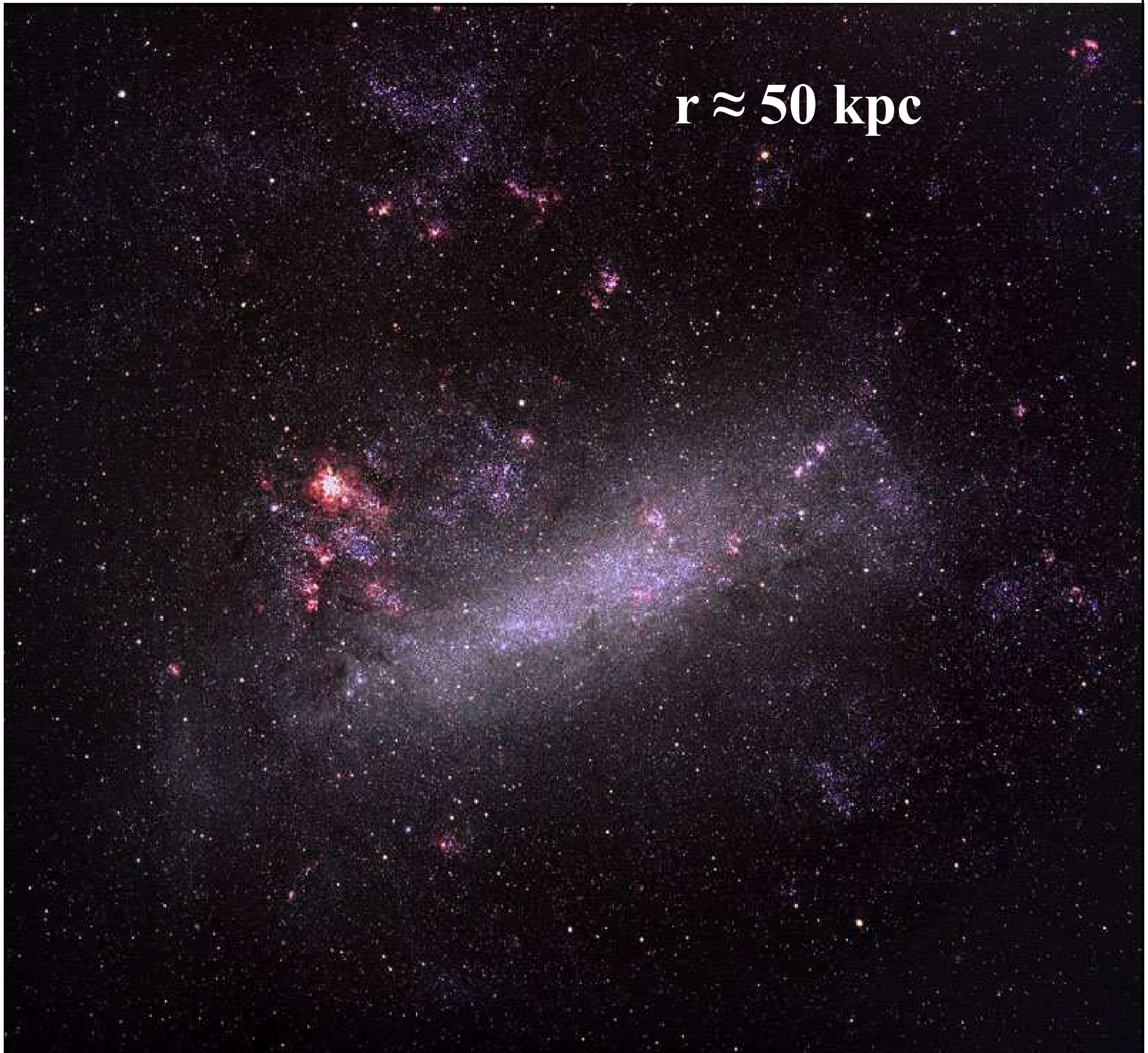
nepravidelné galaxie jsou zpravidla nejméně hmotné, avšak obsahují relativně nejvíce mezihvězdné hmoty (30 - 40%), proto v nich vzniká nejvíce hvězd

posloupnost galaxií Ir - Sc - Sb - Sa - S0 - E odráží různé počáteční podmínky při vzniku galaxií, podél této posloupnosti se zmenšuje **moment hybnosti** na jednotku hmotnosti galaxie, který má významnou roli při tvorbě jednotlivých hvězd, ***nejde o vývojovou posloupnost***

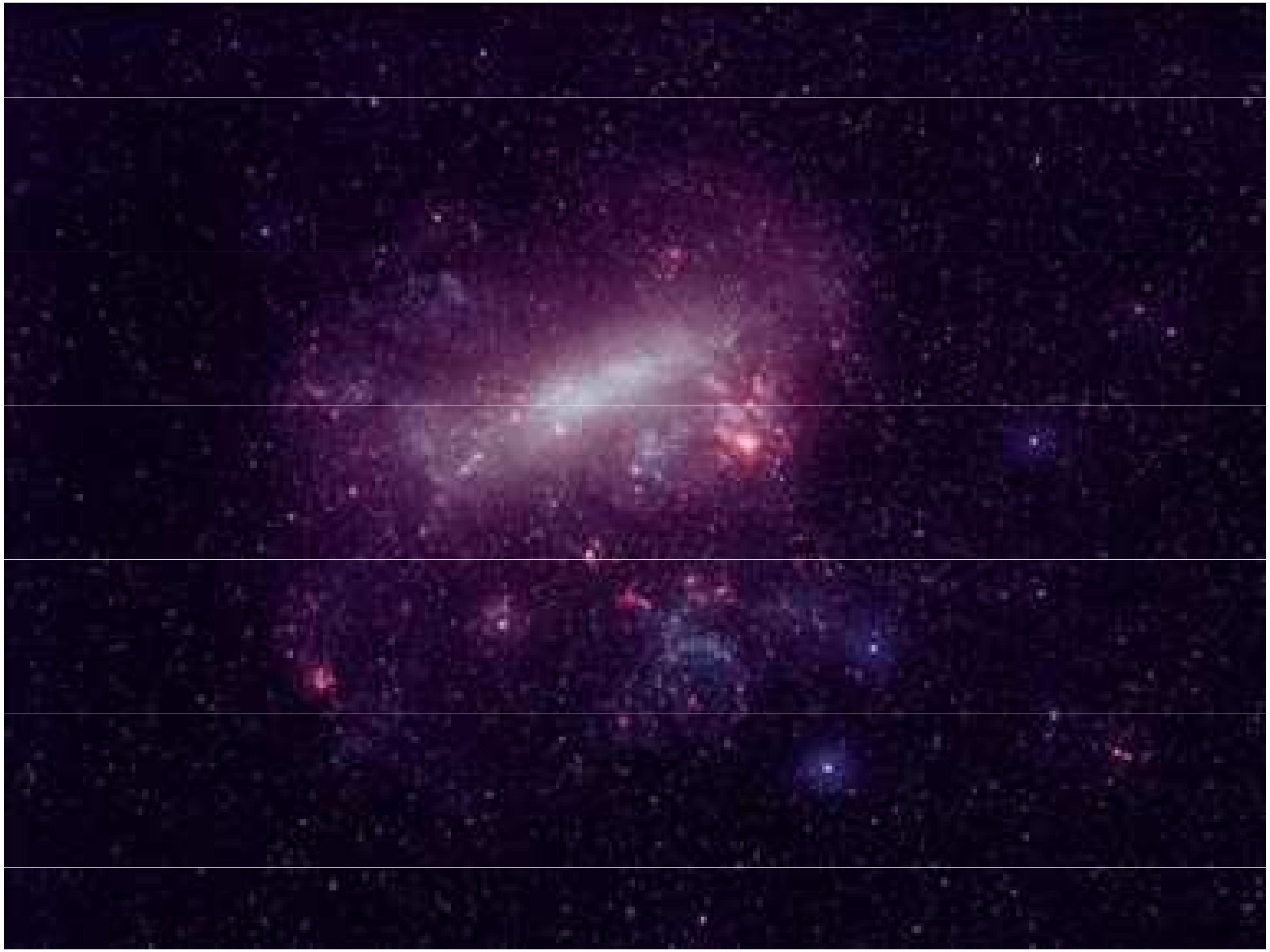
Velký Magellanův oblak galaxie Ir



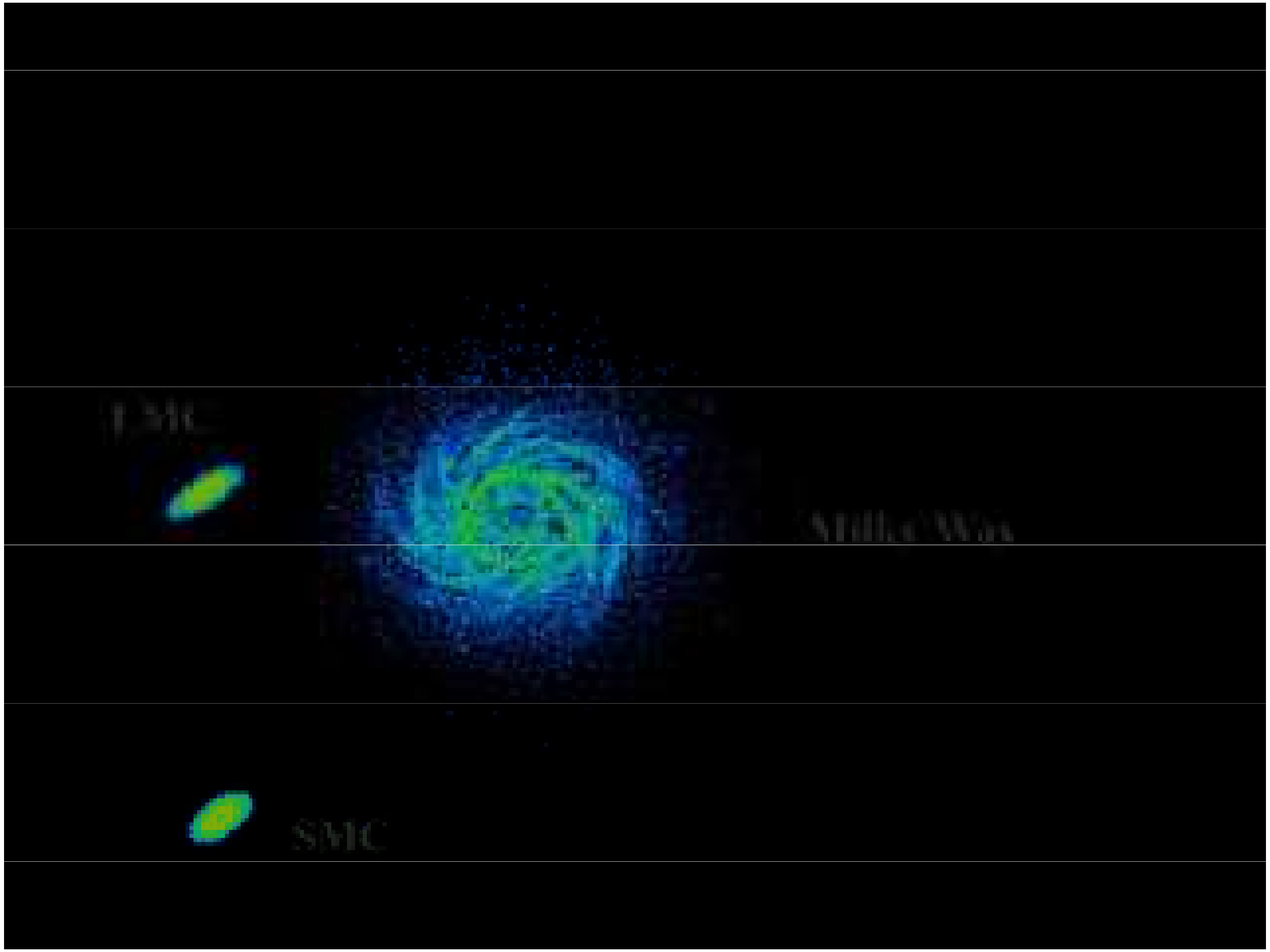
Tarantule-emisní mlhovina



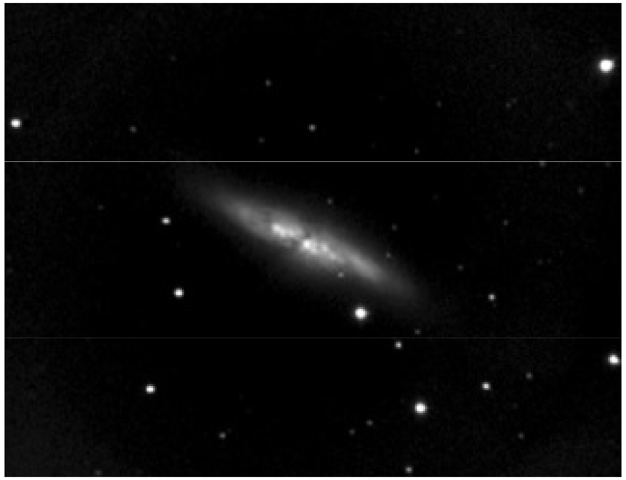
Velký Magellanův oblak - vznik hvězd



Interagující galaxie



Galaxie M 82 Ir



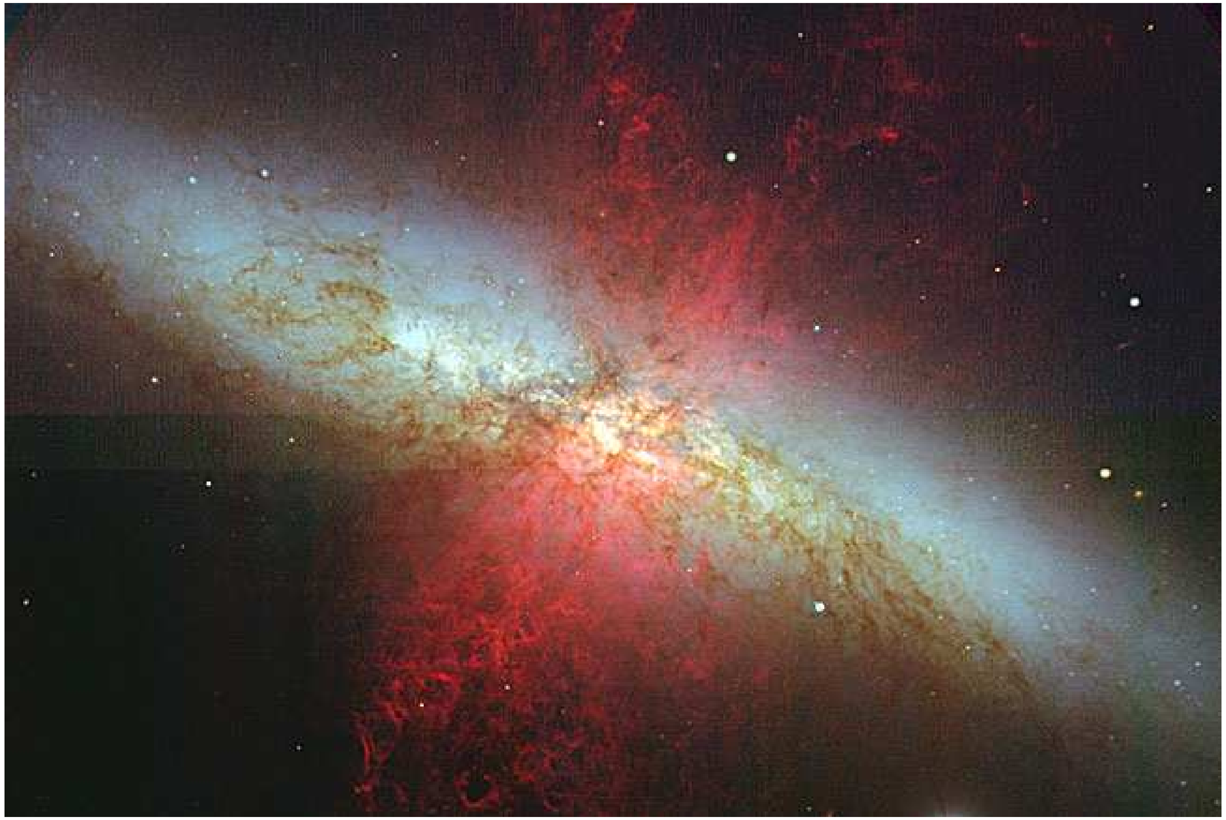
$r = 3{,}6$ Mpc

$V_r = 200$ km.s^{-1}

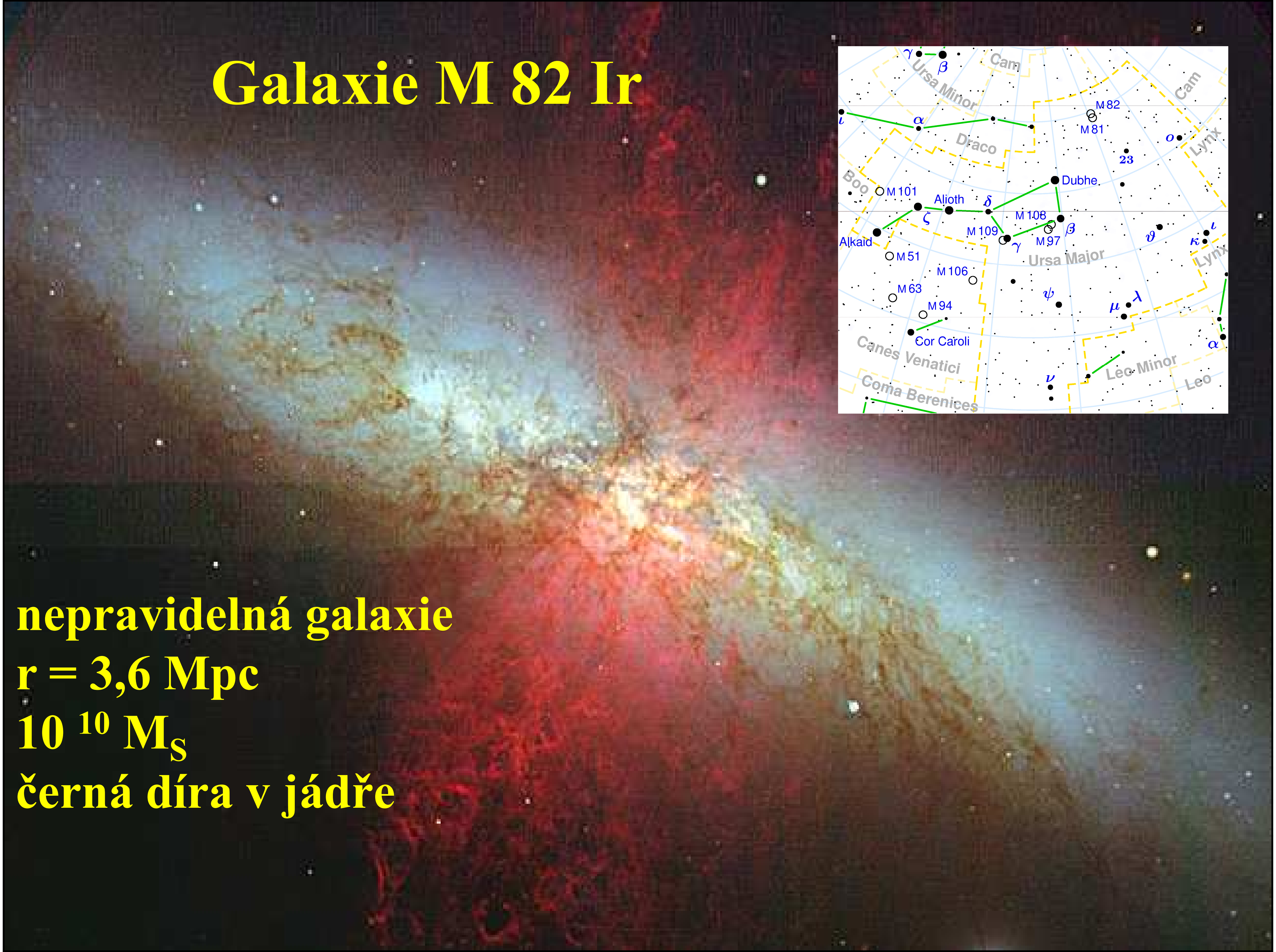
černá díra $\approx 10^{3}$ M_S

výron plynu z jádra

$v \approx 1000$ km.s^{-1}



Galaxie M 82 Ir



nepravidelná galaxie

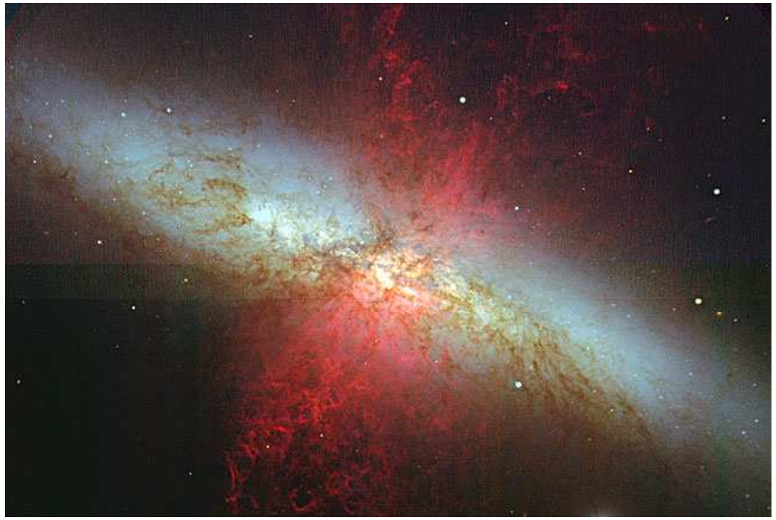
r = 3,6 Mpc

10^{10} M_S

černá díra v jádře

Galaxie M 82

r = 3,6 Mpc, černá díra ≈ 10^3 M_S

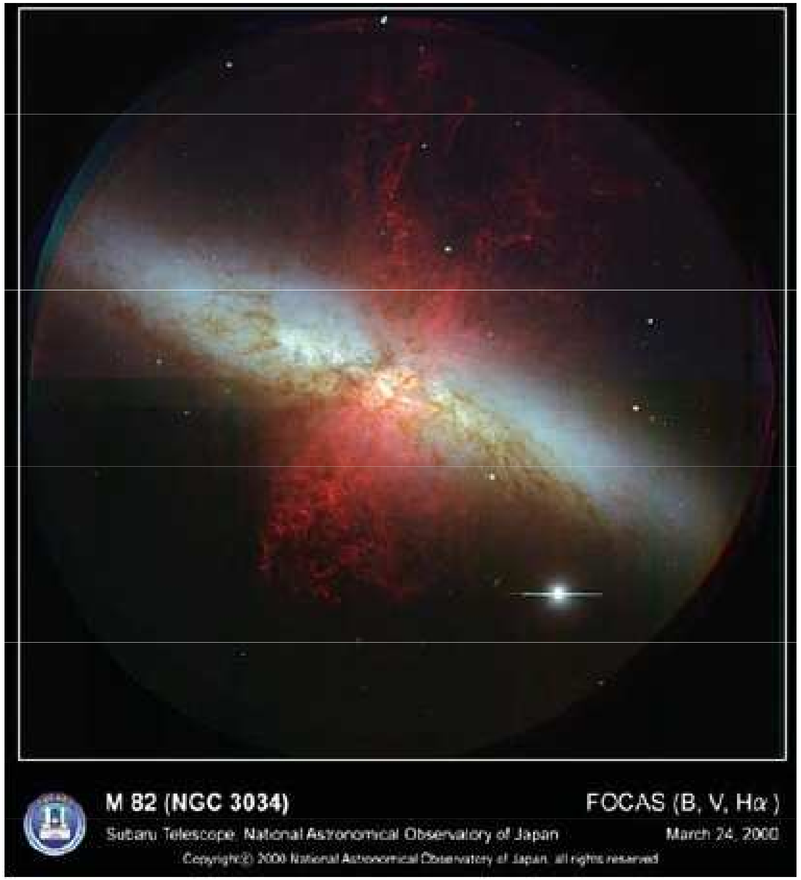


Lynds a Sandage v [4] provedli výpočty uvolňované energie při explozi, za předpokladu uvedené vzdálenosti 3,6 Mpc galaxie M 82 stanovili hodnotu toku záření v čáře $H_\alpha 2 \cdot 10^{33}$ W. Přijmeme-li hustotu protonů 10^7 v m^3, dostáváme odhad expandující části vodíkového plynu na $6 \cdot 10^6\ M_S$. Odtud byla určena horní hranice kinetické energie na $\sim 10^{49}$ J. Značná část energie se transformuje na vznik synchrotronového záření, které je detekováno v rádiovém oboru. Celkové množství uvolněné energie se odhaduje na 10^{50} J. Porovnáno, exploze v M 82 je z hlediska energie ekvivalentní explozi 10 tisícům supernov.

galaxie M 82 Ir

Zjawiska wybuchowe we Wszechświecie

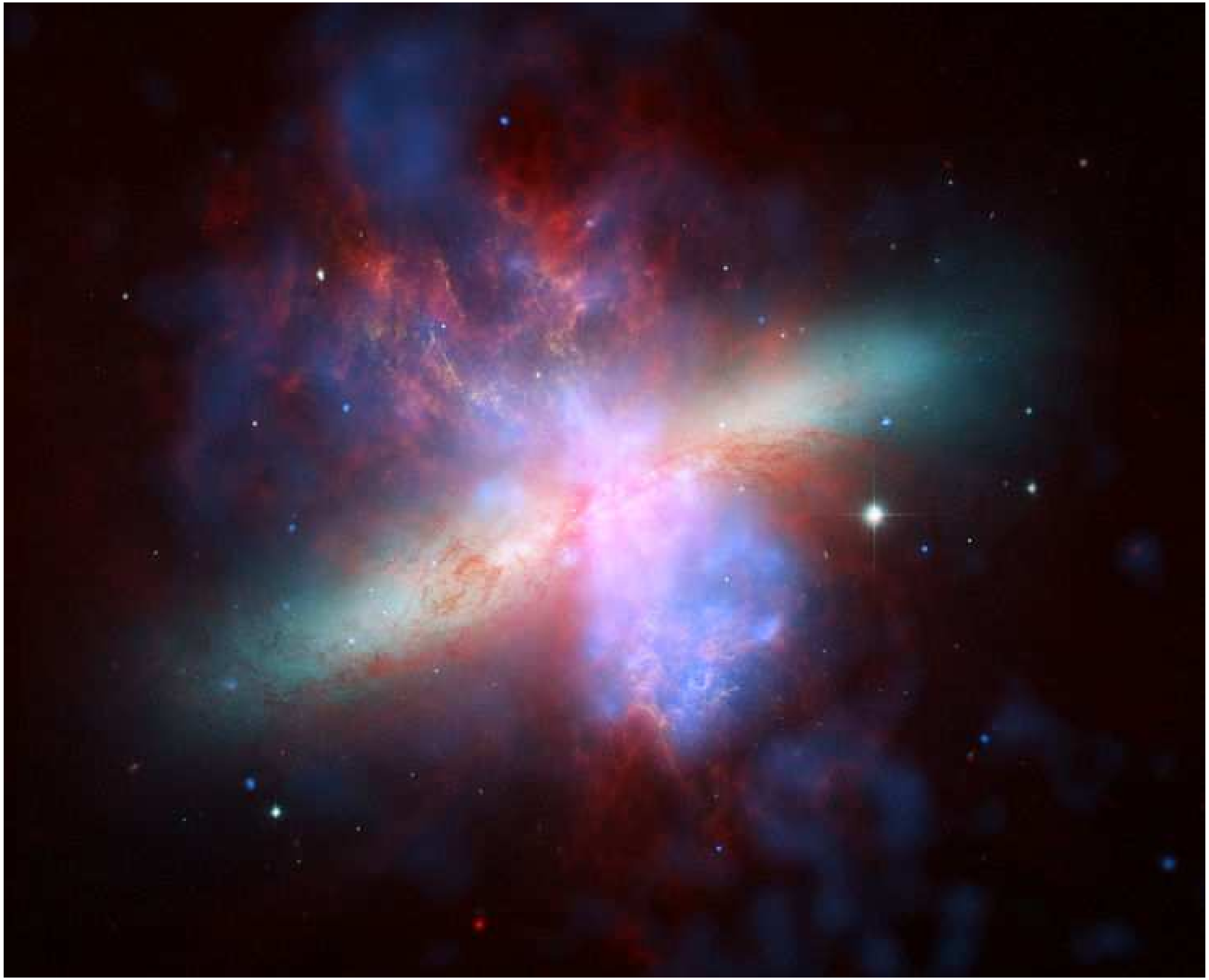
Juliusz Domański, Vladimír Štefl



Ciekawym przykładem jest aktywna galaktyka M 82 (fot. 13), jedna z najjaśniejszych galaktyk w podczerwonym zakresie widma, znajdująca się w odległości 3,6 Mpc. Jest to nietypowa galaktyka o masie $\sim 10^{10}\ M_{Sł}$ i prawie trzykrotnie mniejsza od naszej. Z jądra galaktyki wypływa wodór z prędkością aż $1000\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$.

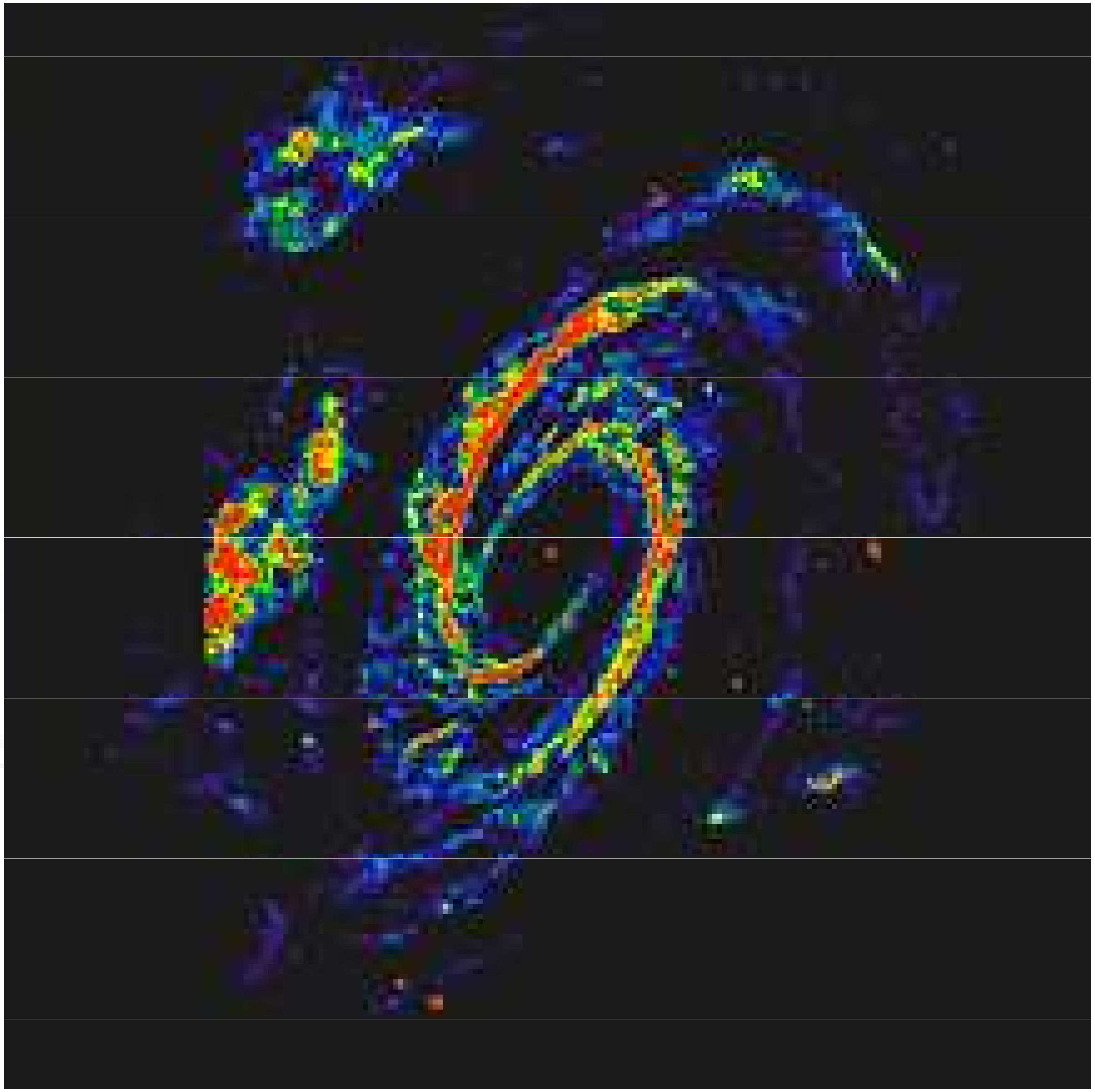
Lynds i Sandage ocenili uwolnioną energię w czasie wybuchu [4]. Uwzględniając odległość galaktyki, ocenili moc promieniowania w linii Hα na $2 \cdot 10^{33}$ W. Zakładając gęstość protonów jako 10^7 na 1 m^3, otrzymali masę odpływającego gazu $\sim 6 \cdot 10^6\ M_{Sł}$. Otrzymujemy stąd energię kinetyczną równą w przybliżeniu 10^{49} J. Znaczna część tej energii przechodzi w energię promieniowania synchrotronowego, które obserwujemy w zakresie radiowym. Ostatecznie jako całkowitą energię możemy przyjąć $\sim 10^{50}$ J. Energia wybuchu w M 82 jest równoważna energii 10 mln wybuchów supernowych.

galaxie M 82 – složení snímků HST, Chandra, Spitzer



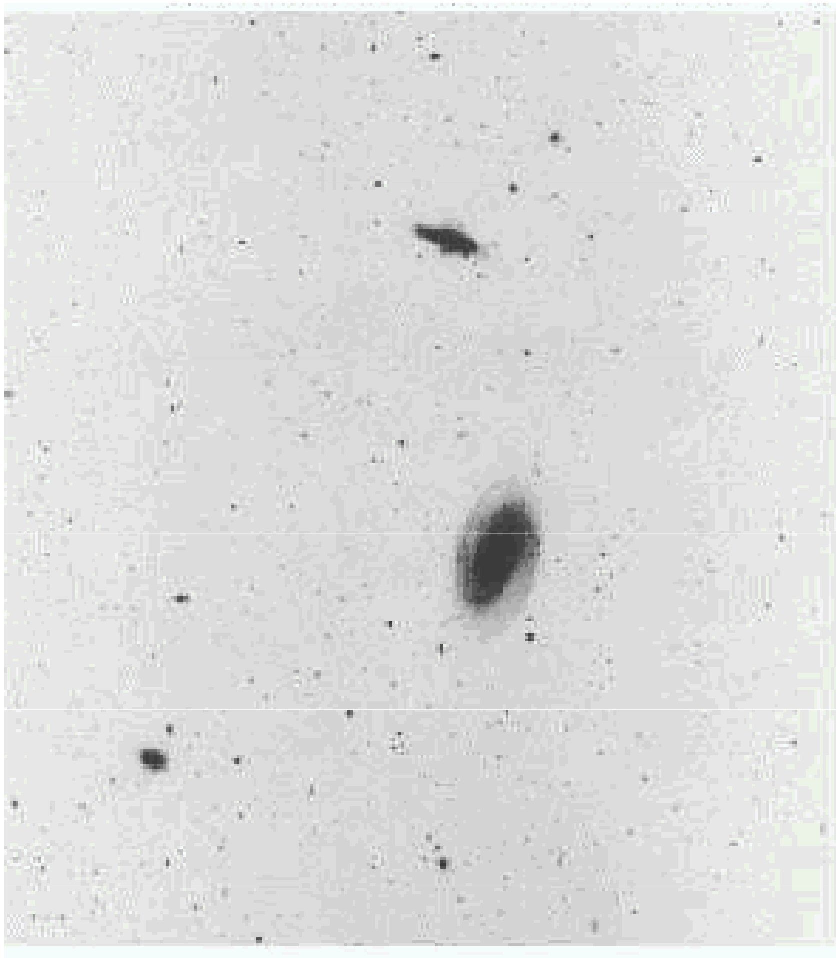
Galaxie M 81 SA v optickém a rádiovém spektrálním oboru

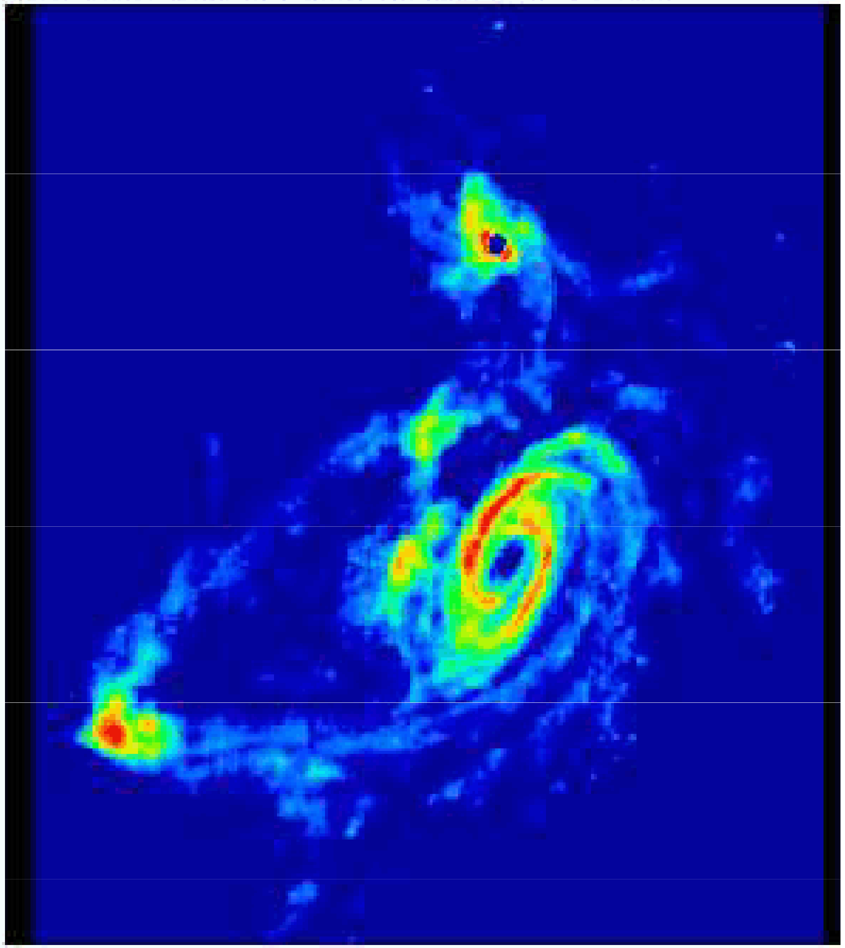




Přenos hmoty mezi galaxiemi M81, M82 a NGC 3077

H I λ = 21,1 cm





Aktivní jádra galaxií

Dynamické chování jader galaxií je výrazně odlišné od okolí, oblasti rychle rotují, jsou tvořeny **černými děrami**, kolem kterých obíhají hvězdy, mezihvězdná látka, relativistické částice, vše v silném magnetickém poli, **intenzivní aktivita jader** – vytékání mezihvězdné látky z těchto oblastí, vyvrhování - exploze – viz galaxie **M 82** ,

Zvláštní typy galaxií

Seyfertovy galaxie – SyG : silná aktivita jader, ve spektru proměnné výrazné emisní čáry, výrony rychlostí až 5 000 km.s^{-1} zářivý výkon až 10 ^{32} W

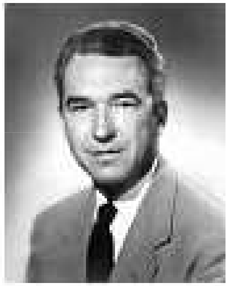
Rádiové galaxie: vyzařují v rádiovém oboru, dva rádiové zdroje, relativistické elektrony v magnetickém poli, synchrotronní záření, jeho polarizace, L větší než 10 ^{32} W



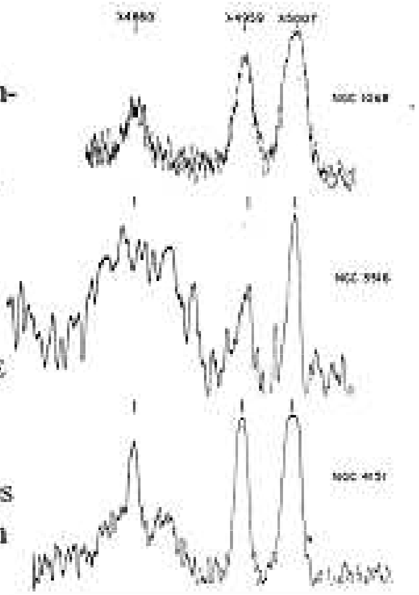
Circinus galaxie, nejbližší Seyfertova galaxie v souhvězdí Kružítka

Seyfertovy galaxie

The Discovery of Active Galactic Nuclei: Carl Seyfert (1943)



Broad and high-ionization emission lines, bright and compact nuclei…



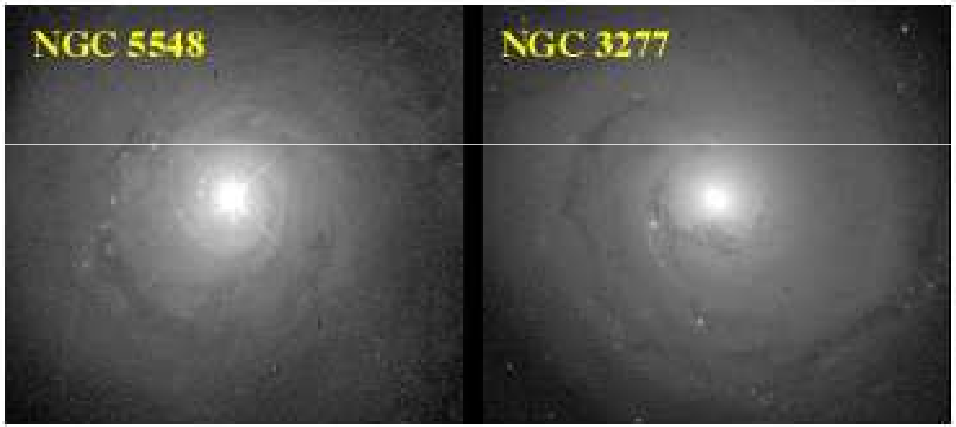
NUCLEAR EMISSION IN SPIRAL NEBULAE

CARL K. SEYFERT†

Unusal spectra of the Seyfert galaxies NGC 1068 and NGC 4151 have been noted even earlier

Active Galactic Nuclei: Seyferts

- Seyfert nuclei are found in spiral galaxies; up to ~10% of Sa and Sb's are Seyferts; but at a lower level of activity, there are more
- Seyferts have only moderate radio emission (~10^{40} erg/s) but strong x-ray emission (> 10^{42} erg/s)

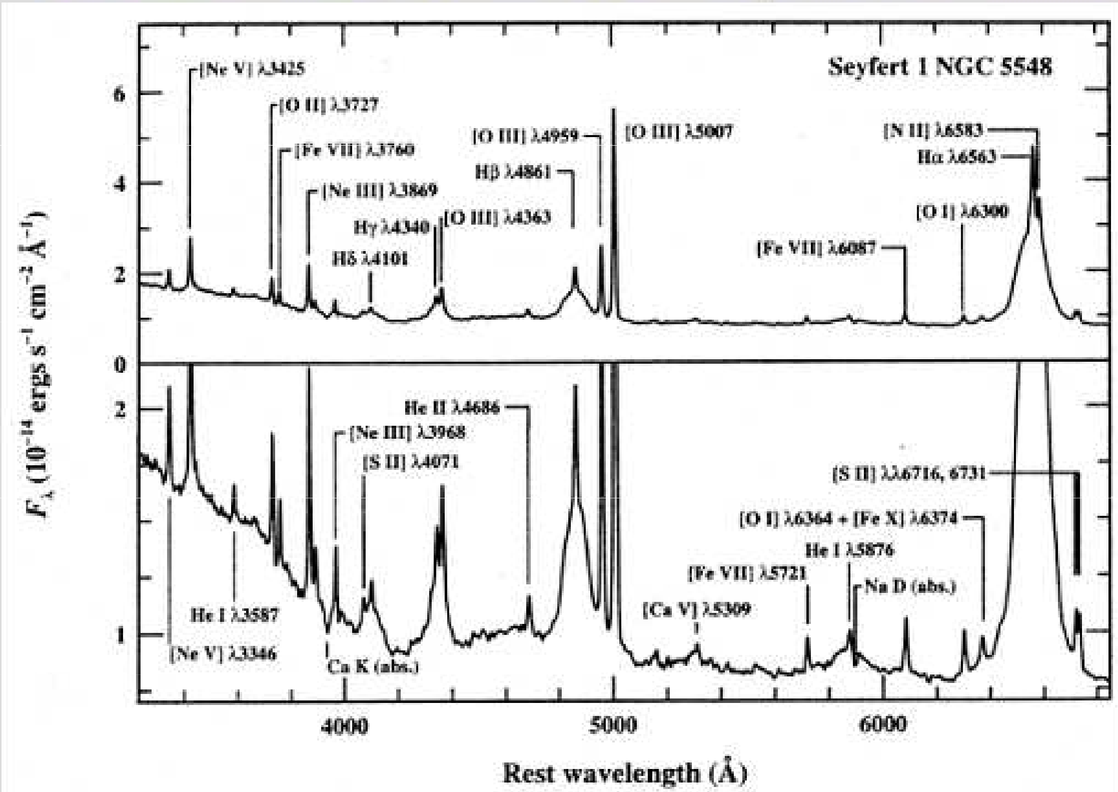


Seyfertovy galaxie

Seyfert galaxies

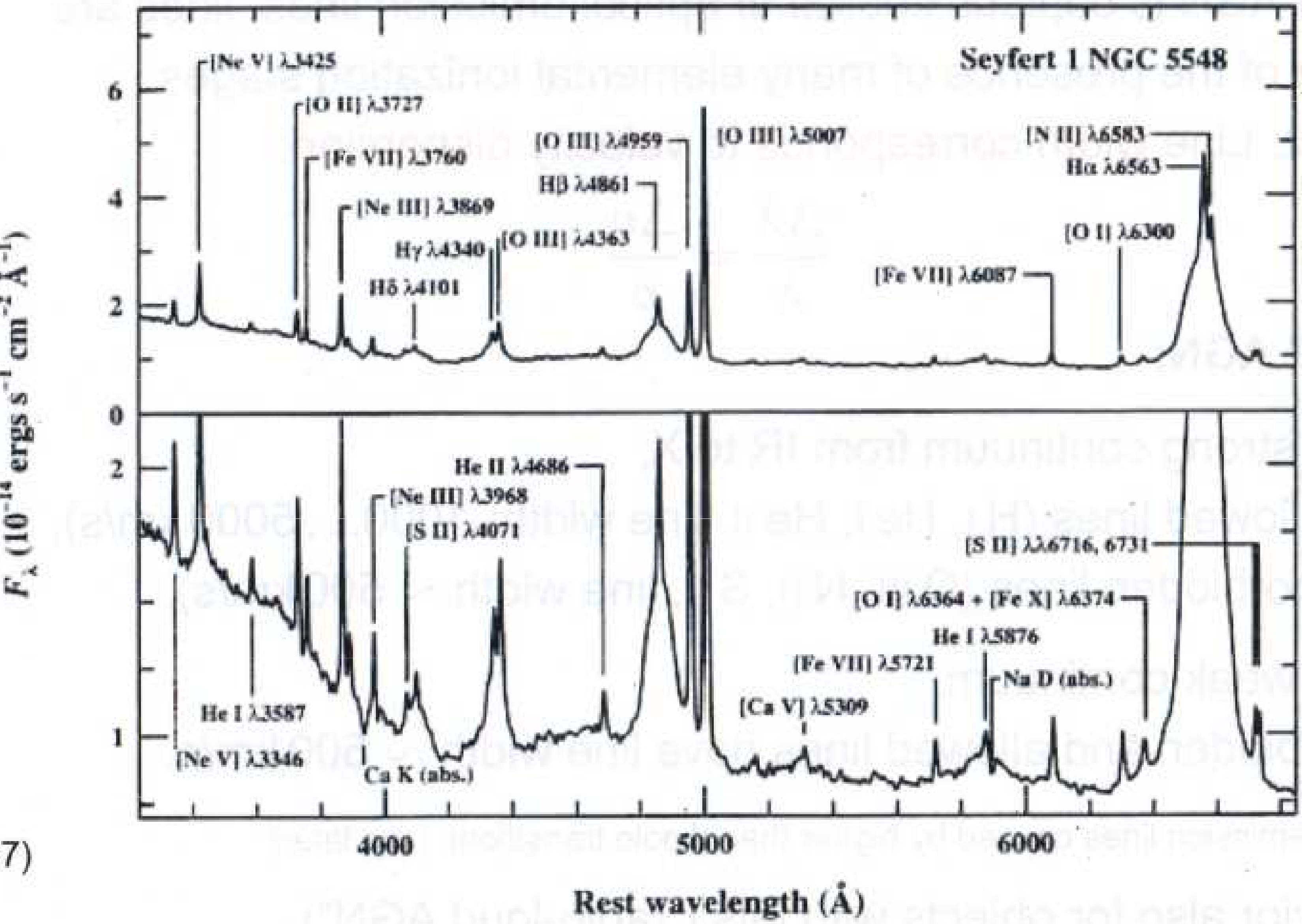
Lower-luminosity AGN, normally found in spiral galaxies. Two subclasses: ***Type 1 Seyfert*** galaxies have two sets of emission lines in their spectra:

- **Narrow lines**, with a width (measured in velocity units) of several hundred km/s
- **Broad lines**, with widths up to 10^4 km/s



ASTR 3830: Spring 2004

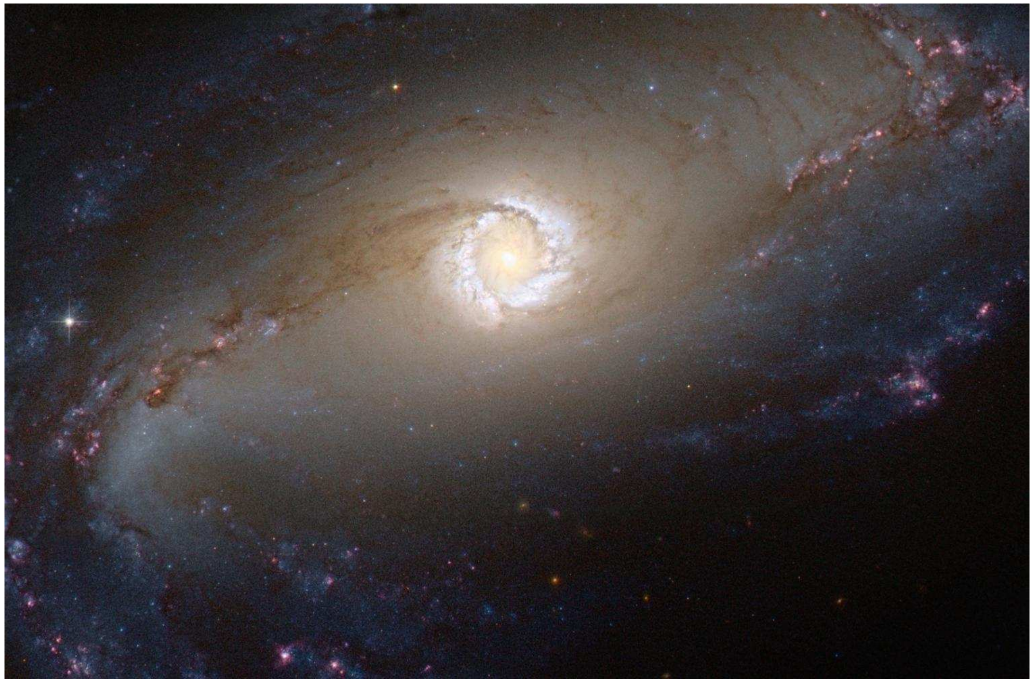
Seyfertovy galaxie



997)

Seyfertovy galaxie



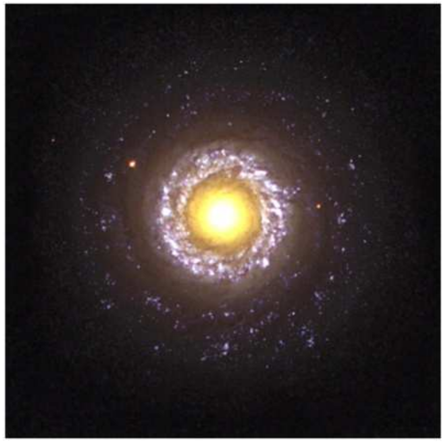


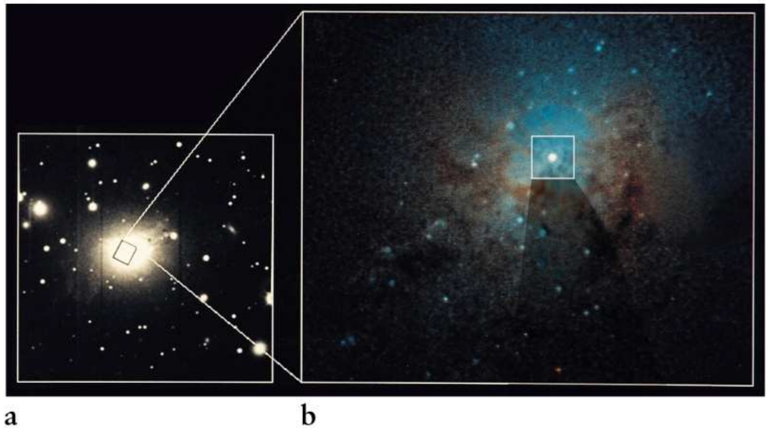
Seyfertova galaxie NGC 7742

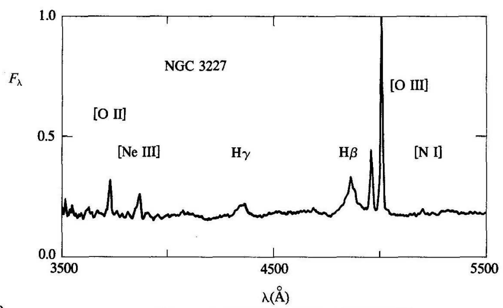


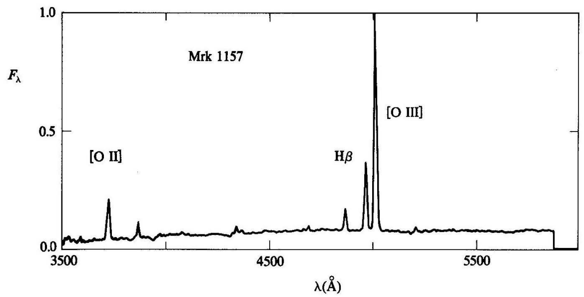
r = 24 Mpc

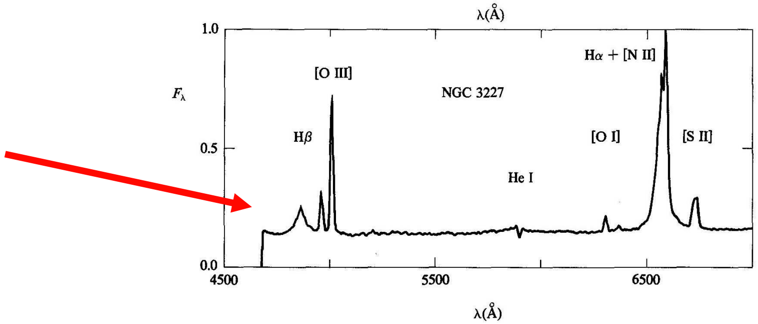
Seyfertovy galaxie - spektrum

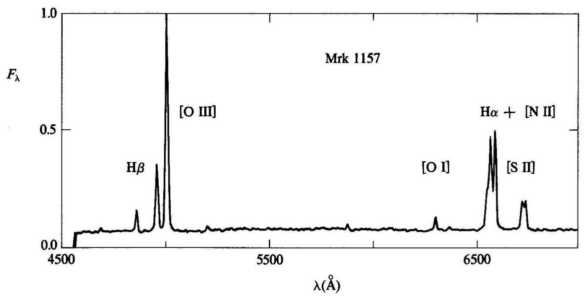




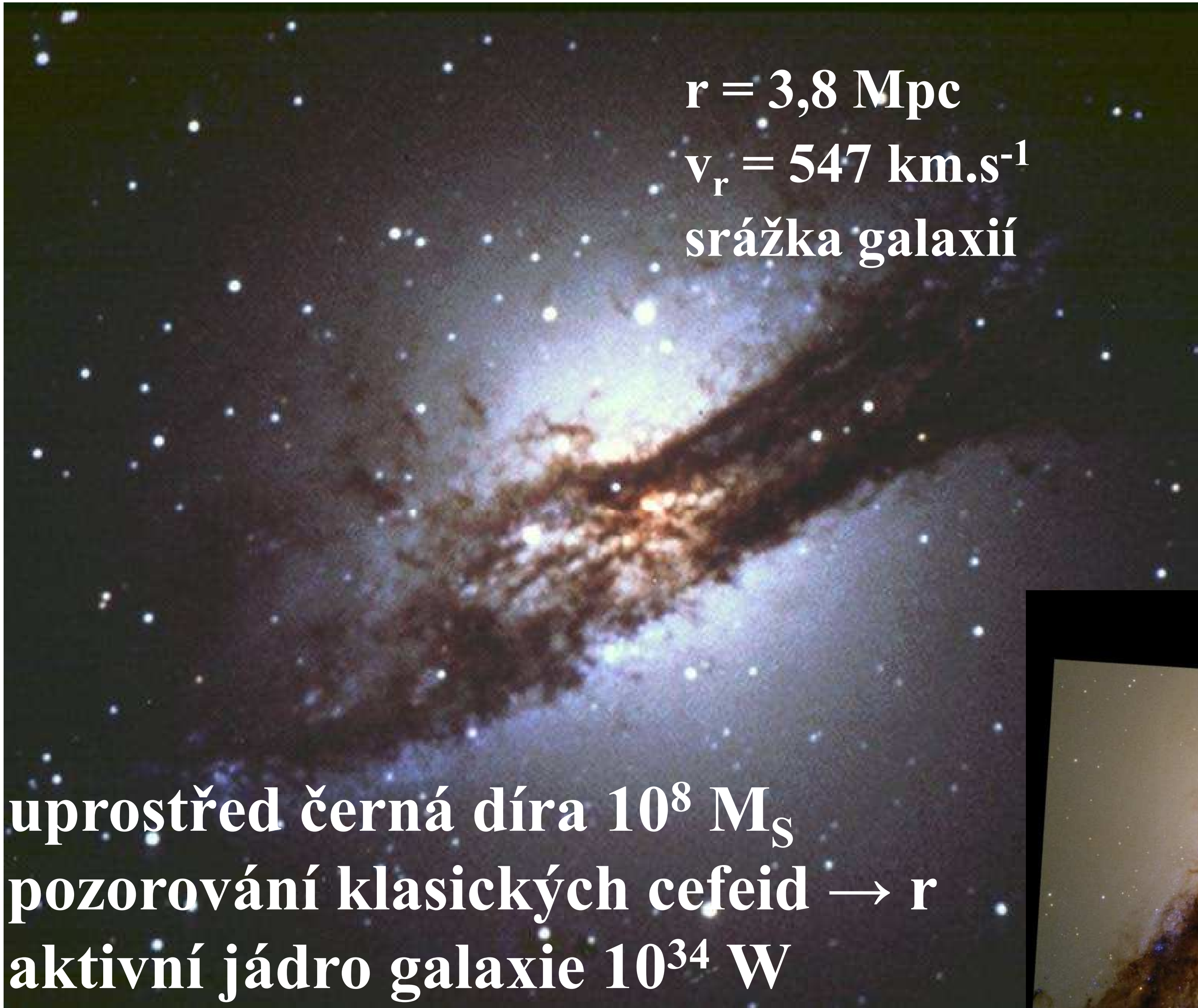






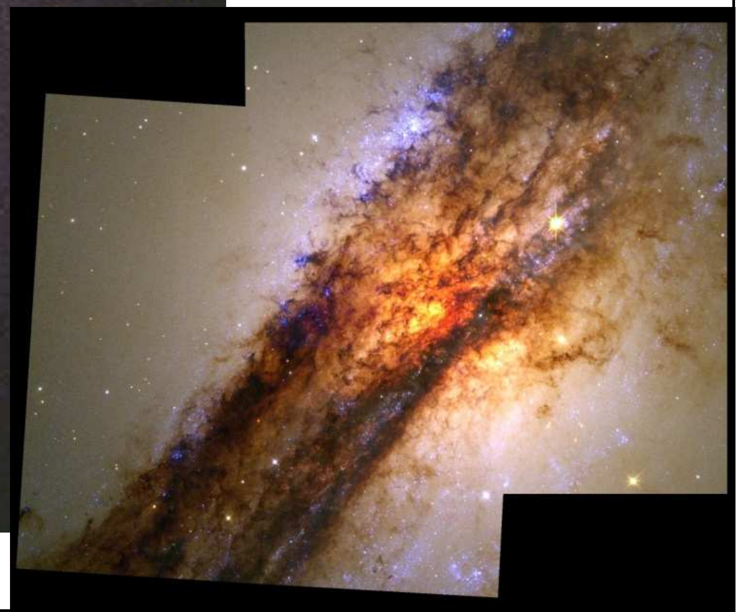


Rádiová galaxie Centaurus A - NGC 5128



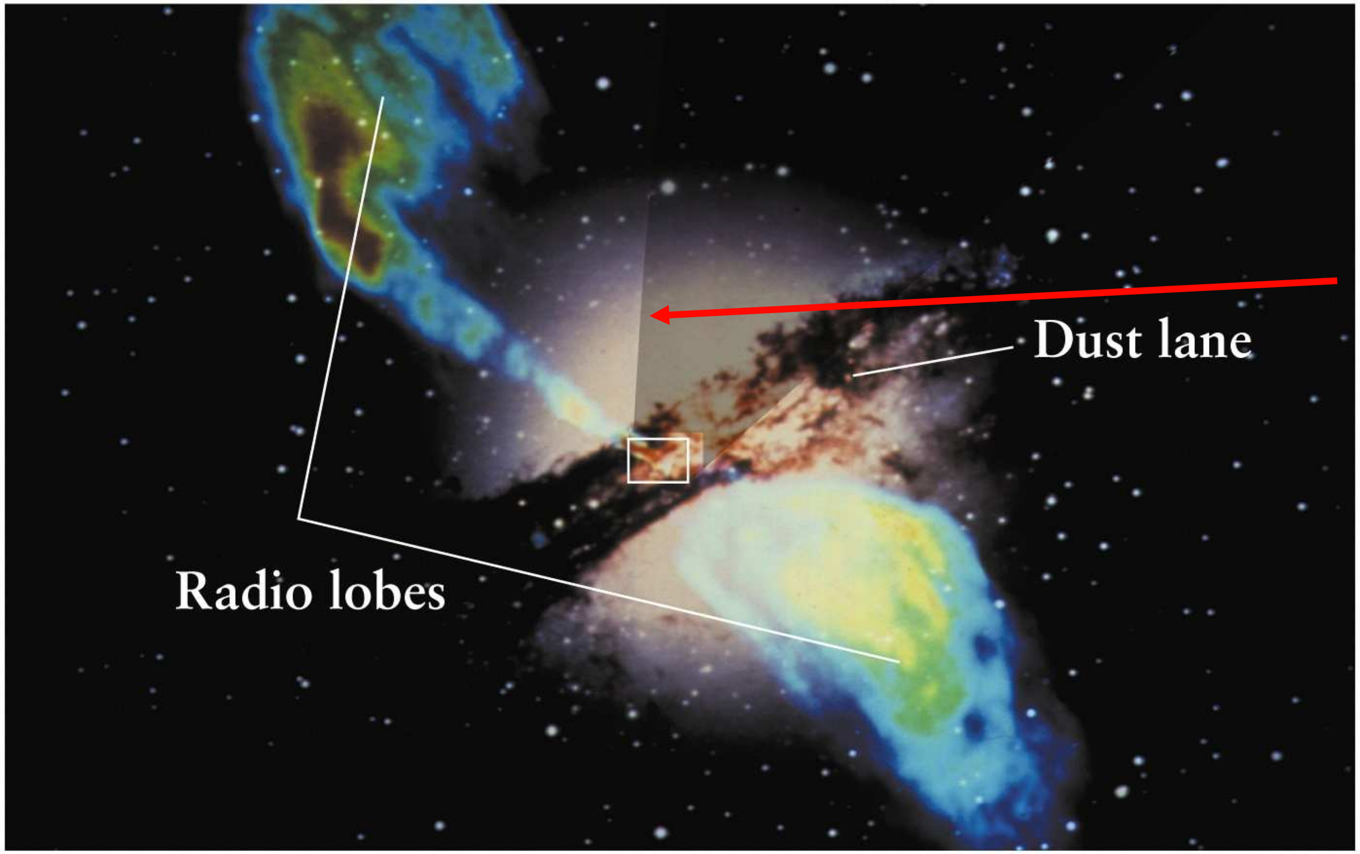
r = 3,8 Mpc
v_r = 547 km.s^{-1}
srážka galaxií

uprostřed černá díra 10^8 M_S
pozorování klasických cefeid → r
aktivní jádro galaxie 10^{34} W



Rádiová galaxie Centaurus A

L ≈ 10^{37} W



Cen A v rtg. oboru, jet plazmatu z černé díry

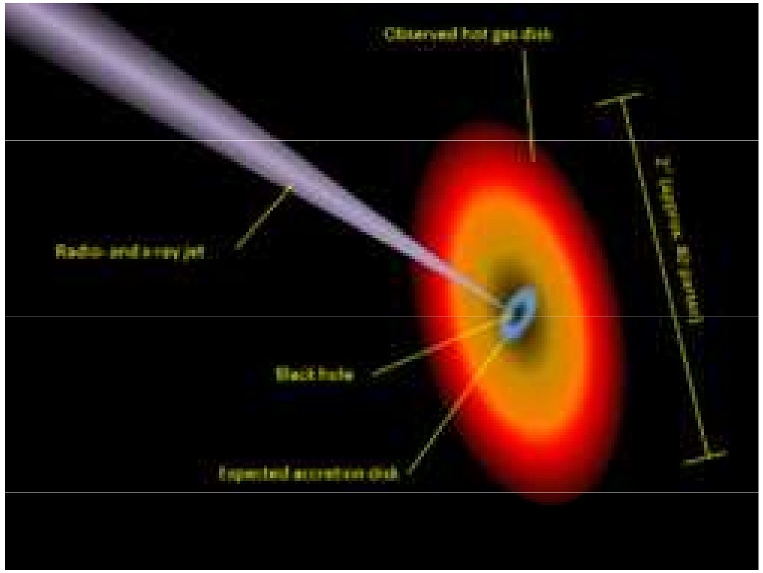


dva rádiové zdroje - laloky symetricky položené - relativistické elektrony - mag. pole → synchrotronní zář.

Rádiová eliptická galaxie Centaurus A



jádro černá díra $\approx 10^8\ M_S$
rádiové emise a jety na obě strany, r = 3,8 Mpc



Rádiová eliptická galaxie Centaurus A

Ground-based variability surveys towards Centaurus A: worthwhile or not?★

J. T. A. de Jong[1,2], K. H. Kuijken[3,2], and P. Héraudeau[4,2]

[1] Max-Planck-Institut für Astronomie, Königstuhl 17, 69117 Heidelberg, Germany
e-mail: dejong@mpia.de
[2] Kapteyn Astronomical Institute, University of Groningen, PO Box 800, 9700 AV, Groningen, The Netherlands
[3] Sterrewacht Leiden, University of Leiden, PO Box 9513, 2300 RA, Leiden, The Netherlands
[4] Argelander Institut für Astronomie, Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn, Germany

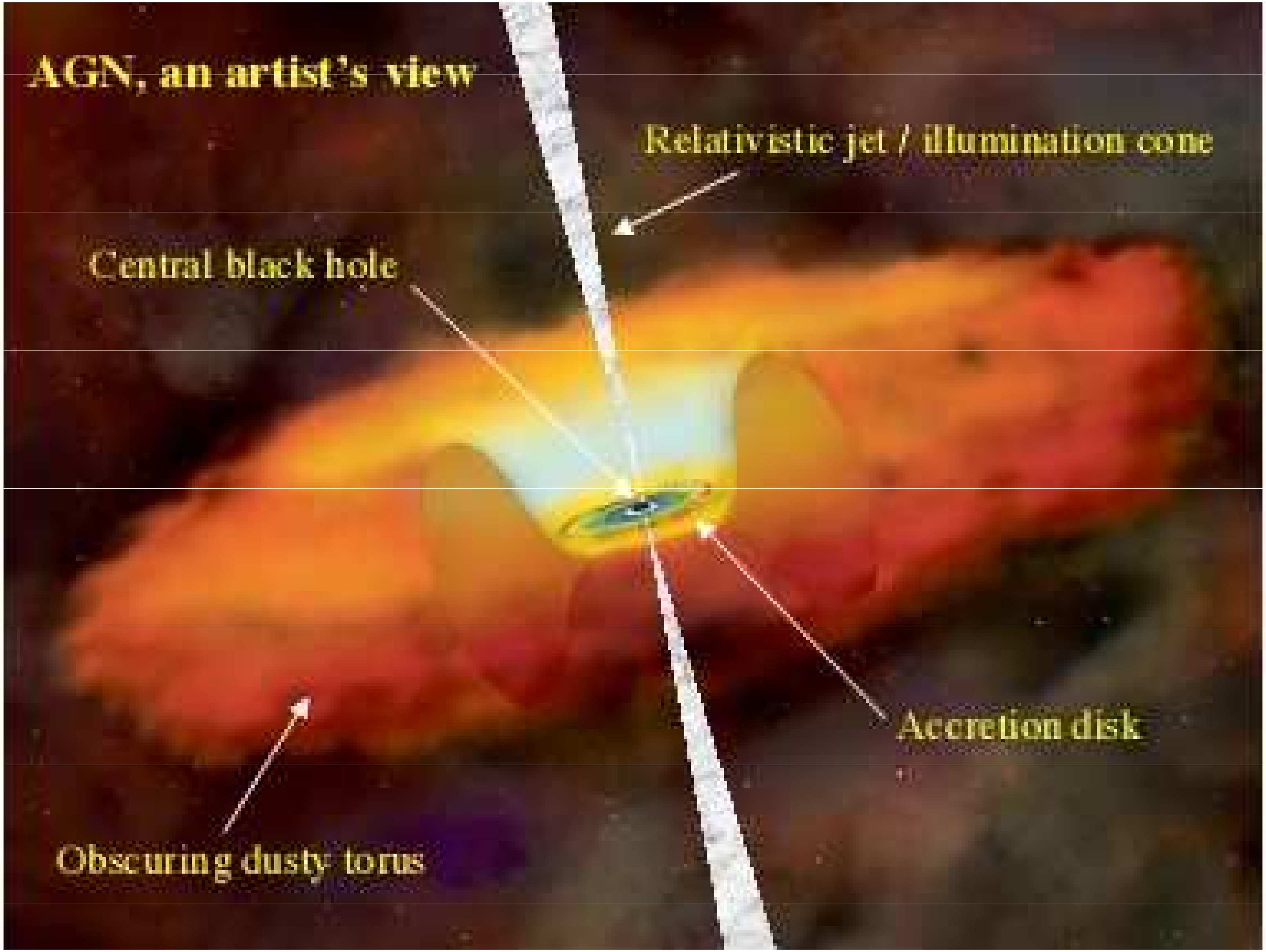
Received 30 July 2007 / Accepted 28 November 2007

ABSTRACT

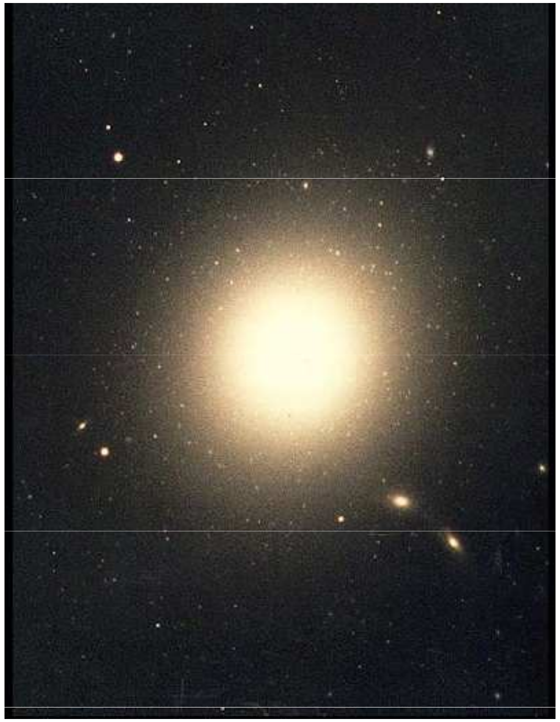
Context. Difference imaging has proven to be a powerful technique for detecting and monitoring the variability of unresolved stellar sources in M 31. Using this technique in surveys of galaxies outside the Local Group could have many interesting applications.
Aims. The goal of this paper is to test difference imaging photometry on Centaurus A, the nearest giant elliptical galaxy, at a distance of 4 Mpc.
Methods. We obtained deep photometric data with the Wide Field Imager at the ESO/MPG 2.2 m at La Silla spread over almost two months. Applying the difference imaging photometry package DIFIMPHOT, we produced high-quality difference images and detected variable sources. The sensitivity of the current observational setup was determined through artificial residual tests.
Results. In the resulting high-quality difference images, we detect 271 variable stars. We find a difference flux detection limit corresponding to $m_R \simeq 24.5$. Based on a simple model of the halo of Centaurus A, we estimate that a ground-based microlensing survey would detect in the order of 4 microlensing events per year due to lenses in the halo.
Conclusions. Difference imaging photometry works very well at the distance of Centaurus A and promises to be a useful tool for detecting and studying variable stars in galaxies outside the local group. For microlensing surveys, a higher sensitivity is needed than achieved here, which would be possible with a large ground-based telescope or space observatory with wide-field imaging capabilities.

Key words. galaxies: individual: Centaurus A – galaxies: stellar content – stars: variables: general – gravitational lensing

Model aktivních galaktických jader

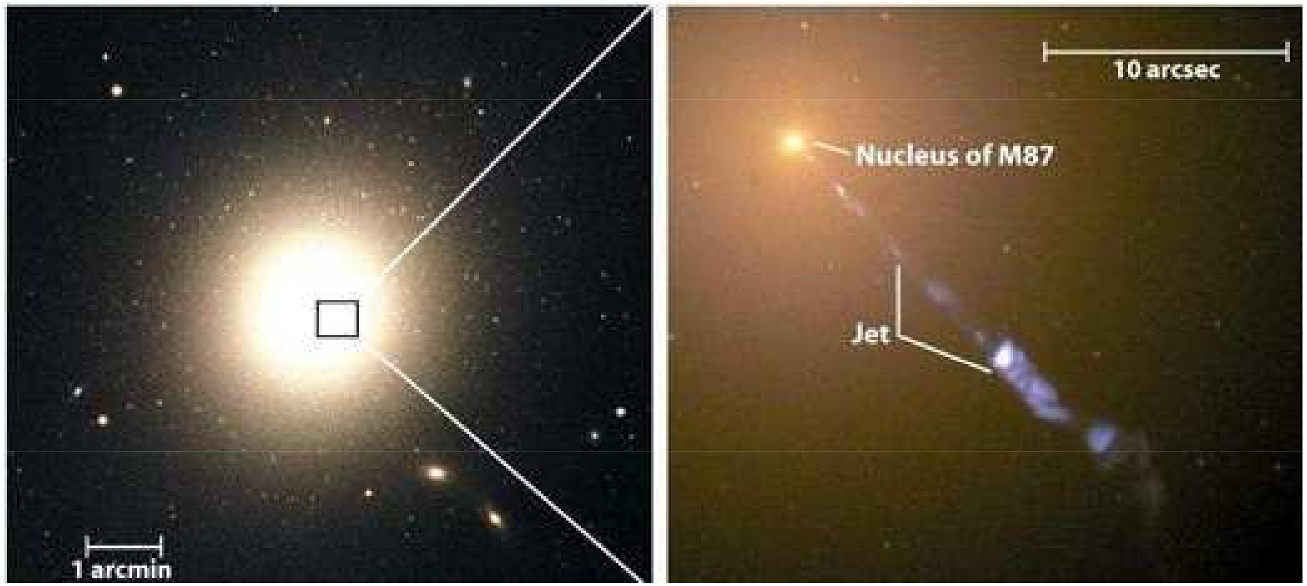


Galaxie M 87

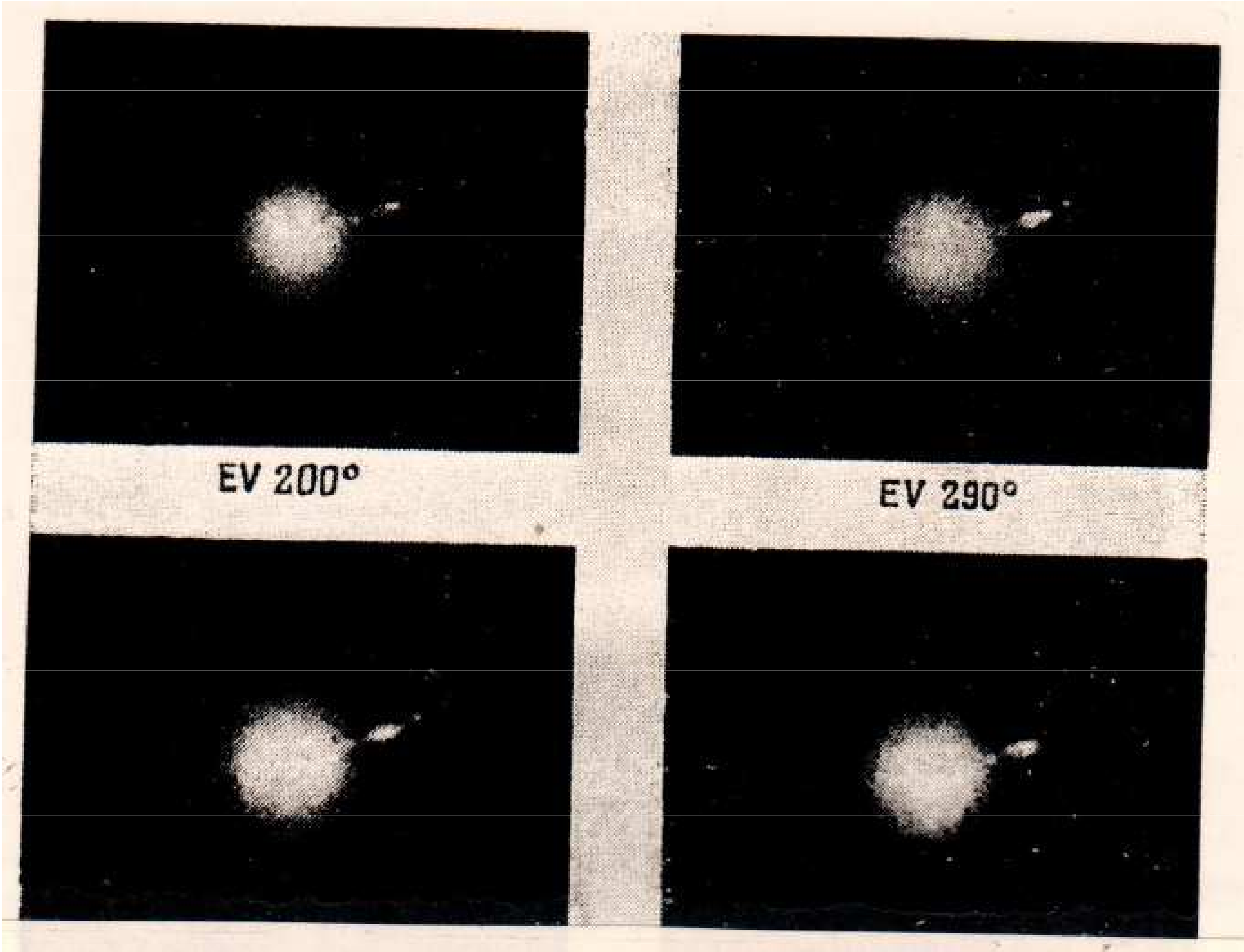


M 87, NGC 4486 rád. zdroj Virgo, 3C 274

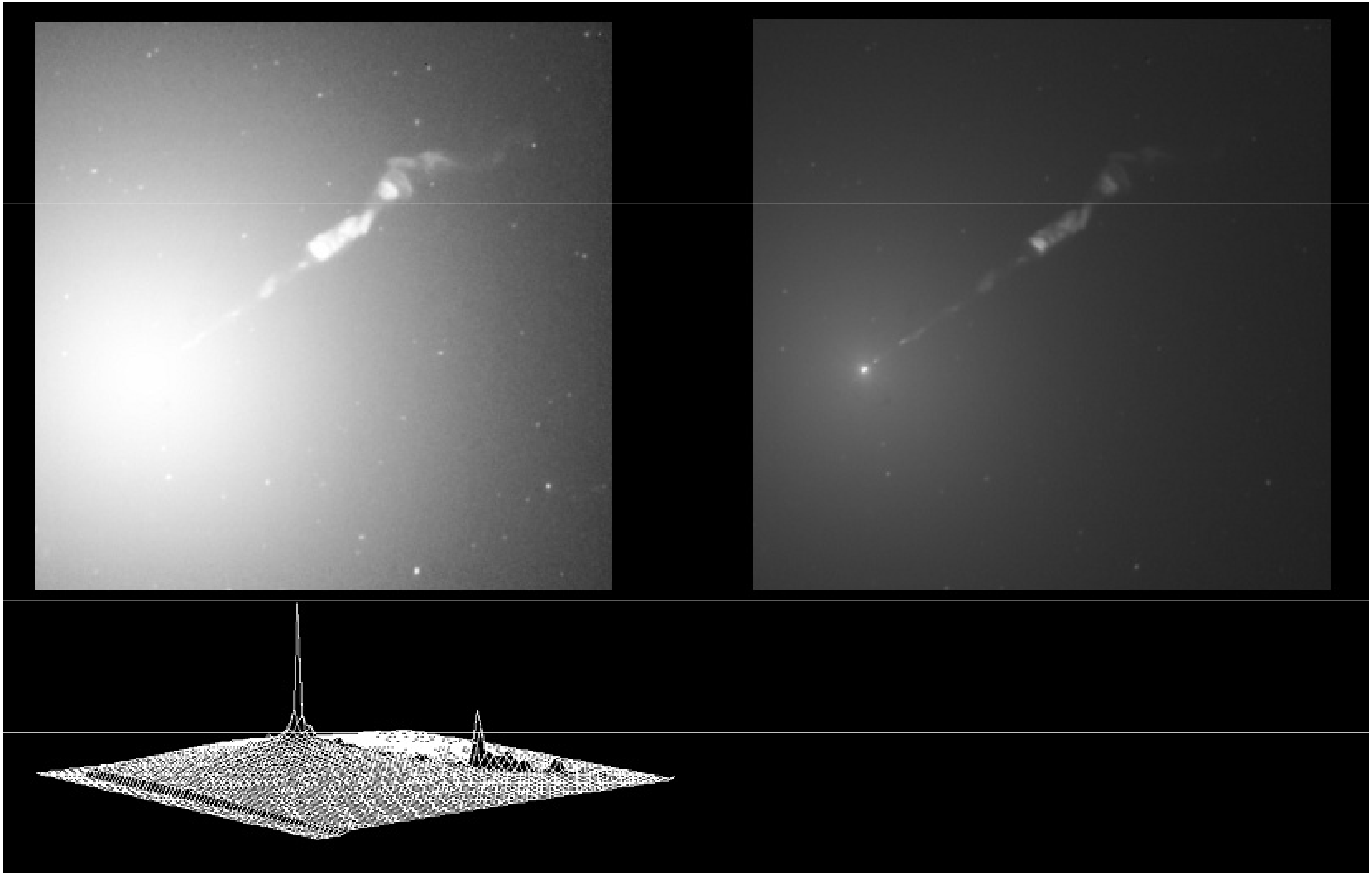
eliptická galaxie E1, ≈ 10^{14} M_S, vzdálenost 18 Mpc, jet – výtrysk z jádra galaxie - 1,5 kpc, proud nabitých částic, zejména elektronů, urychlovaných silným magnetickým polem, jednotlivé uzly, vyzařování v rádiovém 3cm – 30 dm ≈ 6.10^{33} W, optickém oboru, lineární polarizace, synchrotronní podstata, jádro černá díra ≈ 10^9 M_S



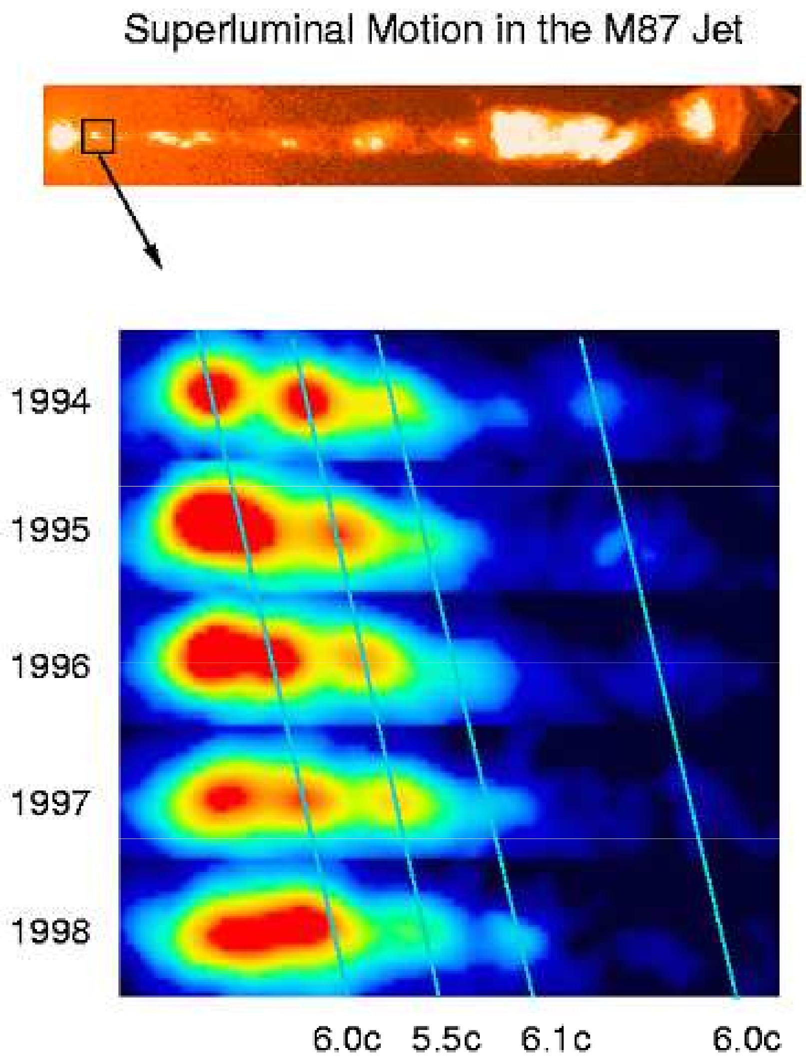
galaxie M 87 - polarizace



Jet galaxie M 87 – NGC 4486



Analýza rychlosti jetu M 87

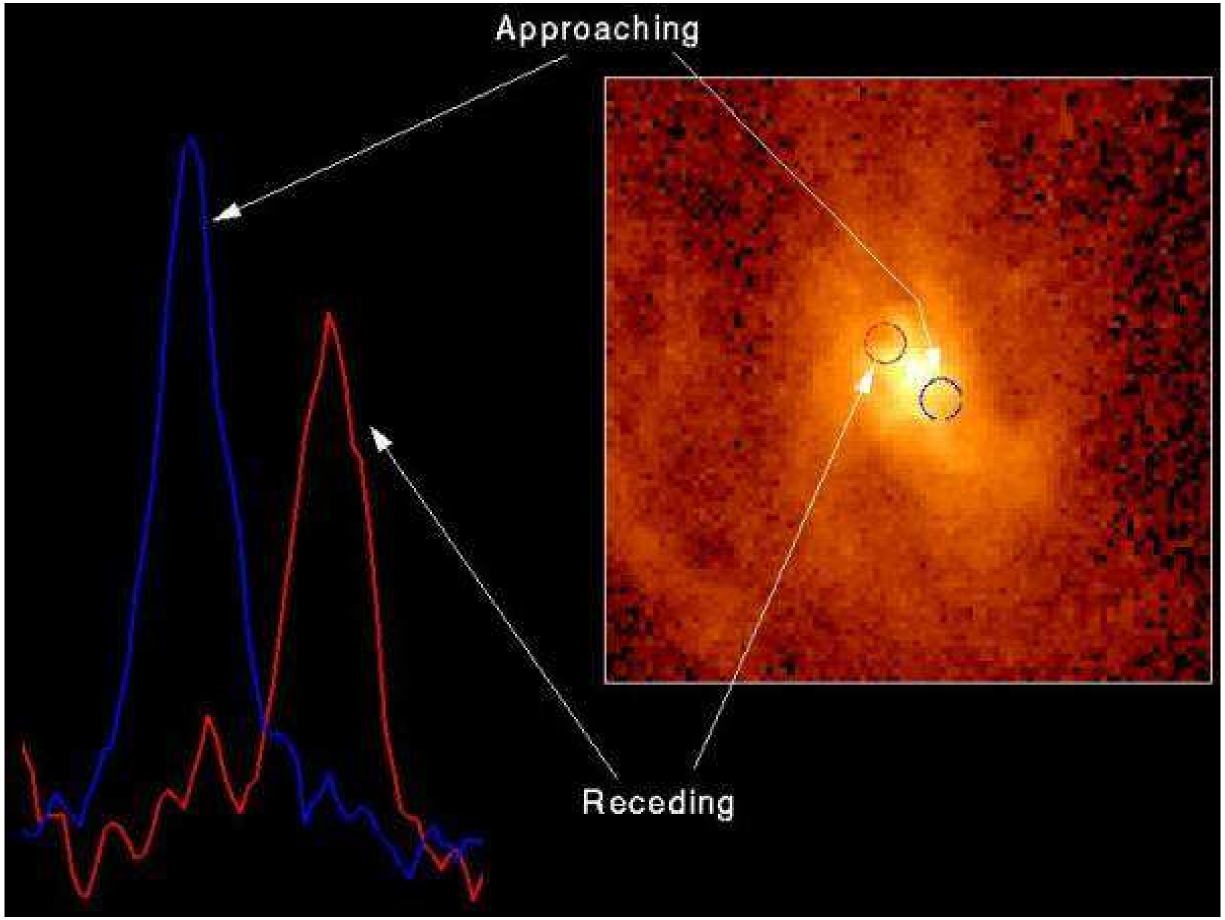


Jak jety vznikají, vyzařují, udržují svůj tvar ?

Jet – proud nabitých částic – elektronů, urychlovaných mag. polem, v ≈10^5 km.s^{-1} délka výronu – 1,5 kpc, 10^6 M_S

zhuštěniny - uzlíky

Černá díra v M 87

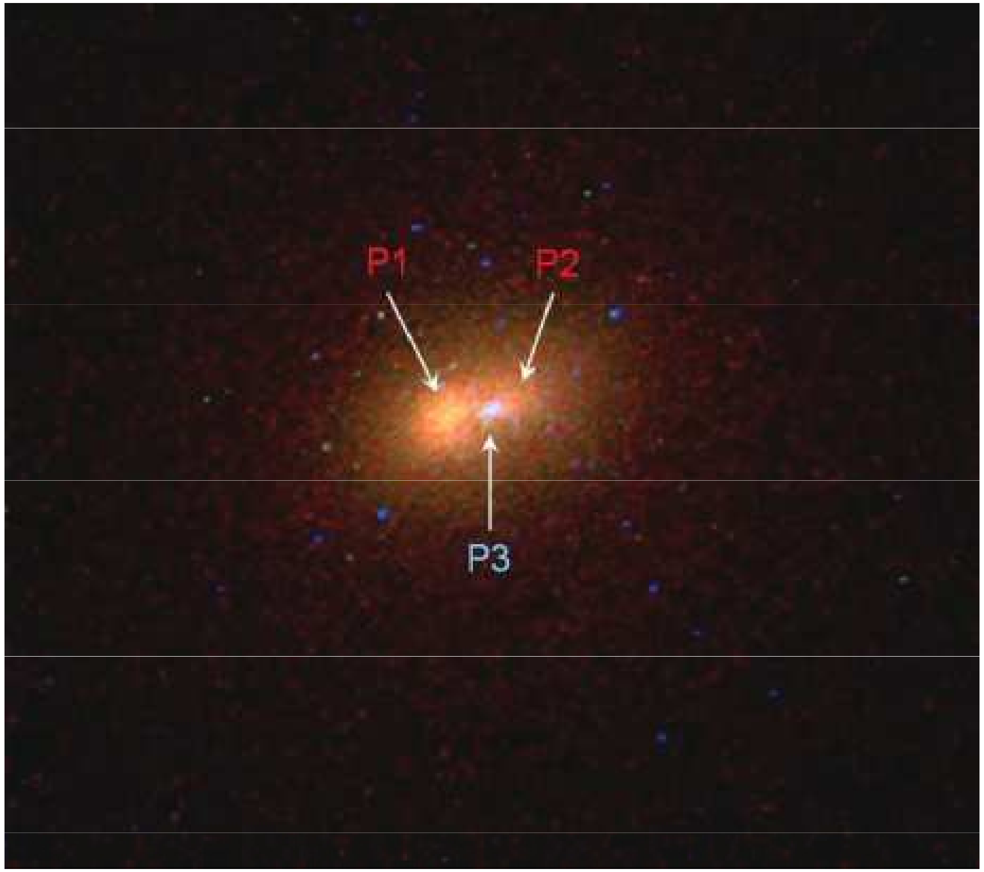


při r = 16 pc = 4,9 .10 ^{17} m, i = 42 ^{o}

v_c sin i = 460 km.s^{-1} , v_c = 690 km.s^{-1}

M = v_c^2 r / G ≈ 4 . 10 ^{39} kg ≈ 2 . 10 ^{9} M_S

Černá díra v jádře galaxie M 31



reálný barevný snímek, složený z HST snímků F300w, F555W, F815W tři jádra P1, P2, P3

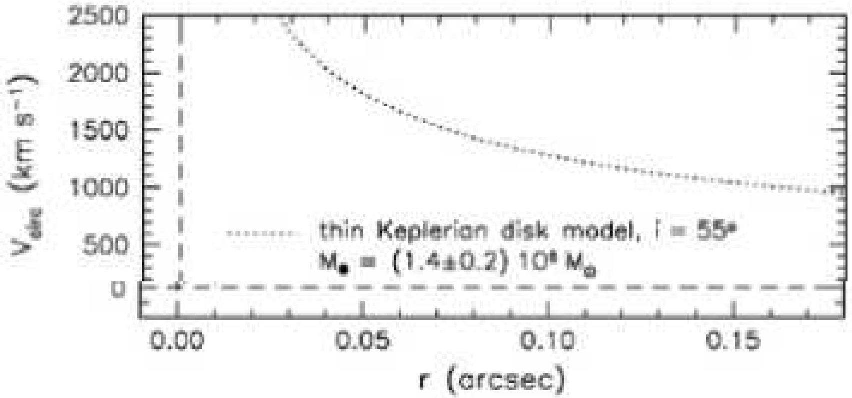
P1, P2 červené hvězdy

P3 A – hvězdy

kinematický model:

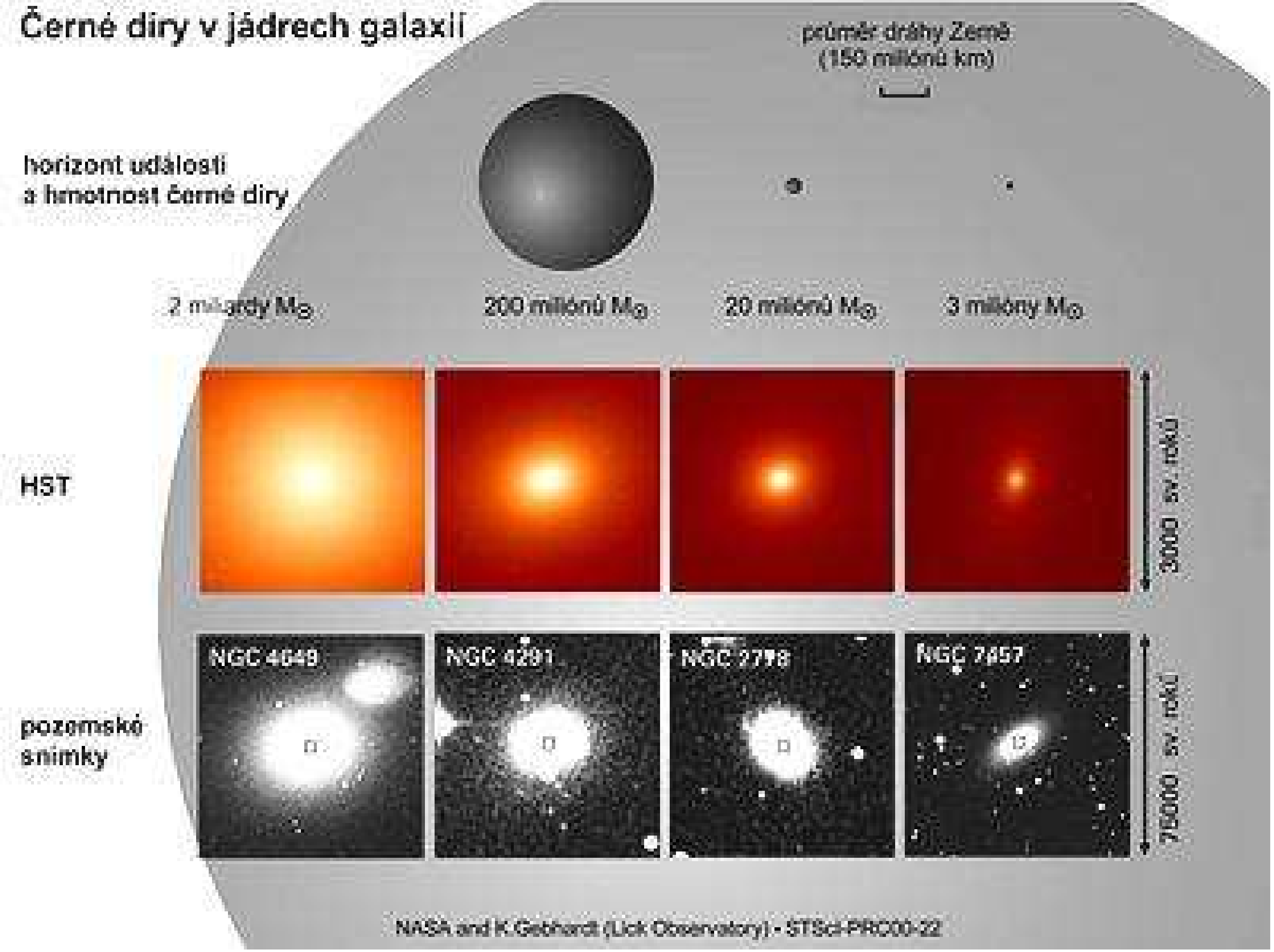
oběžná rychlost 1700 km.s^{-1} ,

0,05 arcsec = 0,19 pc



černá díra ~ 1,4.10^{8} M$_{S}$ ←

Černé díry v jádrech galaxií

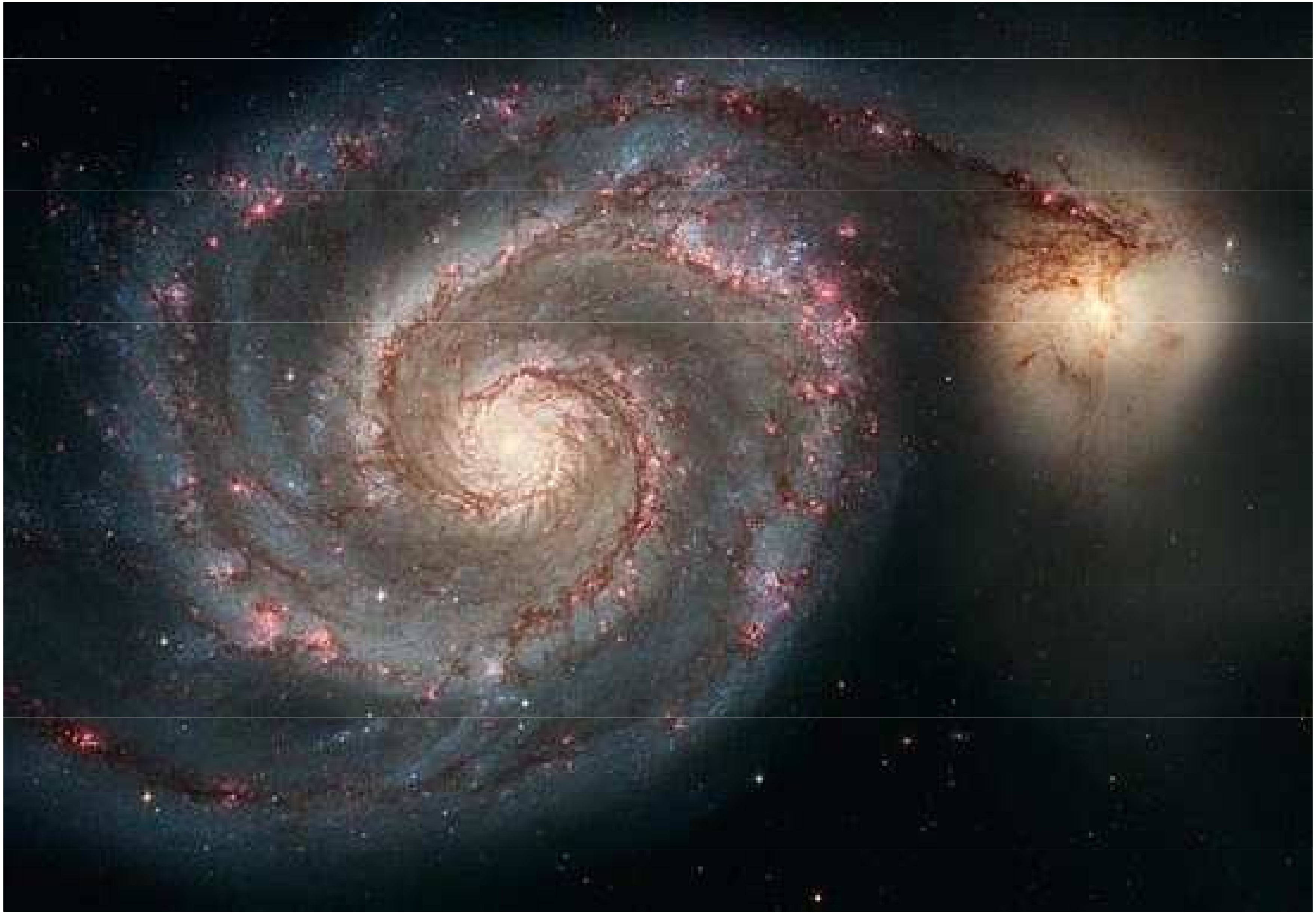


Vnější galaxie - různé detekce černých děr

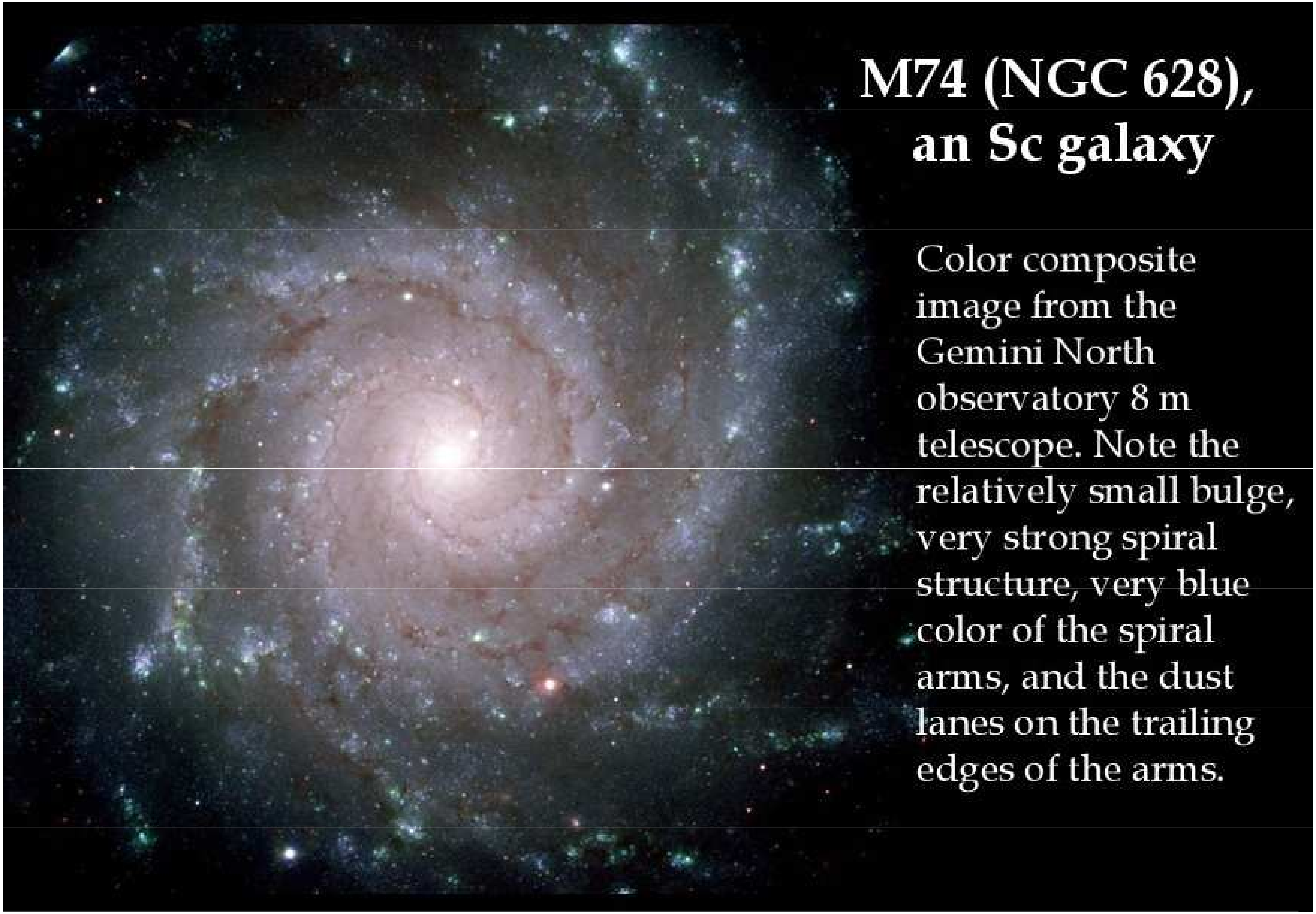
GALAXY SAMPLE

Galaxy (1)	Type (2)	M_{bh} (Low, High) (3)	σ_e (4)	Distance (5)	References (6)
Stellar Dynamical Estimates					
Milky Way	Sbc; P	2.6×10^6 (2.4, 2.8)	75	0.008	1
M31	Sb; P	3.5×10^7 (1.0, 6.0)	160	0.8	2, 3
M32	E2; P	3.7×10^6 (2.4, 4.4)	75	0.8	3, 4
NGC 821	E4; P	5.0×10^7 (3.0, 7.0)	209	24.1	5
NGC 1023	S0; P	3.9×10^7 (2.8, 4.8)	205	11.4	6
NGC 2778	E2; P	2.0×10^7 (0.7, 3.6)	175	22.9	5
NGC 3377	E5; P	1.0×10^8 (0.6, 2.5)	145	11.2	5, 7
NGC 3379	E1; C	1.0×10^8 (0.5, 1.6)	206	10.4	8
NGC 3384	S0; P	1.8×10^7 (0.9, 2.5)	143	11.6	5
NGC 3608	E2; C	1.1×10^8 (0.8, 2.5)	182	23.0	5
NGC 4291	E2; C	1.5×10^8 (0.8, 4.5)	242	26.2	5
NGC 4342	S0; P	3.0×10^8 (2.0, 4.7)	225	15.3	9
NGC 4473	E5; C	1.0×10^8 (0.4, 1.8)	190	15.7	5
NGC 4564	E3; P	5.7×10^7 (4.0, 7.0)	162	15.0	5
NGC 4649	E1; C	2.0×10^9 (1.0, 2.5)	375	16.8	5
NGC 4697	E4; P	1.2×10^8 (0.8, 1.3)	177	11.7	5
NGC 5845	E; P	3.2×10^8 (2.5, 5.0)	234	25.9	5
NGC 7457	S0; P	3.4×10^6 (1.7, 6.0)	67	13.2	5
Gasdynamical Estimates					
M87	E0; C	2.5×10^9 (1.8, 3.2)	375	16.1	10, 11
NGC 4261	E2; C	5.4×10^8 (4.3, 6.3)	315	31.6	12, 13
NGC 4374	E1; C	1.8×10^9 (0.9, 2.8)	296	18.4	14
NGC 6251	E2; C	6.0×10^8 (2.0, 8.0)	290	106.0	15, 16
NGC 7052	E4; P	3.3×10^8 (2.0, 5.6)	266	58.7	17
IC 1459	E3; C	3.5×10^8 (1.4, 4.8)	323	29.2	18
Maser Dynamical Estimates					
NGC 1068	Sb; P	1.7×10^7 (1.0, 3.0)	151	15.0	19, 20
NGC 4258	Sbc; P	4.2×10^7 (4.0, 4.4)	120	7.2	21, 22

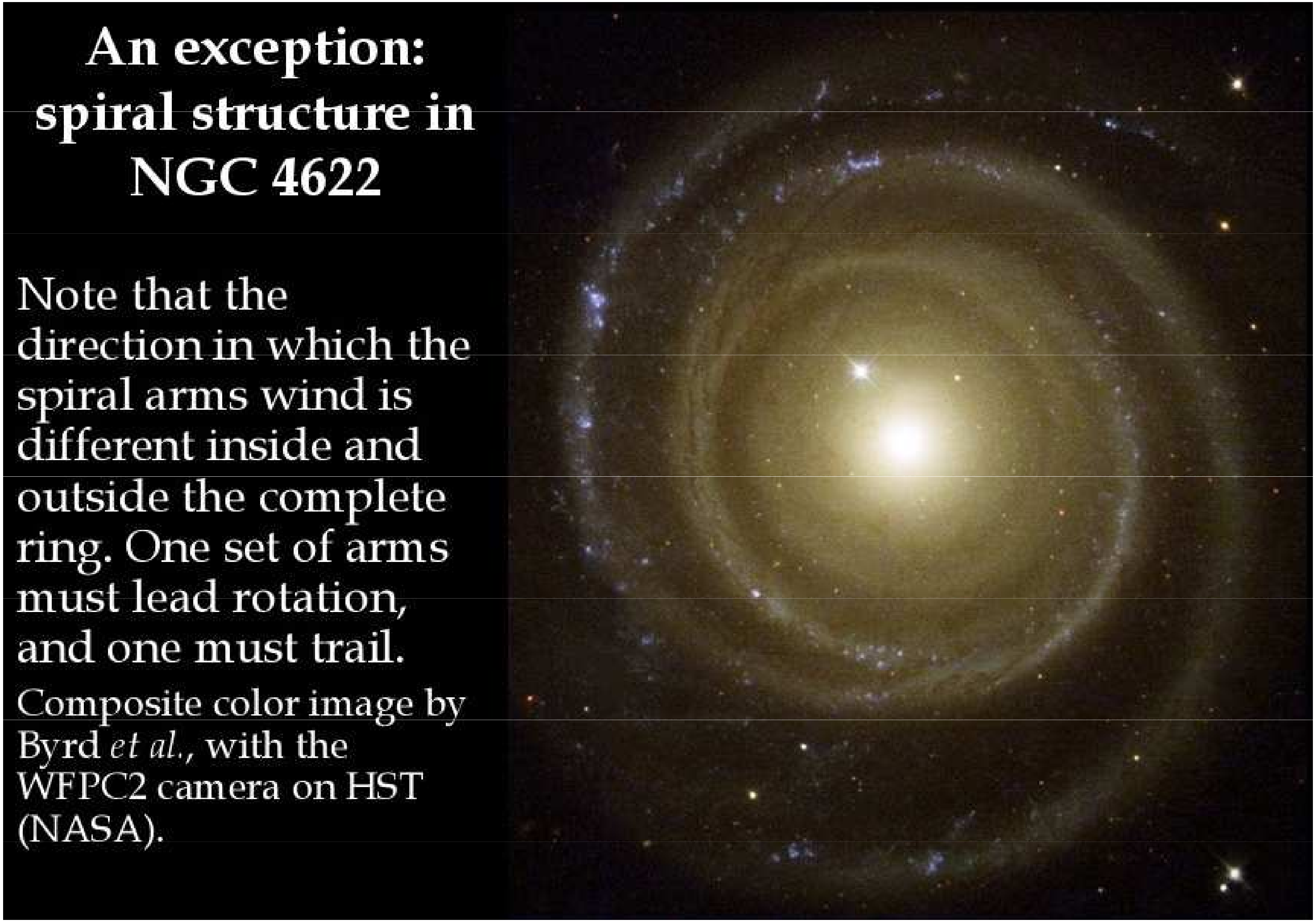
Spirální galaxie M 51



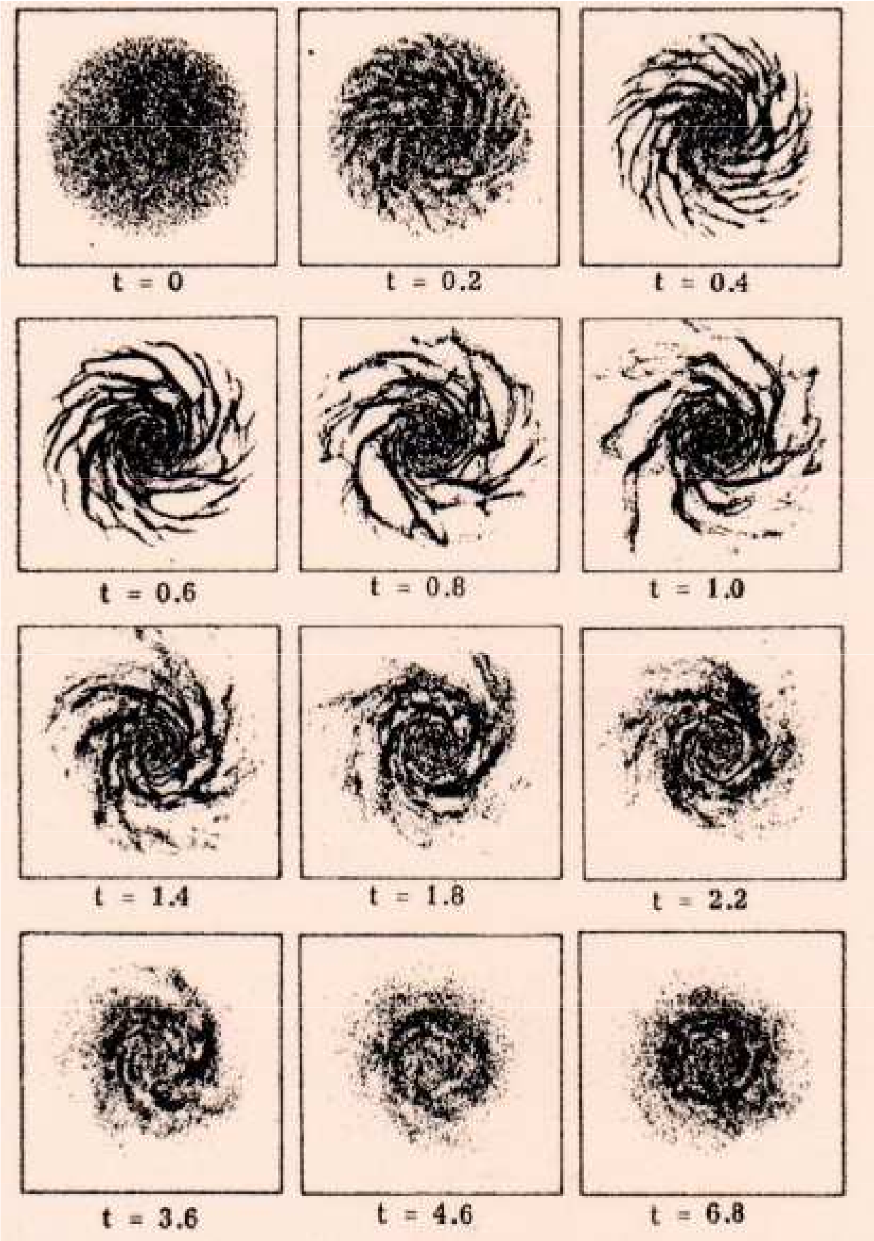
Spirální galaxie M 74

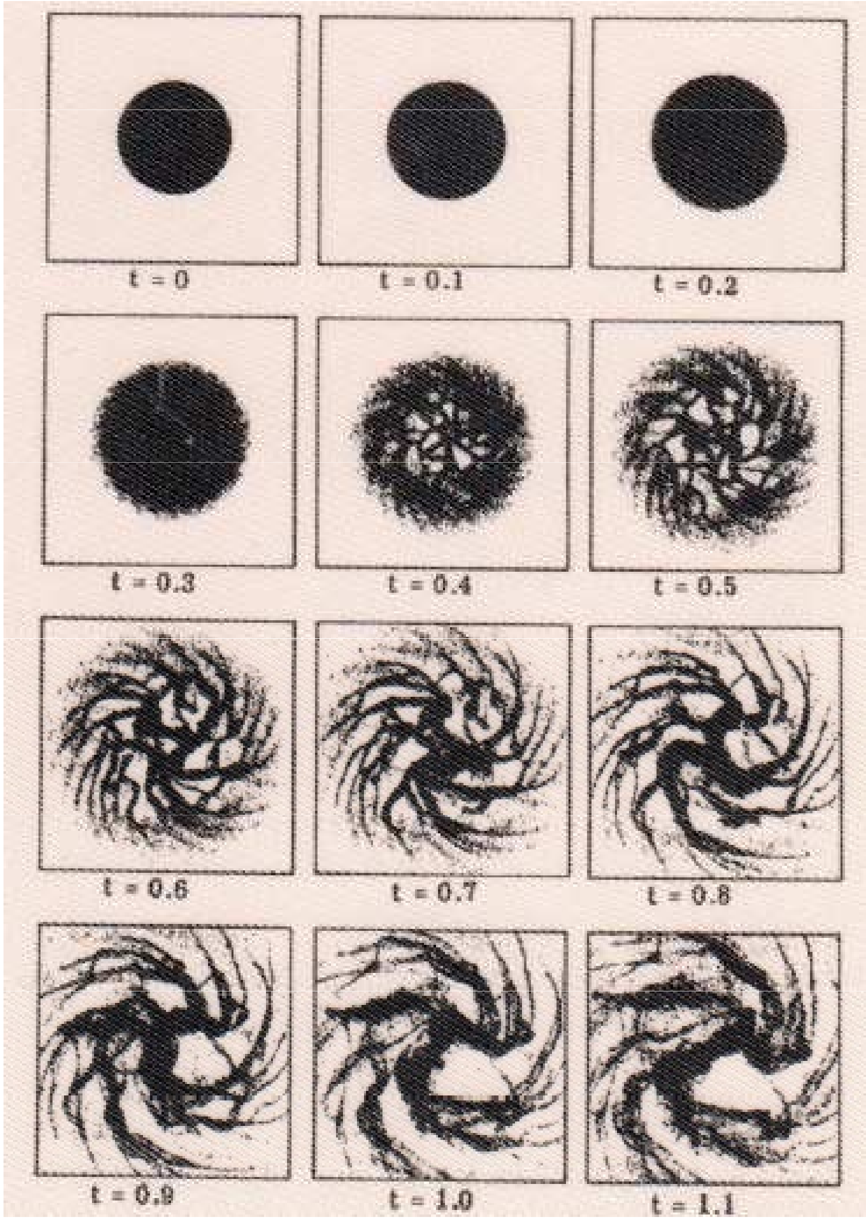


galaxie NGC 4622 s opačnou rotací

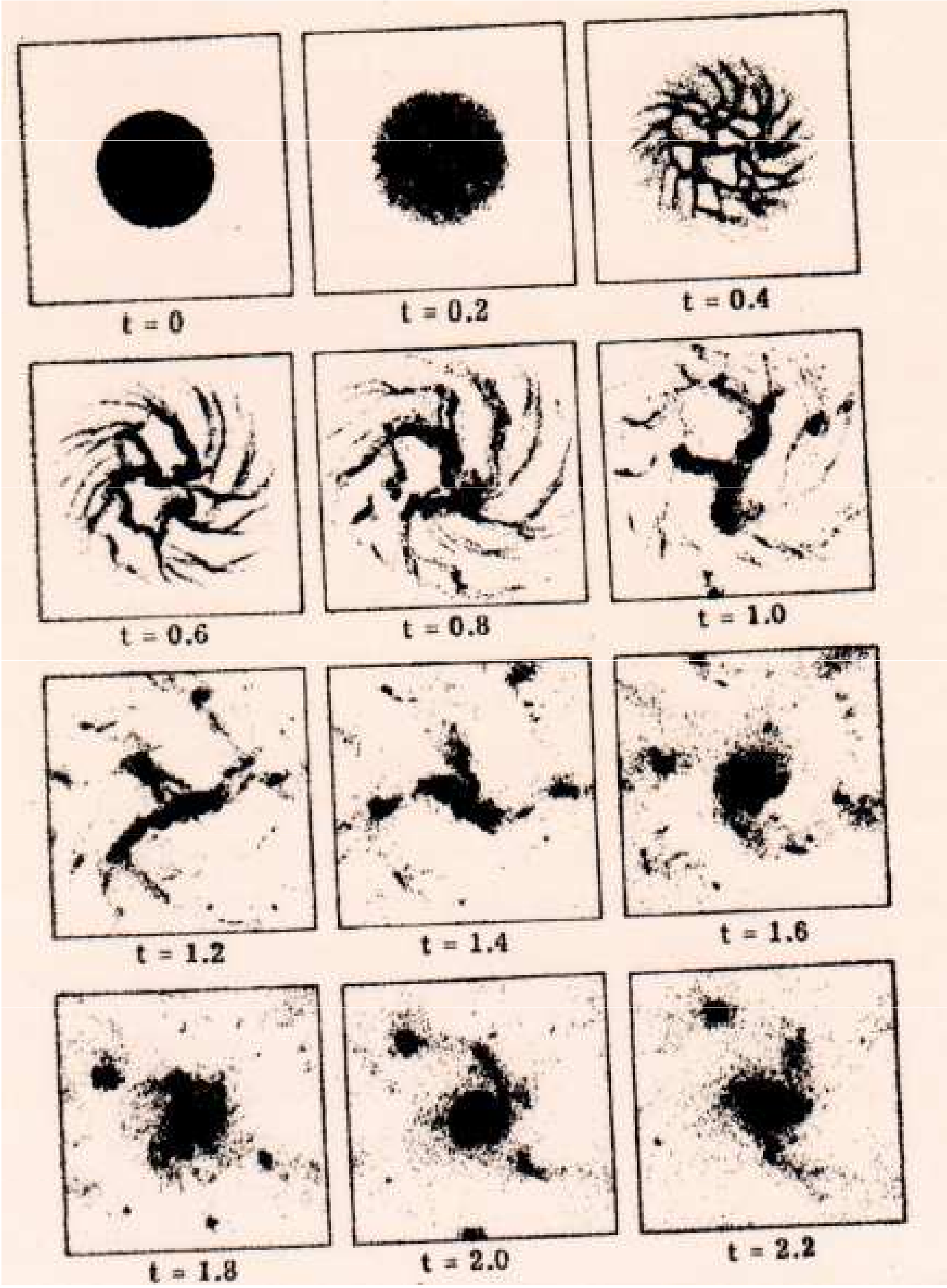


Simulace vzniku spirální struktury galaxií

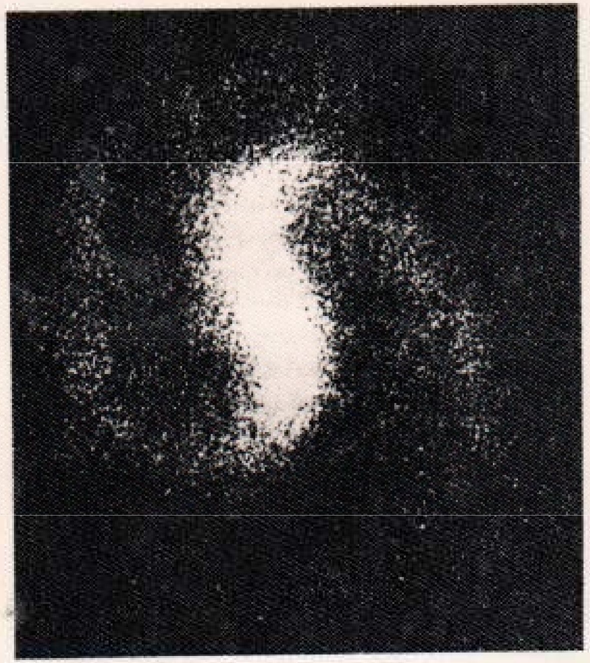




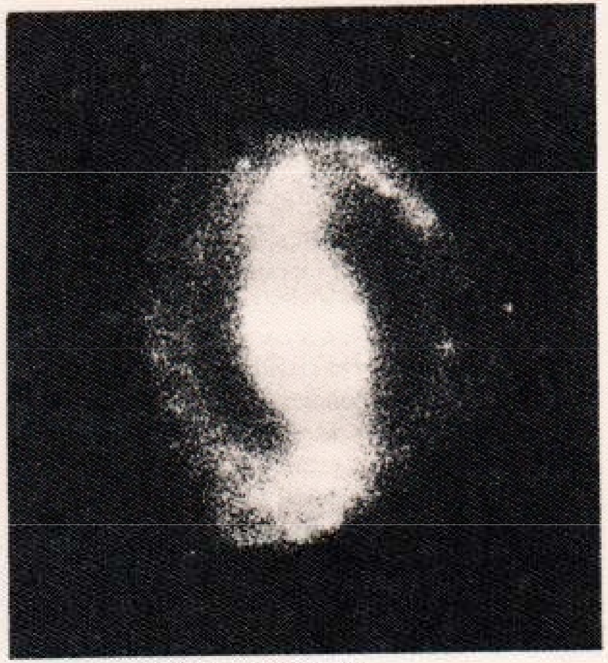
Simulace vzniku spirální struktury galaxií



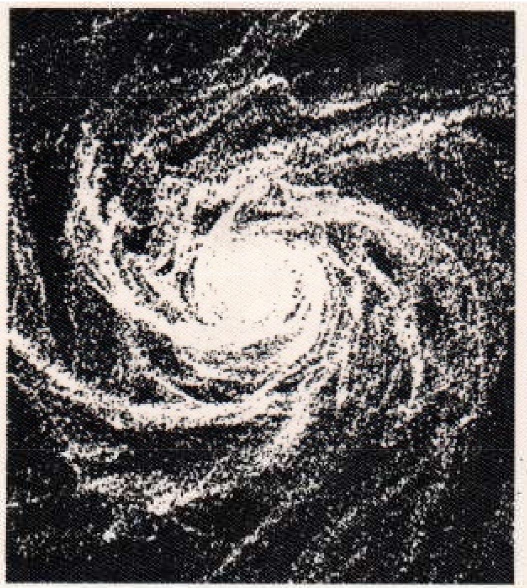
Simulace a realita vzhledu galaxií



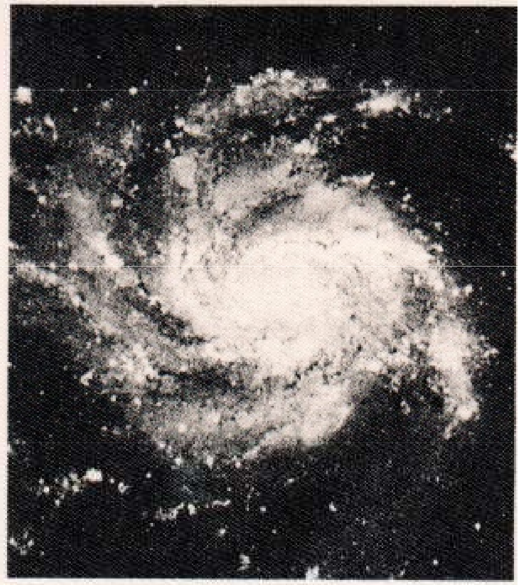
COMPUTER SIMULATION



NGC-175, SBab-TYPE BARRED SPIRAL GALAXY

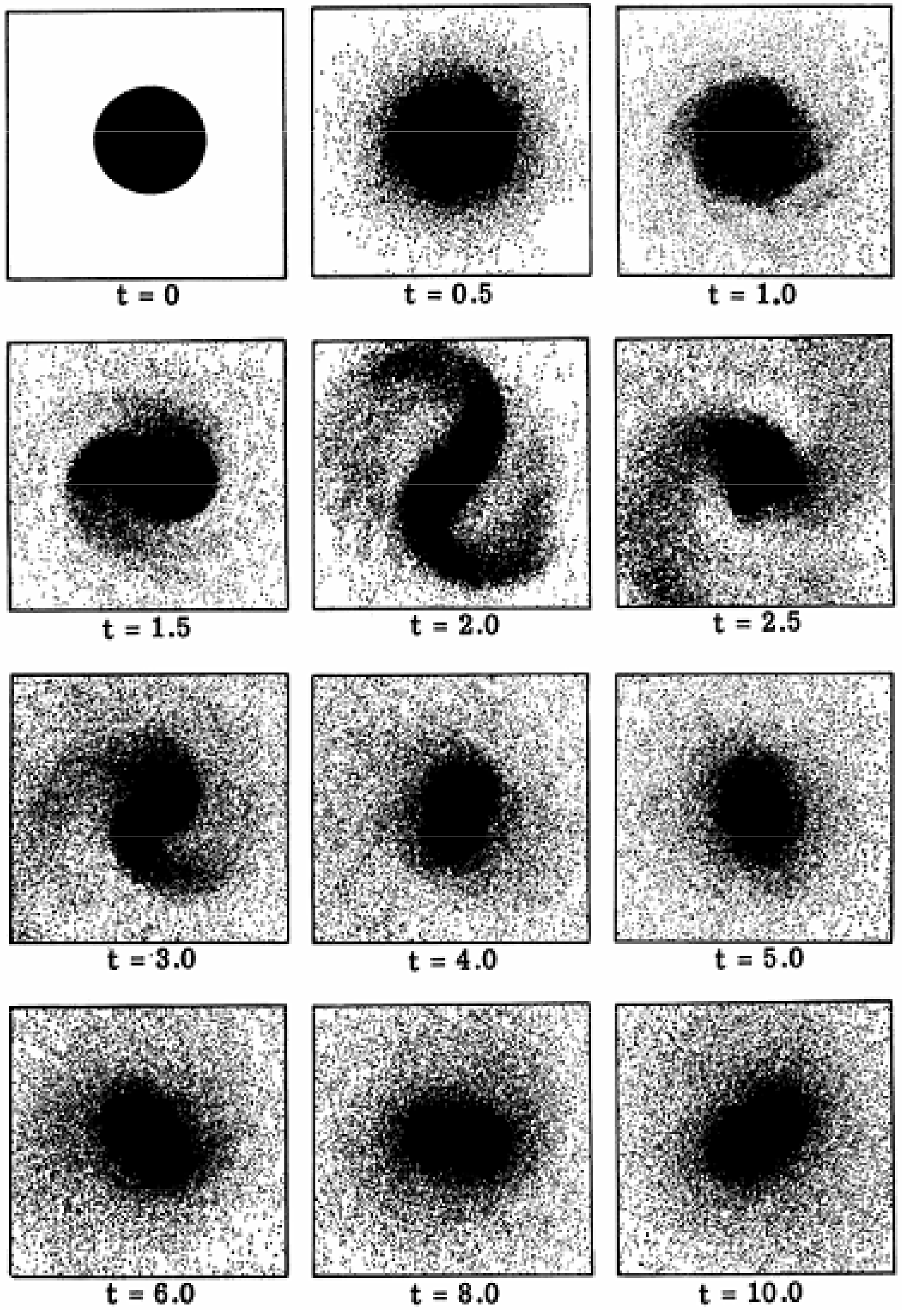


COMPUTER SIMULATION



M 101, Sc-TYPE REGULAR SPIRAL GALAXY

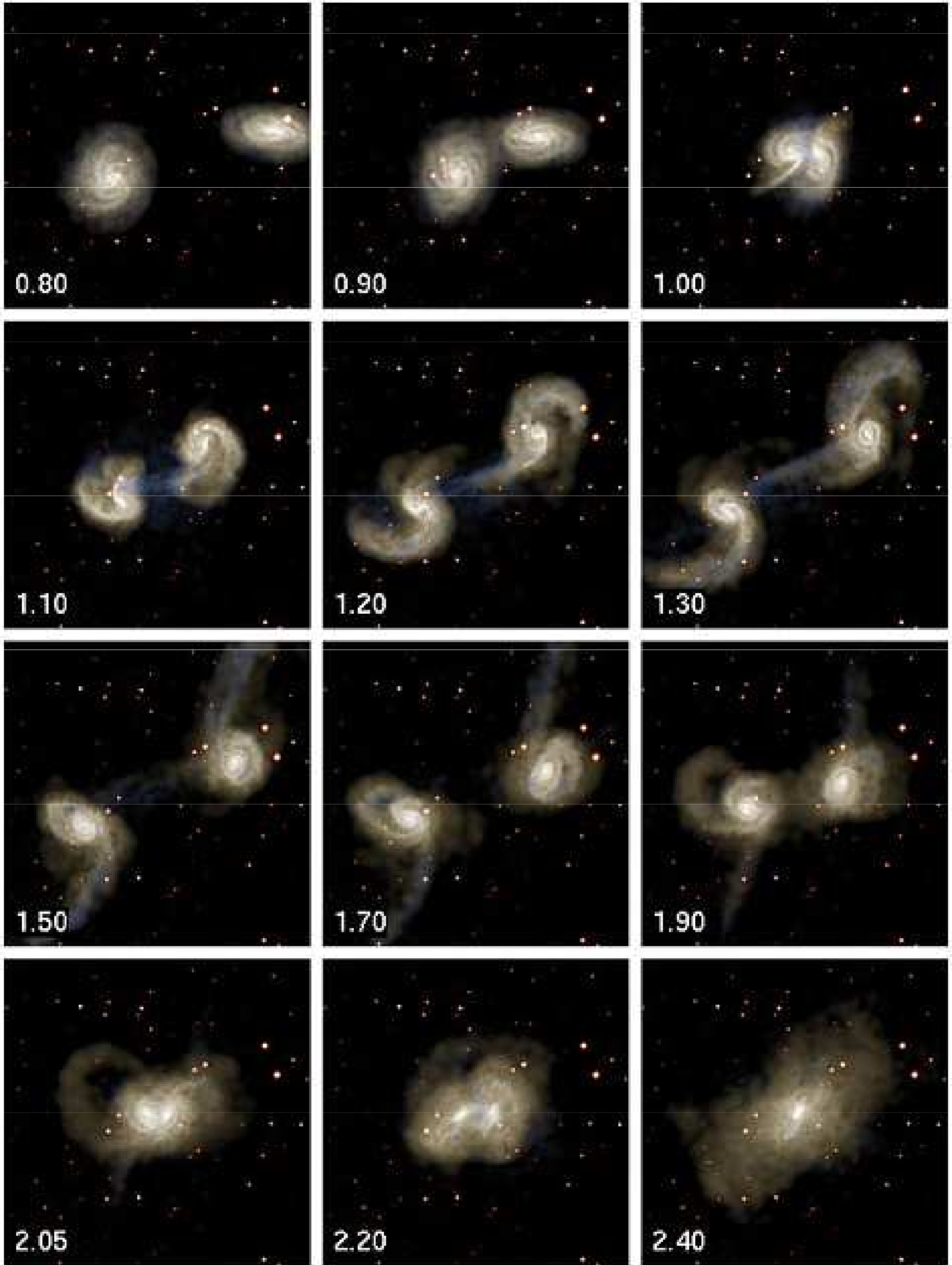
Simulace vzniku galaxie s příčkou



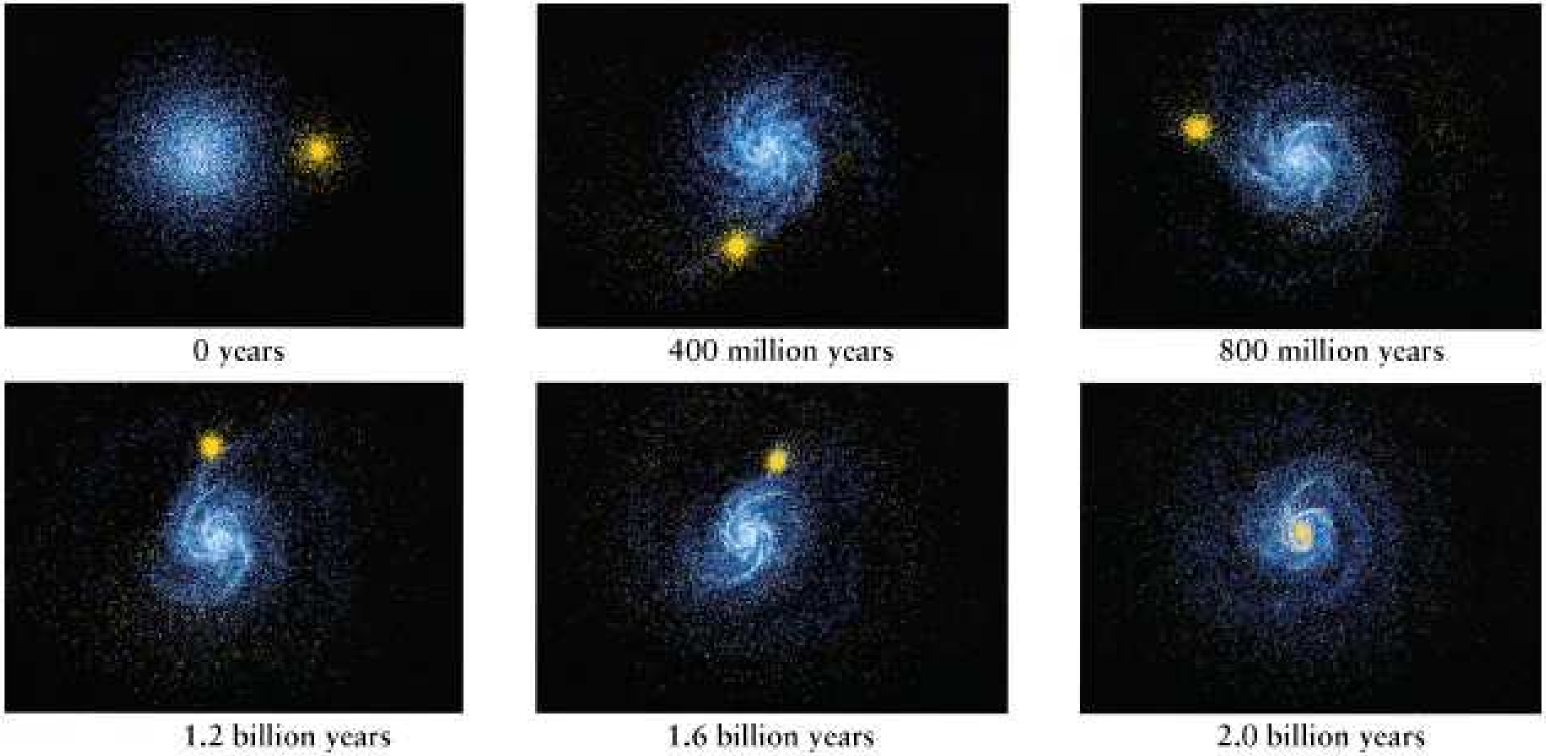
The “bar instability”

In this simulation by Frank Hohl (1971, *Ap.J.* **168,** 343), 100000 stars start off as a uniformly rotating, axisymmetric disk, but soon erupt spontaneously into a spiral pattern before settling down into an ellipsoidal distribution (i.e. a bar) that appears to be stable. The time unit is the rotation period of the disk, 1.5×10^{8} years.

Simulace interakce dvou galaxií



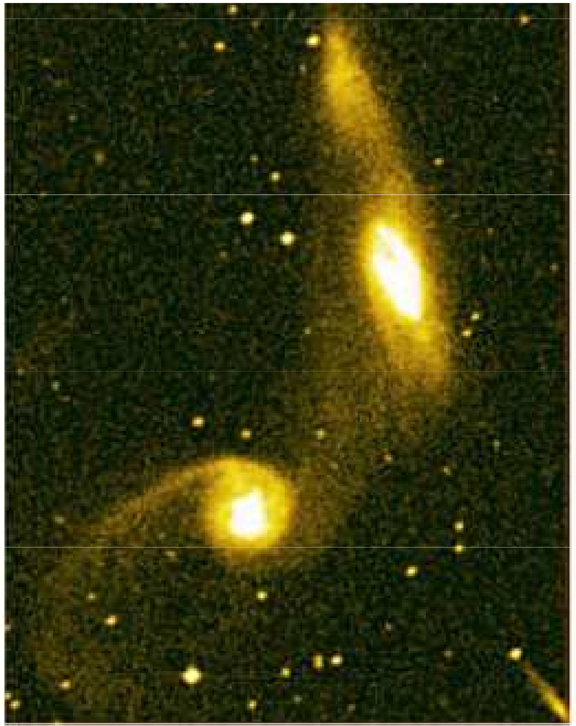
Galaktický kanibalismus

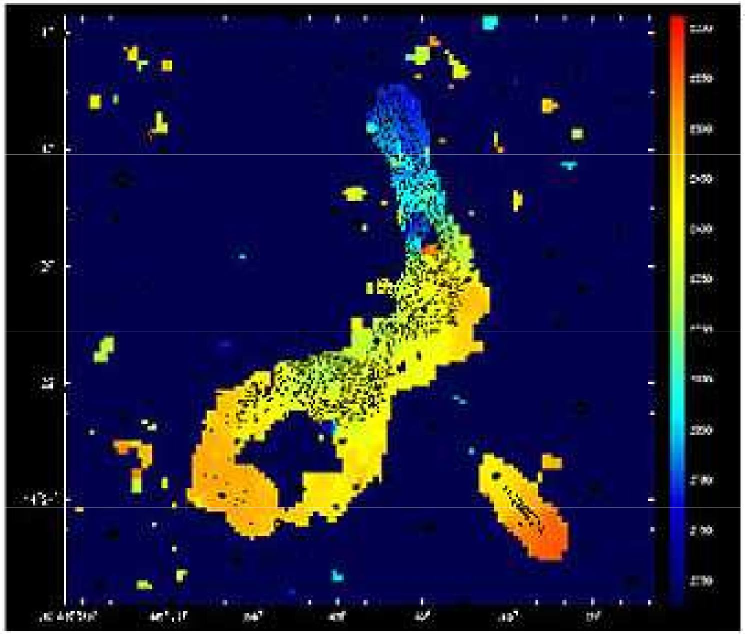




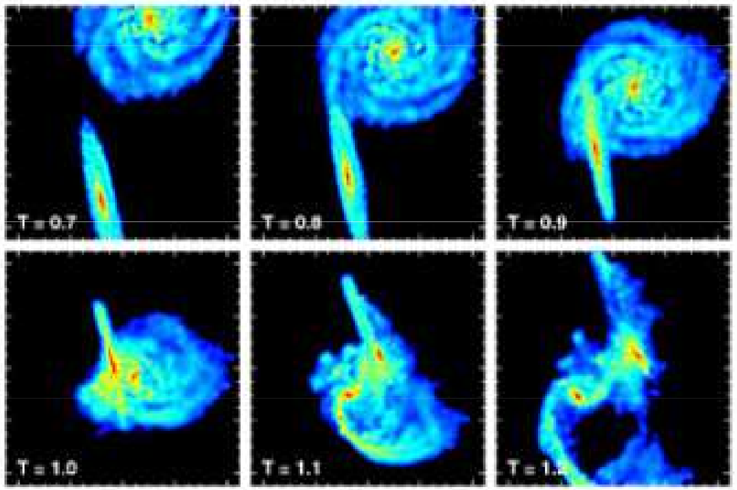
Interakce může iniciovat vznik spirálních hustotních vln

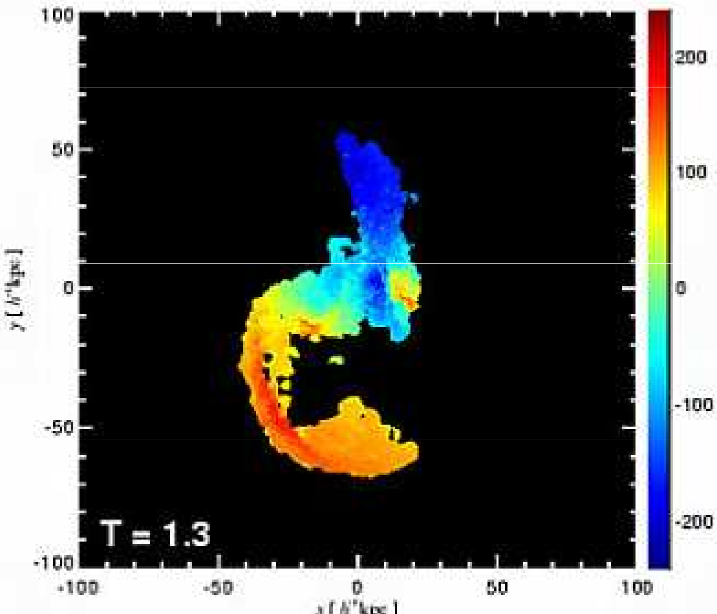
Pozorování a simulace NGC 2992/3





NGC 2992/3
Observations
and
simulations

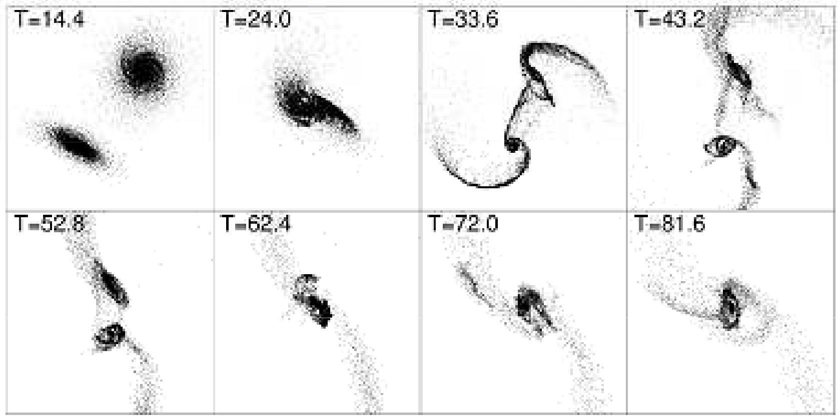




Credit
Max-Planck
institut
Garching

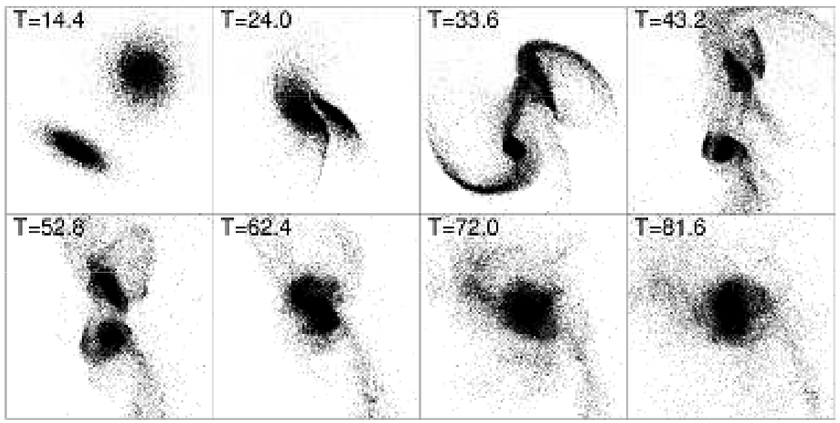
Splynutí dvou galaxií – hvězdy a plyn

Galaxy Merger: Gas



In the same merger, gas quickly looses energy (since it is dissipative), and sinks towards the center of the remnant, where it can fuel a starburst, or an AGN if a massive black hole is present

Galaxy Merger: Stars

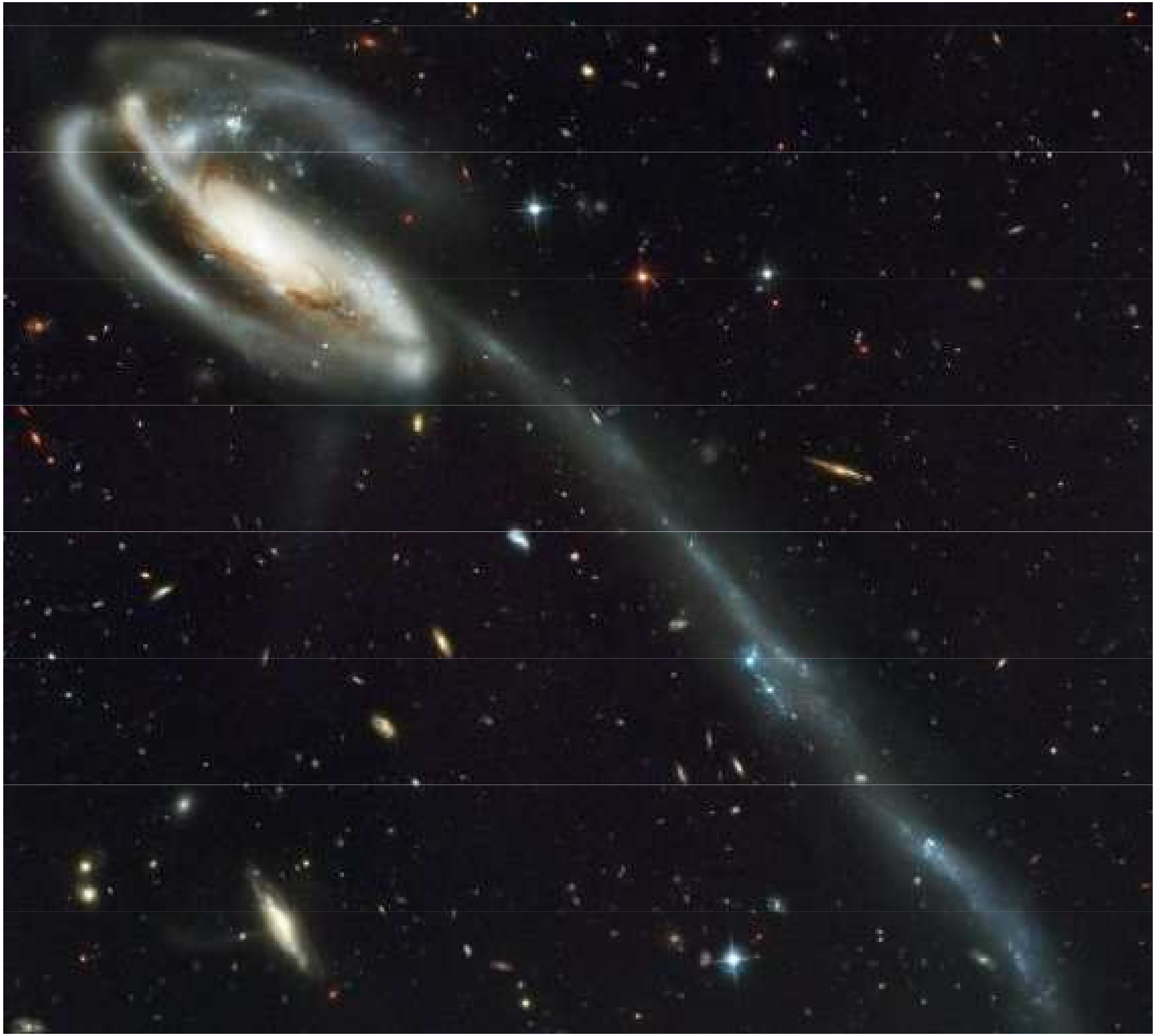


Merge 2 nearly equal mass disk galaxies; in a few dynamical times, the remnant looks just like an elliptical galaxy

Dvojice spirálních galaxií NGC 3314 a, b



Galaxie Arp 188 - Pulec



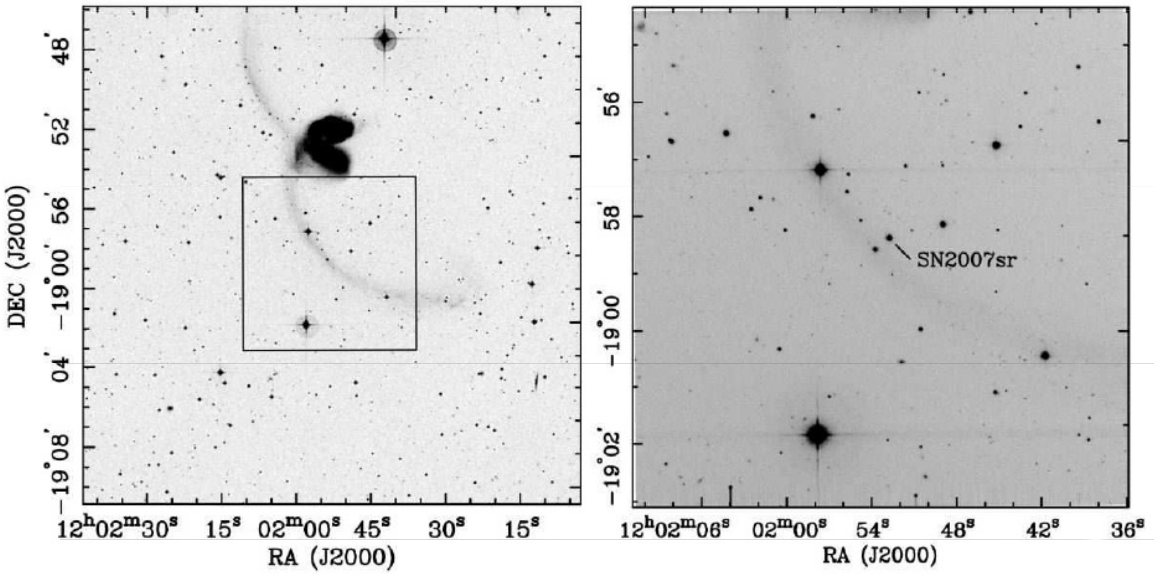
Spirální galaxie NGC 3314

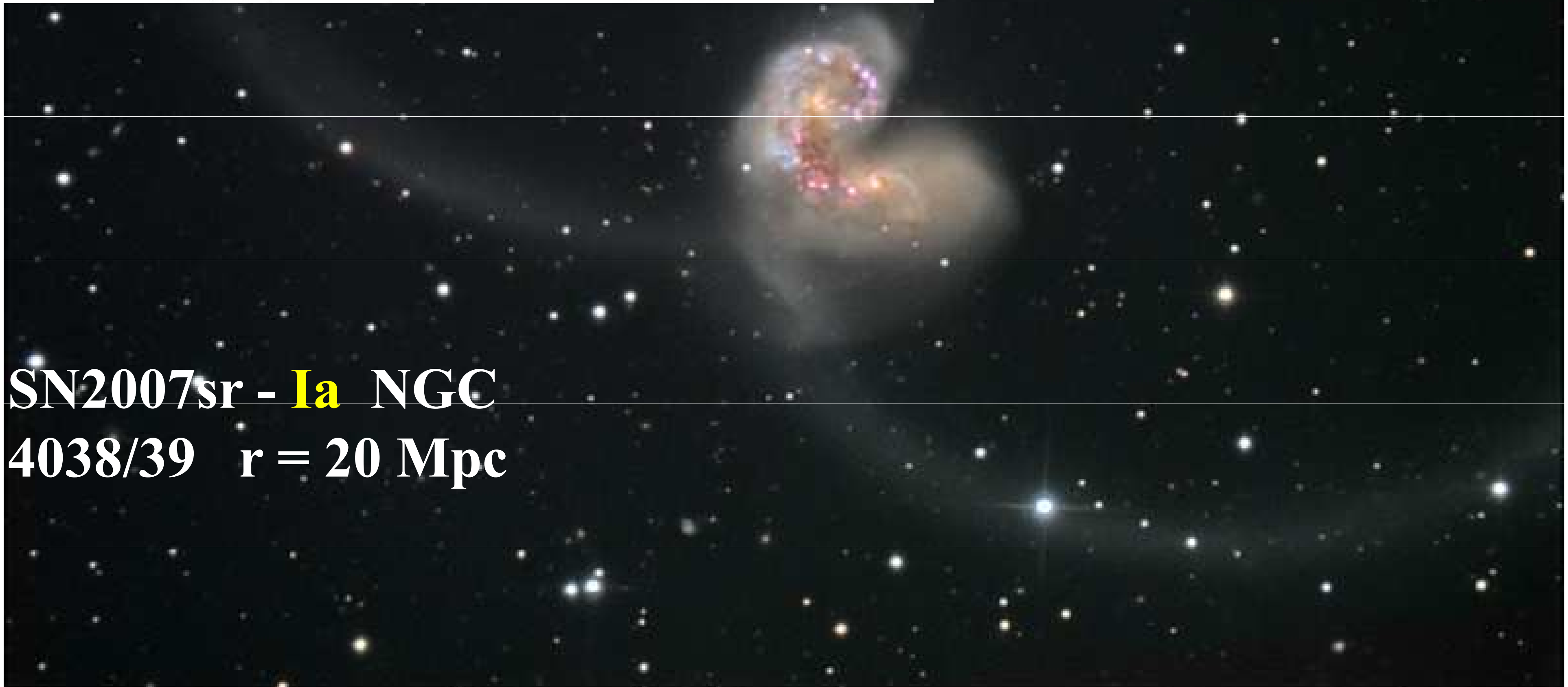


Interagující galaxie NGC 2207 a IC 2163



Interagující anténní galaxie

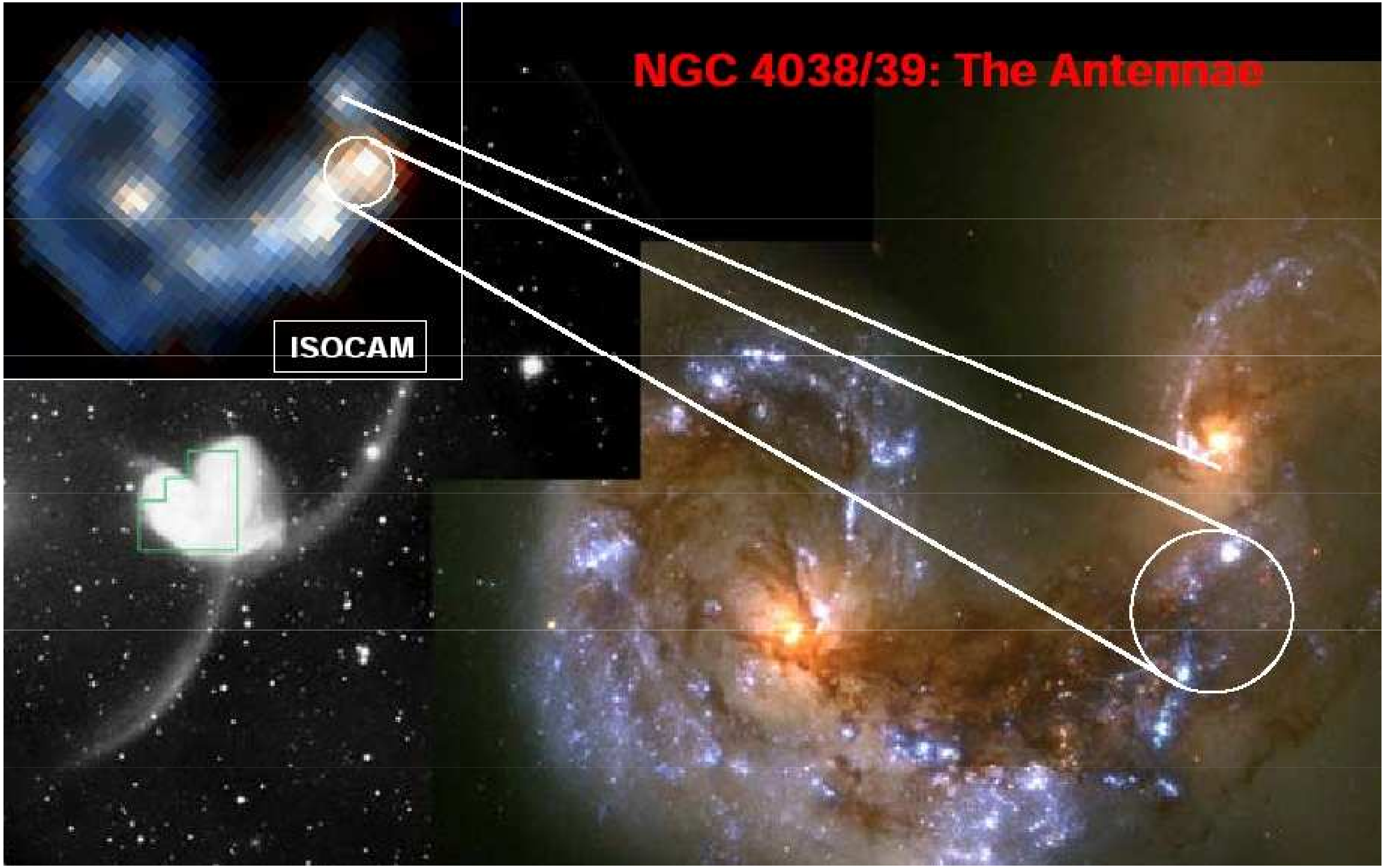




SN2007sr - Ia NGC
4038/39   r = 20 Mpc

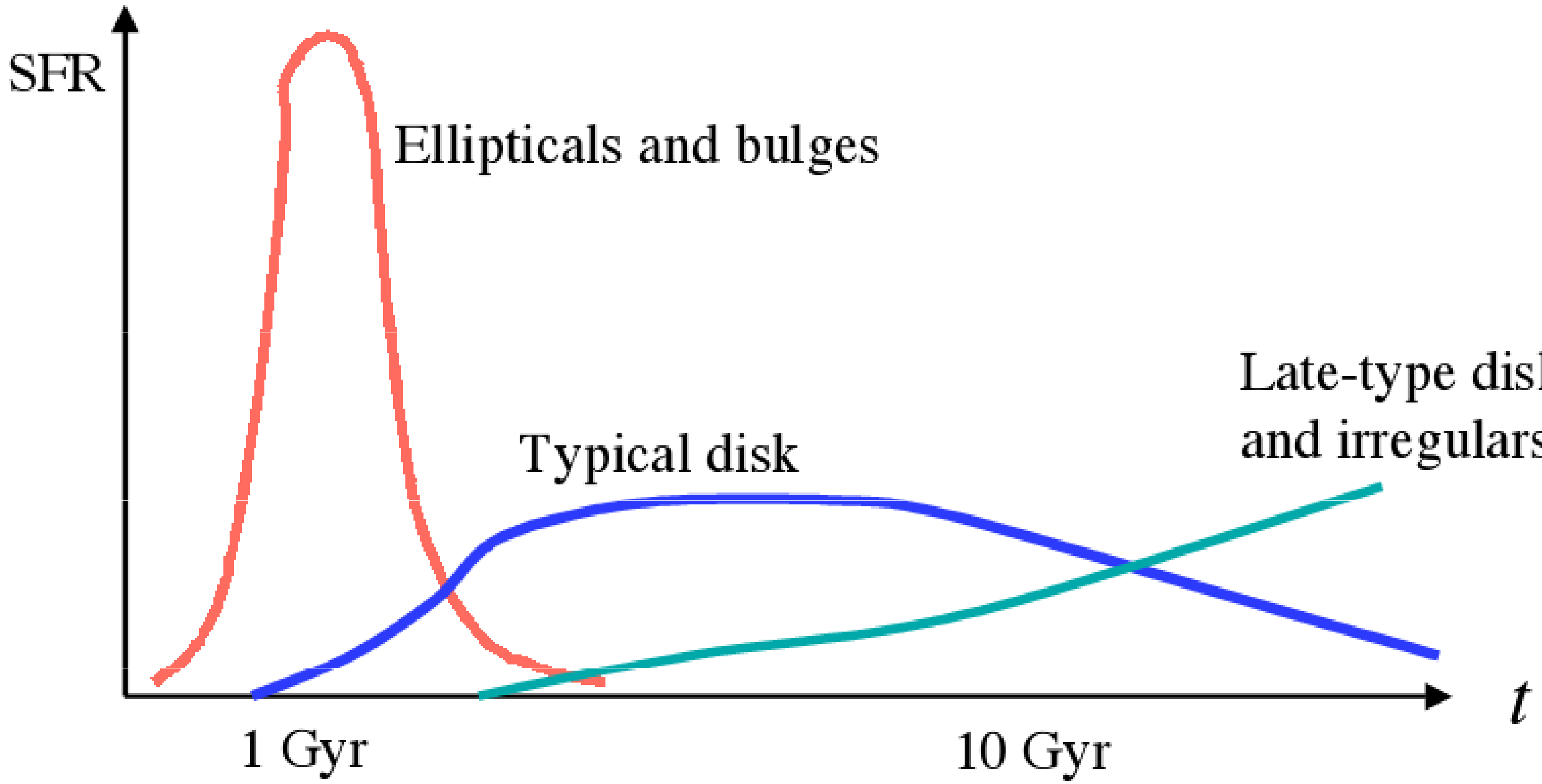
Interagující galaxie – hromadný vznik hvězd

O – B asociace hvězd



Vznik hvězd v galaxiích

Star Formation History in Galaxies



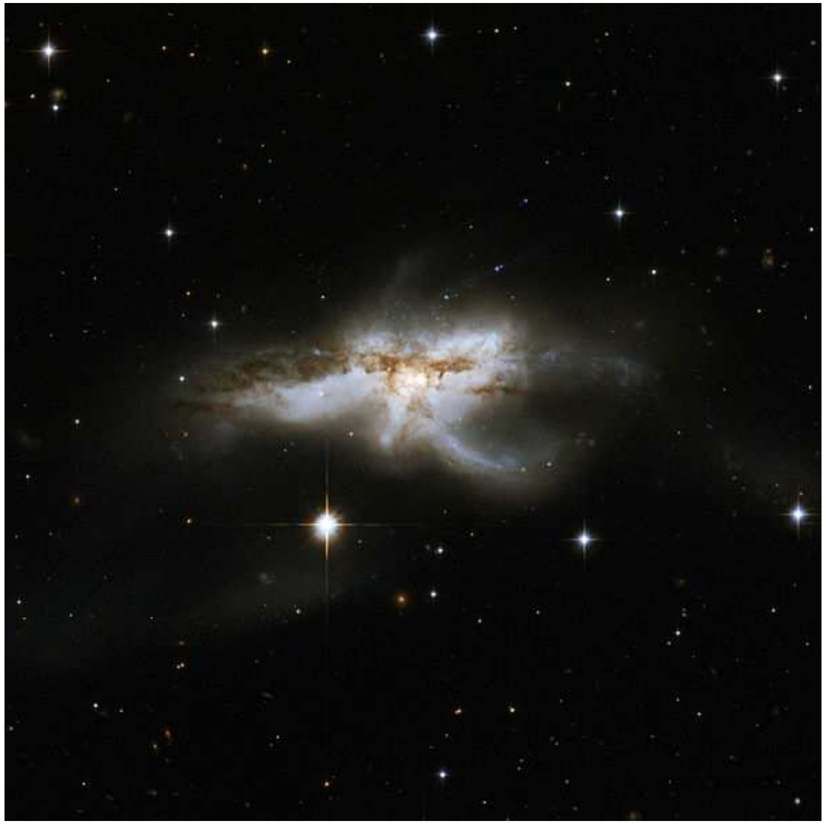
The net star formation rate in the universe, after the initial rapid rise, has remained nearly constant for the first ~ 6 to 8 Gyr, and has declined steeply (by an order of magnitude) since then

HST – pozorování WFPC

Můžeme Hubbleovým dalekohledem pozorovat aktivní galaxii **NGC 6240**, jejíž úhlová velikost činí 2´? Pozorování WFPC vybavenou CCD detektorem 1 600 x 1 600 pixelů při šířce pixelu $d = 15$ µm, ohnisková vzdálenost primárního zrcadla je $f = 31$ m.

Výpočtem propočítáme pole na jeden čip $\Theta = \frac{d}{f} = 4{,}8.10^{-7}\, rad = 0{,}1''$

Celkové pole detektoru 1 600 . 0,1“ = 160“ = 2 ´40“ , galaxii lze pozorovat.



NGC 6240

Kvasary

r. 1962 zákryt kvasaru 3C 273 s Měsícem

quasi stellar object - kvasar

široké emisní čáry - vznik v mračnech ionizovaného plynu

hustota n ≈ $(10^{7} - 10^{10})$ cm^{-3}, teploty T ≈ 10^{4} K,

rozměry několik pc, chemické složení H, He, C, N, Mg, Ca, Si, Fe, obohacení těžším prvky proběhlo v nejranějších stadiíchvývoje

kvasary - jádra vznikajících galaxií

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$

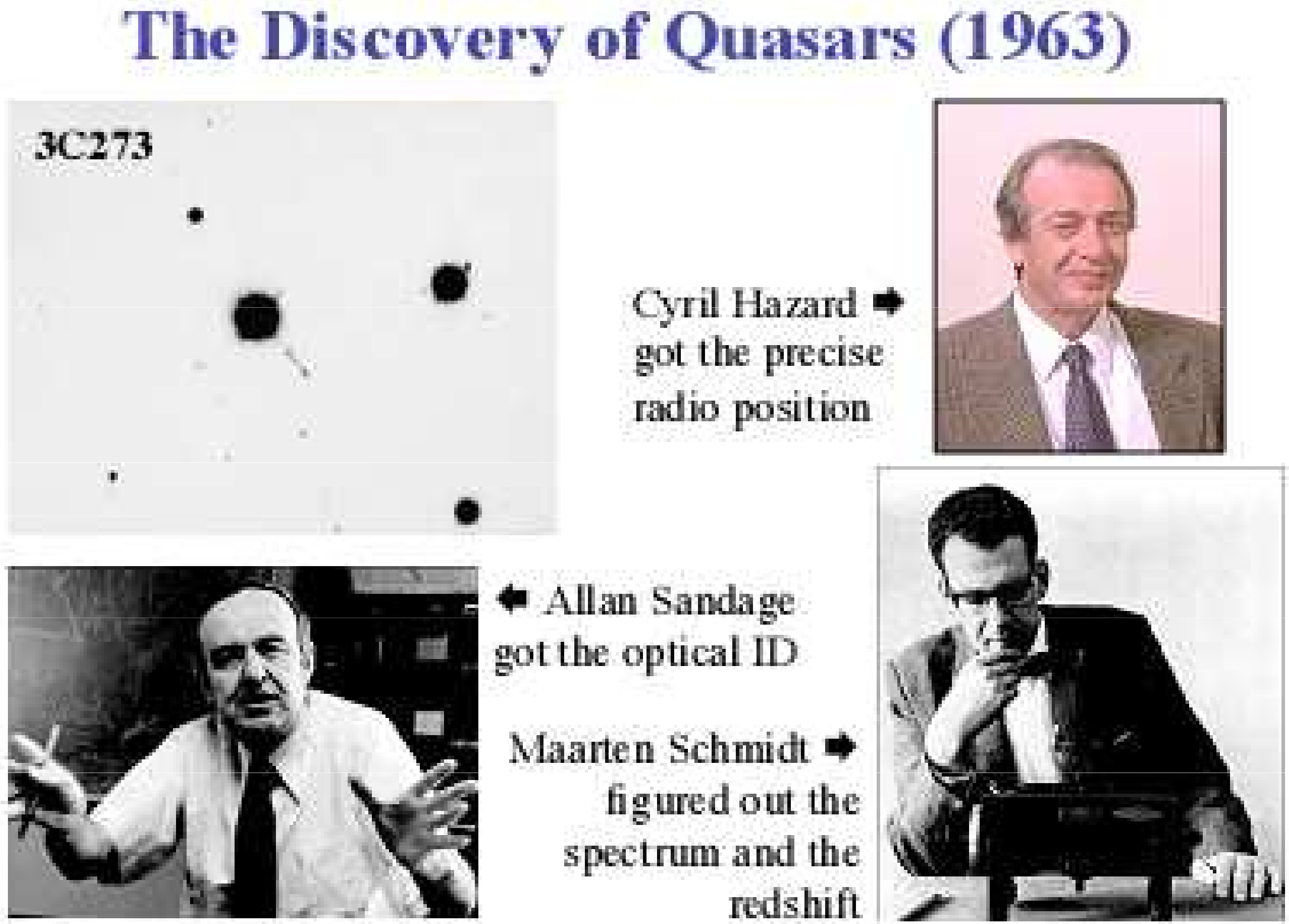
hmotnost kvasaru lze určit z šířky spektrálních čar

rychlost pohybu plazmy ≈ 10^3 $km.s^{-1}$

$v = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ $\quad v_p = \sqrt{2\frac{GM}{R}}$ porovnáním stanovíme M

Objev kvasarů 1963

zákryt kvasaru Měsícem 1962

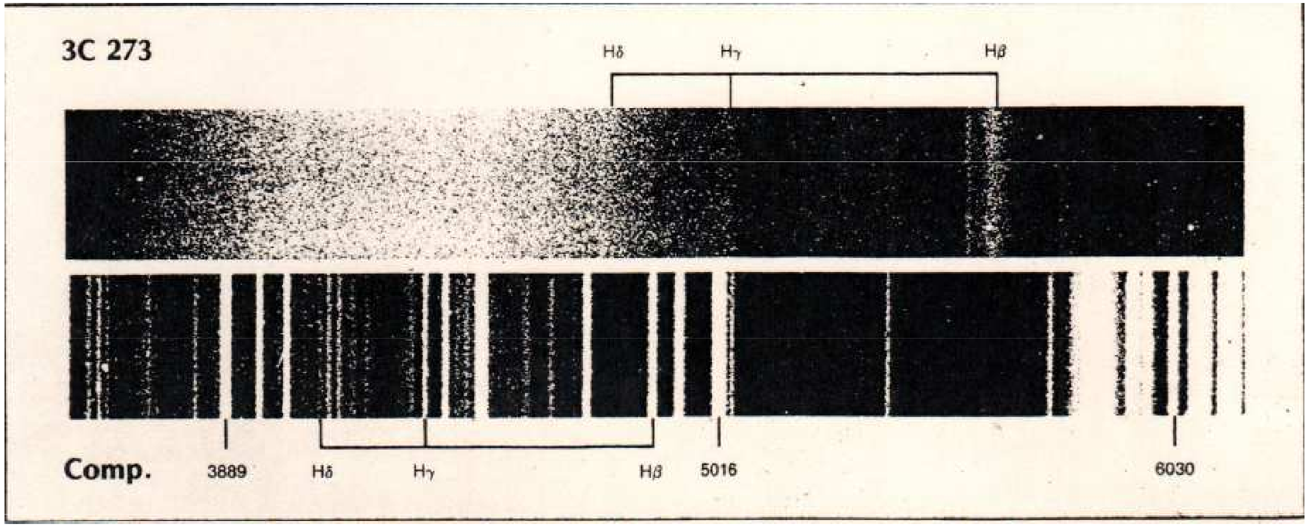


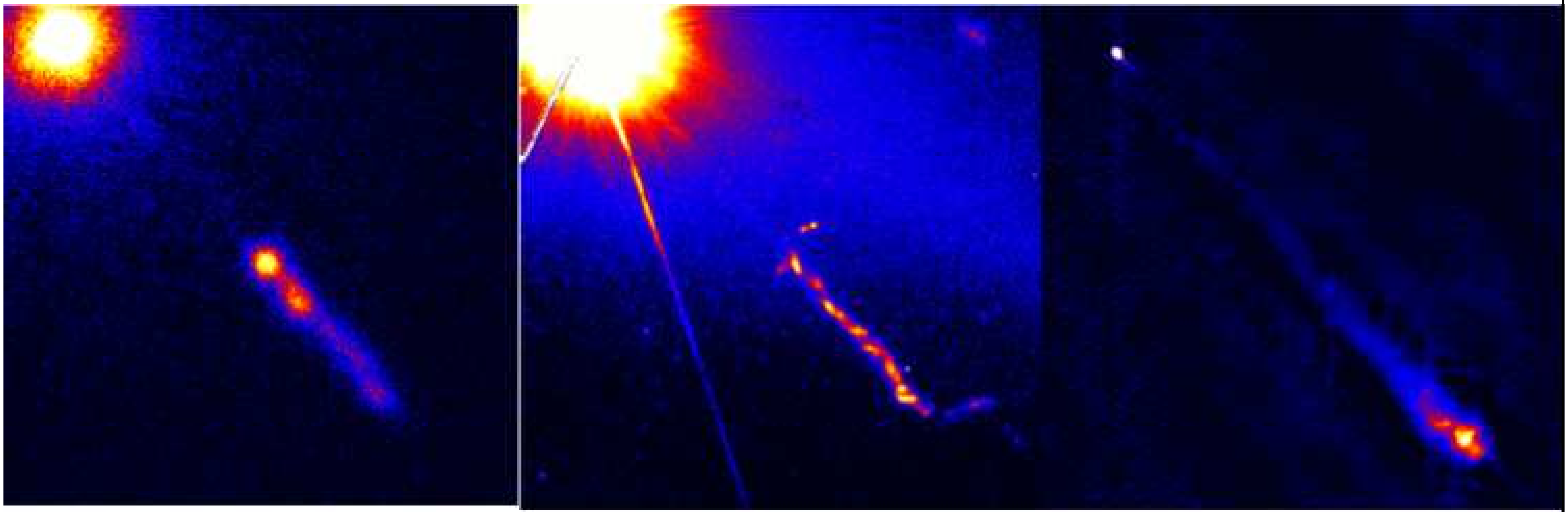
Kvasar 3C 273 v různých spektrálních oborech

$L \sim 10^{40}$ W

$z \sim 0{,}16$,

$r \sim 640$ Mpc

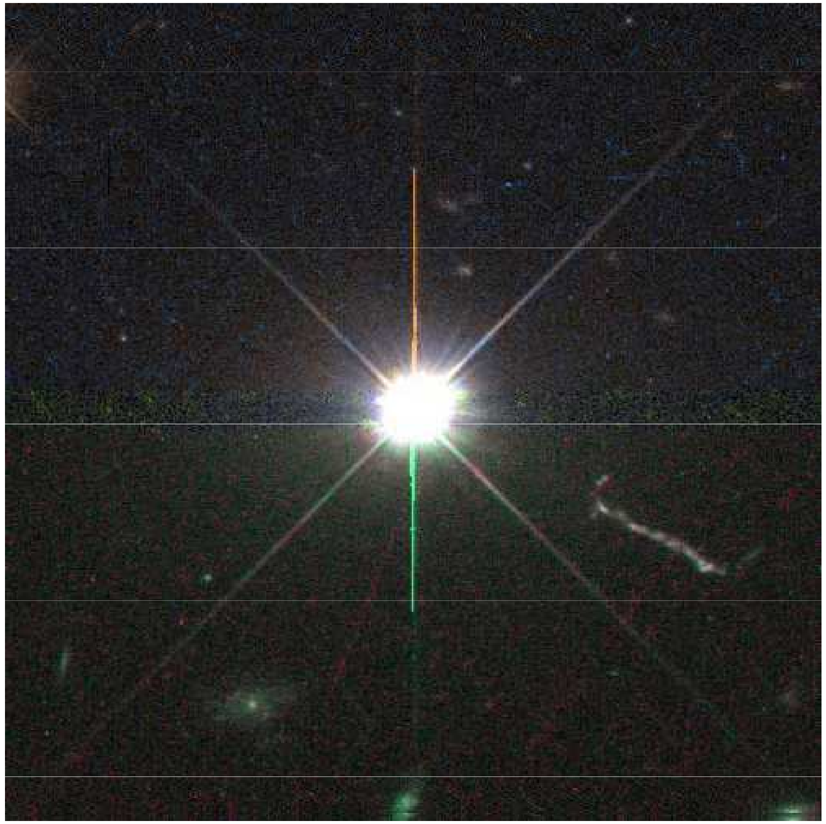




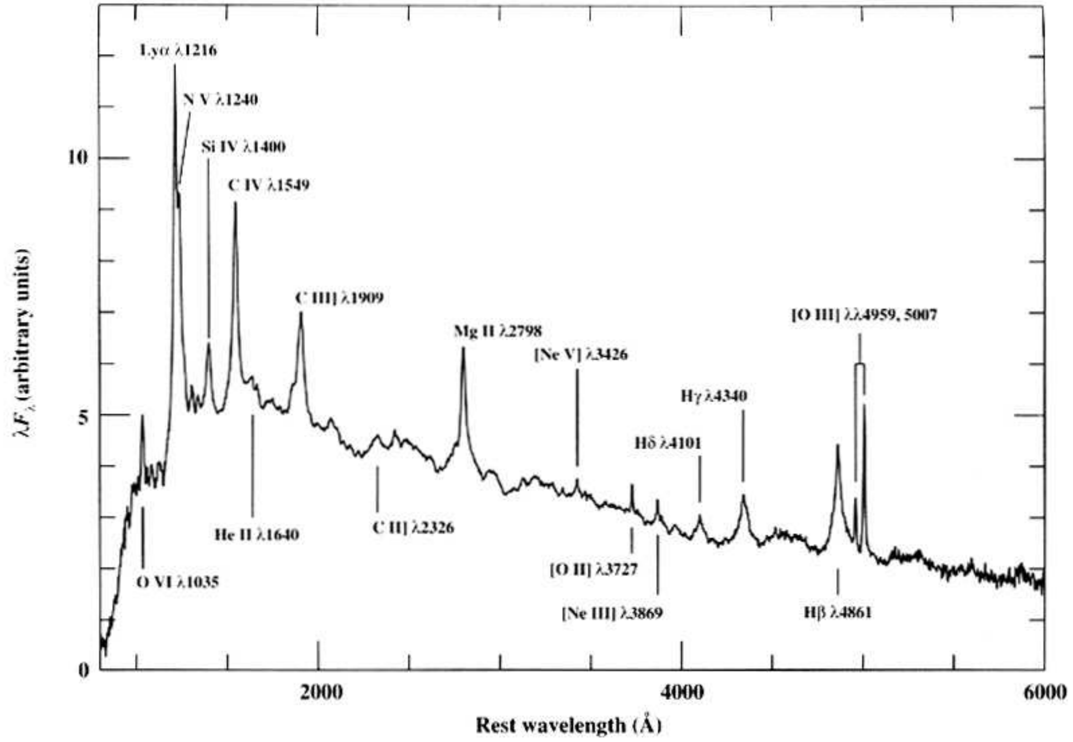
3C 273 in X rays, by CXO. …in visible light, by HST. …in radio light, by MERLIN.

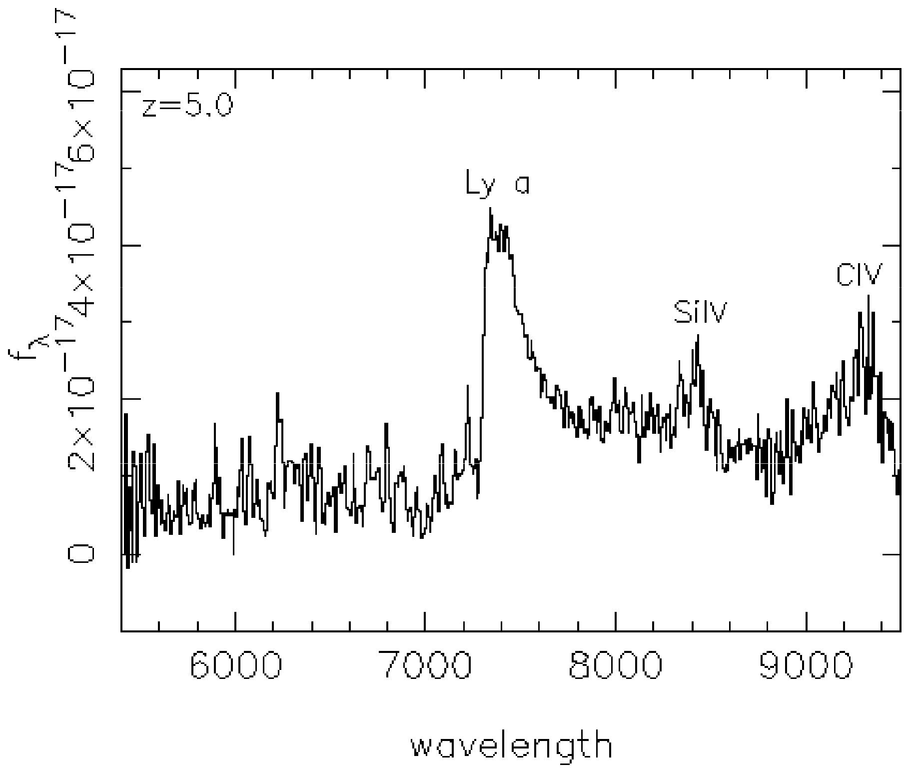
Hmotnost kvasaru 3C 273

Úhlová velikost 21,“,
při vzdálenosti 750 Mpc je
lineární délka jetu
l = r . sin 21“ = 60 kpc
t = l/c ≈ 2 . 10^{6} roků,
při L = 10^{40} W za rok kvasar
vyzáří 10^{47} J, celkově za 10^{6}
roků 10^{53}J, jestliže se vyzáří
1 % zásob energie,
$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$
hmotnost kvasaru ≈ 10^{9} M_S
z = 0,16 , 48 000km/s



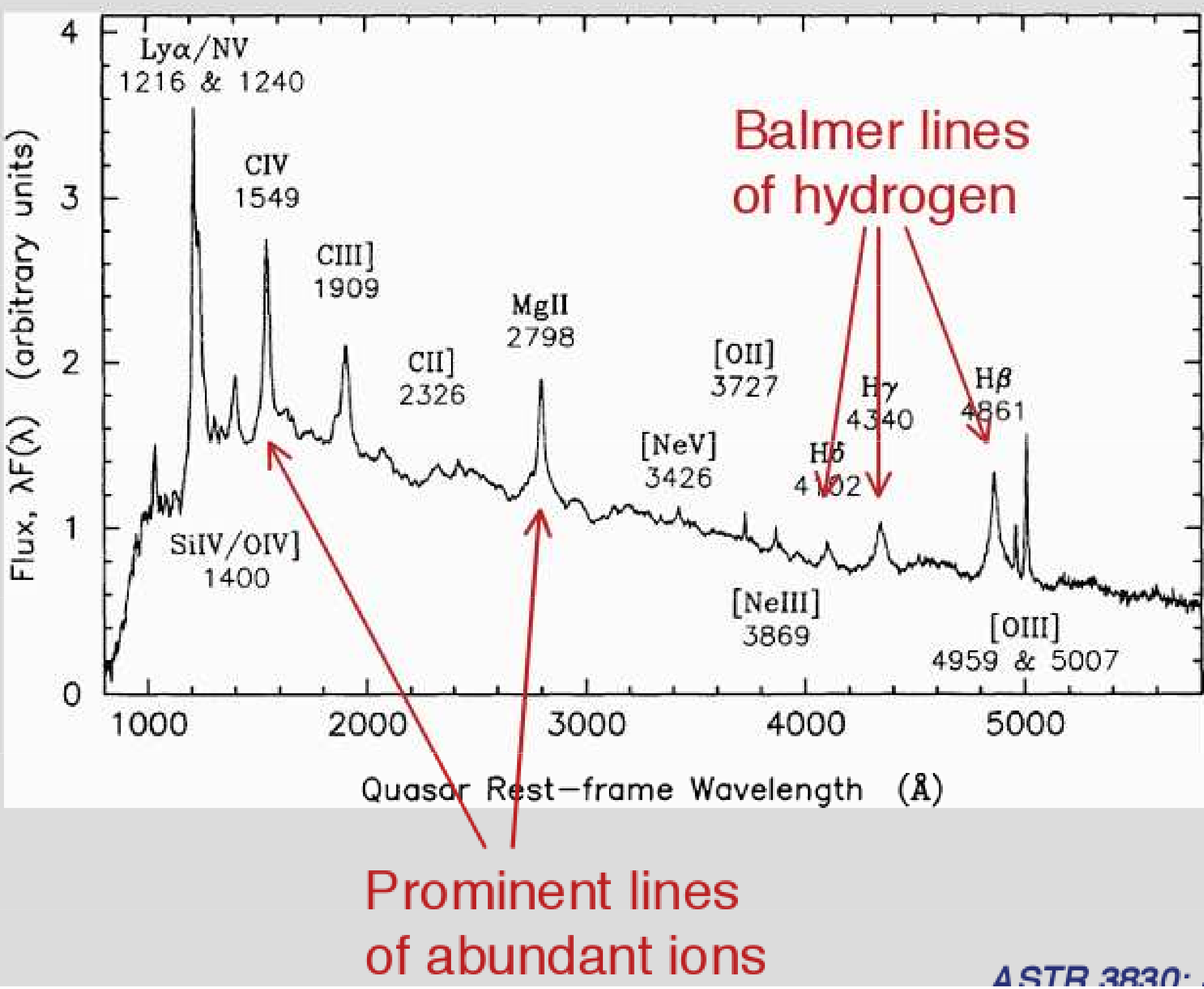
Spektra kvasarů





Spektra kvasarů

Optical spectra show strong, broad emission lines



ASTR 3830: Spring

Vlastnosti kvasarů

Properties of quasars

Characteristic of quasars include:

- Point-like sources (originally associated with radio sources, though these **radio loud** quasars are actually small fraction of the total)
- Broad spectral energy distribution, with large UV flux
- Time variable continuum
- Broad emission lines
- Typically high redshift (record now z=6.4)

High redshift is mainly because quasars are rare and luminous
Other properties more useful for understanding the physics.

Určování vzdáleností galaxií

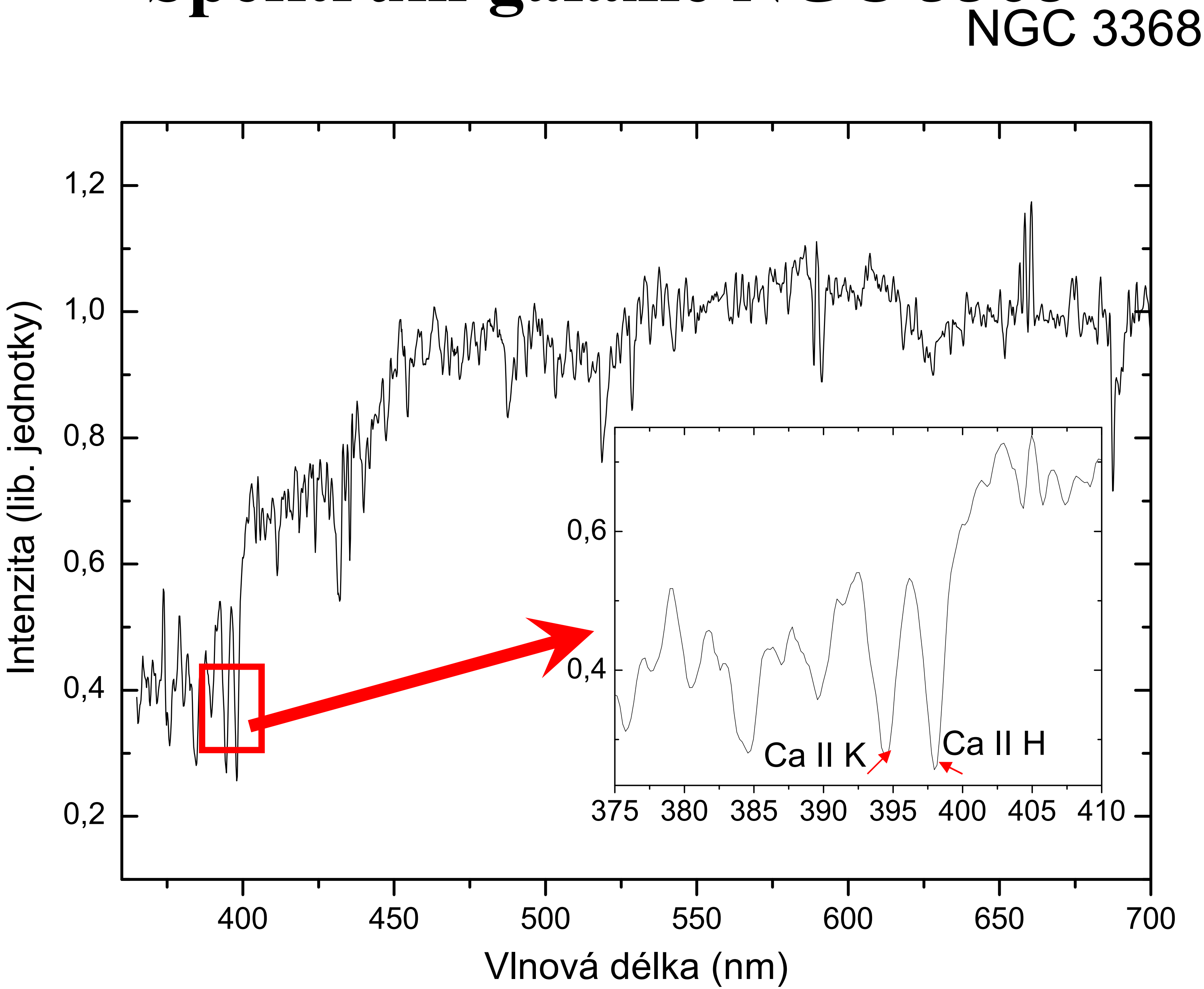
Postup práce

- identifikace charakteristických emisních respektive absorpčních čar ve spektrech galaxií
- proměřování rudého posuvu $\Delta\lambda$
- výpočet $\Delta\lambda = \lambda_p - \lambda_l$, $z = \Delta\lambda / \lambda_l$
- stanovení vzdálenosti $r = \frac{cz}{H}$, H = 72 km/s/Mpc

$$\lambda_p = \lambda_l (z+1)$$

$$v = c\frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$$

Spektrum galaxie NGC 3368



Určování vzdáleností galaxií

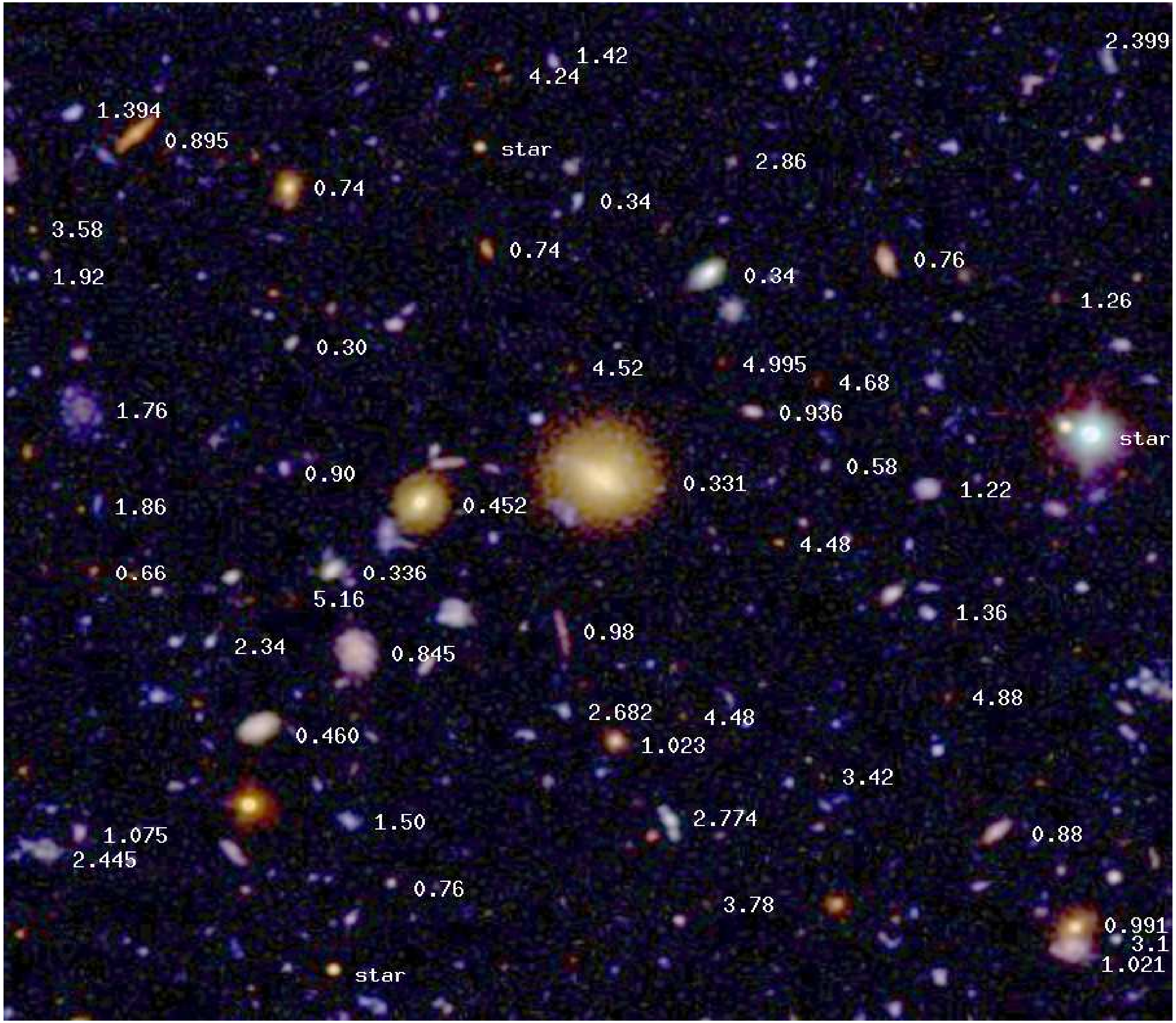
laboratorní vlnové délky

Galaxie (NGC)	r (Mpc)	Ca II K λ_0 393.37 nm				Ca II H λ_0 396.85 nm				**r (Mpc)**
		$\lambda_{měř}$ (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)	v (km/s)	r (Mpc)	$\lambda_{měř}$ (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)	v (km/s)	r (Mpc)	
3368	12	394.52	1.15	880	12	398.03	1.18	890	12	**12**
3623	11	394.27	0.90	690	9	397.85	1.00	760	10	**10**
3941	12	394.56	1.19	910	12	397.99	1.14	860	11	**12**
4472	18	394.90	1.53	1170	16	397.83	0.98	740	10	**16**
3303	84	401.30	7.93	6050	81	405.45	8.60	6500	87	**84**
4889	86	401.88	8.51	6490	87	405.67	8.82	6670	89	**88**

katalogová vzdálenost

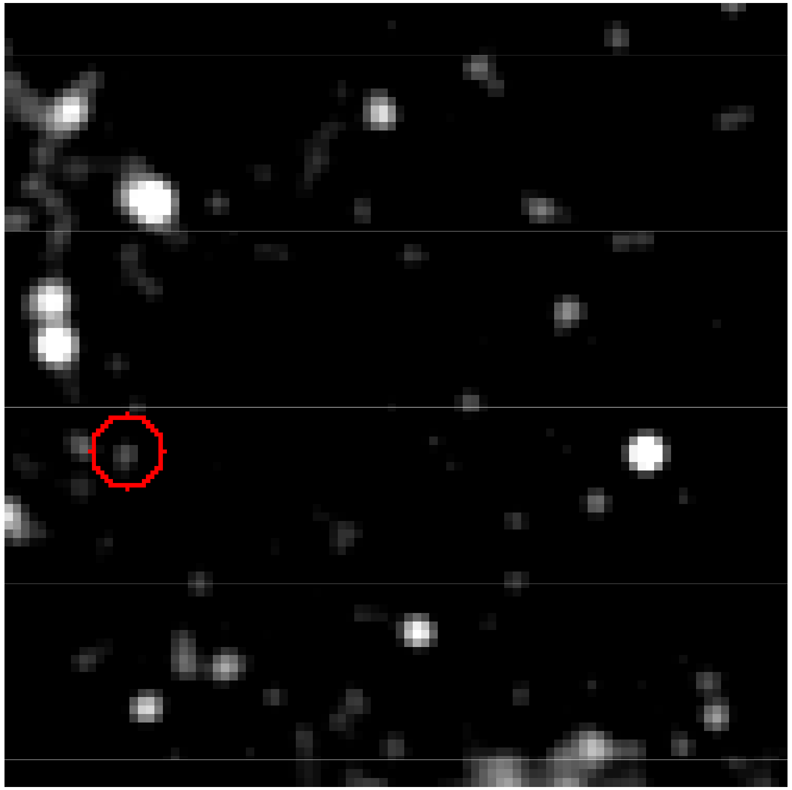
výsledná určená hodnota

- **Hubbleův zákon - určování vzdáleností ve vesmíru**

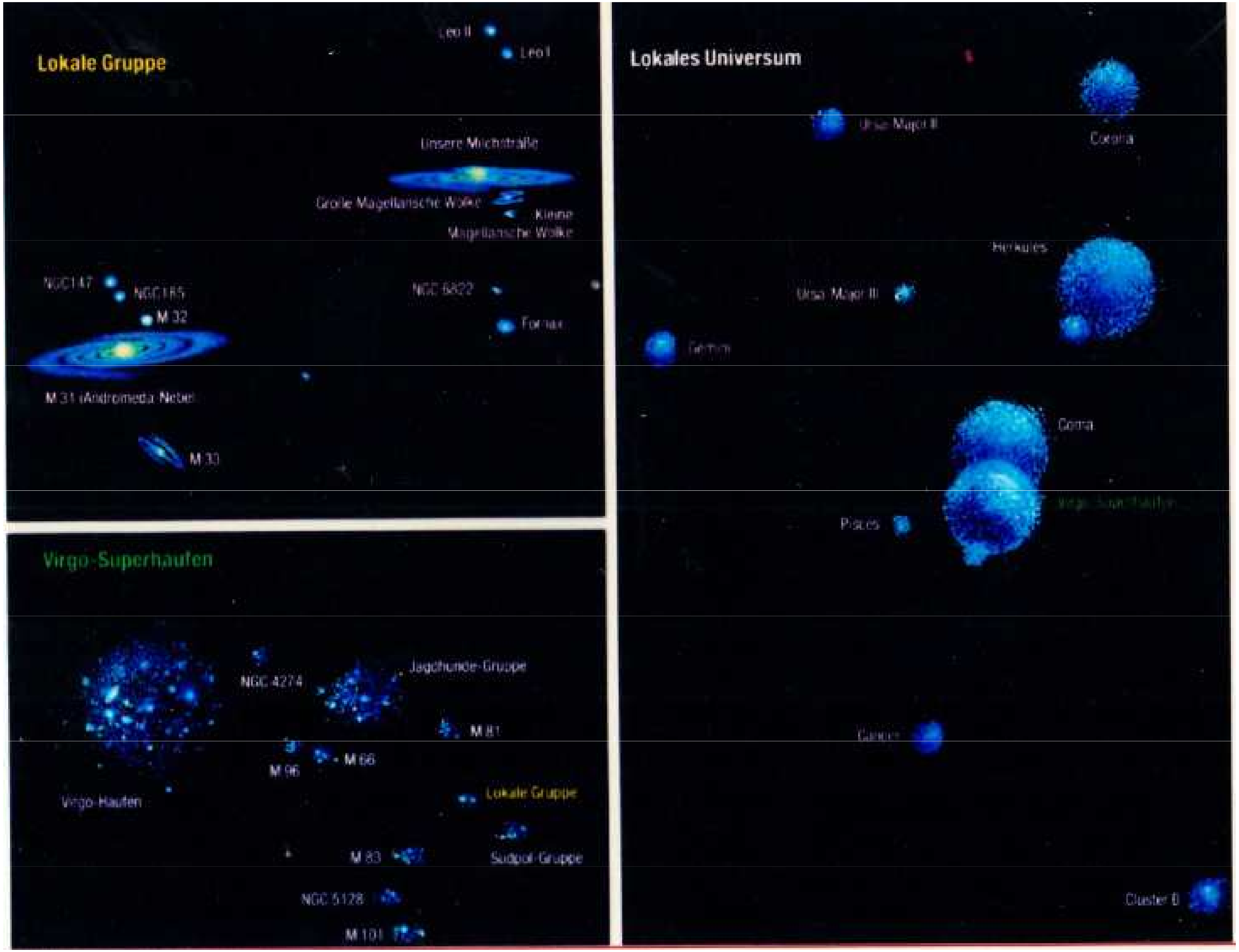


Modré galaxie





Místní skupina galaxií



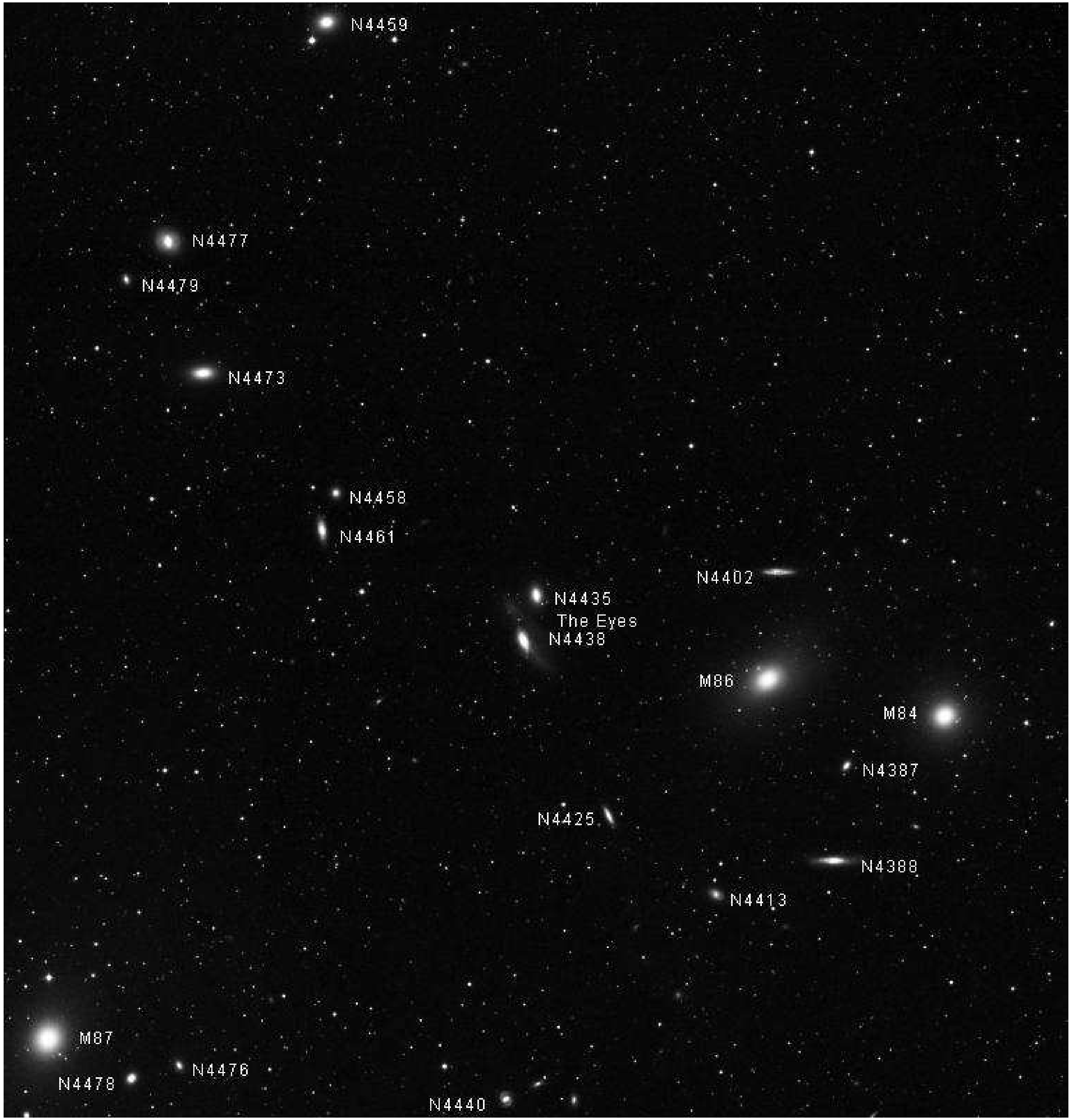
Místní skupina galaxií

GALAXIE LOKÁLNEJ SKUPINY

Meno	Rekt. (2000.0) h m	Dekl. ° '	Hubbleov typ	Zdanl. mag. modrá	Vzdial. (10^6 ly)	Priemer (10^3 ly)
WLM	0 02.0	-15 28	Ir	11.3	2.0	7
IC10	0 20.3	+59 19	Ir	11.7	4.0	6
NGC 147	0 33.1	+48 31	E5	10.4	2.2	10
Androméda III	0 35.3	+36 31	E5	-	2.2	3
NGC 185	0 38.9	+48 20	E3	10.1	2.2	6
NGC 205	0 40.3	+41 41	E5	8.6	2.2	10
M 32	0 42.7	+40 52	E2	9.0	2.2	5
M31	0 42.7	+41 16	Sb	4.4	2.2	200
Androméda I	0 45.7	+38 00	E3	14.4	2.2	2
SMC	0 52.7	-72 54	Ir	2.8	0.3	15
Sochár	0 59.9	-33 42	E3	9.1	0.2	1
Ryby	1 03.7	+22 03	Ir	15.5	3.0	0.5
IC 1613	1 04.9	+2 07	Ir	10.0	2.5	12
Androméda II	1 16.3	+33 25	E2	-	2.2	2
M33	1 33.9	+30 39	Sc	6.3	2.5	45
Pec	2 39.6	-34 31	E3	8.5	0.5	3
LMC	5 23.6	-69 47	Ir	0.6	0.2	20
Kýl	6 41.7	-50 58	E4	-	0.3	0.5
Lev A	9 59.4	+30 45	Ir	12.7	5.0	7
Lev I	10 08.5	+12 18	E3	11.8	0.6	1
Sextant I	10 12.8	-1 41	E	-	0.3	3
Lev II	11 13.5	+22 10	E0	12.3	0.6	0.5
GR8	12 59.2	+14 09	Ir	14.6	4.0	0.2
Malý voz	15 08.8	+67 07	E5	-	0.3	1
Drak	17 20.2	+57 55	E3	-	0.3	0.5
Mliečna cesta	17 45.7	-29 00	Sbc	-	0.03	130
SagDIG	19 30.0	-17 41	Ir	15.6	4.0	5
NGC 6822	19 44.9	-14 46	Ir	9.3	1.7	8
DDO 210	20 47.0	-12 51	Ir	15.3	3.0	4
IC 5152	22 02.9	-51 17	Ir	11.7	2.0	5
Tukan	22 41.9	-64 25	-	-	-	-
Pegas	23 28.6	+14 46	Ir	12.4	5.0	8

Hubbleov typ: S - špirálovitá, E - eliptická, Ir - nepravidelná galaxia
Vzdialenosť a priemer Mliečnej cesty sú vzhľadom na galaktický stred v súhvezdí Strelca

Kupa galaxií v Panně



Hubbleovo hluboké pole



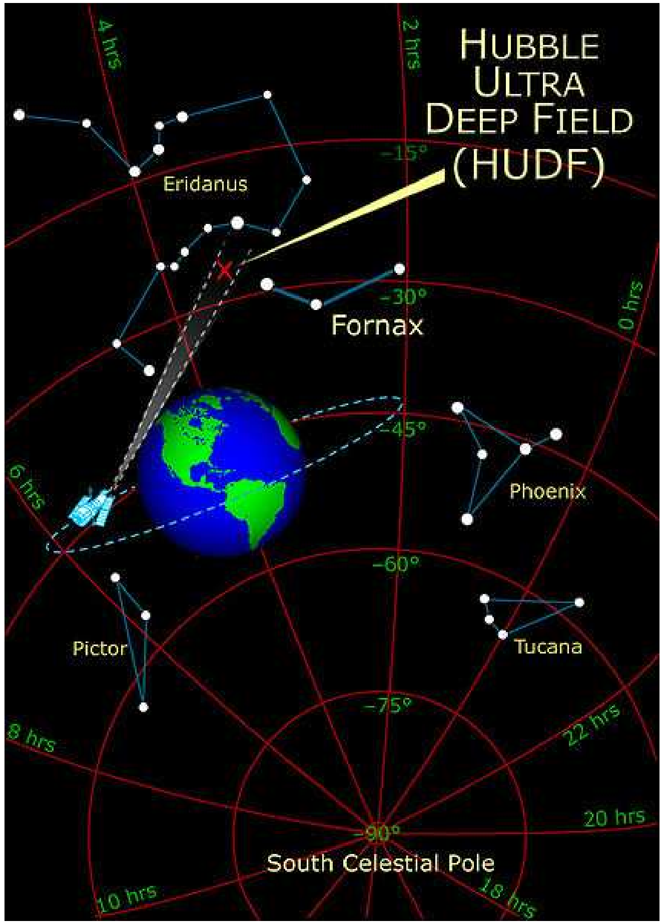
Hubbleovo hluboké pole



Hubbleovo hluboké pole

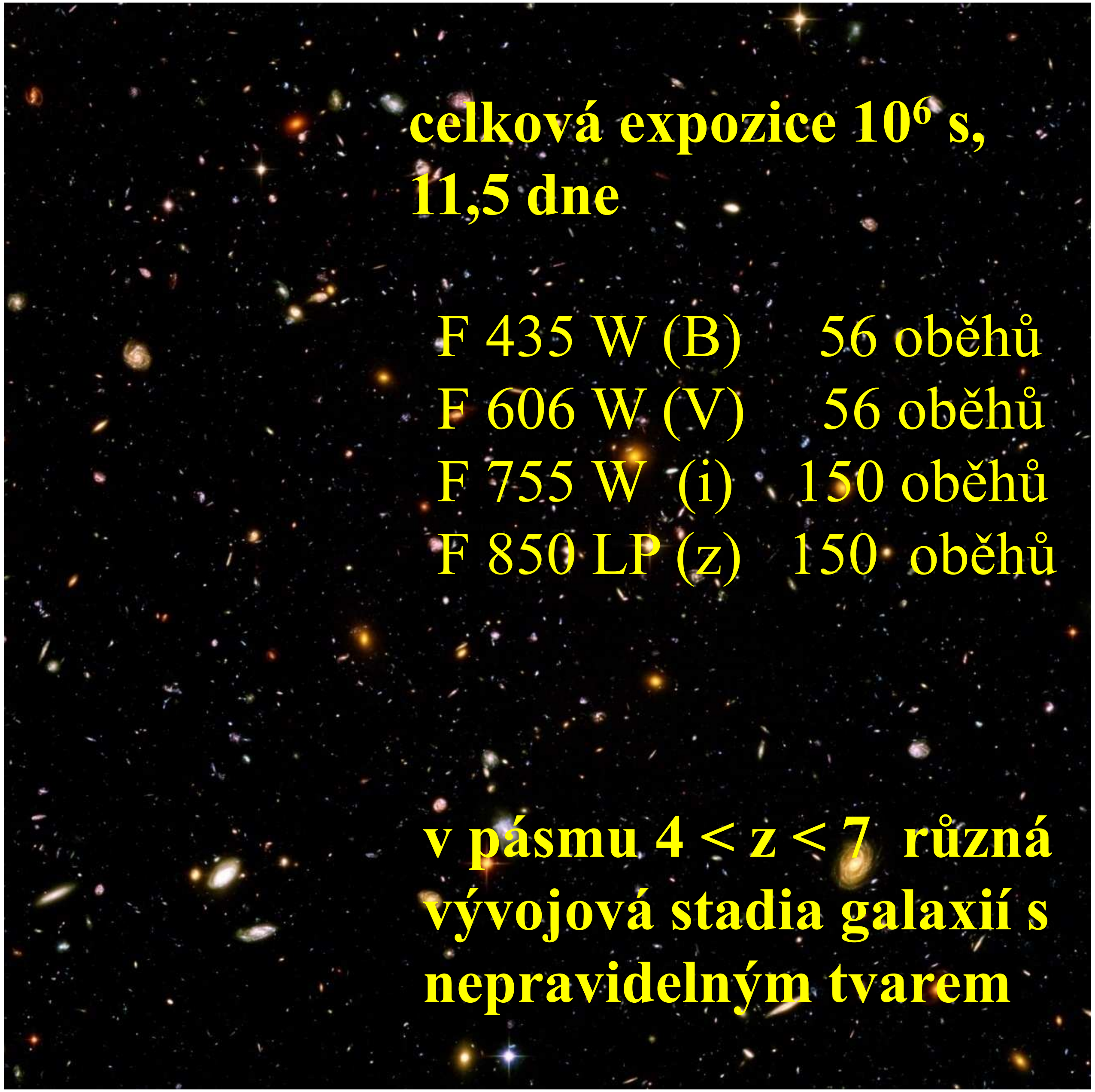


Hubbleovo extrémně vzdálené pole galaxií v souhvězdí Pece r. 2003 - 2004



11 čtv.arcmin, 10 000 objektů

mez. hvězd.velikost - 29 mag



celková expozice 10^6 s, 11,5 dne

F 435 W (B)	56 oběhů
F 606 W (V)	56 oběhů
F 755 W (i)	150 oběhů
F 850 LP (z)	150 oběhů

v pásmu 4 < z < 7 různá vývojová stadia galaxií s nepravidelným tvarem

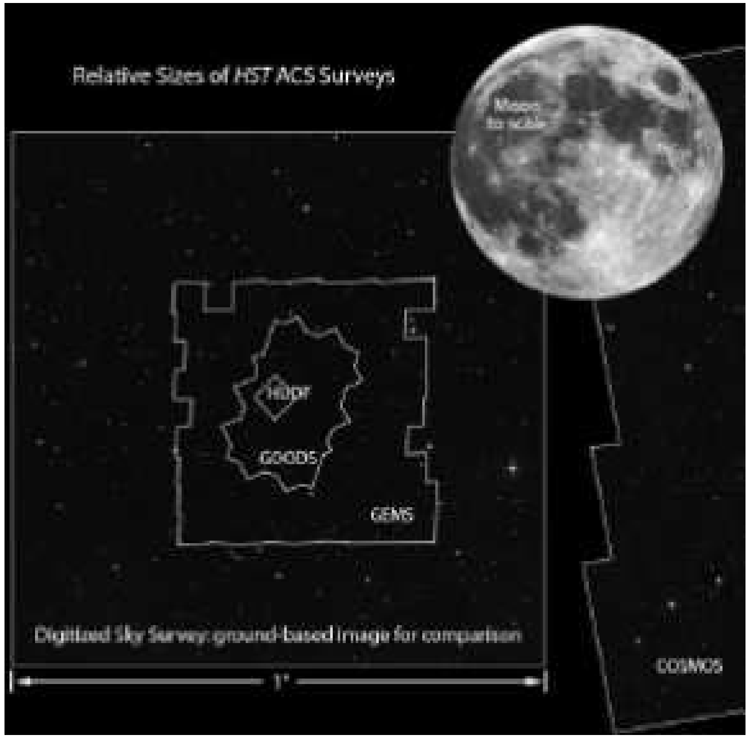
Hubbleovo extrémně vzdálené pole galaxií v souhvězdí Pece r. 2003 - 2004



Hubbleovo extrémně vzdálené pole galaxií v souhvězdí Pece r. 2003 - 2004



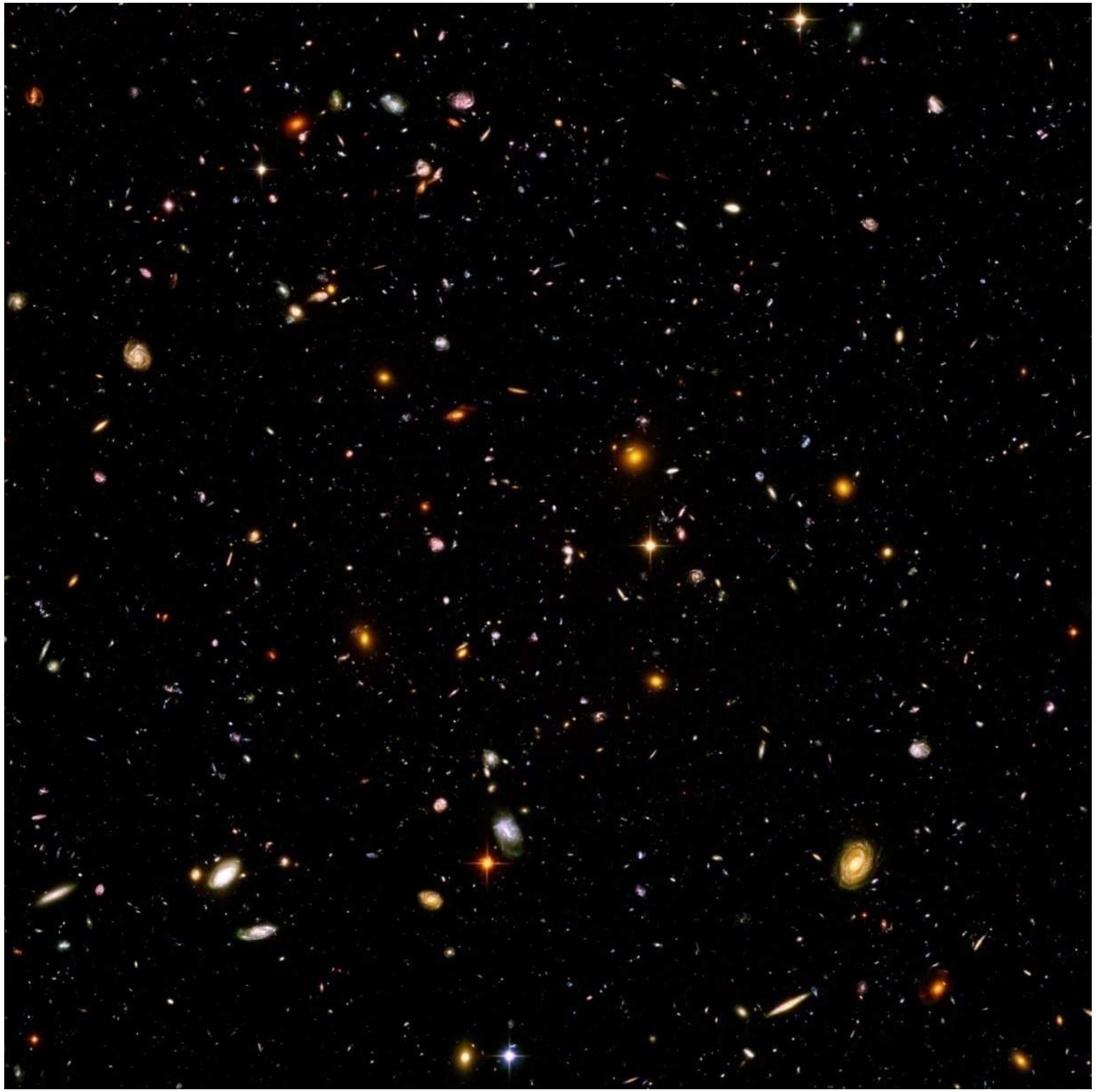
Hubbleovo extrémně vzdálené pole galaxií



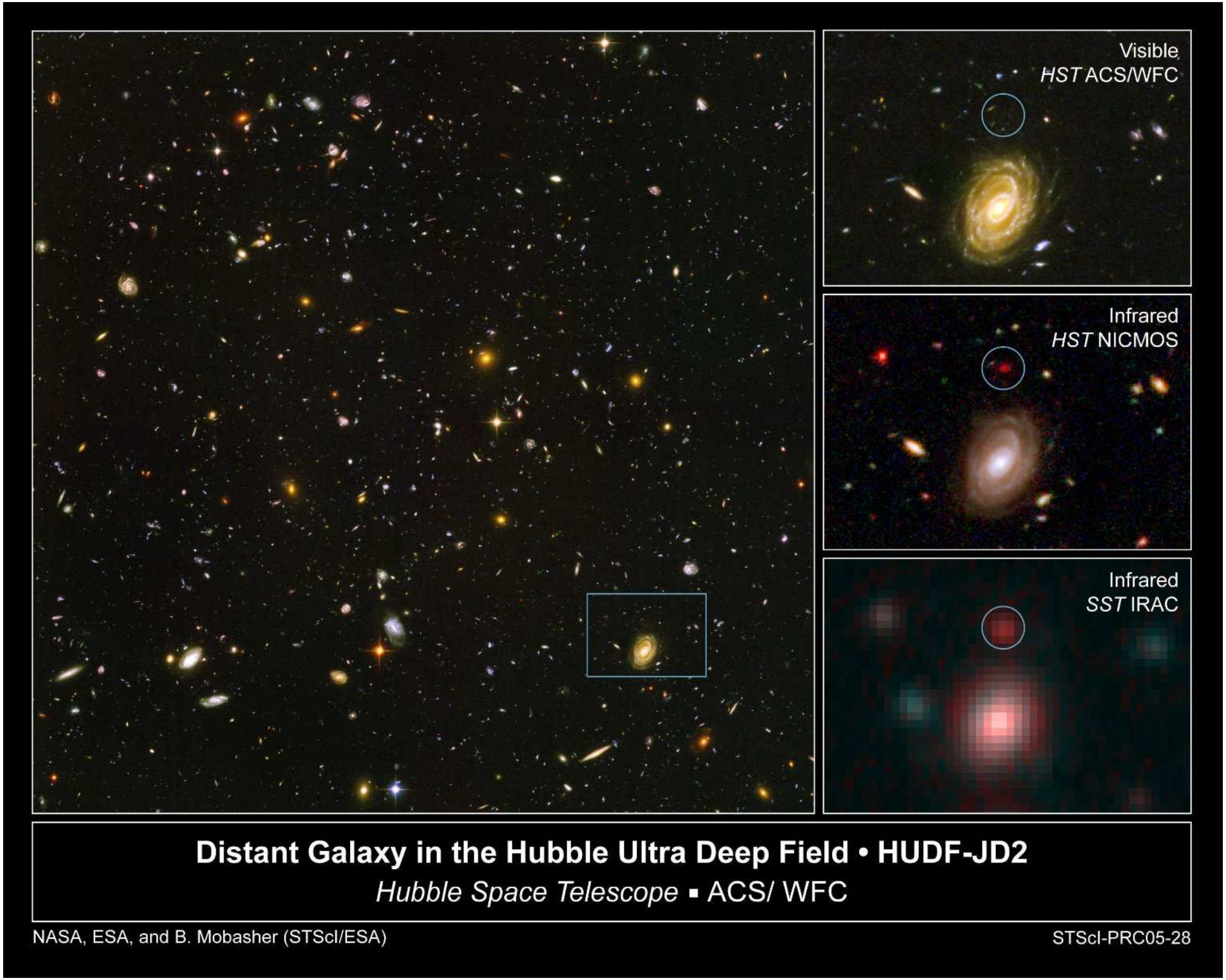
HUDF FIELD CHARACTERISTICS

Characteristic	Value
Field center	
R.A.	3 32 39.0
Decl.	−27 47 29.1
l	223°.6
b	−54°.4
Ecliptic latitude	−45°.2
Size	200″ × 200″
Area	11.0 arcmin^2
Position angle	∼42°
$E(B-V)$	0.008
H I column density	7.9×10^{19} cm^{-2}
Radio sources	Two 300 mJy (365 MHz) at ∼10′ One 1 Jy (408 MHz) at 51′

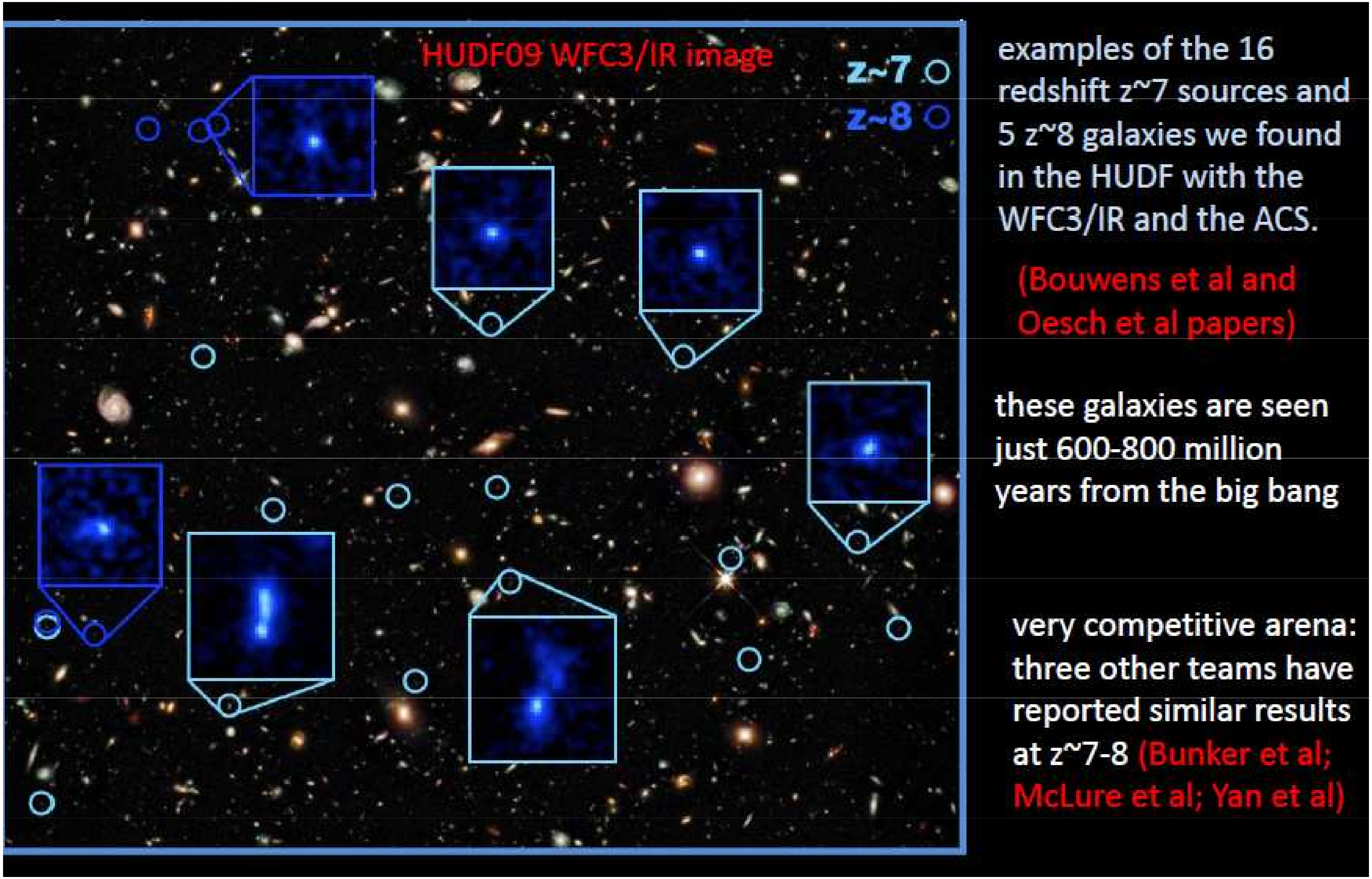
NOTE.—Units of right ascension are hours, minutes, and seconds, and units of declination are degrees, arcminutes, and arcseconds.



Vzdálená galaxie z ~ 6,5 v HUDF



Hubbleovo extrémně hluboké pole galaxií





Astrofyzika X.

Sluneční soustava

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Základní souvislosti

Základní myšlenka: Sluneční soustava – komplex těles majících společný původ

sluneční soustava

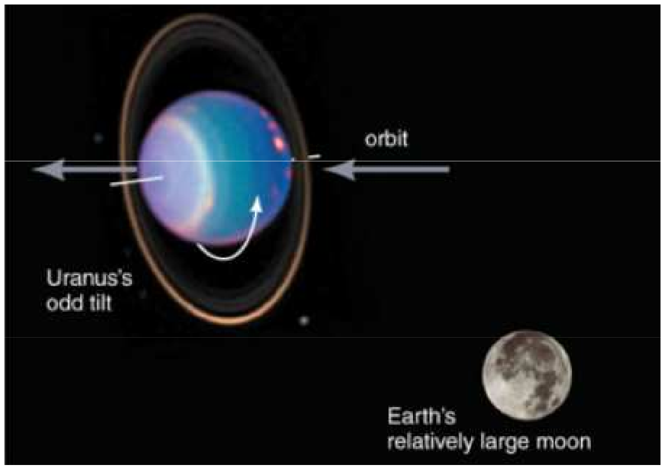
Slunce	planety	měsíce-družice	malá tělesa	meziplanetární hmota
	Jupiter		planetky	plyn
	Saturn		komety	prach
	Uran		meteory	gravi…
	Neptun			elmag…
				pole …

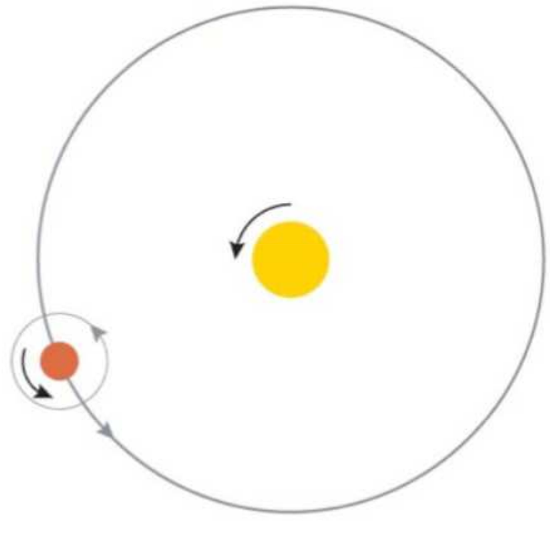
Pozorované zákonitosti

1. Všechny planety obíhají kolem Slunce ve stejném, přímém směru, přibližně ve stejné rovině procházející Sluncem

2. Trajektorie všech planet jsou eliptické, příliš se neliší od kruhových

3. Planety, vyjma Venuše a Uranu, rotují kolem vlastních os ve stejném směru v jakém obíhají kolem Slunce. Také Slunce rotuje kolem vlastní osy ve stejném směru.

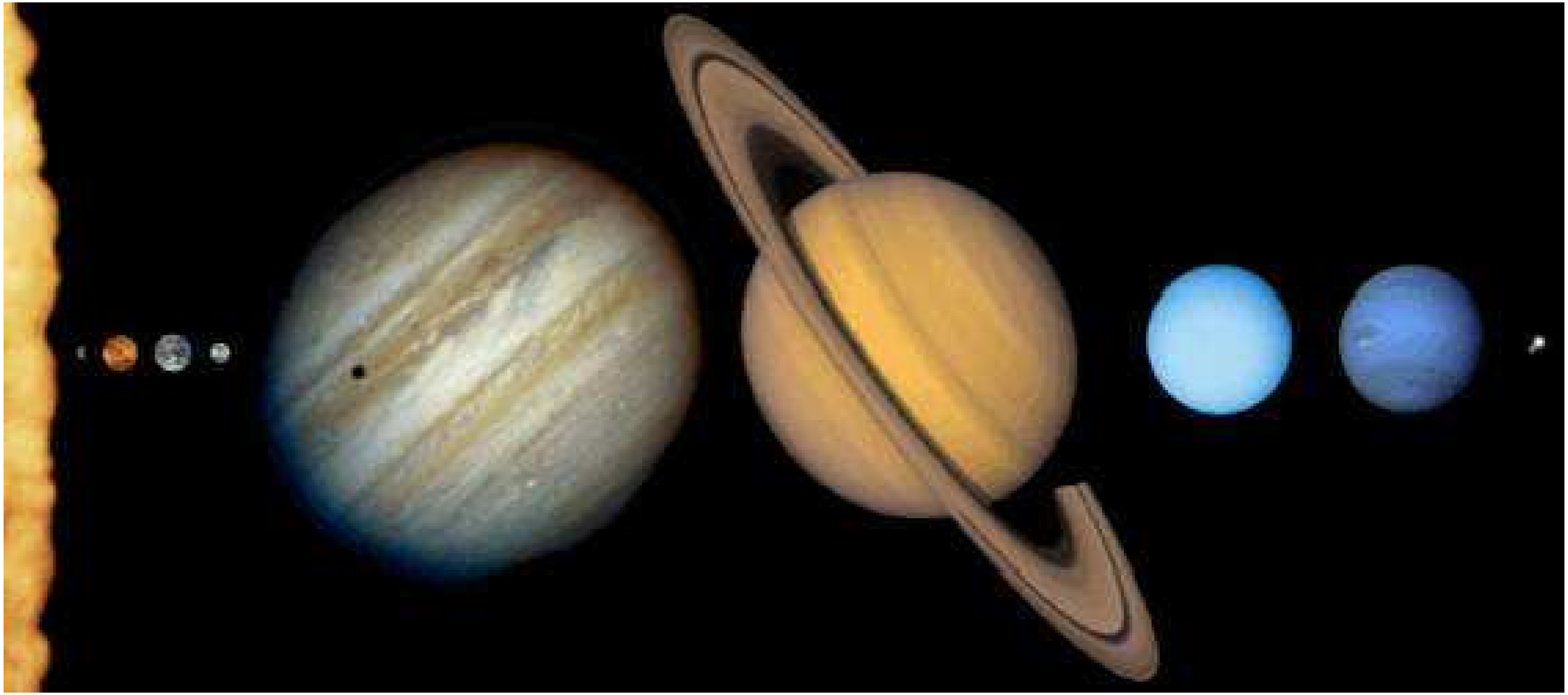




Fyzikální vlastnosti

Soustava osmi velkých planet, malá část prostoru, v němž převládá vliv Slunce nad okolními hvězdami. Vymezení oblasti různým způsobem. Např. sluneční vítr je zabrzďován mezihvězdným plynem ve vzdálenosti cca 10^3 - 10^4 au, při předpokladu hustoty mezihvězdného plynu v okolí Slunce 0,1 - 1 atom vodíku v cm^3 . Rozhodující silou je gravitace, poloměr sféry gravitačního vlivu (tj. oblasti, kde převládá gravitační síla Slunce nad rušivým působením okolních hvězd) je zhruba $1{,}5 \cdot 10^5$ au. Pro srovnání poloměr Neptunovy dráhy je 7 000 krát menší než vzdálenost nejbližší hvězdy. Tělesa uvnitř sféry gravitačního vlivu Slunce, jejichž celková mechanická energie vzhledem ke Slunci (t.j. součet kladné kinetické a záporné potenciální energie) je záporná, zůstávají v této oblasti, jsou členy Sluneční soustavy. Platí v případě makroskopických těles. U velmi malých částeček se uplatňuje odpudivý vliv slunečního záření. Částice menší než 10^{-5} cm se dlouhodobě neudrží ve Sluneční soustavě.

Velikosti těles – srovnávací metoda



Číselný model Sluneční soustavy

Kosmické těleso	Průměr	Střední vzdálenost planety od Slunce
Slunce	1,4 m	
Merkur	0,5 cm	58 m
Venuše	1,2 cm	108 m
Země	1,3 cm	150 m
Mars	0,7 cm	228 m
Jupiter	14,2 cm	778 m
Saturn	12,6 cm	1,43 km
Uran	5,1 cm	2,87 km
Neptun	4,9 cm	4,50 km
Pluto – není planetou – 134 340	0,2 cm	5,95 km

střední vzdálenost Země od Slunce – astronomická jednotka $149,6 \cdot 10^6$ km

Základní charakteristiky planet

Planety	Průměr	Hmotnost	Stř. hustota	chem. složení
Merkur Venuše Země Mars zemského typu	relativně malý 4 900 – 12 800 km	relativně malá 0,06 – 1 $M_{\oplus}$	relativně velká 4,0 – 5,5 $g.cm^{-3}$ Mars	O, Si, Fe
Jupiter Saturn Uran Neptun	relativně velký 49 000 – 143 000 km	relativně velká Uran 14,5 – 318 $M_{\oplus}$	relativně malá 0,7 – 1,6 $g.cm^{-3}$	H, He

Chemické složení druhotných atmosfér planet

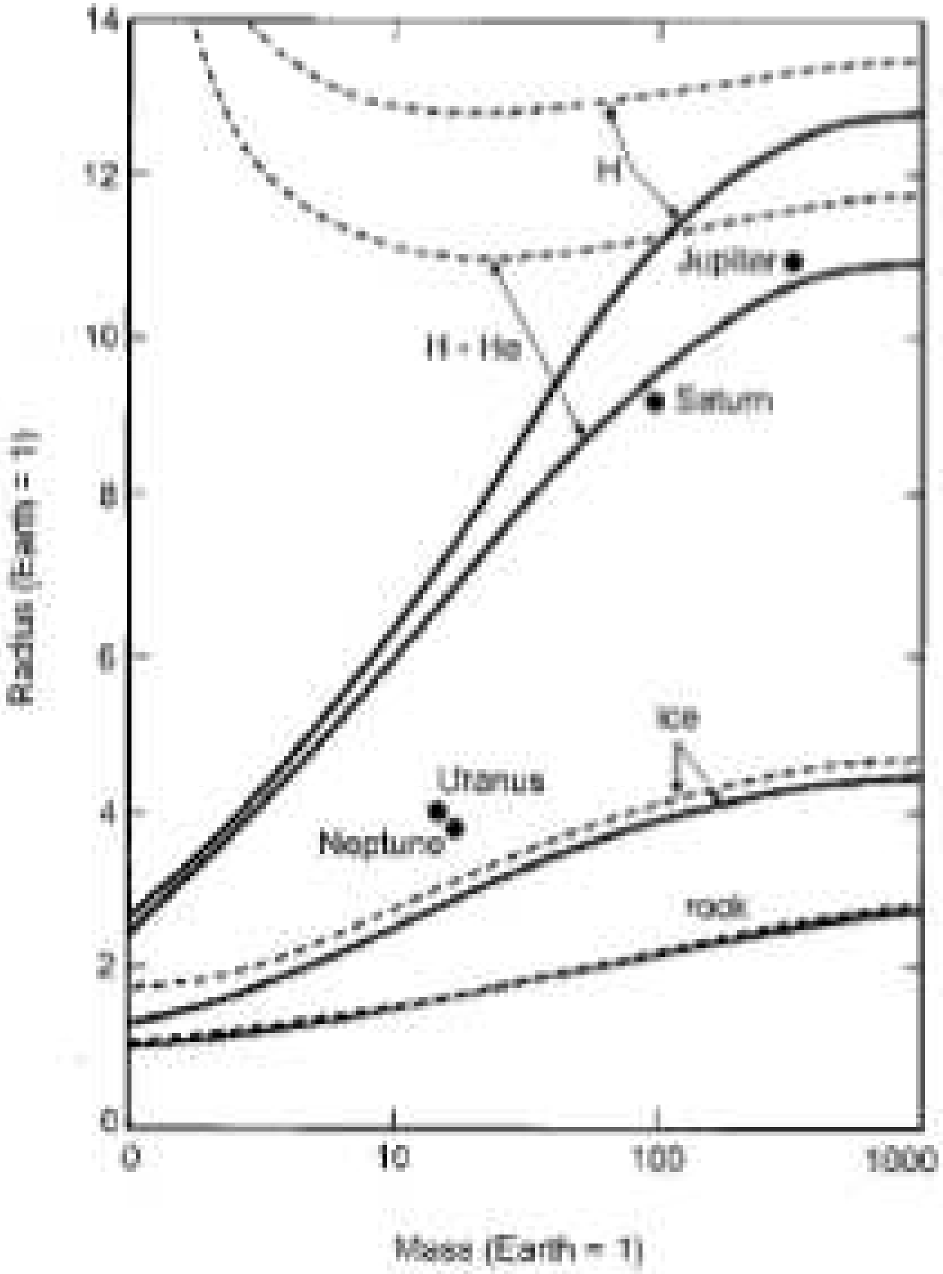
Planeta	N_2	O_2	CO_2
Venuše	3,5	–	96,5
Země	78	21	—
Mars	2,5	0,1	95

Objemové zastoupení jed. plynů vyjádřeno v %

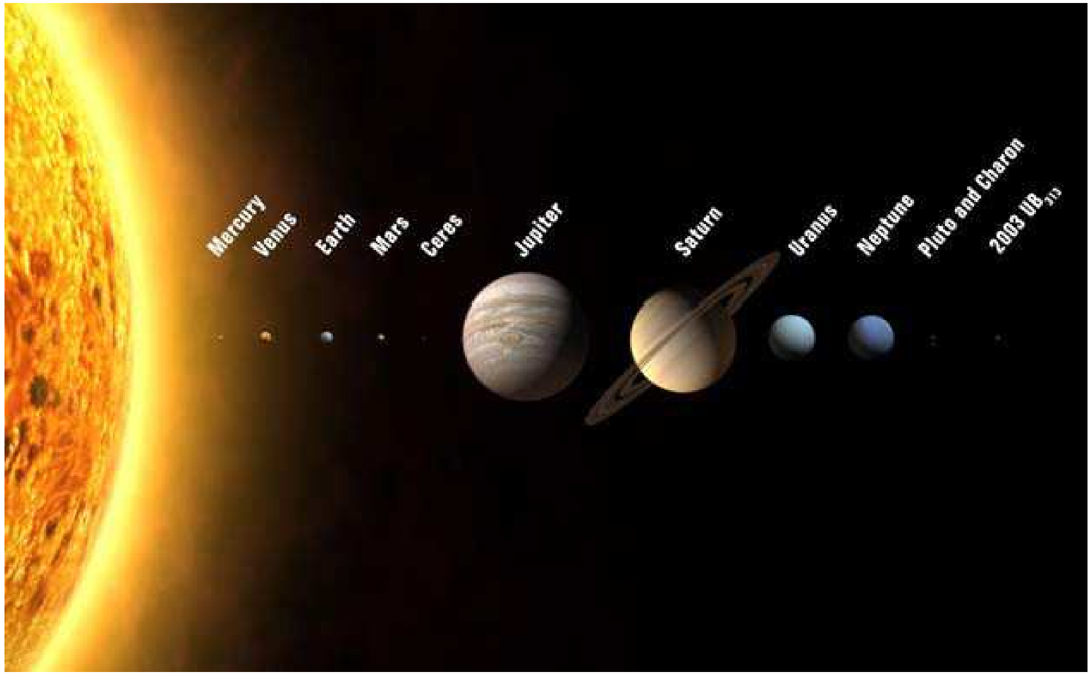
Venuše – skleníkový efekt ... 475 °C

Planeta	tlak u povrchu	teplota u povrchu (K) T_{max}	T_{min}
Venuše	90	750	750
Země	1	310	240
Mars	$6 \cdot 10^{-3}$	270	200

Závislost poloměr-hmotnost u velkých planet



Dráhový moment hybnosti - Sluneční soustava



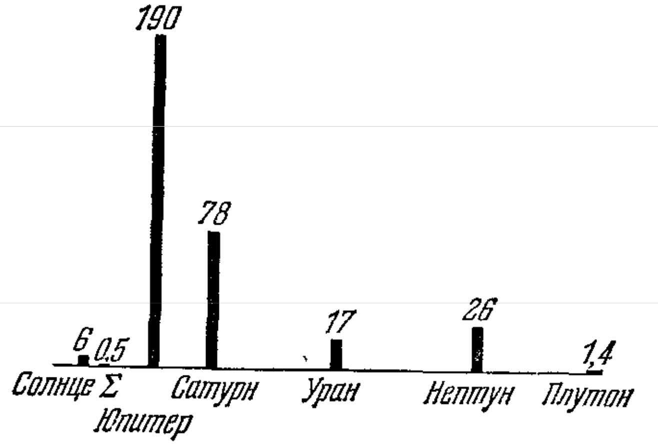


Рис. 6.25. Распределение момента импульса в Солнечной системе относительно центра Солнца. Символом Σ обозначена сумма моментов импульса Меркурия, Венеры, Земли и Марса. Обратите внимание на относительно малый вклад вращения Солнца вокруг его собственной оси (диаграмма построена в единицах 10^{48} *г·см²/сек*).

Úloha 3.24 V kterých tělesech sluneční soustavy je uložen největší moment hybnosti? Určete dráhový moment hybnosti Země, Jupitera, Saturnu a Uranu, porovnejte s momentem hybnosti Slunce. Nezbytné údaje nalezněte v `http://ads.harvard.edu/books/hsaa/`.

Řešení: Za předpokladu kruhových drah planet můžeme jejich dráhový moment hybnosti zachytit vztahem $L = mvr = m\frac{2\pi r}{T}r$. Při znalosti hmotností, poloměrů drah a oběžných dob planet můžeme vypočítat dráhové momenty hybnosti vybraných planet $L_Z = 2{,}7 \cdot 10^{40}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$, $L_J = 1{,}9 \cdot 10^{43}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$, $L_S = 7{,}8 \cdot 10^{42}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$, $L_U = 1{,}7 \cdot 10^{42}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$. U Slunce je rotační moment hybnosti $L_\odot = 1{,}1 \cdot 10^{42}\,\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$, činící méně než zhruba 3 % celkového momentu hybnosti všech planet, přestože jeho hmotnost je 99,9 % celkové hmotnosti sluneční soustavy.

Moment setrvačnosti terestrických planet a Měsíce

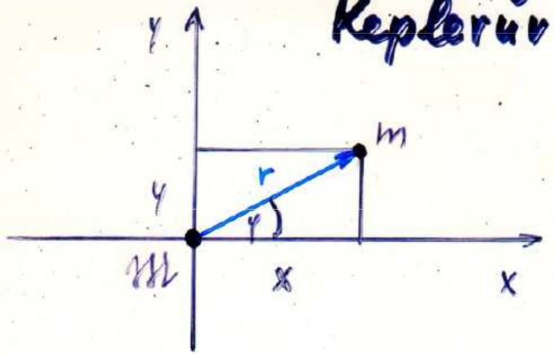
- způsob analýza nitra těles

Table 1.14: Mean densities and moments of inertia for the terrestrial planets

Planet	Bulk Density (kg m^{-3})	C/MR^2
Mercury	5420	??
Venus	5250	0.34 (inferred)
Earth	5515	0.3335
Moon	3340	0.391
Mars	3940	0.366

Keplerův problém

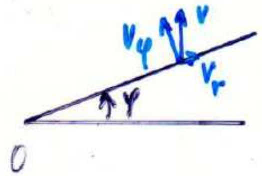
Keplerův problém



Těleso M v klidu

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$



v polární soustavě souřadnic

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$$

$$v_\varphi = r\frac{d\varphi}{dt} = r\cdot\dot{\varphi}$$

$$v^2 = v_\varphi^2 + v_r^2 = r^2\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2$$

Zákon zachování energie

$$\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mM}{r} = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right) - G\frac{mM}{r} = \text{konst.}$$

Lagrangeova fce $$L = T - V = \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\right) + G\frac{mM}{r}$$

Lagrangeovy rovnice $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q}\right) = 0$$

$q = q(r, \varphi)$; $\mu = GM$

Keplerův problém

1. rovnice $q = r$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\cdot 2\dot{r}\right) - \frac{1}{2}\, 2\dot{\varphi}^2 \cdot r + \frac{\mu}{r^2} = 0$$

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 + \frac{\mu}{r^2} = 0$$

2. rovnice $q = \varphi$

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\varphi}\right) = 0$$

$$r^2\ddot{\varphi} + 2r\dot{r}\dot{\varphi} = 0.$$

Pohybové rovnice nezávisí na hmotnosti sledovaného tělesa m!

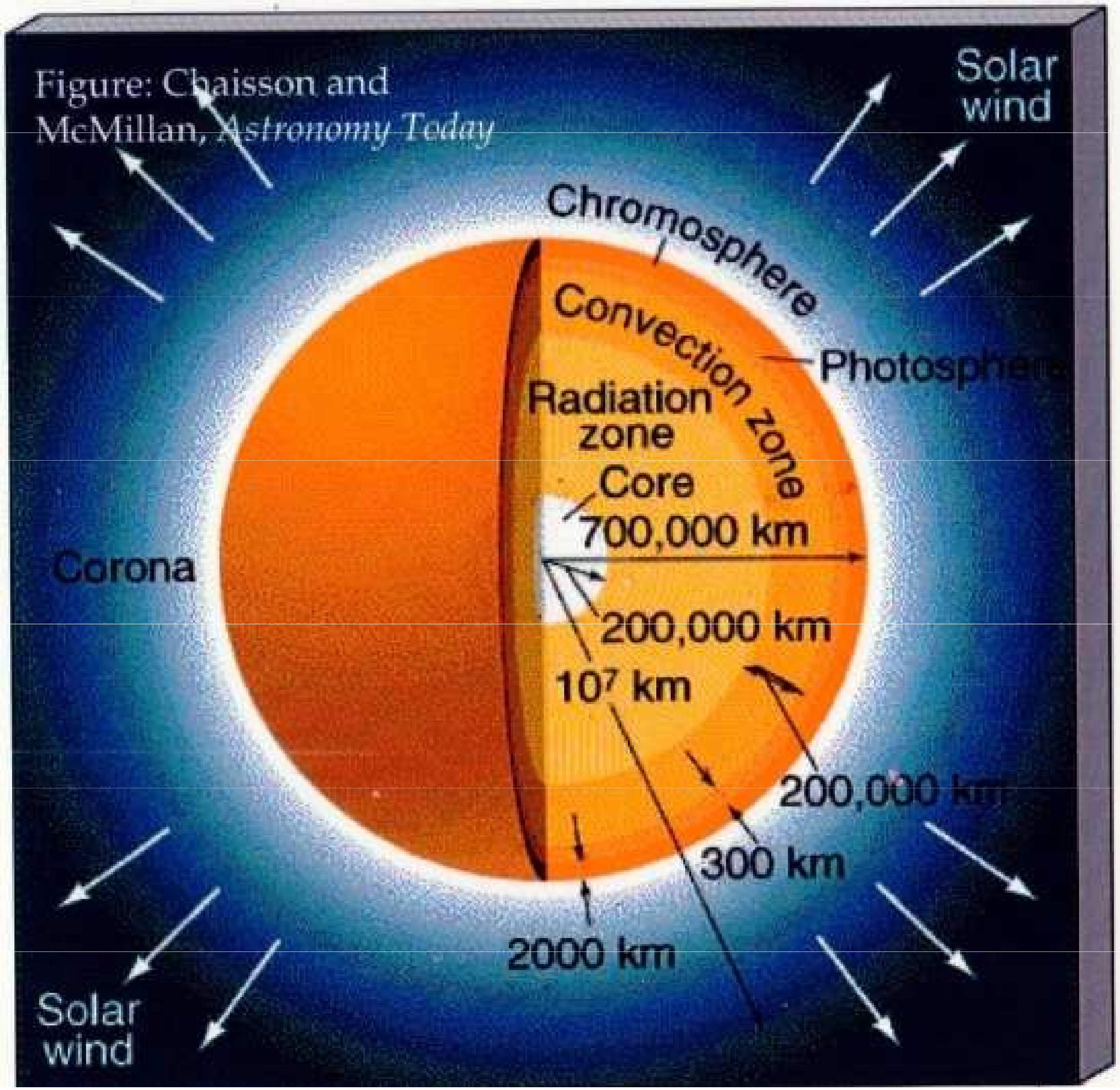
Druhou rovnici můžeme přímo integrovat, dostáváme zákon ploch – II. Keplerův zákon

$$r^2\frac{d\varphi}{dt} = \text{konst.} = h$$

$$L = m r^2\dot{\varphi} = \text{konst.}$$

Z obou rovnic můžeme získat rovnici trajektorie tělesa...

Stavba Slunce



Slunce

Data on the Sun

- The Sun is a star
  - It's diameter is 109x Earth's
  - It's mass is 333,000x Earth's
  - It's density is 3x lower than Earth's, just slightly more dense than water
  - It's a gaseous giant with effective surface temperatures of 5800K
- Stability of the Sun
  - Due to balance of
    - crushing gravitational force directed inward and
    - enormous gas pressure forces directed outward
  - Vast amounts of energy are radiated away, which would lead to a cooling and shrinking of the Sun were it not for the nuclear burning going on in the central, densest regions

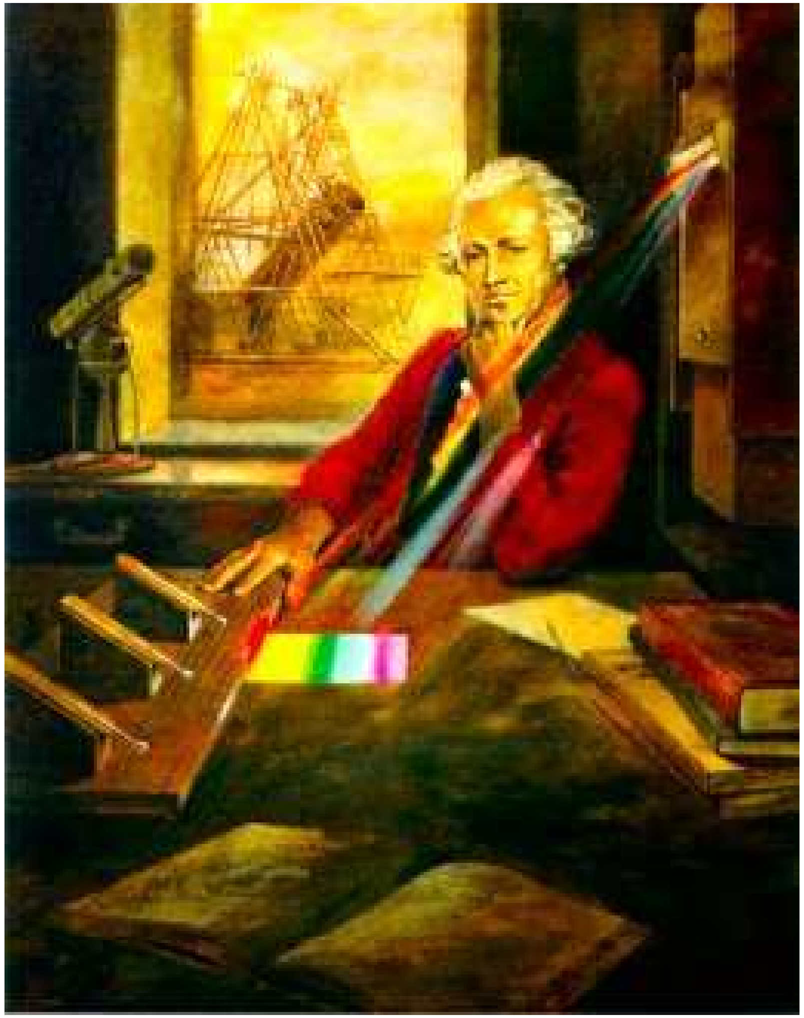
The Sun Data File One

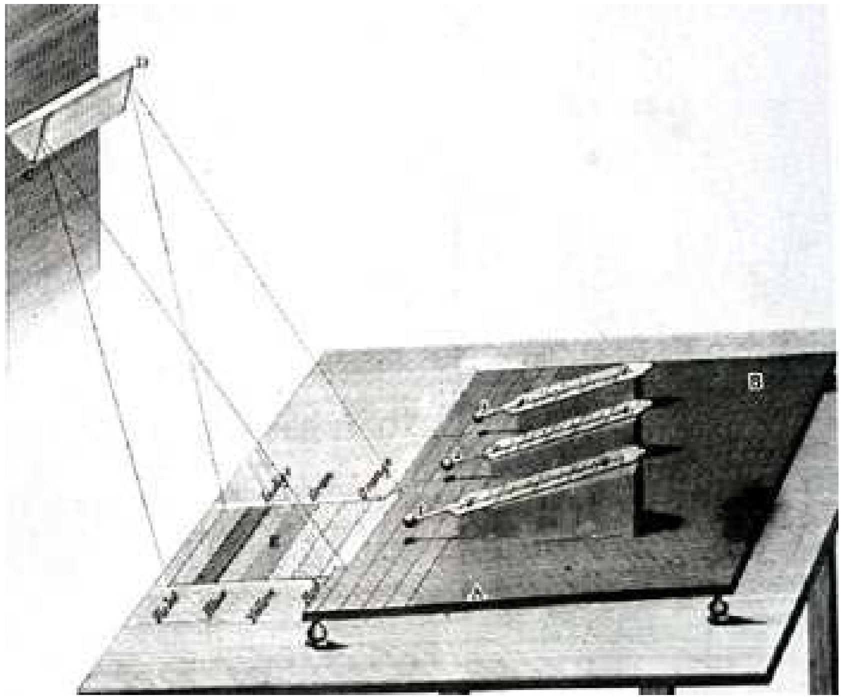
An image of the sun in visible light shows a few sunspots. The Earth–moon system is added for scale. [illegible]

Average distance from Earth	1.00 AU (1.496×10^8 km)
Maximum distance from Earth	1.0167 AU (1.5210×10^8 km)
Minimum distance from Earth	0.9833 AU (1.4710×10^8 km)
Average angular diameter seen from Earth	0.53° (32 minutes of arc)
Period of rotation	25.38 days at equator
Radius	6.9599×10^5 km ($109\ R_\oplus$)*
Mass	1.989×10^{30} kg ($333{,}000\ M_\oplus$)*
Average density	1.409 g/cm^3
Escape velocity at surface	617.7 km/s
Luminosity	3.826×10^{26} W
Surface temperature	5800 K
Central temperature	15×10^6 K
Spectral type	G2 V
Apparent visual magnitude	−26.74
Absolute visual magnitude	4.83

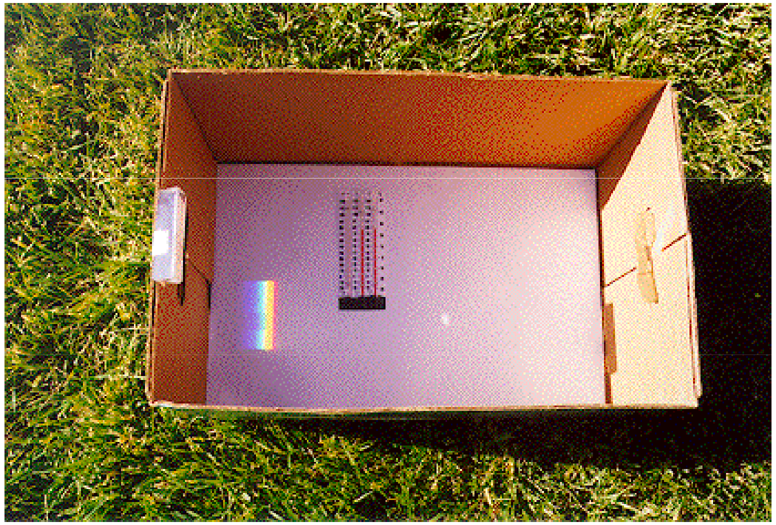
*In astronomy the symbols ☉ and ⊕ represent the sun and Earth respectively.

Frederick William Herschel (1739 - 1822) roku 1800 zkoumal infračervené záření Slunce

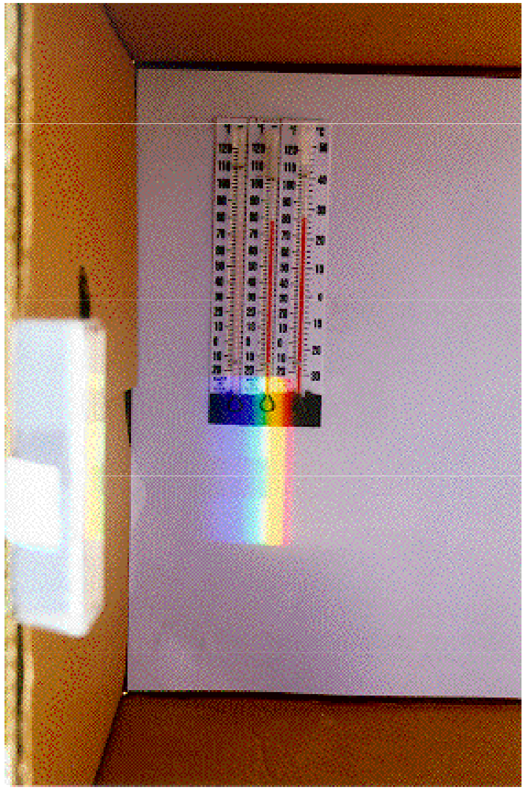




Školní experiment sledování infračerveného záření Slunce

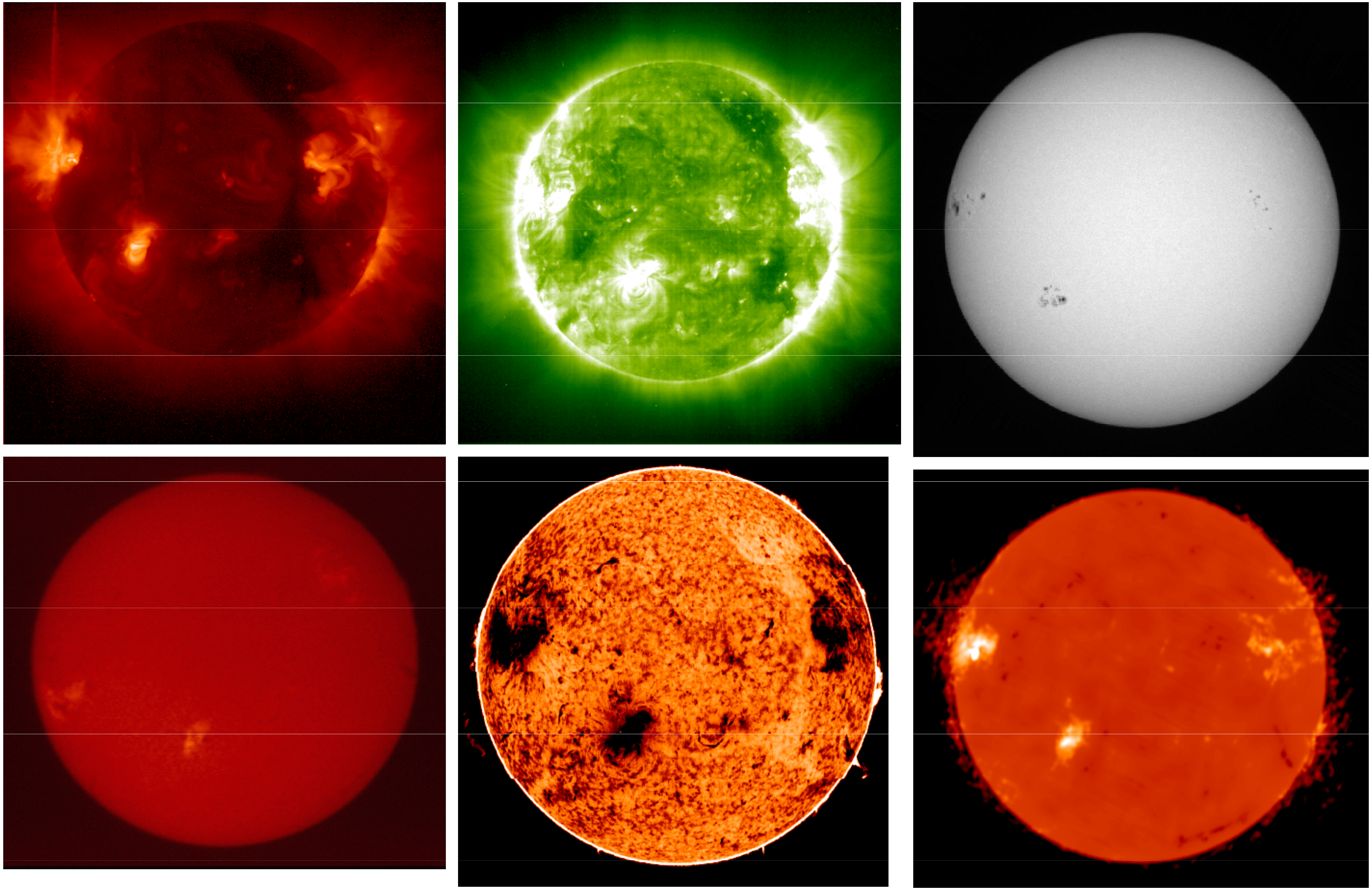






podle Dušek, J. Návod na pozorování..

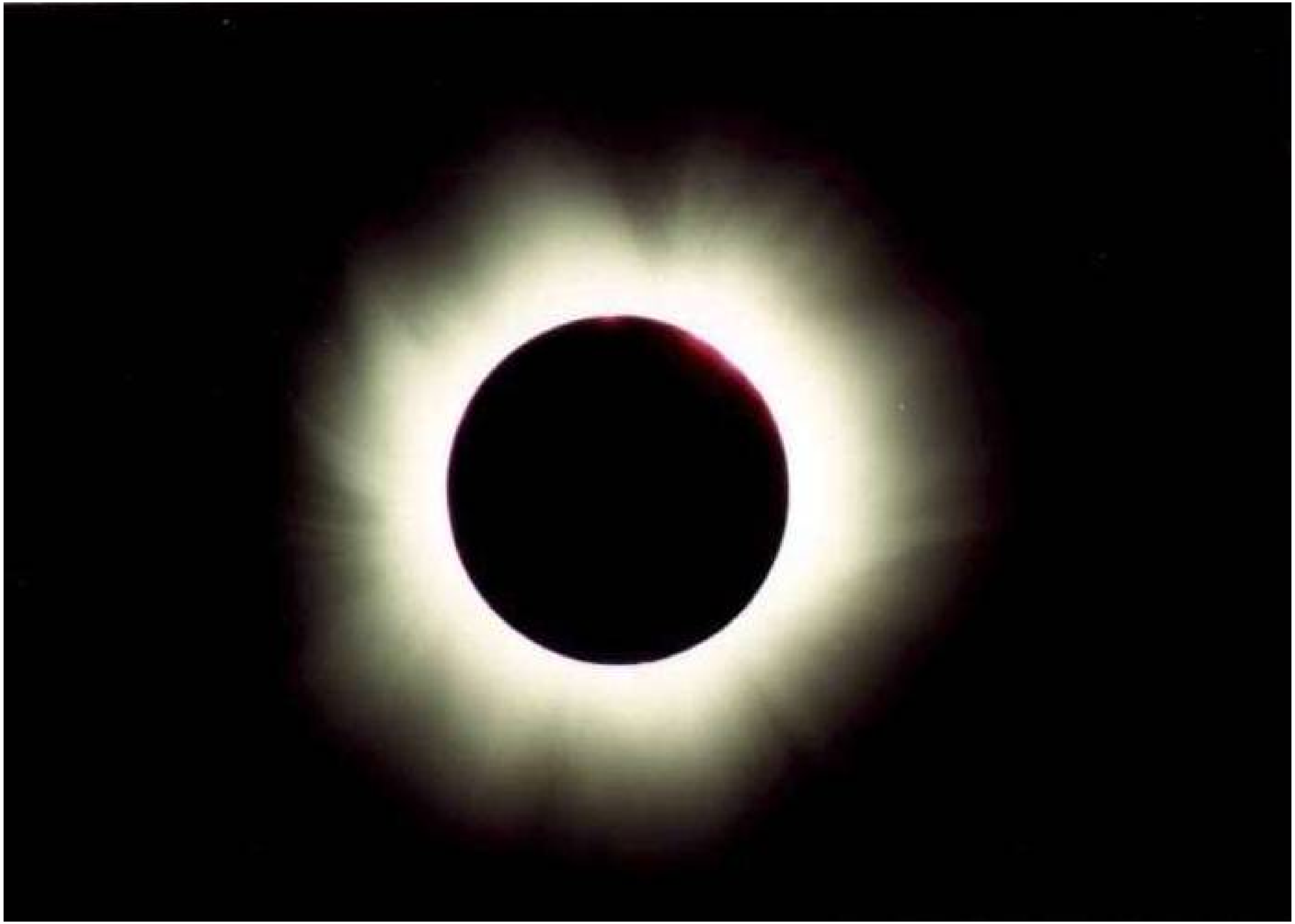
Slunce v různých spektrálních oborech



Rozložení zářivé energie ve spektru Slunce

rádiové záření	**$\lambda > 2$ µm**	**6 %**	**energie**
infračervené záření	**λ (0,780 - 2) µm**	**38 %**	**energie**
viditelné záření	**λ (0,78 - 0,38) µm**	**49 %**	**energie**
ultrafialové záření	**λ (0,38 - 0,10) µm**	**7 %**	**energie**
rentgenové záření	**$\lambda <$ 0,10 µm**	**0,01 %**	**energie**

Zatmění Slunce – paprskovitá koróna



Slunce

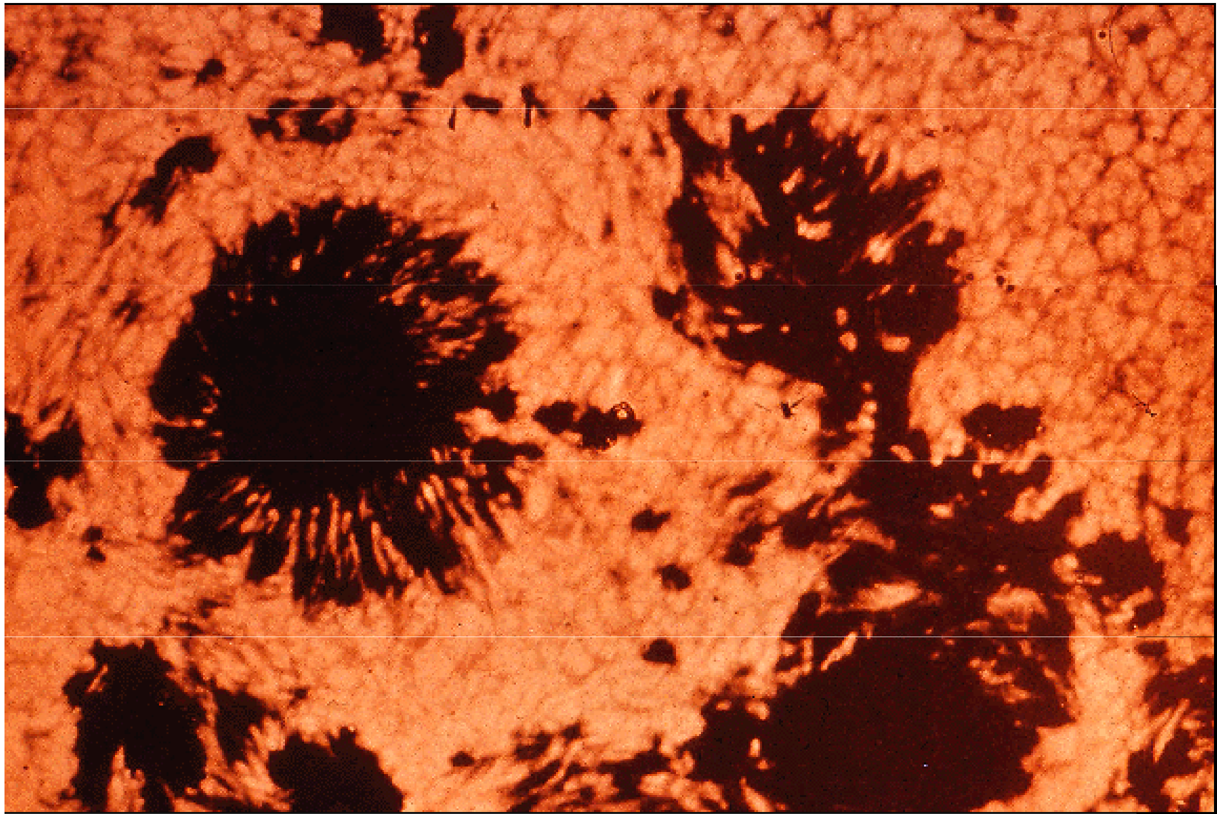
nejnižší vrstva ... fotosféra 6000 K, výška ~ 300 km

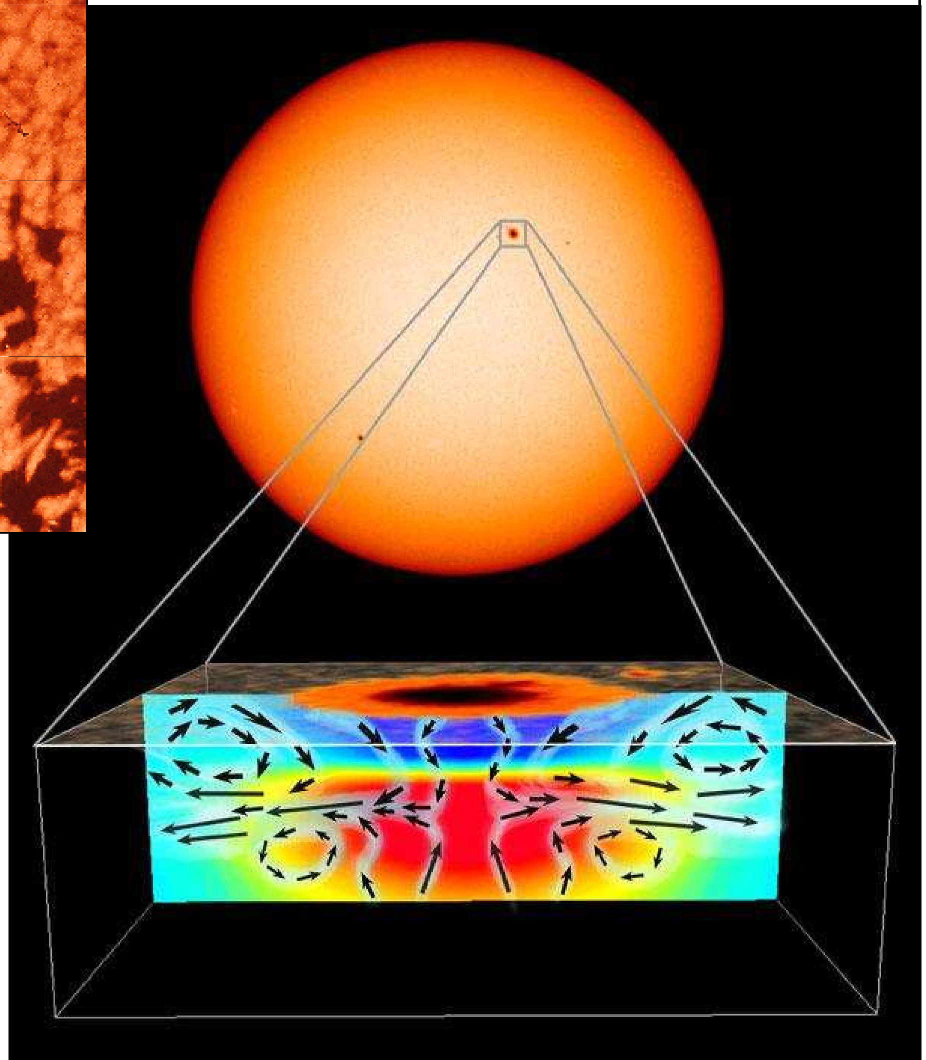
zrnitá struktura – granulace, granule 1–2 tis. km, životnost minuty; sluneční skvrny* $\Delta T \sim 1500$ K, 4 300 – 4 700 K, tmavý stín umbra
světlejší penumbra

průměr skvrn přesahuje průměr Země, až 90 000 km
nad fotosférou asi do 20 000 km chromosféra, pozorovatelná při úplném zatmění, velmi řídká, 50 000 K, H_α .. 656,3 nm; výtrysky – erupce, protuberance; vysoké až 10^5 – 10^6 km, vyvíjí podél mag. siločar, koróna, teplota 10^6 K, teplotní inverze v atmosféře
sluneční vítr

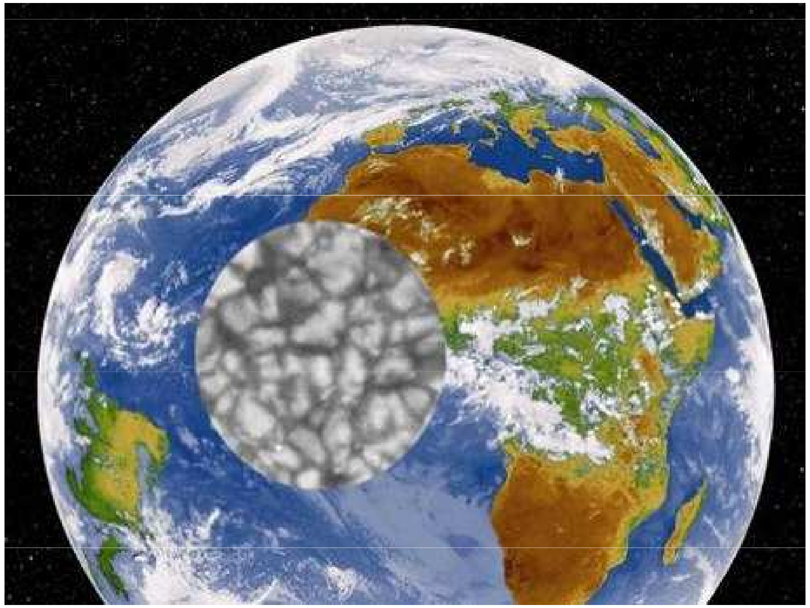
* skvrny – místa zvýšené mag. energie ve fotosféře

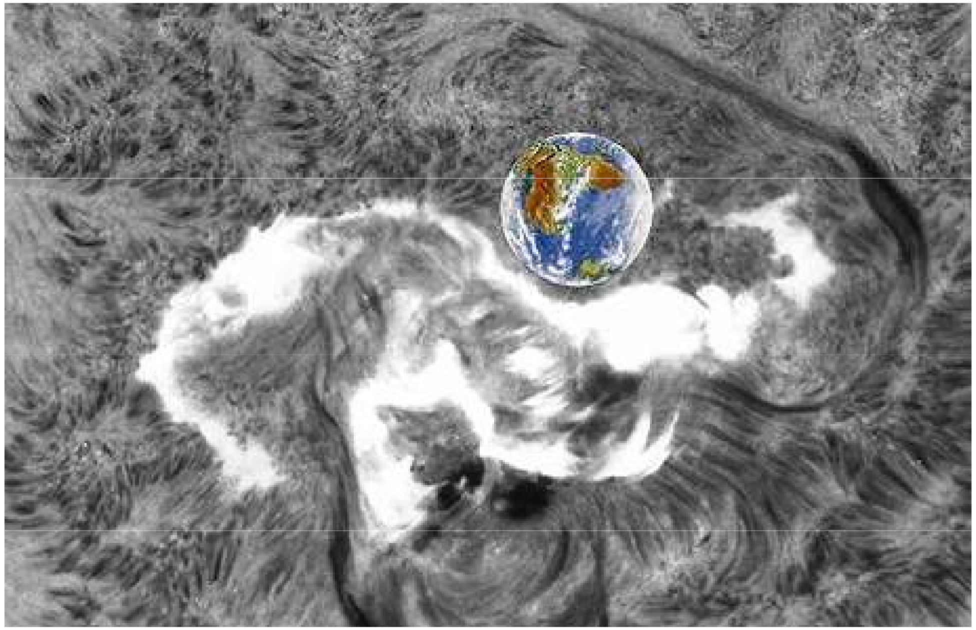
Sluneční skvrny - vznik

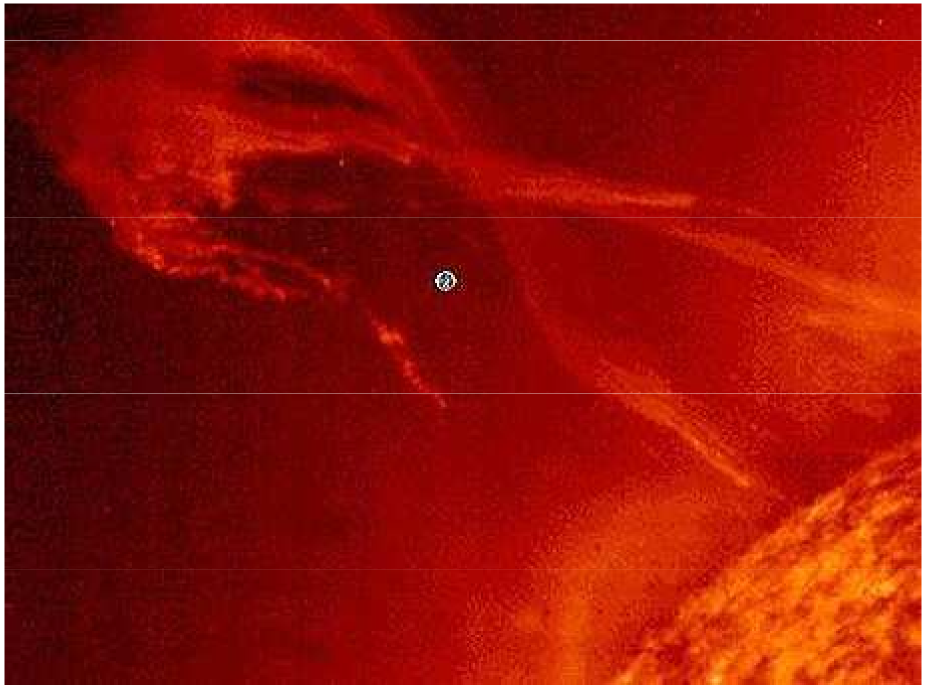


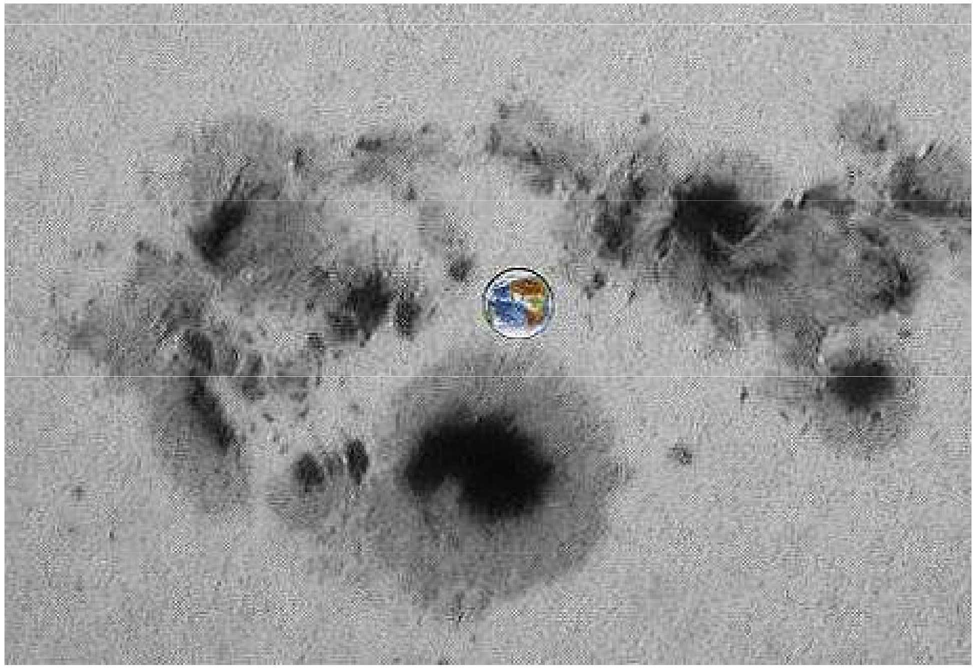


Jevy na Slunci - srovnání velikostí









Vznik některých spektrálních čar - Slunce

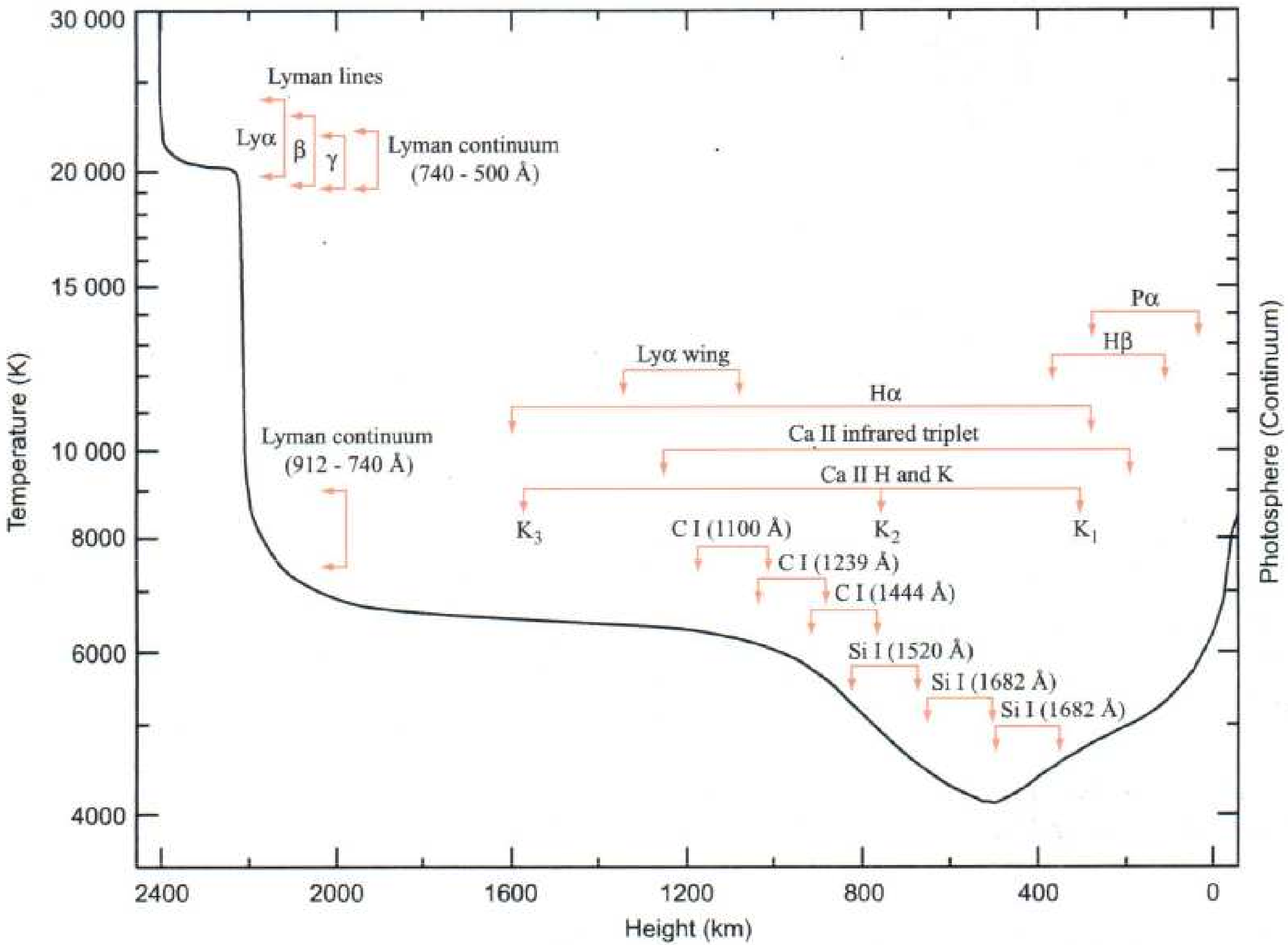
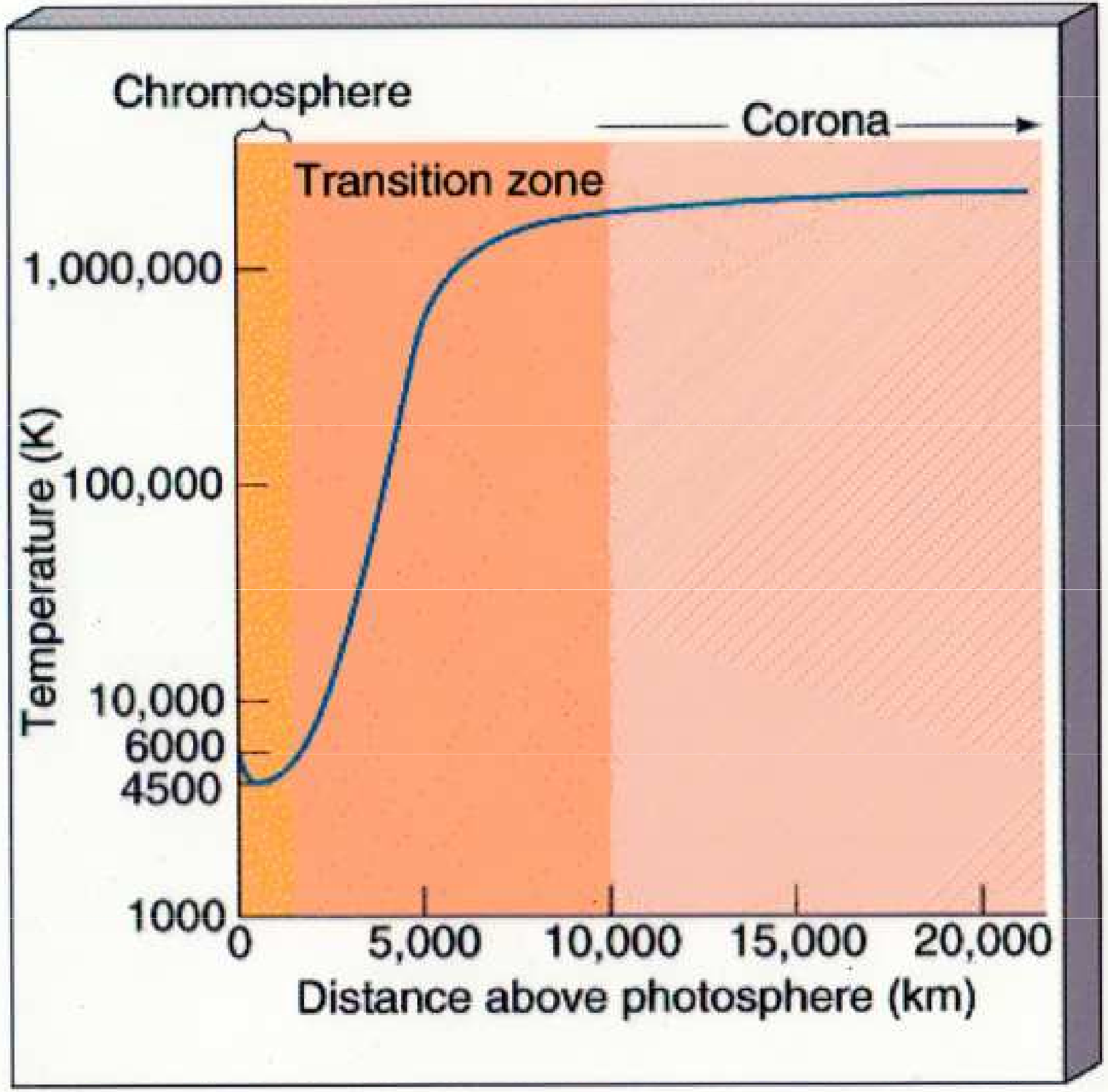


Figure 8: Temperature structure of the Sun with important line forming regions marked. The height, h, is put to zero roughly at the photosphere. Thus, at zero height we have a contiuum distribution, similar to a black body with a temperature of $T_{eff} \approx 5800$ K.

Teplotní inverze v atmosféře Slunce

přenos energie atmosféře

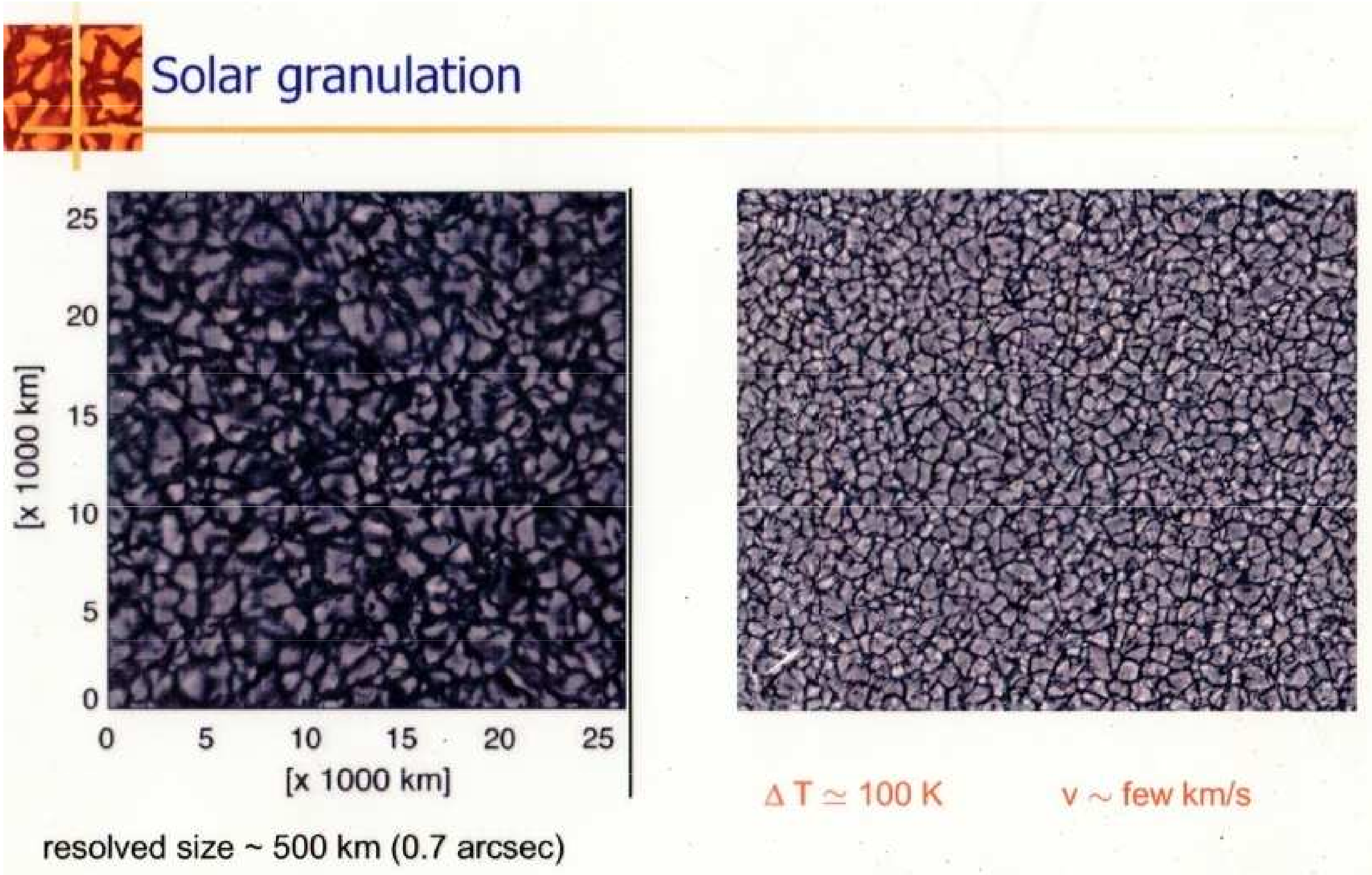


Corona: observed to be well over 1000000 K.

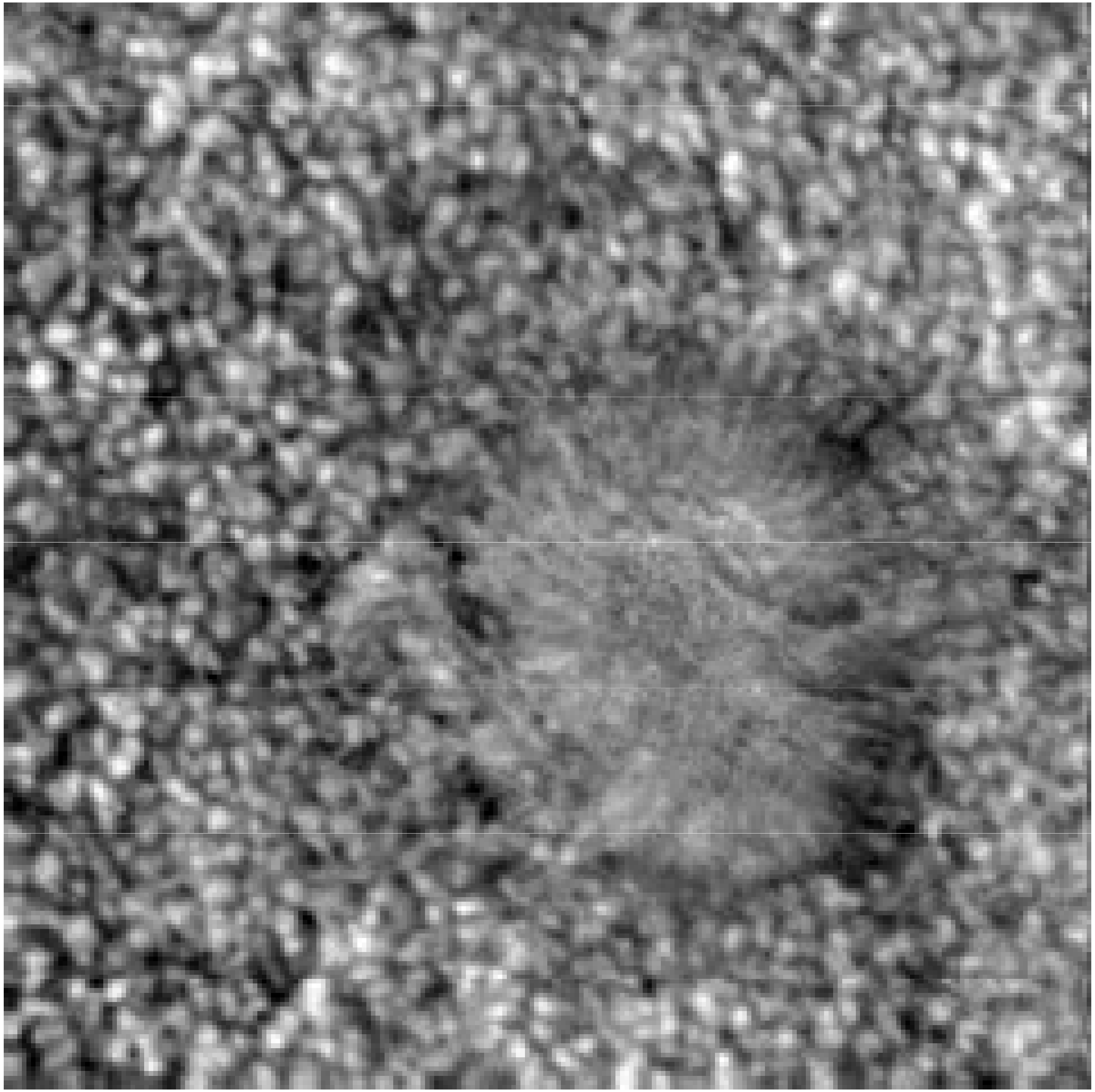
Theory of corona: heated by acoustic noise from boiling top of convection zone; diffuse enough that it can't cool very well, so it reaches very high temperatures.

Figure: Chaisson and McMillan, *Astronomy Today*

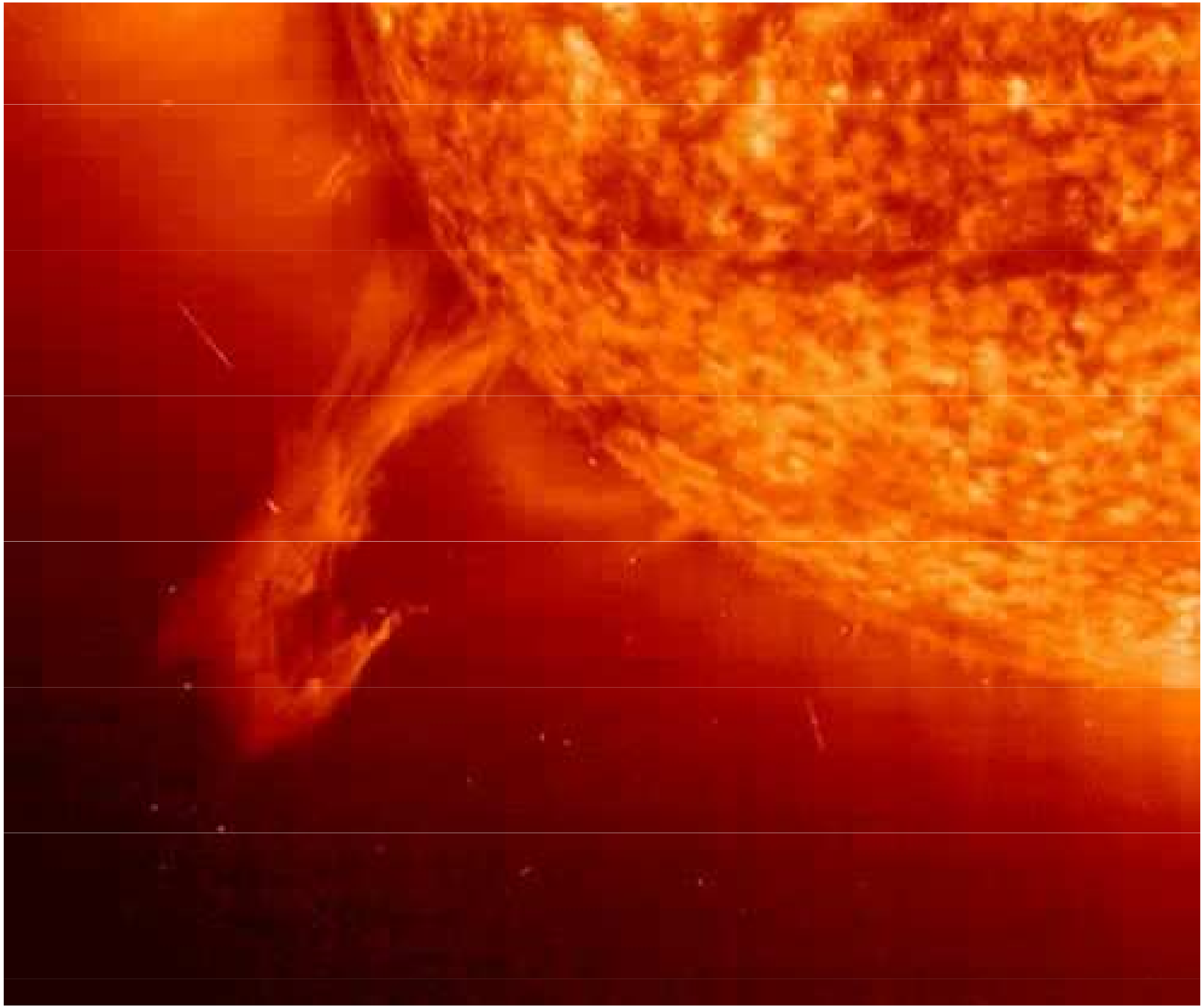
Granulace povrchu Slunce



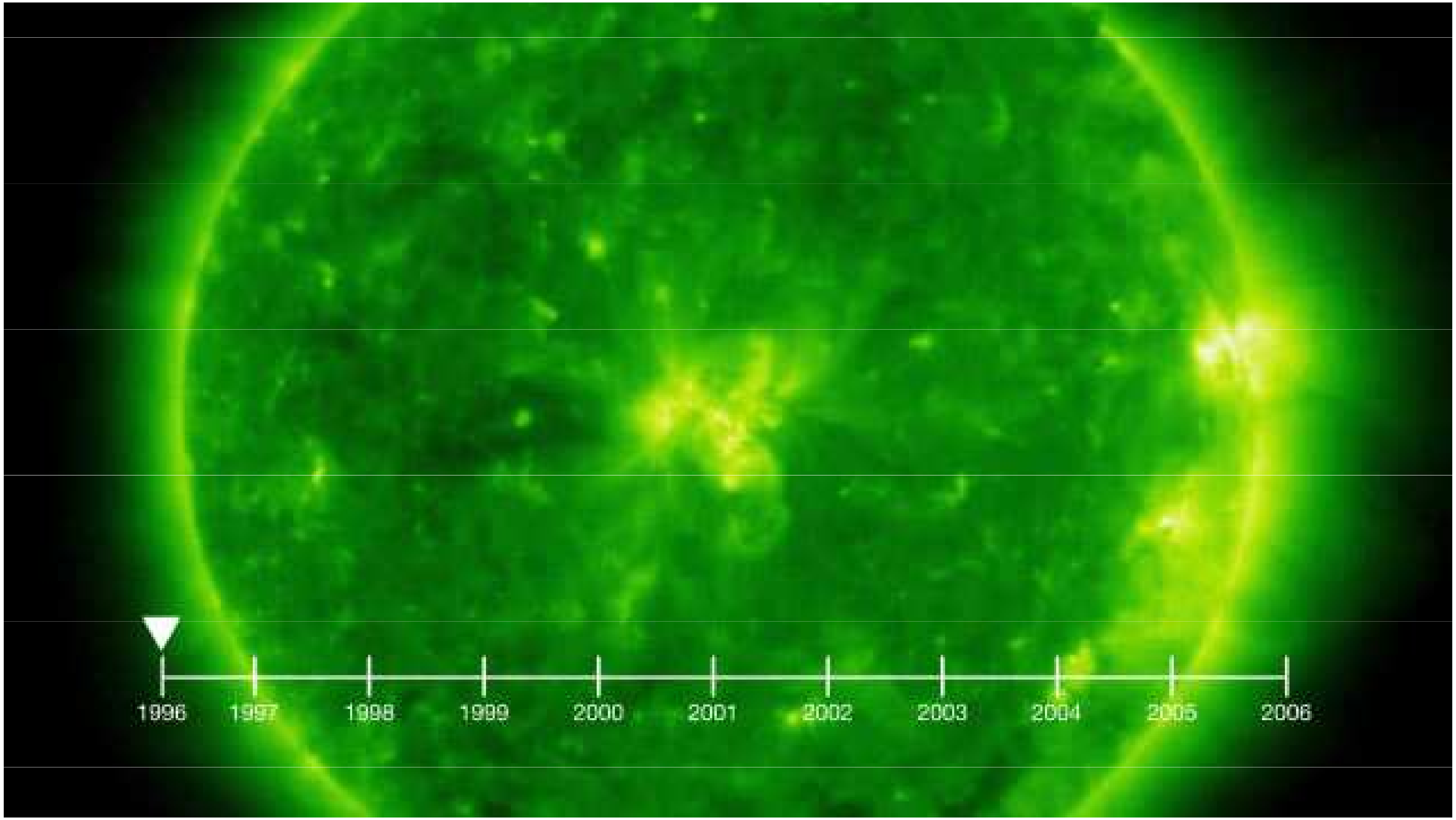
Sluneční skvrna a granulace



Vývoj protuberance



Sluneční cyklus



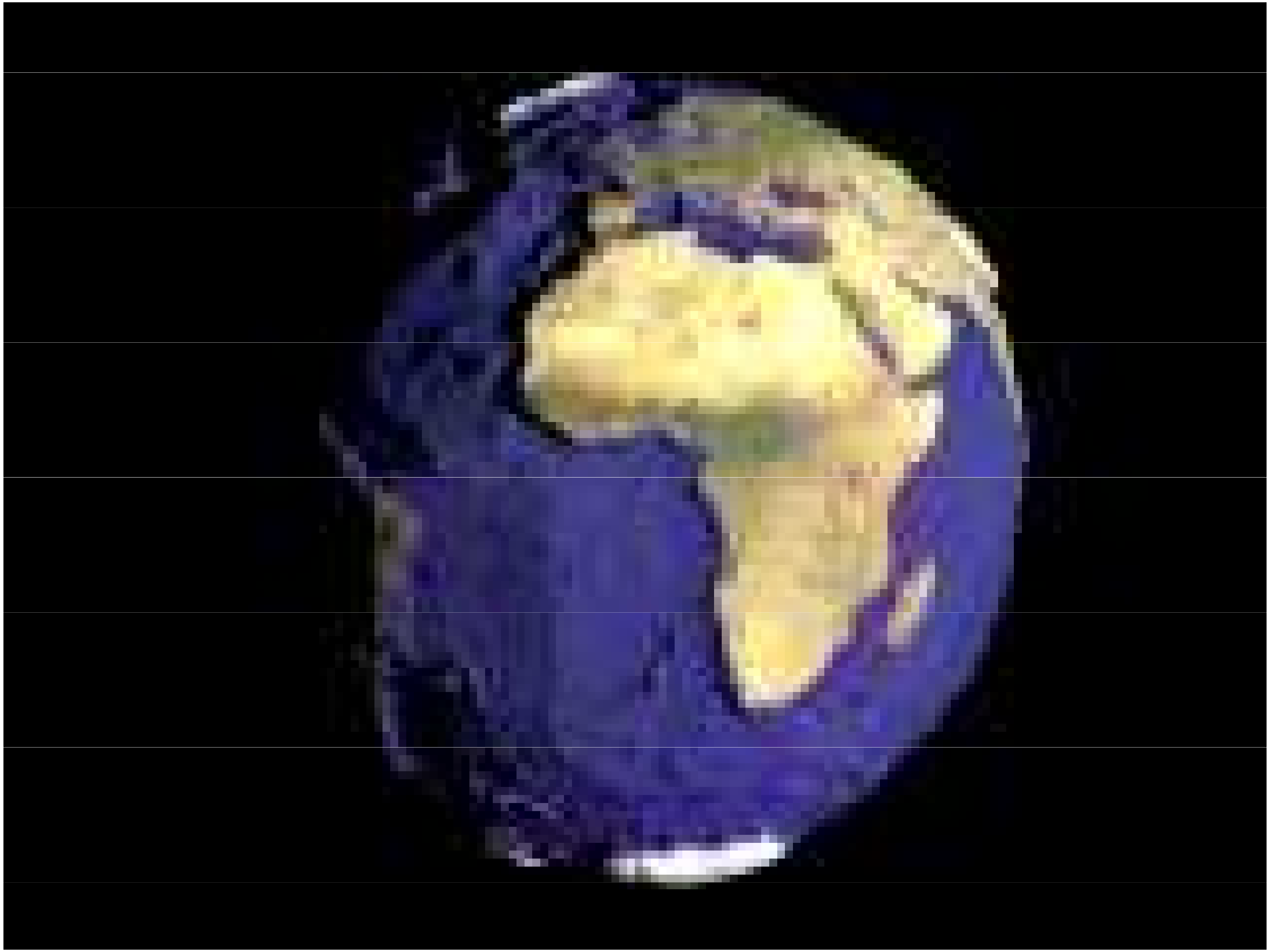
Země

Skutečná rotace Země od západu k východu versus virtuální realita - umělecký záměr ČT 1 a obsah článků na seznam.cz





Rotace Země

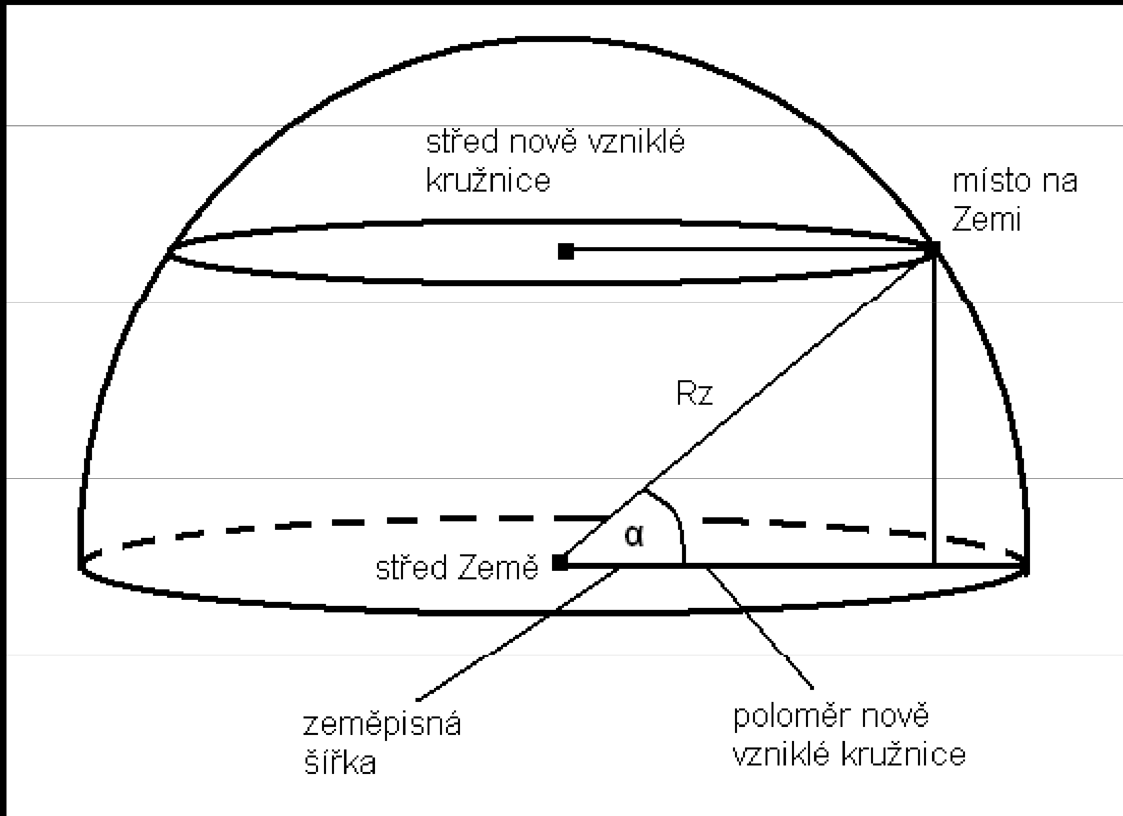


Rotace Země

V kterém městě Athénách, Paříži, Praze nebo Stockholmu se lidé „pohybují“ nejrychleji ?

Poloměr kružnice od osy otáčení, po které se lidé pohybují, závisí na zeměpisné šířce. Z atlasu můžeme získat údaje: Athény 37° 58´ s.z.š., Paříž 48° 52´ s.z.š, Praha 50° 05´ s.z š, Stockholm 59° 21´ s.z.š.

$$R = R_z . \cos\alpha$$



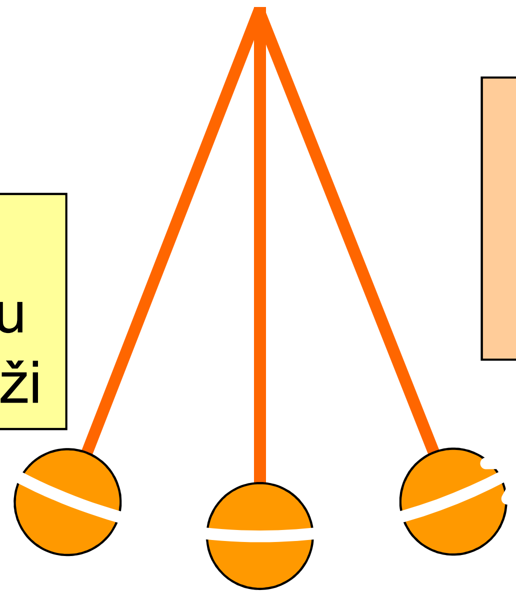
Rotace Země

Poloměry míst od osy otáčení a k nim příslušející rychlosti

město	**Athény**	**Paříž**	**Praha**	**Stockholm**
poloměr km	6031	5807	5779	5542
rychlost m/s	438	422	420	403

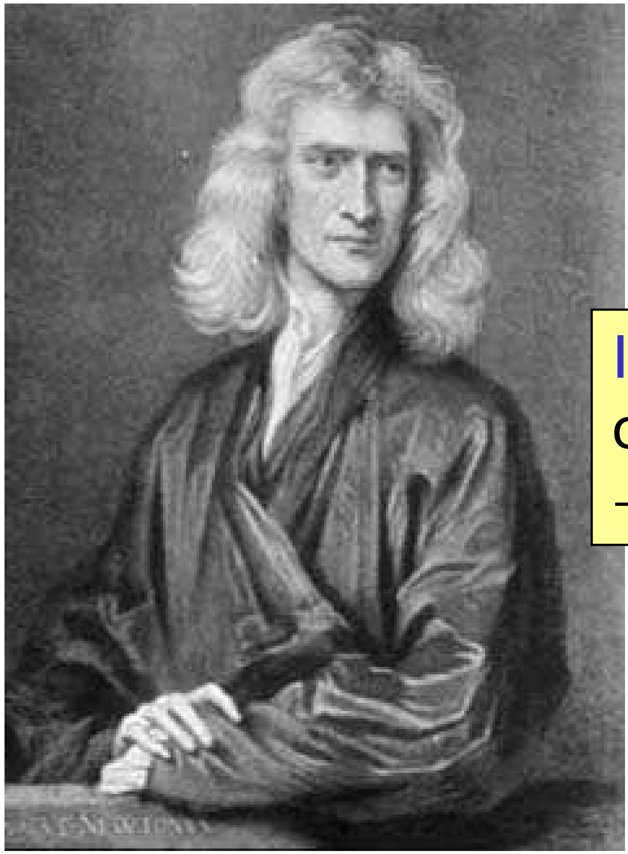
Z tabulky je patrné, že **čím blíže jsme rovníku, tím větší je obvodová rychlost….vypouštění raket, kosmodrony**

Tvar Země

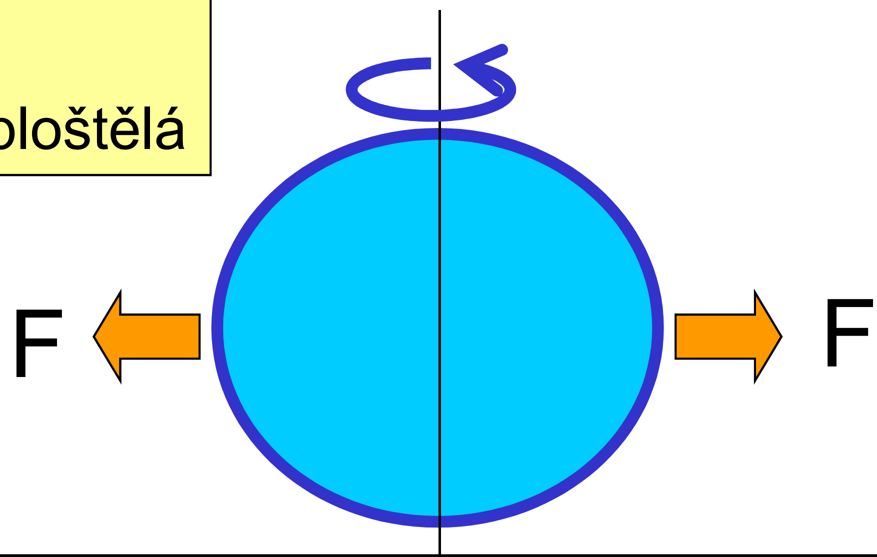


$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

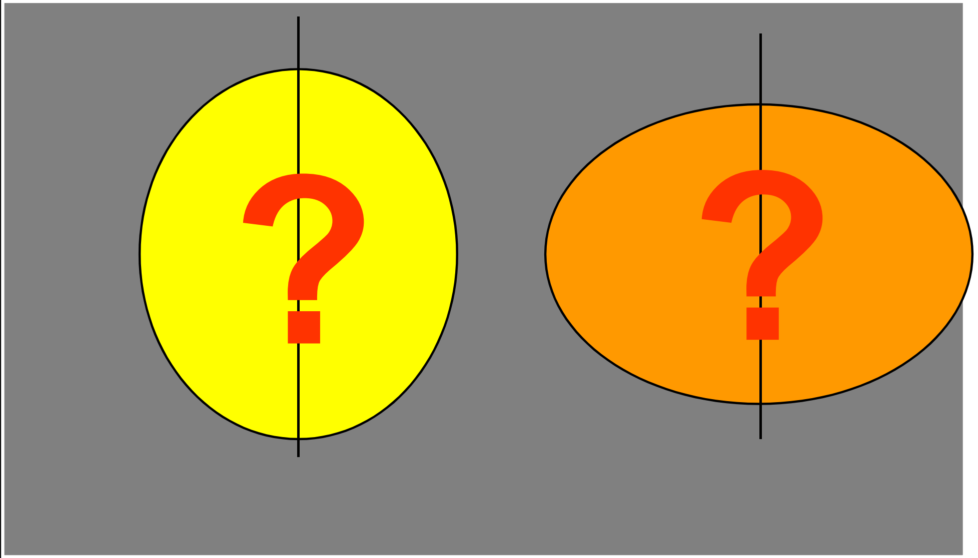
Jean Richer, 1672
Kyvadlové hodiny jdou na rovníku o 2 ½ minuty pomaleji než v Paříži



Isaac Newton, 1687
odstředivá síla
→ Země musí být zploštělá



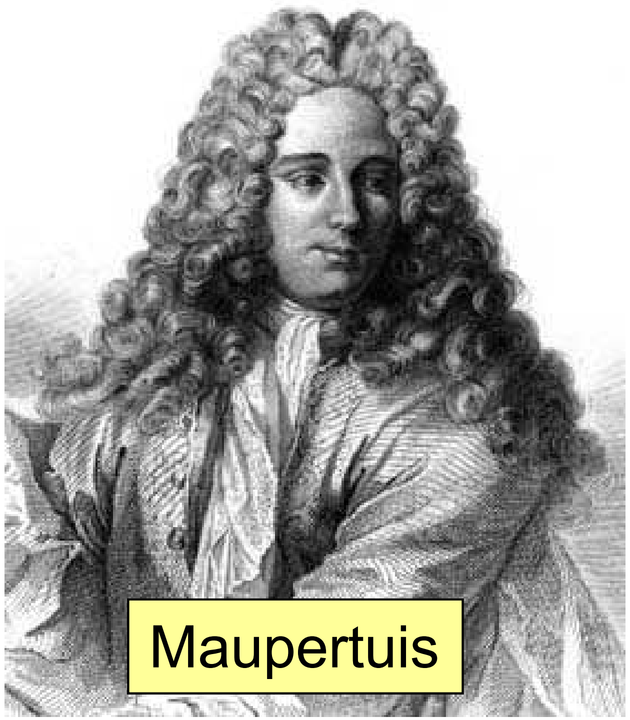
Diskuse nad tvarem Země





Citrón nebo pomeranč ?

Gian Domenico Cassini 1716
měří délku poledníku a konstatuje
→ Země je protáhlá jako citrón



Maupertuis

Charles de la Condamine 1735 Peru
Pierre de Maupertuis 1736 Laponsko
→ Země jako pomeranč

Efektivní teplota rovnovážného záření Země

Určete efektivní teplotu rovnovážného záření atmosféry Země, je-li dáno:

$L_\odot \doteq 4\cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$ $\quad R_\odot \doteq 7\cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$

$r_{\odot\oplus} \doteq 1{,}5\cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$ $\quad A = 0.28$

$T_\odot \doteq 5\,800\,\mathrm{K}$ $\quad R_\oplus$

na Zemi dopadá výkon $P = L_\odot \dfrac{\pi R_\oplus^2}{4\pi r_{\odot\oplus}^2}$

Zářivý výkon povrchu Země je

$$4\pi R_\oplus^2\, \sigma\, T_{ef\oplus}^4 = (1-A)\, L_\odot \frac{R_\oplus^2}{4 r_{\odot\oplus}^2} =$$

$$= (1-A)\, 4\pi R_\odot^2\, \sigma\, T_{ef\odot}^4\, \frac{R_\oplus^2}{4 r_{\odot\oplus}^2}$$

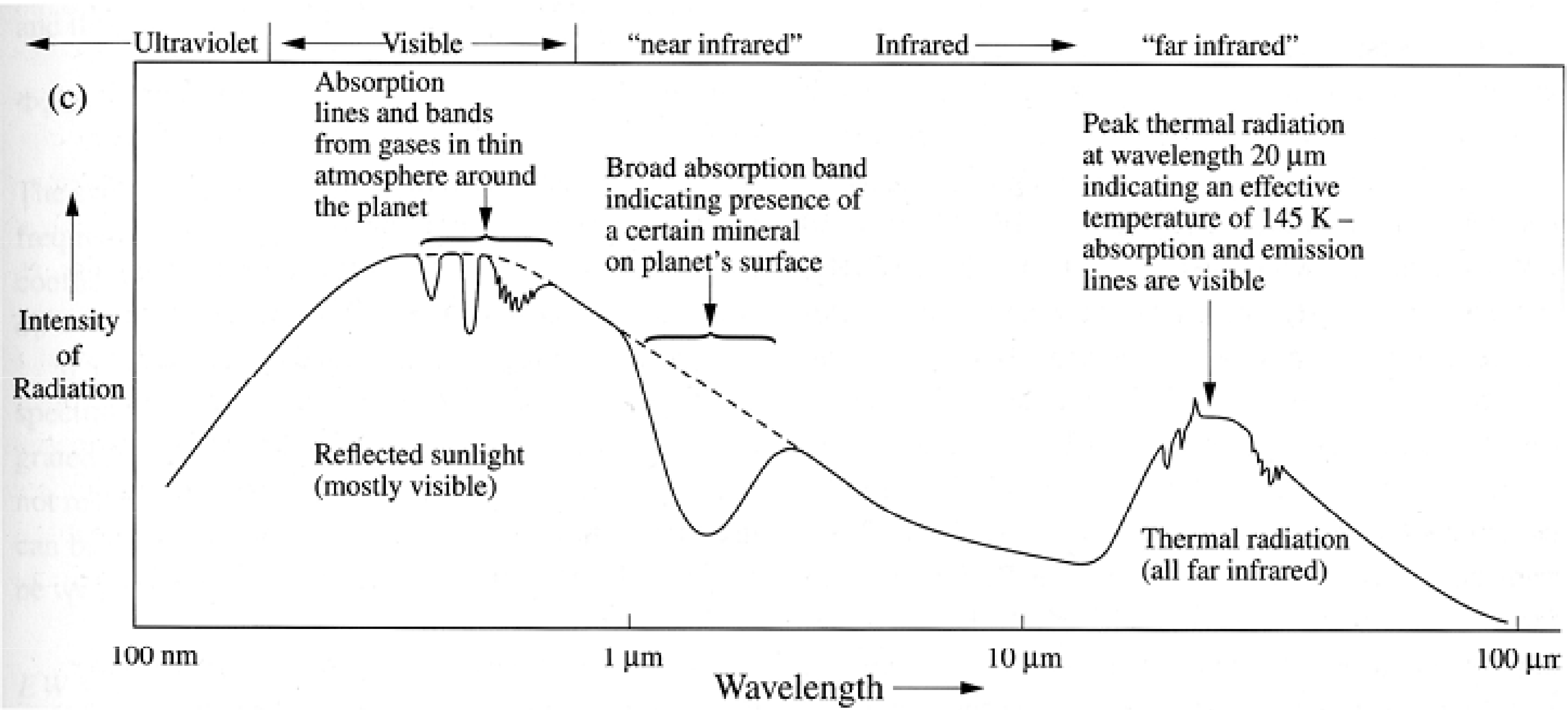
$$\Rightarrow \quad T_{ef\oplus} = T_\odot \sqrt{\frac{R_\odot}{2 r_{\odot\oplus}}}\,(1-A)^{1/4} = 256\ \mathrm{K}$$

$\lambda_{m\oplus} = 11\,300\,\mathrm{nm}$; 22 × více n

$\lambda_{m\odot}$

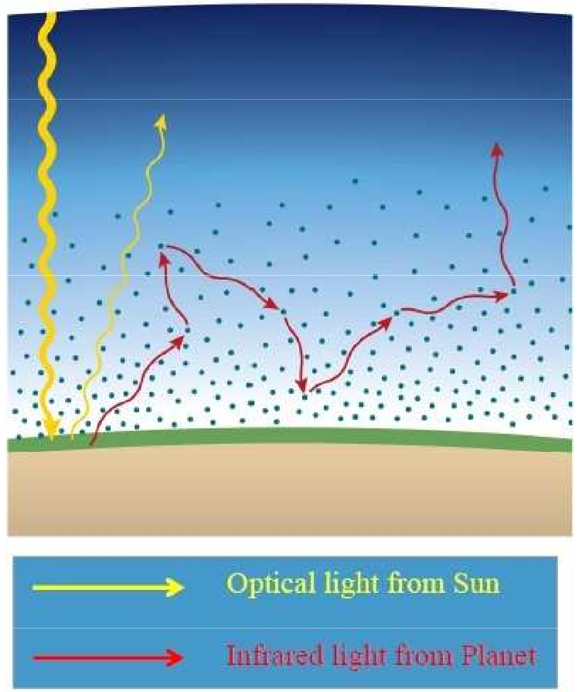
vyzařuje atmosféra Země!

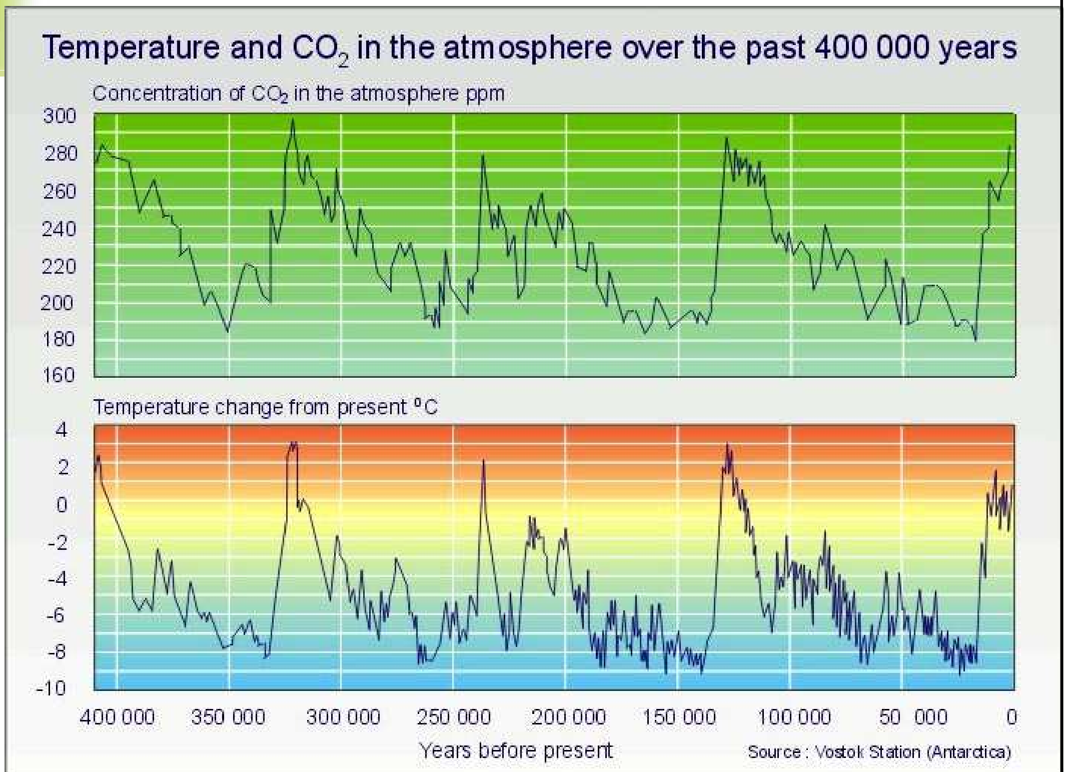
Spektrum planet



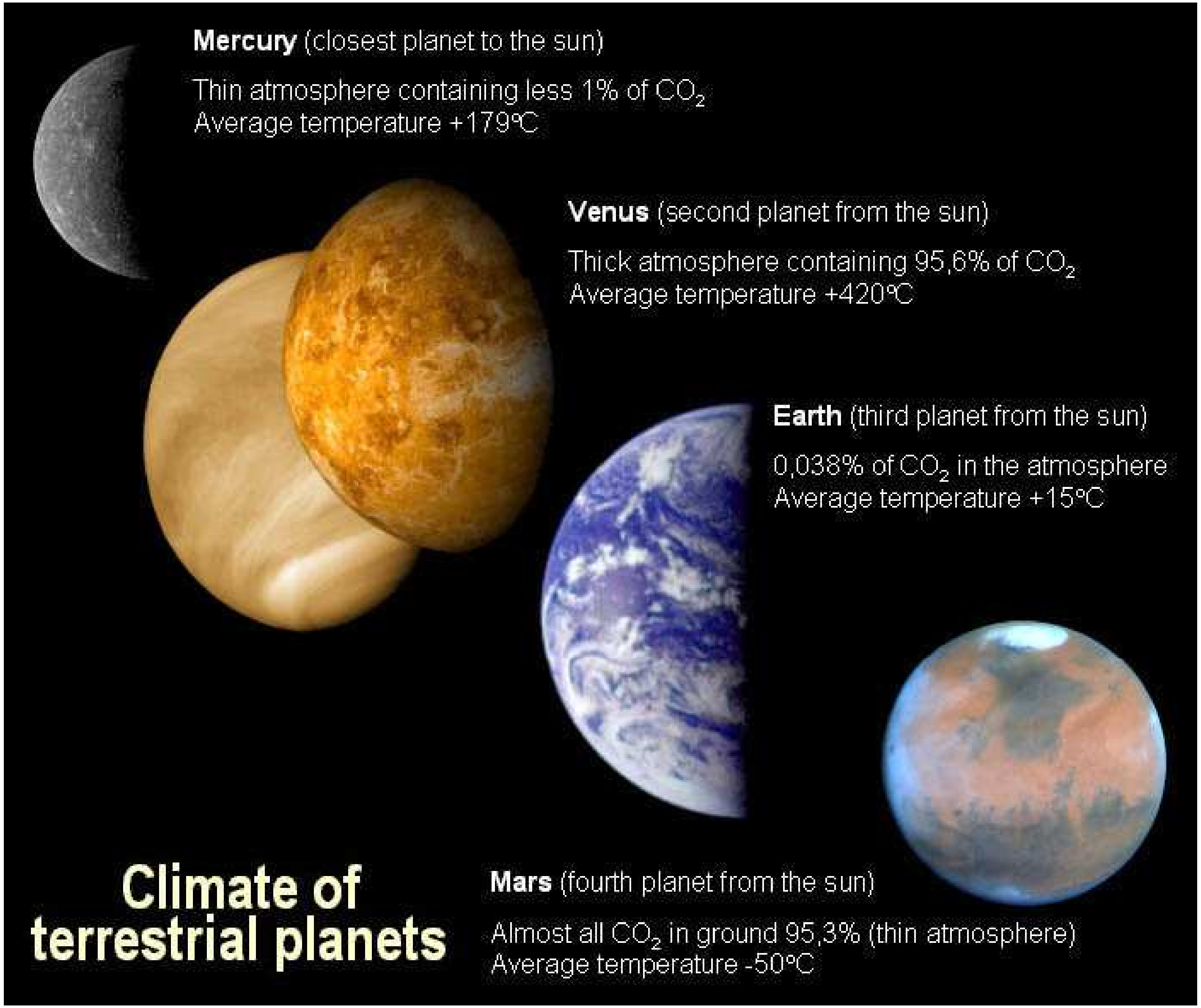
Skleníkový efekt





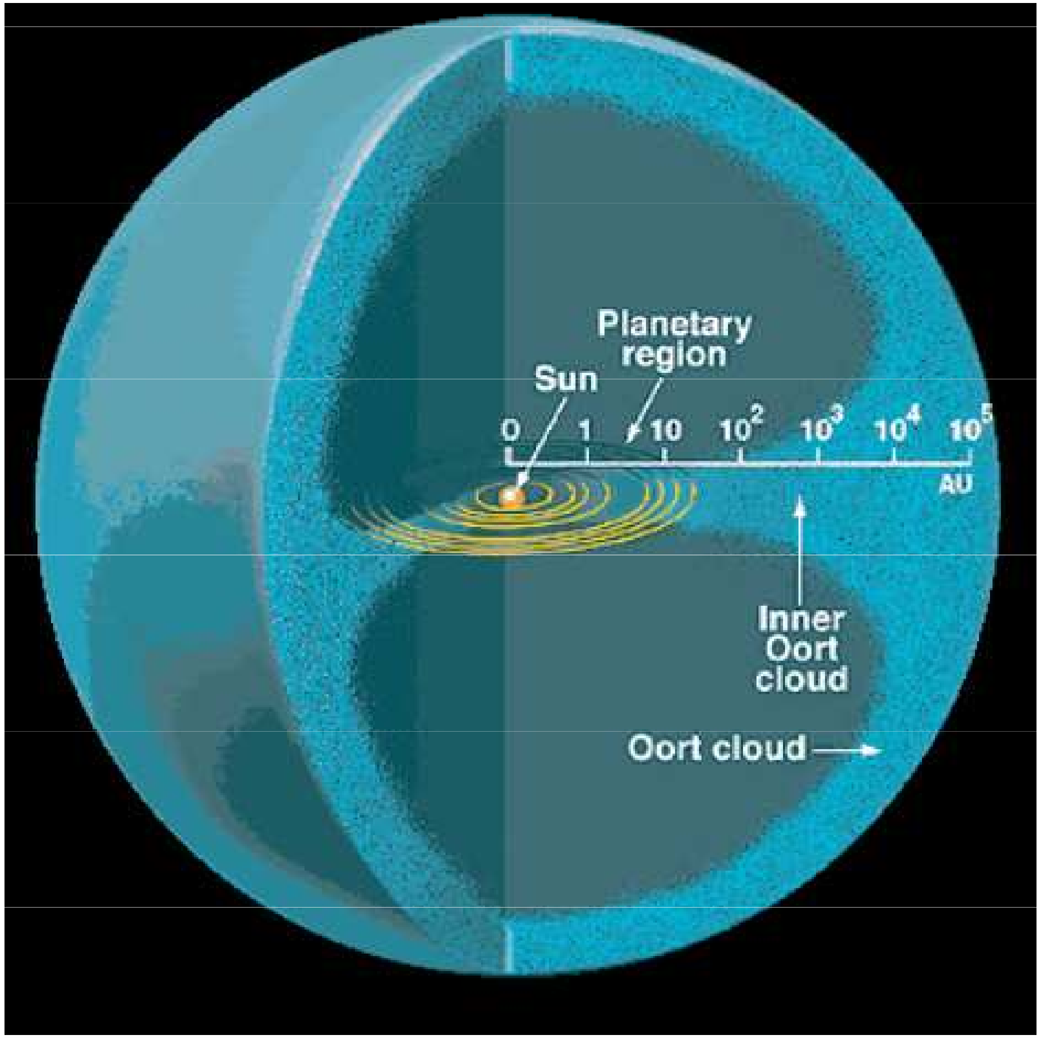


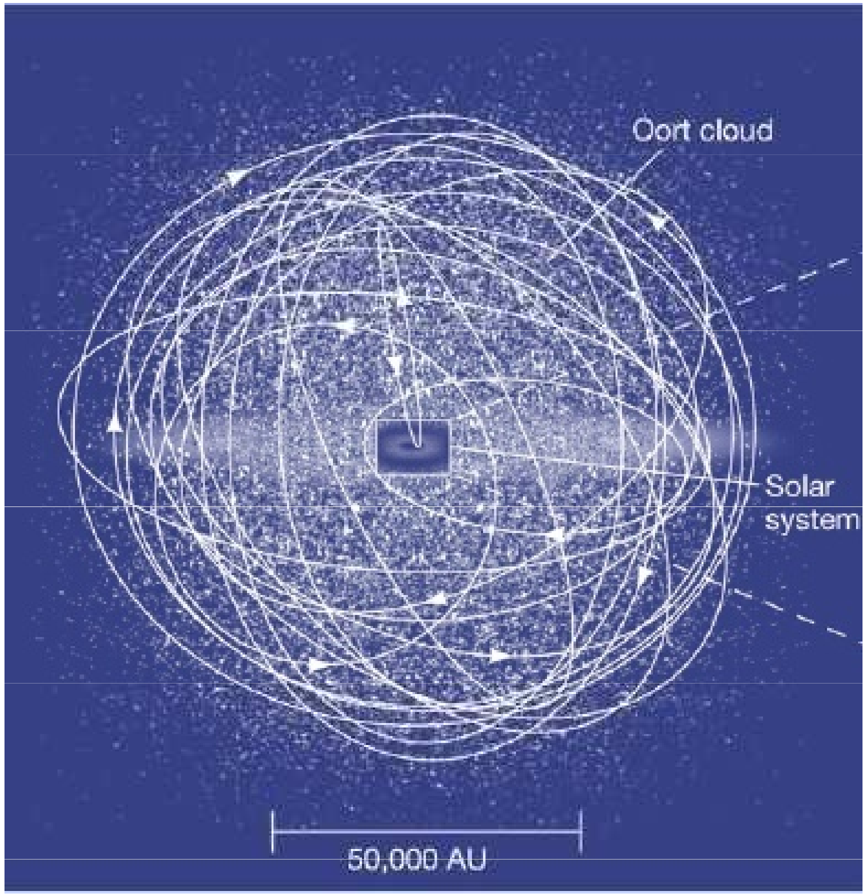
Skleníkový efekt na planetách



Komety – původ

Oort Cloud





Extends to 100, 000 AU

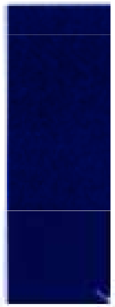
Komety

Anatomy

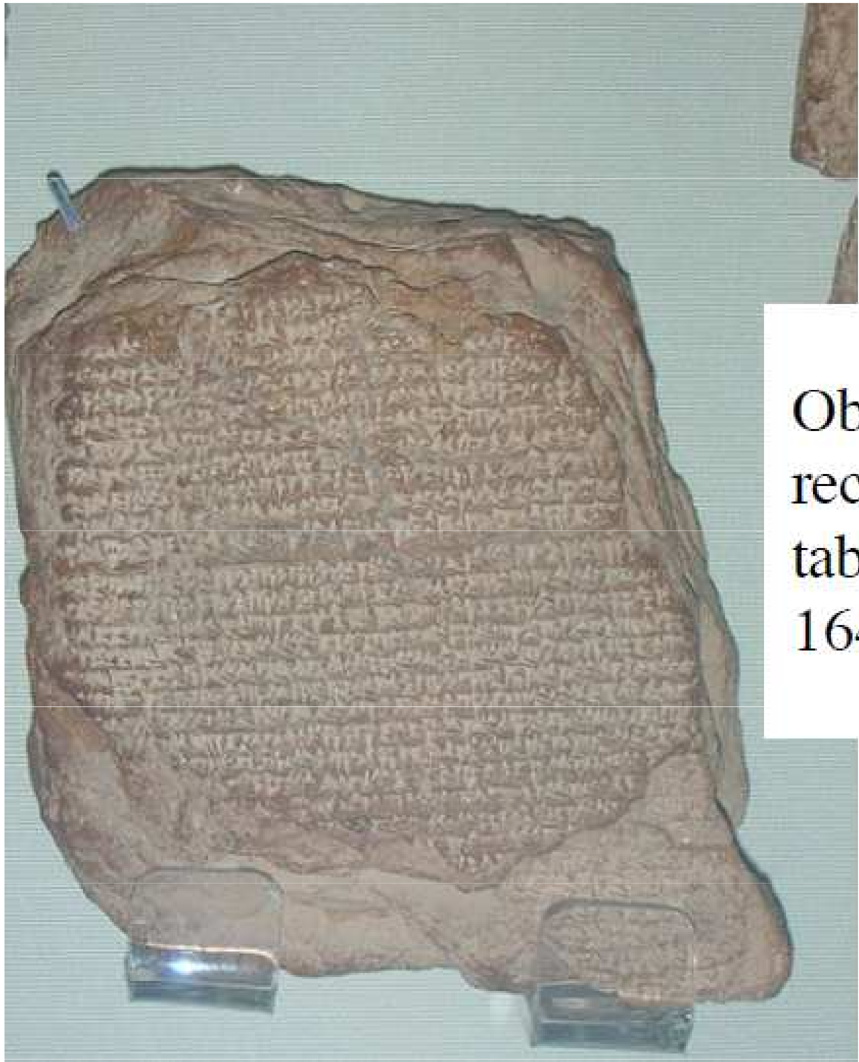
- Head
  - **Nucleus**
  - 1-10 km in diameter
  - **Coma**
  - ~ 100,000 km in diameter
- **Tails**
  - ~ 100 million km long
  - always pointed away from the Sun

Composition

- Nucleus - dirty snowball
  - solid
  - ices of H_2O, CO_2, NH_3, & CH_4
  - dust
- Coma
  - cloud of gas
  - mostly H_2O, CO_2, CO
- Tails
  - dust & gas



Halleyova kometa



164 BCE

Observation of Halley's Comet, recorded in cuneiform on a clay tablet between 22–28 September 164 BCE, Babylon, Iraq.

1066



Jádro Halleyovy komety, sonda Giotto 1986

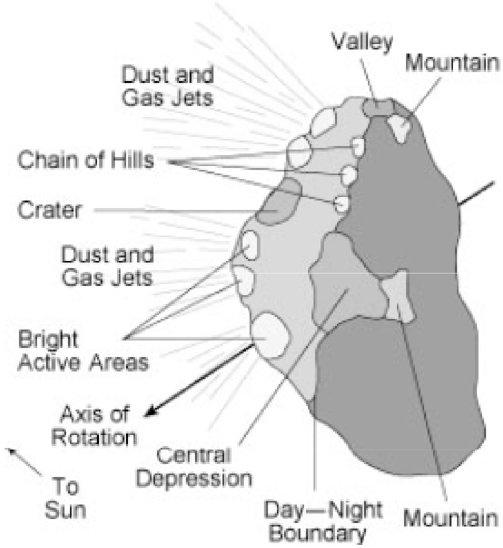
Giotto di Bondone 1267 -1337, pozorování 1301



Betlémská nebo Vánoční hvězda, tentokrát již s ohonem, v podobě komety (vlevo dole ve výřezu). Fresku v kapli Scrovegni v italské Padově, kterou pořídil Giotto di Bondone, inspiroval průlet Halleyovy komety v říjnu 1301. Podle malíře byla pojmenována i sonda Giotto.

snímek ze sondy Giotto





Halleyova kometa, historie

Komety, tělesa s velmi malými hmotnostmi ve srovnání s planetami, jsou podrobovány velkým poruchovým silám, zejména pokud procházejí oblastí tzv. aktivit u velkých planet, jejichž poloměr činí v případě Jupiteru přibližně 0,322 au, u Saturnu 0,365 au. Výsledkem je změna dráhových elementů (pro žáky na středoškolské úrovni lze zmínit srozumitelnou velikost velké poloosy a oběžnou dobu).

Velmi podrobně byl zkoumán pohyb známé Halleyovy komety, nazvané na počet *Edmonda Halleyho* (1656–1742), který prokázal její periodický charakter a předpověděl návrat v roce 1758. Jeho přesný výpočet *Alexisem Claudem Clairautem* (1713–1765) [6], byl úspěšným potvrzením zákona všeobecné gravitace. Clairaut ještě nepoužil k řešení problému tří těles diferenciální rovnice, viz detailní rozbor v [7]. Přesto přesvědčivě vyložil zpožďování návratu komety, objasnil, že příčinou je poruchové působení Jupiteru a Saturnu. Jak bylo propočítáno, vlivem Jupiteru se kometa zdržela při návratu k Slunci o 518 dnů, Saturnu o 100 dnů. Předpověděl průchod perihéliem na 13. dubna 1759, ve skutečnosti kometa jím prošla 13. března 1759. Poslední návrat ke Slunci rozebereme podrobněji v další části článku.

Halleyova kometa

Přejděme ke konkrétním kometám. Jak jsme již uvedli, poslední návrat Halleyovy komety ke Slunci nastal v roce 1986. K jejímu jádru s tvarem burského oříšku o rozměrech $8 \times 7 \times 16$ km se přiblížila až na vzdálenost 600 km západoevropská sonda Giotto. Získala řadu snímků, z nichž jeden z 14. března 1986 ze vzdálenosti 6 500 km je na obr. 5, kde na Sluncem ozářené části jádra zřetelně pozorujeme aktivní výtrysky. Na povrchu jádra jsou dále viditelné terénní nerovnosti a krátery. Během každého návratu ke Slunci jádro ztratí přibližně 1 m až 10 m povrchové vrstvy. Denně při průchodu perihéliem unikne z povrchu zhruba 10^9 kg prachu a plynu. V aféliu dráhy dosahuje povrchová teplota jádra kolem 60 K, ve vzdálenosti 1 au od Slunce 276 K, v perihéliu se povrch zahřívá až na 400 K. Velký teplotní gradient způsobuje prohřívání povrchových vrstev. Gravitační zrychlení na povrchu jádra dosahuje $1{,}5\ \mathrm{mm \cdot s^{-2}}$, úniková rychlost činí $9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Vyvržené částice s hmotností nad 0,01 g se pohybují kolem jádra po balistických drahách, méně hmotné unikají a vytvářejí „prachovou komu“. Její vnitřní část sahá do vzdálenosti 80 000 km, vnější až do 300 000 km. Ve větších vzdálenostech od Slunce je plynný obal jádra spíše symetrický, při přibližování k němu se mění na oválný.

Halleyova kometa

r. 1986 jaro

sondy Vega 1, 2 ; *<u>Giotto</u> ; Suisei

* 600 km od kom. jádra 8 x 8 x 16 km

V ... 400 – 700 km^3, $m \sim 10^{14}$ kg

$\bar{\rho} \sim (1 - 1{,}5) \cdot 10^3\ kg \cdot m^{-3}$; $T \sim 54$ hodiny

30 různých druhů atomů, molekul, iontů

na povrchu krátery ϕ 1 km, aktivní zdroje výtrysků

v průběhu obletu se odpaří (1 – 10) m vrstvy povrchu jádra

Halleyova kometa

- povrch v perihelu až 400 K, v afelu teplota 60 K
- denní ztráta 10^9 kg prachu a plynu
- úniková rychlost z jádra činí 9 $m.s^{-1}$
- sfeldetý oblak prachu zahaluje 3 – 4 km,
- prachové vnitřní koma ~ 80 000 km
- vnější koma ~ 300 000 km

Halleyova kometa je velmi aktivní
zvládne ještě desítky oběhů

Halleyova kometa, jádro





Jak ve škole připravíme kometu?
sáček PVC: suchý led, saze, písek, sliny

Halleyova kometa, jádro

drobně vysvětlíme. Současně odpovíme na žáky nejčastěji kladené otázky:

- Které gravitační a negravitační síly ovlivňují pohyb komet?
- Podle kterých zákonů a po jakých drahách se komety pohybují?
- Proč u komet dochází často ke změnám dráhových elementů, co je důvodem?
- Kde se nachází zdroj komet, jaký mechanismus vyvolává vychýlení z okraje sluneční soustavy na jejich dráhu do vnitřní části?
- Co je příčinou vzniku ohonu, z čeho je složen, mají ho všechny komety?
- Jak se mění jasnost komet při přibližování ke Slunci?
- Jaká je stavba komet, kde je uložena jejich největší hmotnost?
- Co je zdrojem energie záření komet?

Pohyb periodických komet po eliptické dráze

Jde o nejjednodušší a nejnázornější situaci, obvykle připomínanou ve středoškolských učebnicích. Hovoříme o řešení tzv. problému dvou těles, kdy působící přitažlivá síla jakož i gravitační potenciální energie jsou závislé pouze na vzdálenosti od centrálního tělesa. Skalární veličina energie je pro žáky srozumitelná, a proto, jak je navrhováno např. v [5], při popisu pohybu komety budeme vycházet ze zákona zachování celkové mechanické energie. Je součtem kinetické a potenciální energie $E_\mathrm{c} = E_\mathrm{k} + E_\mathrm{p}$. Pro

eliptické dráhy platí

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{mM}{r} = -G\frac{mM}{2a}, \tag{1}$$

kde m je hmotnost komety, M hmotnost Slunce ($M \doteq 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg), r je měnící se vzdálenost komety od Slunce a v její okamžitá rychlost. Platí pro ni vztah

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}. \tag{2}$$

Je tedy nenulová a proměnlivá, závislá na velikosti velké poloosy a. Rychlost dosahuje maximální hodnoty při největším silovém působení Slunce, tedy v perihéliu.

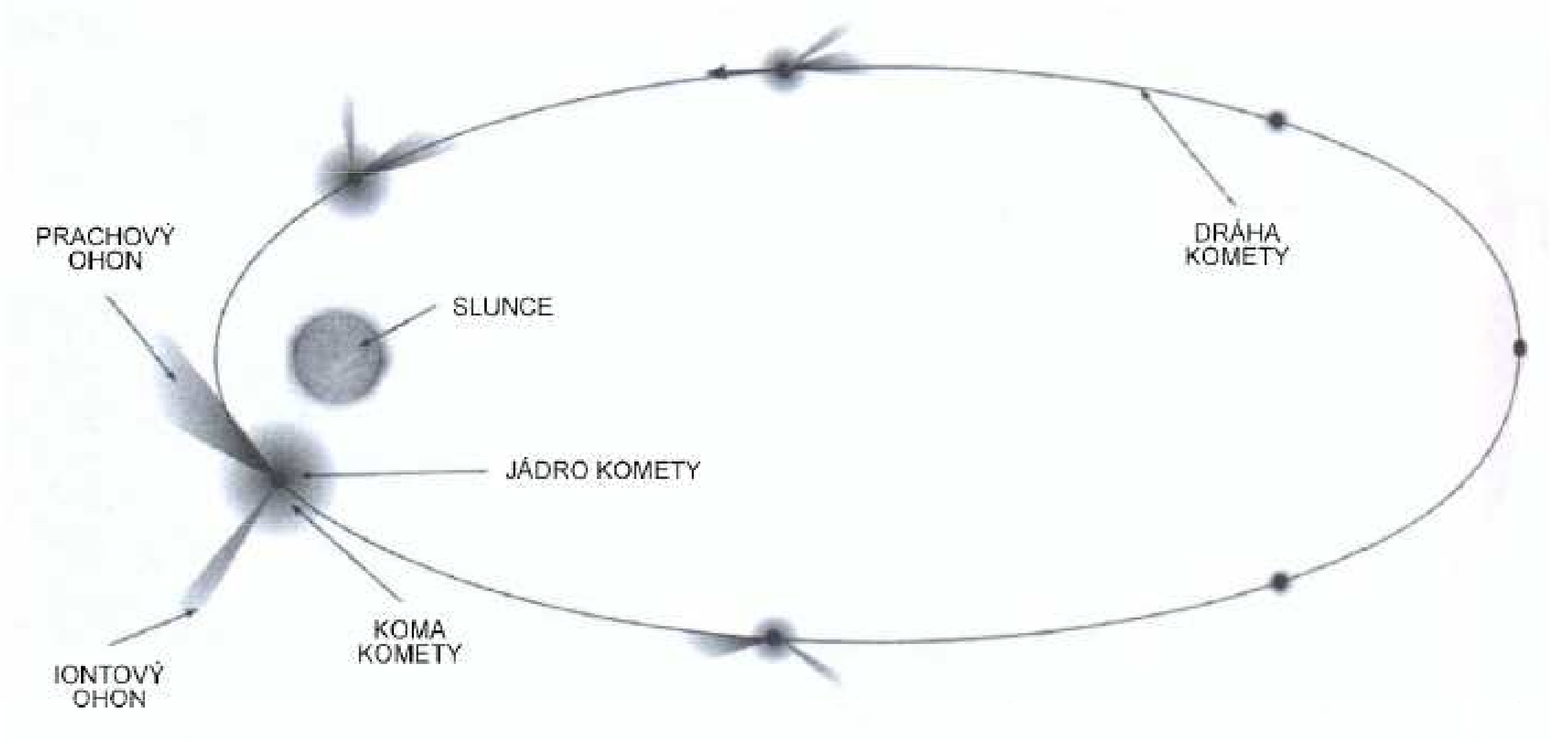
Pohyb Halleyovy komety

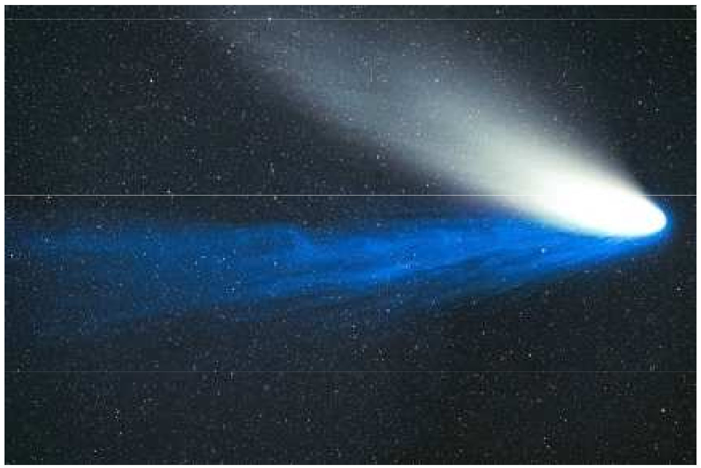
Aplikujme zákon zachování celkové mechanické energie na případ Halleyovy komety ($m = 3 \cdot 10^{14}$ kg), budeme dosazovat do vztahů pro jednotlivé energie a do rovnice (1) pro případ perihélia $r = 0{,}587$ au a rychlosti $v = 54{,}6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, a afélia $r = 35{,}079$ au a rychlosti $v = 0{,}9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Připomínáme, že rychlost je počítána podle vztahu (2), kde $a = 17{,}834$ au. Z vypočítaných hodnot vytvoříme tabulku

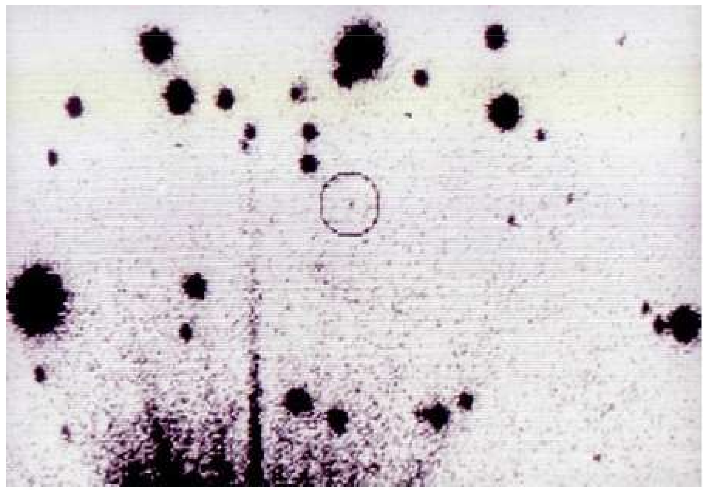
	perihélium	afélium
E_k	$4{,}47 \cdot 10^{23}$ J	$1,22 \cdot 10^{20}$ J
E_p	$-4{,}54 \cdot 10^{23}$ J	$-7,58 \cdot 10^{21}$ J
E_c	$-7{,}00 \cdot 10^{21}$ J	$-7,46 \cdot 10^{21}$ J

Podle očekávání je maximální kinetická energie komety v perihéliu a minimální v aféliu. Gravitační potenciální energie je nulová v nekonečnu, větší zápornou hodnotu dosahuje v perihéliu. Úplný číselný souhlas velikostí energií nelze očekávat, dosud není úplně jistá hodnota hmotnosti Halleyovy komety a také se projevují nepřesnosti vyplývající ze zaokrouhlování.

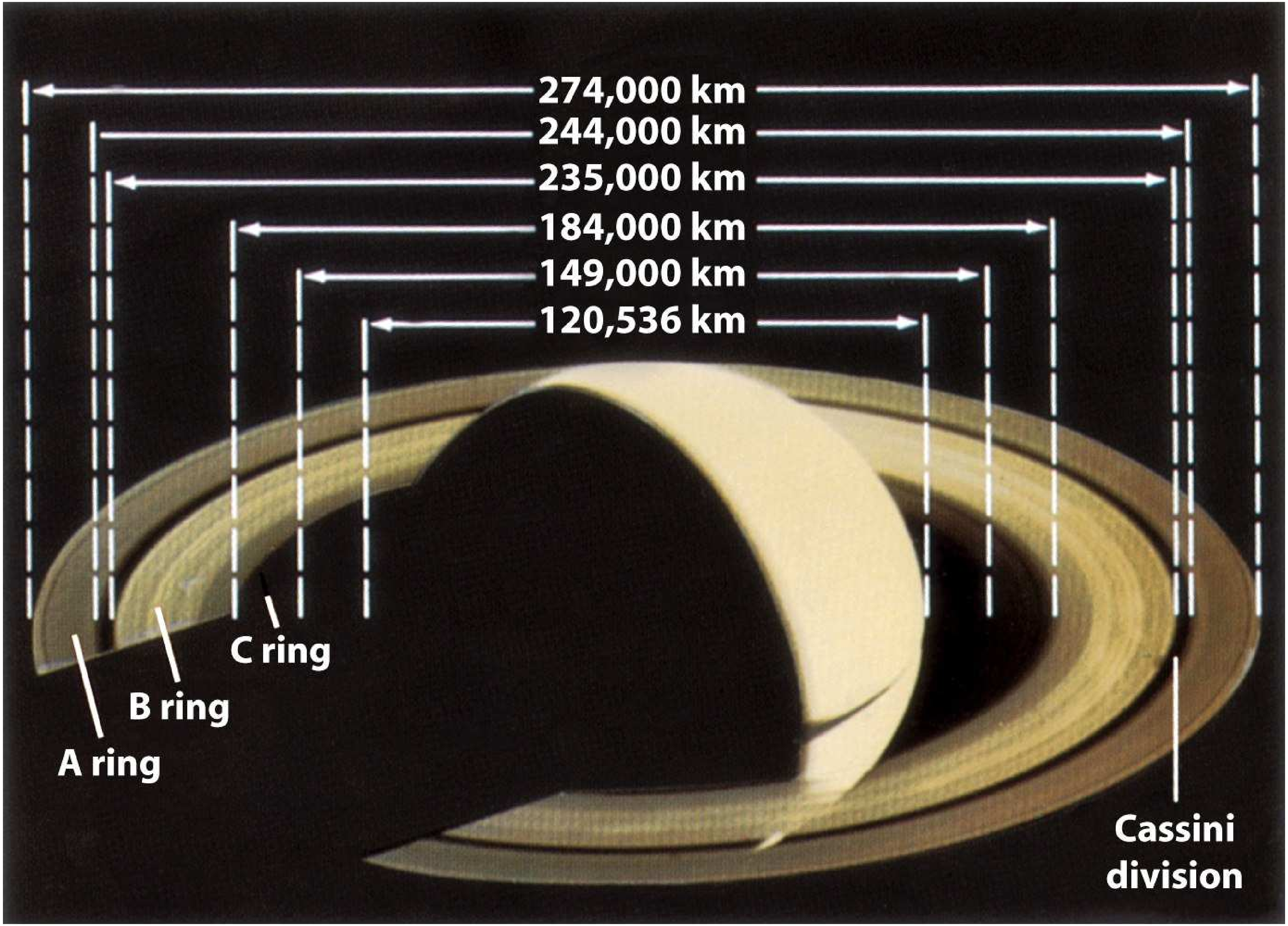
Halleyova kometa, dráha kolem Slunce



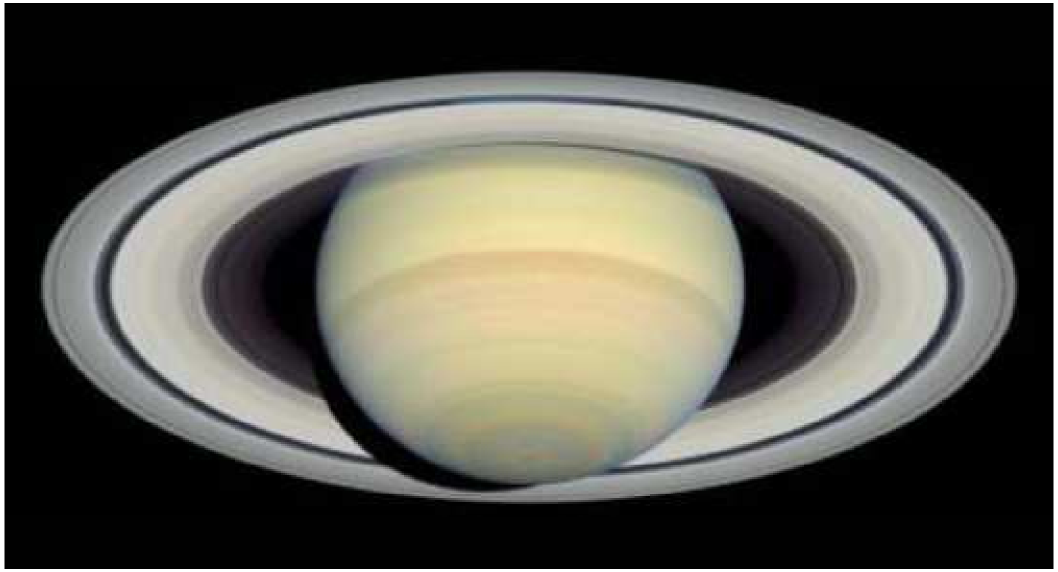


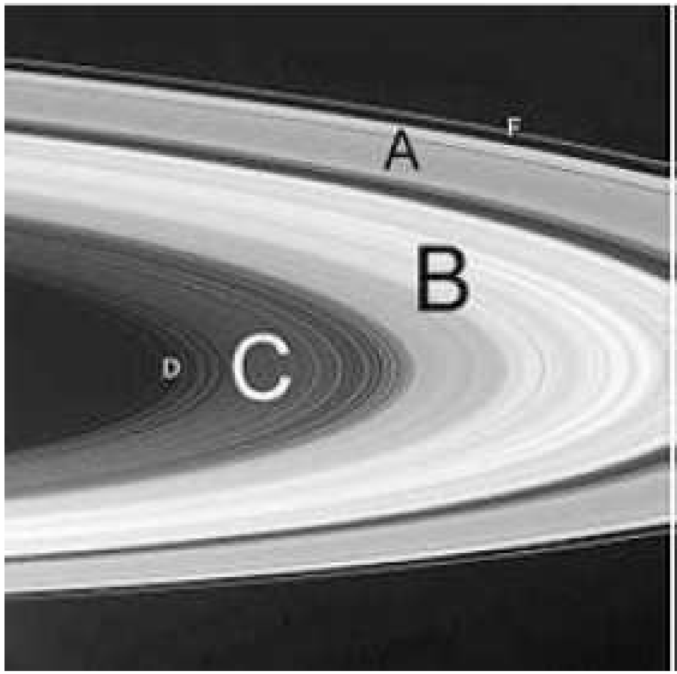


Prstence Saturnu – rozdělení



Prstence Saturnu





Úloha 1. Určete oběžnou rychlost vnitřní části prstence D o vzdálenosti 67 000 km od Saturnu s oběžnou dobou 0,20 dne, vnitřní části prstence A o vzdálenosti 122 000 km s oběžnou dobou 0,50 dne, vnitřní části prstence E o vzdálenosti 181 000 km s oběžnou dobou 0,91 dne. Ověřte platnost závislosti $v \sim \sqrt{1/r}$.

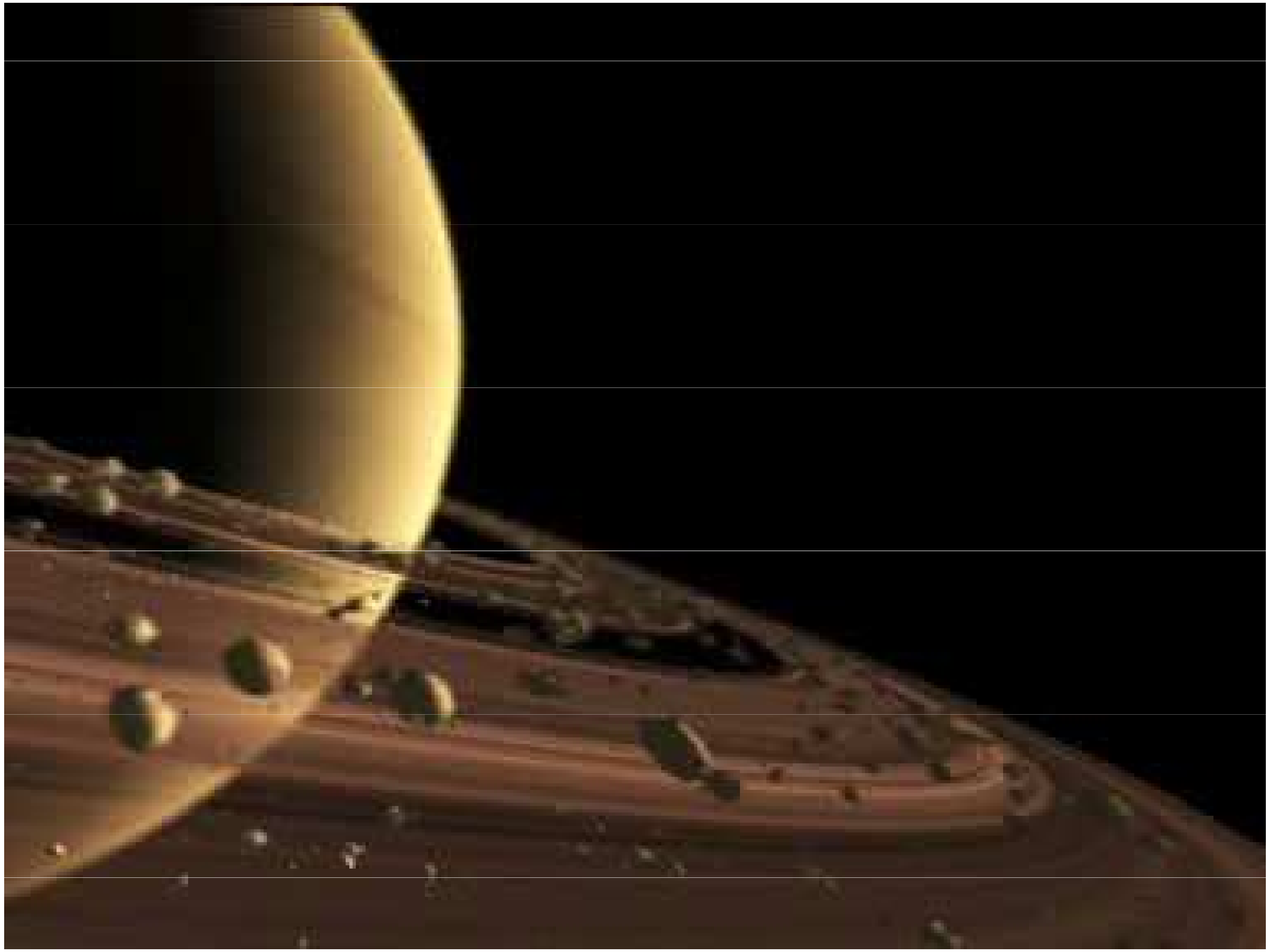
Řešení. Dosazením do vztahu $v = \frac{2\pi r}{T}$ postupně získáme $v = 24{,}3\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$, $17{,}7\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$ a $14{,}4\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$, tedy s rostoucí vzdáleností od planety klesá oběžná rychlost v souladu se závislostí $v \sim \sqrt{1/r}$.

Podstata prstenců Saturnu

Jak bylo dokázáno v [1] *Jamesem Clarkem Maxwellem* (1831–1879) na základě analýzy dynamické stability, je-li hmotnost Saturnu dostatečně velká, potom prstence diskrétních vzájemně interagujících částeček na oběžné dráze kolem planety udržují stabilní tvar a nejsou tvořeny tuhými tělesy, nýbrž systémy drobných částeček. Později např. *James Edward Keller* (1857–1900) v [2] a *William Wallace Campbell* (1862–1938) proměřovali spektroskopicky relativní rychlosti vnitřních a vnějších částí prstenců k vyjasnění, který jejich okraj se pohybuje rychleji. Závislost rychlosti částic tuhého tělesa na vzdálenosti je $v \sim r$ zatímco u oběžné rychlosti pohybujícího se tělesa na kruhové dráze je dána závislostí $v \sim \sqrt{1/r}$. Bylo zjištěno, že ledové částečky tvořící převážně systém prstenců (obr. 2), se pohybují ve vnitřní oblasti rychleji než ve vnější, což je v souladu s pohybem volného tělesa a jde o tzv. keplerovskou rotaci. Modelové přiblížení problematiky lze demonstrovat následovně.

Štefl,V.: Nejkrásnější planeta sluneční soustavy Saturn v úlohách. MFI **23** (2014), č. 1, s. 27 - 40.

Průlet prstenci Saturnu



Určení hmotnosti Saturnu

Úloha 6. Nalezněte hmotnost Saturnu, jestliže z pozorování bylo zjištěno, že měsíc Titan (obr. 6), obíhá ve vzdálenosti $a = 1\,221{,}8 \cdot 10^3$ km s oběžnou dobou $T = 15{,}945$ dne.



Obr. 6

Řešení. Úpravou III. Keplerova zákona obdržíme

$$M_\mathrm{S} = \frac{G}{4\pi^2}\frac{a^3}{T^2} = 5{,}7 \cdot 10^{26}\ \mathrm{kg}.$$

Slapy na Titanu

Úloha 11. Stanovte velikost slapové síly Saturnu působící na jeho měsíc Titan. Hmotnost Saturnu je $M_\mathrm{S} = 5{,}7 \cdot 10^{26}$ kg, měsíc Titan má hmotnost $M_\mathrm{T} = 1{,}35 \cdot 10^{23}$ kg, průměr $D_\mathrm{T} = 5\,150$ km a Saturn obíhá ve vzdálenosti $r = 1{,}22 \cdot 10^{6}$ km.

Řešení. Působící slapová síla je dána vztahem

$$F = 2G\,\frac{M_\mathrm{S}\,m_\mathrm{m}}{r^3}\,D_\mathrm{m}.$$

Dosadíme do vztahu parametry soustavy Saturn–Titan, $F_\mathrm{T} = 2{,}9 \cdot 10^{19}$ N.

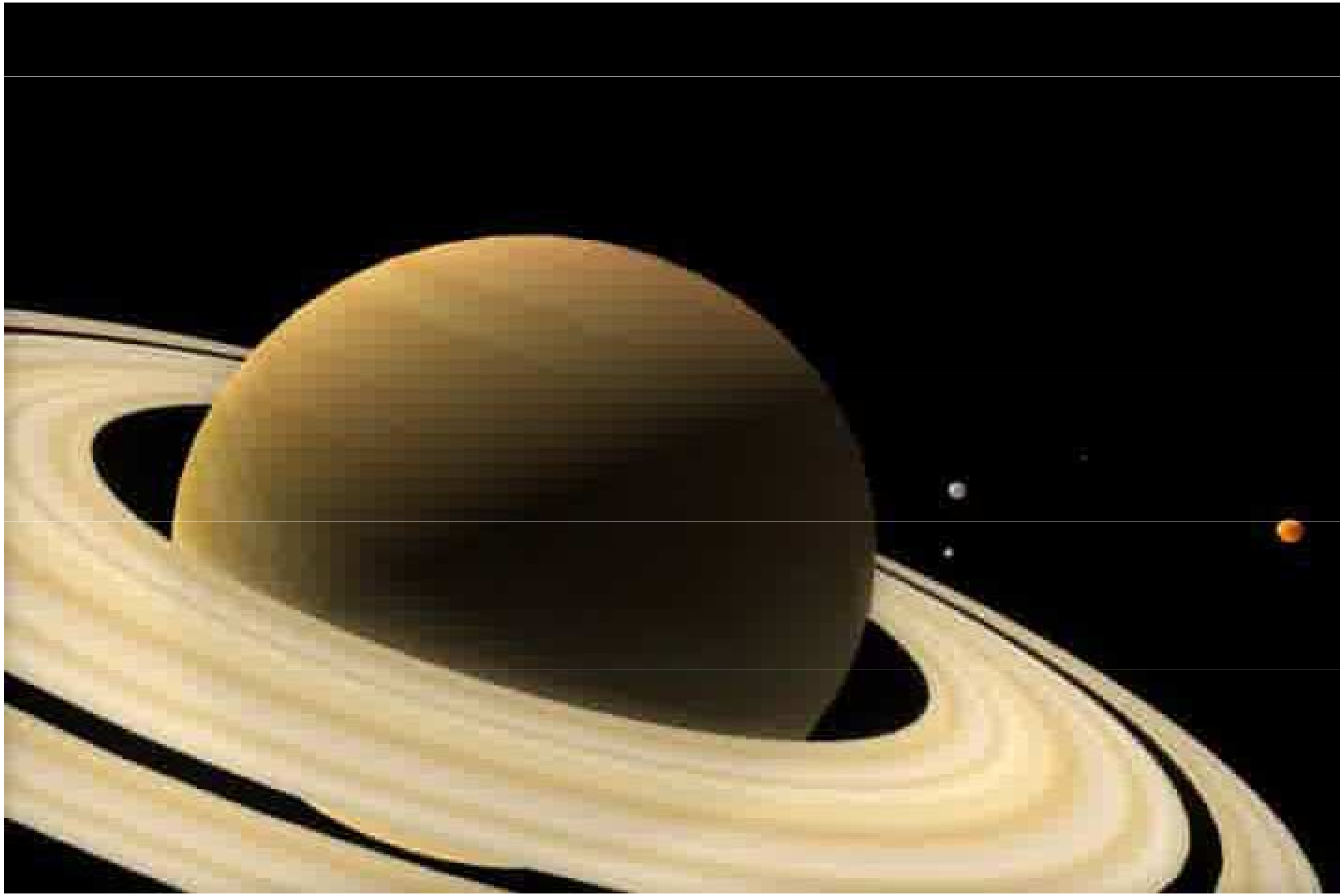
Relativně velká slapová síla Saturnu, výraznější než slapová síla Měsíce působící na Zemi, vyvolává v dusíkové a metanové atmosféře Titanu značný pozorovaný vítr, který způsobuje přesuny písku na povrchu ([9], obr. 10).



Atmosféra Titanu



Atmosféra na Titanu



Atmosféra na Titanu

The Astrophysical Journal, 607:1065–1069, 2004 June 1

AN X-RAY MEASUREMENT OF TITAN'S ATMOSPHERIC EXTENT FROM ITS TRANSIT OF THE CRAB NEBULA

Koji Mori
Department of Astronomy and Astrophysics, Pennsylvania State University, 525 Davey Laboratory, University Park, PA 16802; mori@astro.psu.edu

Hiroshi Tsunemi and Haruyoshi Katayama[1]
Department of Earth and Space Science, Graduate School of Science, Osaka University, 1-1 Machikaneyama, Toyonaka, Osaka 560-0043, Japan

David N. Burrows and Gordon P. Garmire
Department of Astronomy and Astrophysics, Pennsylvania State University, 525 Davey Laboratory, University Park, PA 16802

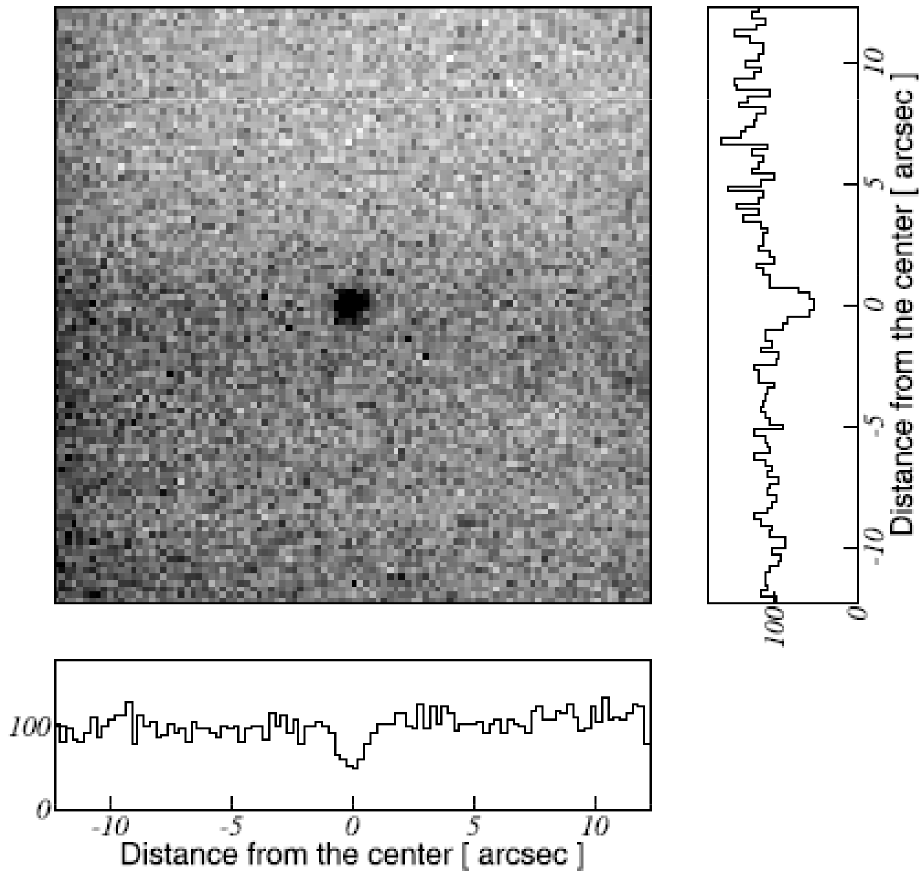
and

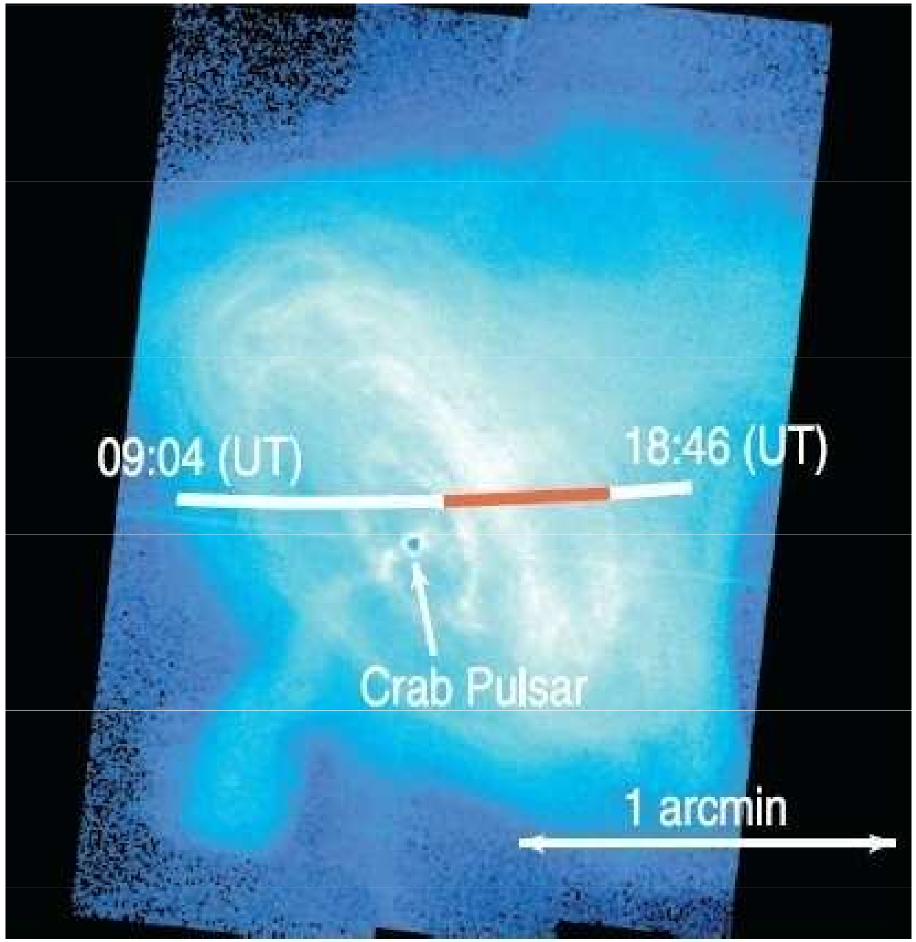
Albert E. Metzger
Jet Propulsion Laboratory, 4800 Oak Grove Drive, Pasadena, CA 91109
Received 2003 December 30; accepted 2004 February 10

ABSTRACT

Saturn's largest satellite, Titan, transited the Crab Nebula on 2003 January 5. We observed this astronomical event with the *Chandra X-Ray Observatory*. An "occultation shadow" has clearly been detected and is found to be larger than the diameter of Titan's solid surface. The difference gives a thickness for Titan's atmosphere of 880 ± 60 km. This is the first measurement of Titan's atmospheric extent at X-ray wavelengths. The value measured is consistent with or slightly larger than those estimated from earlier *Voyager* observations at other wavelengths. We discuss the possibility of temporal variations in the thickness of Titan's atmosphere.
Subject headings: planets and satellites: individual (Titan) — X-rays: general

Atmosféra na Titanu

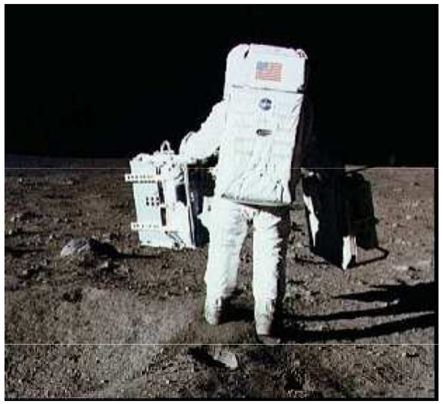




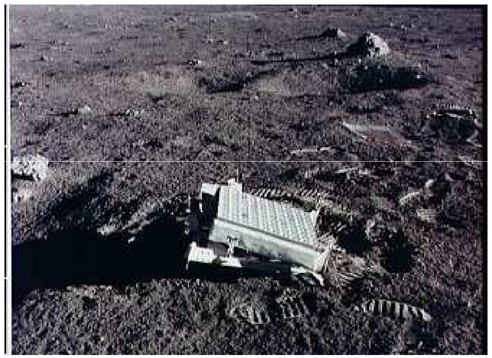
Vzdalování Měsíce od Země

Měsíc se vzdaluje
37 mm.rok^{-1}, rychlostí - 1.10^{-9} m.s^{-1}

zpomalování doby rotace Země
za jednu otočku 4,4.10^{-8} s



Apollo 14





Proč se Měsíc vzdaluje od Země

37 mm/rok asi 0,1 mm/den

rychlost vzdalování $1{,}1 \times 10^{-9}\ m s^{-1}$

zvětšování doby rotace, za jednu otáčku činí

v současnosti $4{,}4 \times 10^{-8}\ s$

soustava Země - Měsíc

izolovaný dynamický systém z gravitačního hlediska ⇒ platnost zákona zachování celkového momentu hybnosti, dvě složky → čtyři členy

1. rotační moment hybnosti kolem vlastních os obou kosmických těles

2. dráhového momentu hybnosti jejich pohybu kolem barycentra

Kdyby Země, Měsíc - dokonale tuhá tělesa

nebo naopak - dokonale deformovatelná tělesa

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

⇒ dva nezávislé zákony zachování momentu hybnosti

ve skutečnosti Země, Měsíc jsou částečně deformovatelná tělesa, vzájemné vyvolávání slapových účinků, nedokonalá tuhost těles... tekutost v nitrech těles v minulosti ⇒ slapové účinky se zpožďovaly za okamžitým silovým gravitačním polem

asymetrie deformací → vznik momentu dvojice sil, souvislost mezi rotačním a dráhovým momentem hybnosti, přenos momentu hybnosti prostřednictvím slapového působení

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

Měsíce v současné době: rotace kolem vlastní osy je synchronizována s průměrnou úhlovou rychlostí na oběžné dráze; tudíž neexistuje vzájemný přenos mezi rotačním a dráhovým momentem hybnosti. - pouze výstřednost oběžné dráhy Měsíce...

Země v současnosti: rotuje kolem vlastní osy 27x rychleji než obíhá Měsíc; => slapové účinky (pevnina, oceány, atmosféra) vyvolané Měsícem – zpomalování rotace Země, přenos rotačního momentu hybnosti, který Země ztratila, na dráhový moment hybnosti soustavy Z – M, tedy na Měsíc

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

Dráhový (oběžný) moment hybnosti soustavy Z–M

$$L = \mu v r \quad ; \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_Z} + \frac{1}{M_M}$$

kruhové oběžné dráhy $\Rightarrow G\frac{M_Z M_M}{r^2} = \mu \frac{v^2}{r}$

$$\Rightarrow r = \frac{L^2}{G \mu M_Z M_M} \quad ; \quad v = \frac{G M_Z M_M}{L}$$

$\Rightarrow L\uparrow \rightarrow r\uparrow \; ; \; L = \mathrm{konst}\, r^{1/2}, \; T\uparrow$

Zjednodušeně $v_M = \left(\frac{G M_Z}{r}\right)^{1/2} \Rightarrow L = r M_M \left(\frac{G M_Z}{r}\right)^{1/2}$

$= \mathrm{konst.}\, r^{1/2}$

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

geologická doba	stáří v mil. roků	počet dnů v roce	počet hodin v dni	relativní délka dne
současnost	—	365,24	24	1,00
křída	71	370,3	23,7	0,98
perm	270	384,1	22,8	0,95
karbon	298	387,5	22,6	0,94
devon	380	398,7	22,0	0,91
silur	440	407,1	21,5	0,89

postupné prodlužování délky dne → růst korálů

střední devon o 35 dnů více, 35 vrstev korálů více

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

ZZMH$_{celk}$

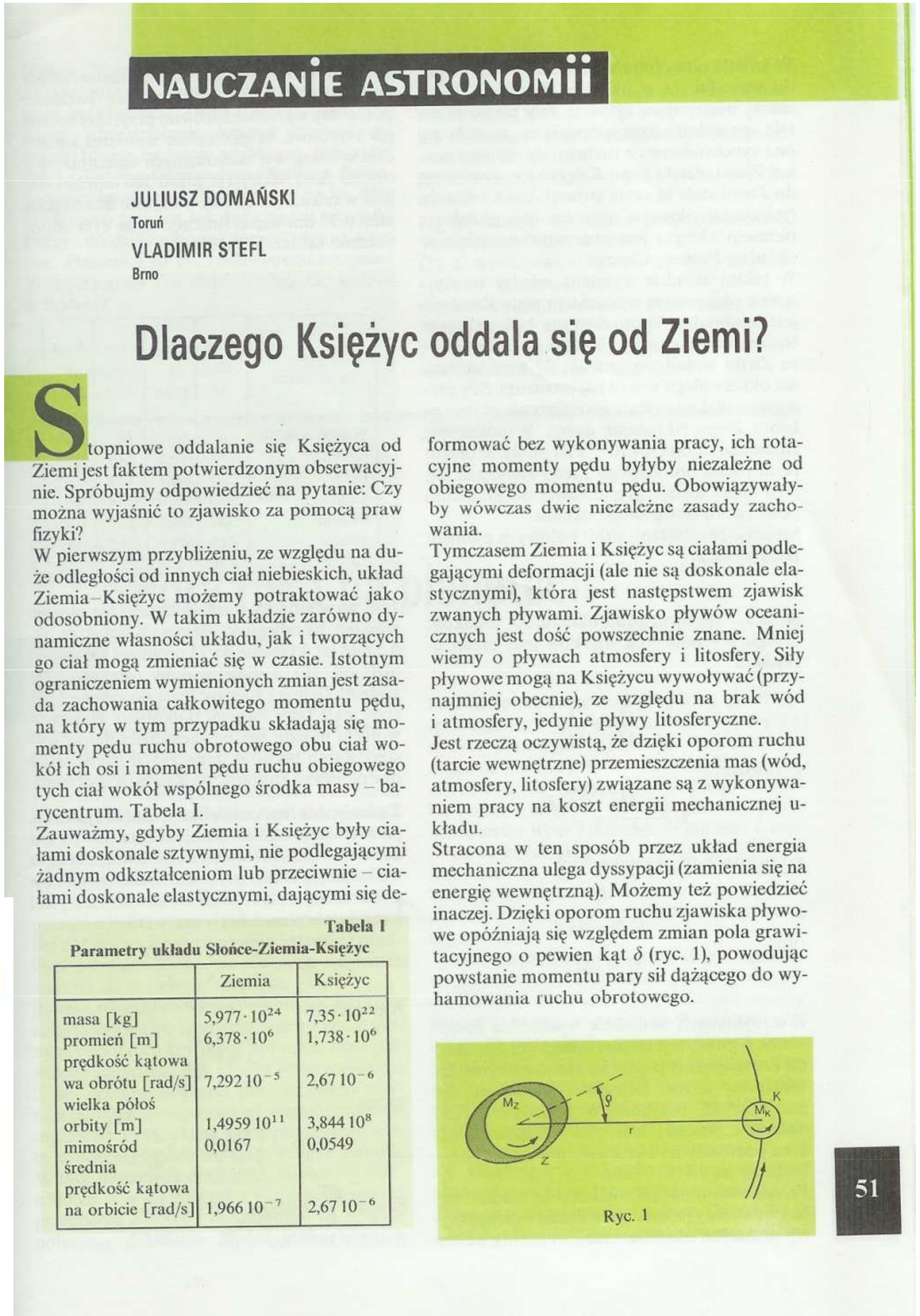
dvě složky MH$_{rot}$ **každého z těles**

MH$_{dráh}$ **pohyb kolem barycentra**

$$L_c = L_{Zrot} + L_{Mrot} + L_{Mdráh} + L_{Zdráh}$$

Měsíc, Země jsou částečně deformovatelná tělesa → vzájemné

přenášení momentu hybnosti Země → Měsíc



NAUCZANIE ASTRONOMII

JULIUSZ DOMAŃSKI
Toruń
VLADIMIR STEFL
Brno

Dlaczego Księżyc oddala się od Ziemi?

Stopniowe oddalanie się Księżyca od Ziemi jest faktem potwierdzonym obserwacyjnie. Spróbujmy odpowiedzieć na pytanie: Czy można wyjaśnić to zjawisko za pomocą praw fizyki?

W pierwszym przybliżeniu, ze względu na duże odległości od innych ciał niebieskich, układ Ziemia–Księżyc możemy potraktować jako odosobniony. W takim układzie zarówno dynamiczne własności układu, jak i tworzących go ciał mogą zmieniać się w czasie. Istotnym ograniczeniem wymienionych zmian jest zasada zachowania całkowitego momentu pędu, na który w tym przypadku składają się momenty pędu ruchu obrotowego obu ciał wokół ich osi i moment pędu ruchu obiegowego tych ciał wokół wspólnego środka masy – barycentrum. Tabela I.

Zauważmy, gdyby Ziemia i Księżyc były ciałami doskonale sztywnymi, nie podlegającymi żadnym odkształceniom lub przeciwnie – ciałami doskonale elastycznymi, dającymi się deformować bez wykonywania pracy, ich rotacyjne momenty pędu byłyby niezależne od obiegowego momentu pędu. Obowiązywałyby wówczas dwie niezależne zasady zachowania.

Tymczasem Ziemia i Księżyc są ciałami podlegającymi deformacji (ale nie są doskonale elastycznymi), która jest następstwem zjawisk zwanych pływami. Zjawisko pływów oceanicznych jest dość powszechnie znane. Mniej wiemy o pływach atmosfery i litosfery. Siły pływowe mogą na Księżycu wywoływać (przynajmniej obecnie), ze względu na brak wód i atmosfery, jedynie pływy litosferyczne.

Jest rzeczą oczywistą, że dzięki oporom ruchu (tarcie wewnętrzne) przemieszczenia mas (wód, atmosfery, litosfery) związane są z wykonywaniem pracy na koszt energii mechanicznej układu.

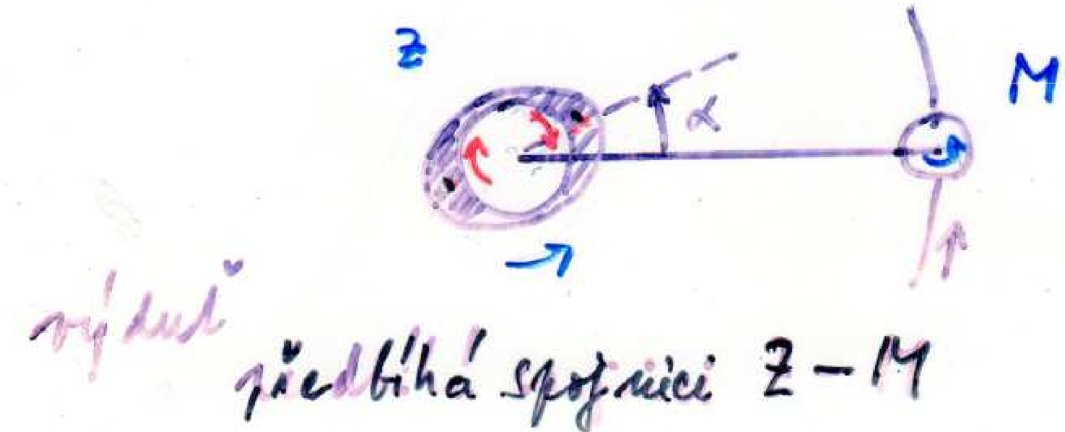
Stracona w ten sposób przez układ energia mechaniczna ulega dyssypacji (zamienia się na energię wewnętrzną). Możemy też powiedzieć inaczej. Dzięki oporom ruchu zjawiska pływowe opóźniają się względem zmian pola grawitacyjnego o pewien kąt δ (ryc. 1), powodując powstanie momentu pary sił dążącego do wyhamowania ruchu obrotowego.

Tabela I

Parametry układu Słońce-Ziemia-Księżyc

	Ziemia	Księżyc
masa [kg]	$5{,}977 \cdot 10^{24}$	$7{,}35 \cdot 10^{22}$
promień [m]	$6{,}378 \cdot 10^{6}$	$1{,}738 \cdot 10^{6}$
prędkość kątowa wa obrótu [rad/s]	$7{,}292\ 10^{-5}$	$2{,}67\ 10^{-6}$
wielka półoś orbity [m]	$1{,}4959\ 10^{11}$	$3{,}844\ 10^{8}$
mimośród	0,0167	0,0549
średnia prędkość kątowa na orbicie [rad/s]	$1{,}966\ 10^{-7}$	$2{,}67\ 10^{-6}$

Ryc. 1



Vzdalování Měsíce od Země

soustava Země - Měsíc, platí ZZMH$_{celk}$

$L_{Zrot} + L_{Mdrahpoč} = L_{Mdrahkon}$ L_{Zrot} - 17 %, L_{Mdrah} - 82 %,

počáteční stav:

$L_{Zrotpoč} = 6 \cdot 10^{33}$ kg.m^2.s^{-1}

$L_{Mdrahpoč} = 2{,}9 \cdot 10^{34}$ kg.m^2.s^{-1}

při $\omega_{poč} = 2{,}7 \cdot 10^{-6}$ rad.s^{-1}

celkový počáteční moment hybnosti $L_{cpoč} = 3{,}5 \cdot 10^{34}$ kg.m^2.s^{-1}

$L_{Mdrahkon} = 3{,}5 \cdot 10^{34}$ kg.m^2.s^{-1}

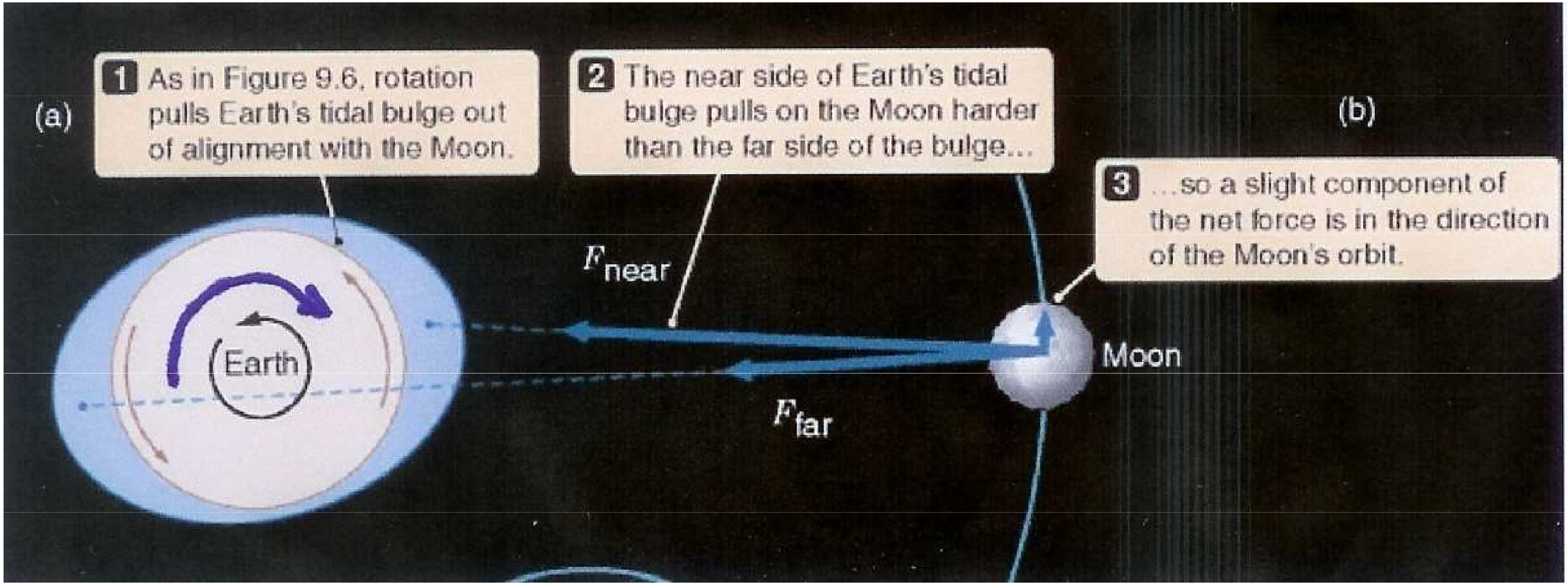
III. Keplerův zákon $a_{poč}^3\ \omega_{poč}^2 = a_{kon}^3\ \omega_{kon}^2$

konečný stav:

$a_{kon} = 5{,}6 \cdot 10^8$ m, $\omega_{kon} = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ rad.s^{-1}

doba oběhu $T_{kon} = 48$ dnů

Zpomalování rotace Země



Zpomalování rotace Země

„Urychlení" pohybu Měsíce vede k jeho zpomalení, poklesu kinetické a nárůstu gravitační potenciální energie -V.V. analogie: cvrknutí kuličky do kopce.



přiložíme ruku na otáčející se glóbus. Cítíme, jak nás tření mezi rukou a glóbem urychluje a současně zpomaluje rotaci glóbusu.

Vzdalování Měsíce od Země

stejná délka roku

růst korálů, střední devon o 35 vrstev korálů více, tedy rok o 35 dnů delší

→ den kratší

W świetle powyższych rozważań dochodzimy do wniosku, że w układzie Ziemia–Księżyc mamy następującą sytuację. Siły pływowe na tyle spowolniły rotację Księżyca, że stała się ona synchroniczna z ruchem obiegowym wokół Ziemi (dzięki temu Księżyc jest zwrócony do Ziemi stale tą samą stroną). Taka sytuacja (zrównanie okresów obrotów obu globów z okresem obiegu) jest obserwowana także w układzie Pluton–Charon.

W takim układzie wymiana między rotacyjnym a obiegowym momentem pędu Księżyca jest minimalna, spowodowana tylko ekscentrycznością jego orbity. Natomiast okres obrotu Ziemi wokół osi jest ok. 27 razy krótszy niż okres obiegu wokół barycentrum. Siły pływowe nadal powodują zmniejszanie okresu obrotu Ziemi (skracanie doby). Współcześnie zmniejsza się ona $4{,}4\,10^{-8}$ s na obrót. Moment pędu ruchu obrotowego Ziemi zmniejsza się; jego część zostaje przeniesiona do momentu pędu ruchu obiegowego układu.

Stosując przybliżenie orbit kołowych moment pędu układu

$$L = \mu \cdot v \cdot r,$$

gdzie L – moment pędu układu, v – prędkość obiegu, r – odległość środków mas części układu, a

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_Z} + \frac{1}{M_K}.$$

Z równania

$$G\frac{M_Z M_K}{r^2} = \mu\frac{v^2}{r}.$$

po prostych przekształceniach

$$r = \frac{L^2}{G M_Z M_K \mu}$$

oraz

$$v = \frac{G M_Z M_K}{L}.$$

Z otrzymanych związków wynika, że zwiększenie L powoduje wzrost odległości ciał układu i zmniejszenie prędkości ruchu obiegowego. Obliczony wzrost odległości wynosi ok. 0,1 mm/dzień (37 mm/rok). Współczesne bardzo dokładne pomiary laserowe odległości Księżyca pozwoliły na określenie prędkości oddalania się na $1{,}1\,10^{-9}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

Przedstawione wyżej wielkości są bardzo małe. Popatrzmy jednak na problem z perspektywy dłuższych okresów czasu. A mamy na ten temat dość wiarygodne dane. Dostarcza ich m.in. paleontologia. Badając rafy koralowe potrafimy wyróżnić zarówno przyrosty roczne jak i dobowe. Współcześnie wyróżnia się 365 linii w roku, a u zachowanych egzemplarzy z okresu dewońskiego (z przed 380 mln lat) 400 linii w roku. A więc rok w okresie dewońskim miał o 35 dni więcej (inaczej: doba była odpowiednio krótsza). Tabela II.

Tabela II

Epoka geologiczna	Wiek mln lat	Dni w roku	Godzin w dniu	Wzgl. dł. doby
Współczesność	–	365,24	24	1,00
Kreda	70	370,3	23,7	0,98
Perm	270	364,1	22,8	0,95
Karbon	300	387,5	22,6	0,94
Dewon	380	398,7	22,0	0,91
Sylur	440	407,1	21,5	0,89

Jeśli wspomniana wartość kąta δ nie ulegnie zmianie, to odległość Ziemia–Księżyc za ok. 5,5 mld lat wzrośnie do 73 promieni ziemskich (dziś ok. 60), a długość doby osiągnie 1000 godzin! Ziemia i Księżyc będą do siebie zwrócone stale tymi samymi półkulami. Dalsza ewolucja układu będzie zachodziła dzięki występowaniu pływów słonecznych (spowodują one ponowne zbliżanie się Księżyca do Ziemi).

Zadanie. Jak wspomnieliśmy, dzięki zjawisku pływów okres obrotu Ziemi maleje o $4{,}4\cdot 10^{-8}$ s na obrót (0,0016 s na stulecie). Oblicz, jaka moc wydziela się dzięki pływom. Średni światowy pobór mocy z elektrowni wynosi $1{,}5\cdot 10^{12}$ W. Energia obrotowa bryły sztywnej

$$E = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{5}\frac{4\pi^2 MR^2}{T^2}.$$

A ponieważ

$$p = \left|\frac{dE}{dt}\right|,$$

zatem

$$P = \frac{1}{5}\frac{4\pi^2 MR^2}{T^3}\,2\frac{dT}{dt}.$$

Kładąc $\frac{dT}{dt} = 0{,}0016$ otrzymujemy $P = 3{,}0\cdot 10^{12}$ W.

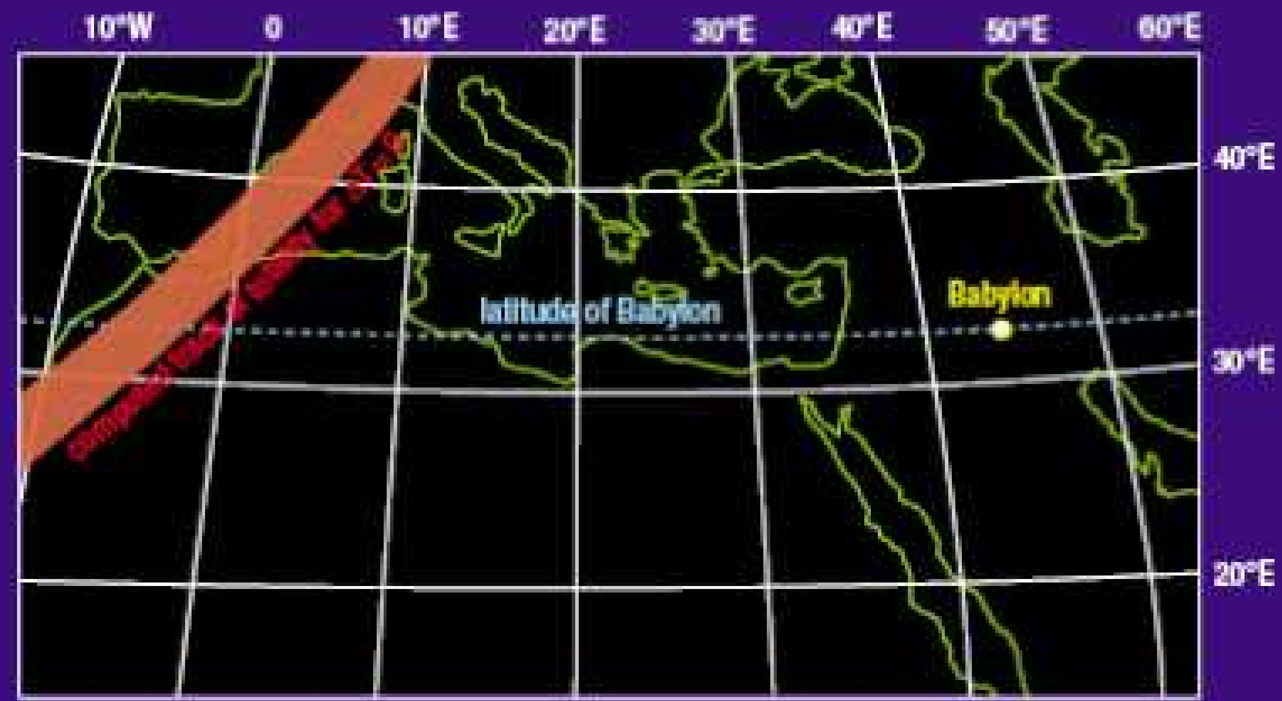
Zpomalování zemské rotace – historická zatmění



3: Late Babylonian astronomical tablet containing a record of the total solar eclipse of 15 April in 136 BC. See text for translation. (Courtesy: British Museum)

za 100 roků by se hodiny jdoucí rovnoměrně předběhly oproti zemské rotaci o $\Delta t \times 36525 = 29$ s

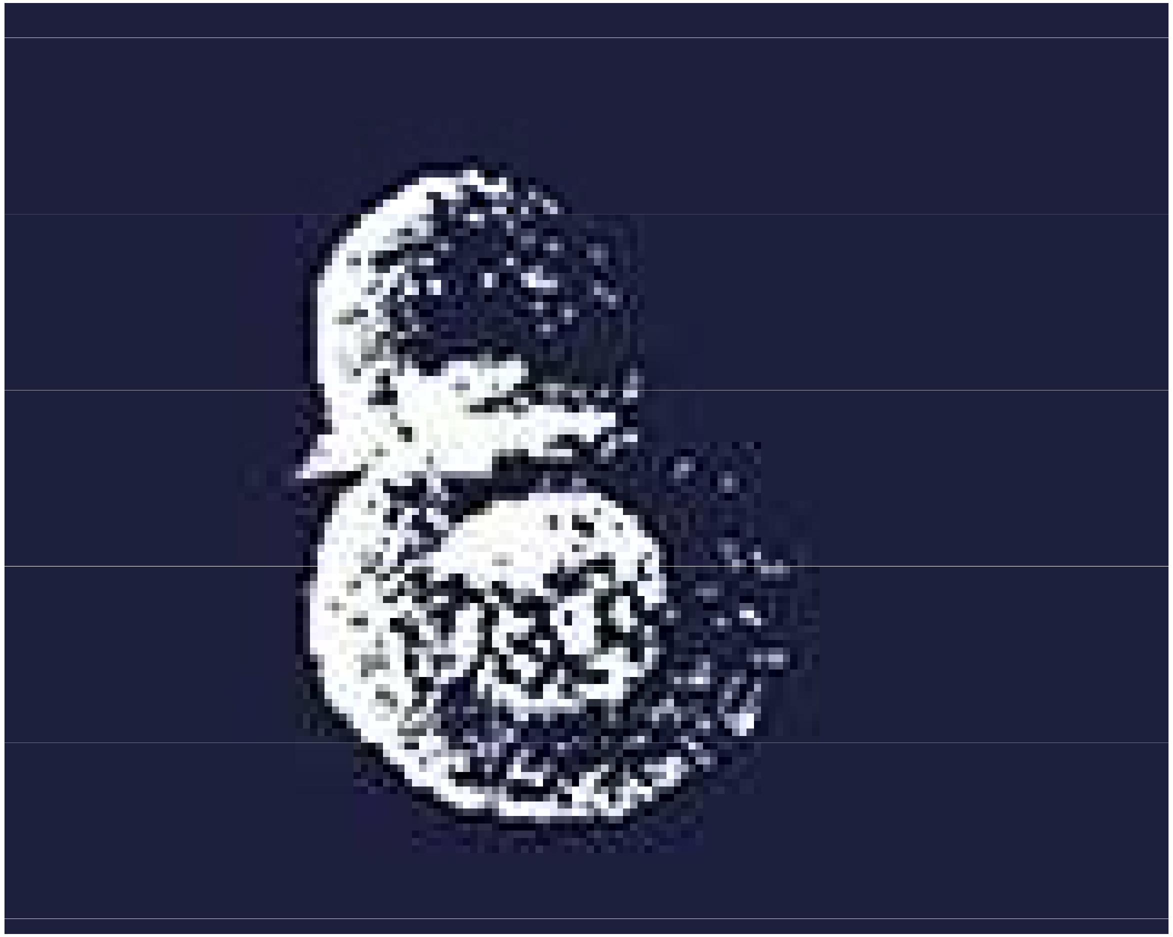
za 2000 roků rozdíl $3^{h}\ 15^{m} \ldots 40^{o}$



4: Computed track of totality for the eclipse of 15 April in 136 BC, assuming a fixed length of day ($\Delta T = 0$). This track lies more than 50° to the west of Babylon, where totality was actually observed.

zatmění Slunce
15. dubna 136 př.n.l.

Vznik Měsíce



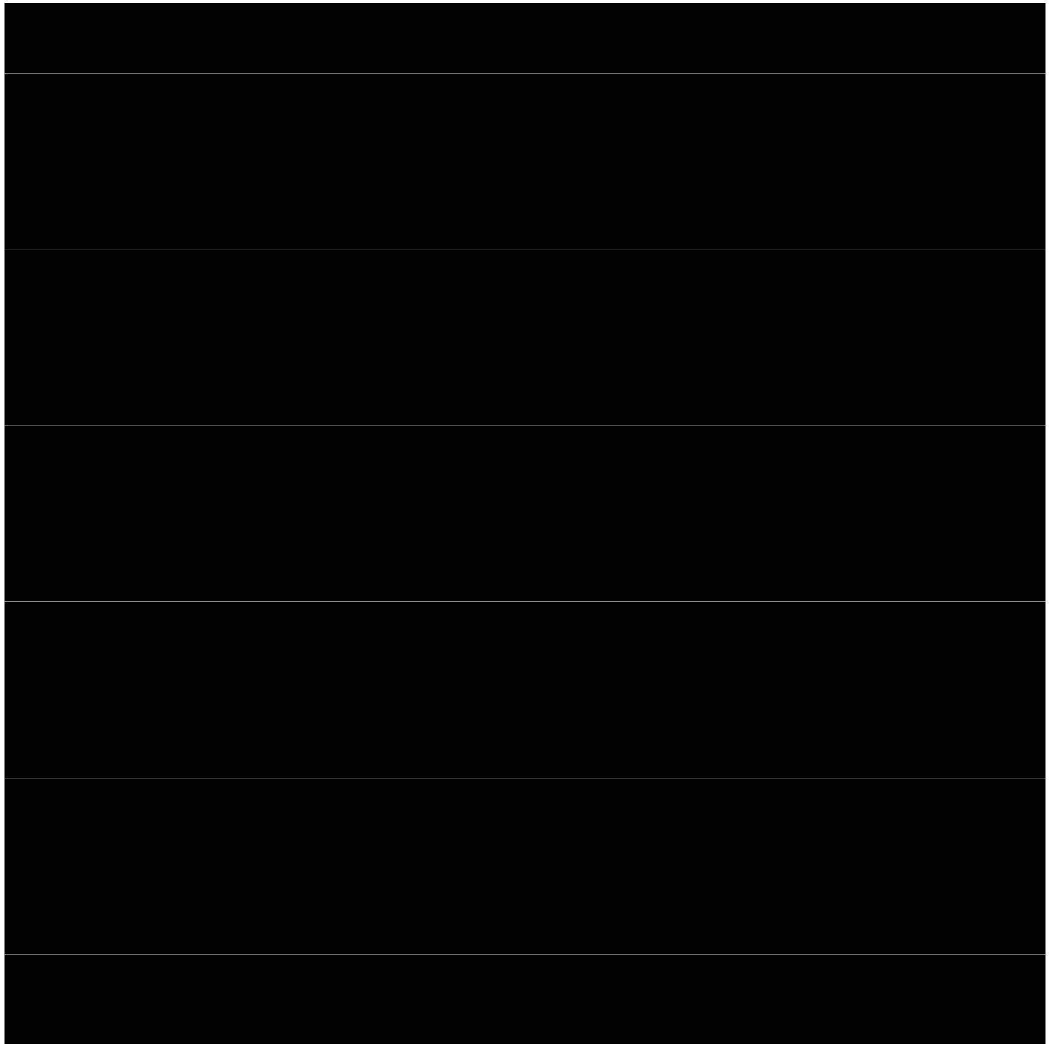
Vznik Měsíce



vznik Měsíce – tečná drážka planetesimály o rychlosti 12 km/s a hmotnosti 3/10 M_Z se Zemí 7/10 M_Z , uvolněná energie 10^{32} J, způsobila roztavení pláště Země, kolem které vznikl plynný obal, který chladnul, kondenzoval na zrníček prachu, vzdálil se na 15 000 km od Země, kde došlo ke slepování zrn prachu do Měsíce

shodnost poměru izotopů kyslíku v horninách na Měsíci a Zemi

Fáze Měsíce



Kosmogonie Sluneční soustavy

gravitační kolaps molekulárního mračna

20 pc → 1 pc počát. průměr sl. soustavy

počát. impuls – exploze supernovy, průchod spirálním ramenem Galaxie, hustotní vlny

čelo rázové vlny – zahuštění

Jeansova podmínka

$$R > \left(\frac{3AT}{16\pi G \bar{\varrho} \mu}\right)^{1/2}$$

$\mathfrak{M} > \mathfrak{M}_J$

$R > R_J$

$\mathfrak{M}_J \sim \varrho^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}}$

adiabatický kolaps

$T \sim \varrho^{k-1}$, k ... Poissonova konst. $\Rightarrow \mathfrak{M}_J \sim \varrho^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}} \sim \varrho^{-2+3/2k}$

Kosmogonie Sluneční soustavy

na planety malý zbytek hmoty
akrece planetesimál, prachová zrna, elmag.
interakce, slepování do těles – ϕ 1km
následujícími srážkami vznik planetesimál
– ϕ 10 km, jejich další růst
vnitřní část sl. soustavy – teplota 2000 K,
nemožnost kondenzace vody, metanu,
tvorba planet pouze z těžších prvků – terestrické
planety, relativně malé (málo↑)
ledová čára –(voda-led), srážky, vznik Jupitera,
tlačí 10 M_Z, rychlé vysávání vodíku, helia,
vznik Saturna
ve vnitřní části sl. soustavy další vývoj, velké
bombardování; v pásu planetek vzájemné
srážky
terestrické planety vznikaly 10krát déle než
plynné obři, kteří se formovaly rychle

Kosmogonie Sluneční soustavy

Uran a Neptun příliš velké a hmotné na svoje polohu ve sl. soustavě, vznikly blíže k Jupiteru a Saturnu

za 500 mil. roků již vznikly vnější planety

hustotní vlny, nepravidelný pohyb; rezonance Saturnu s Jupiterem, migrace planet:

Jupiter se přiblížil ke Slunci

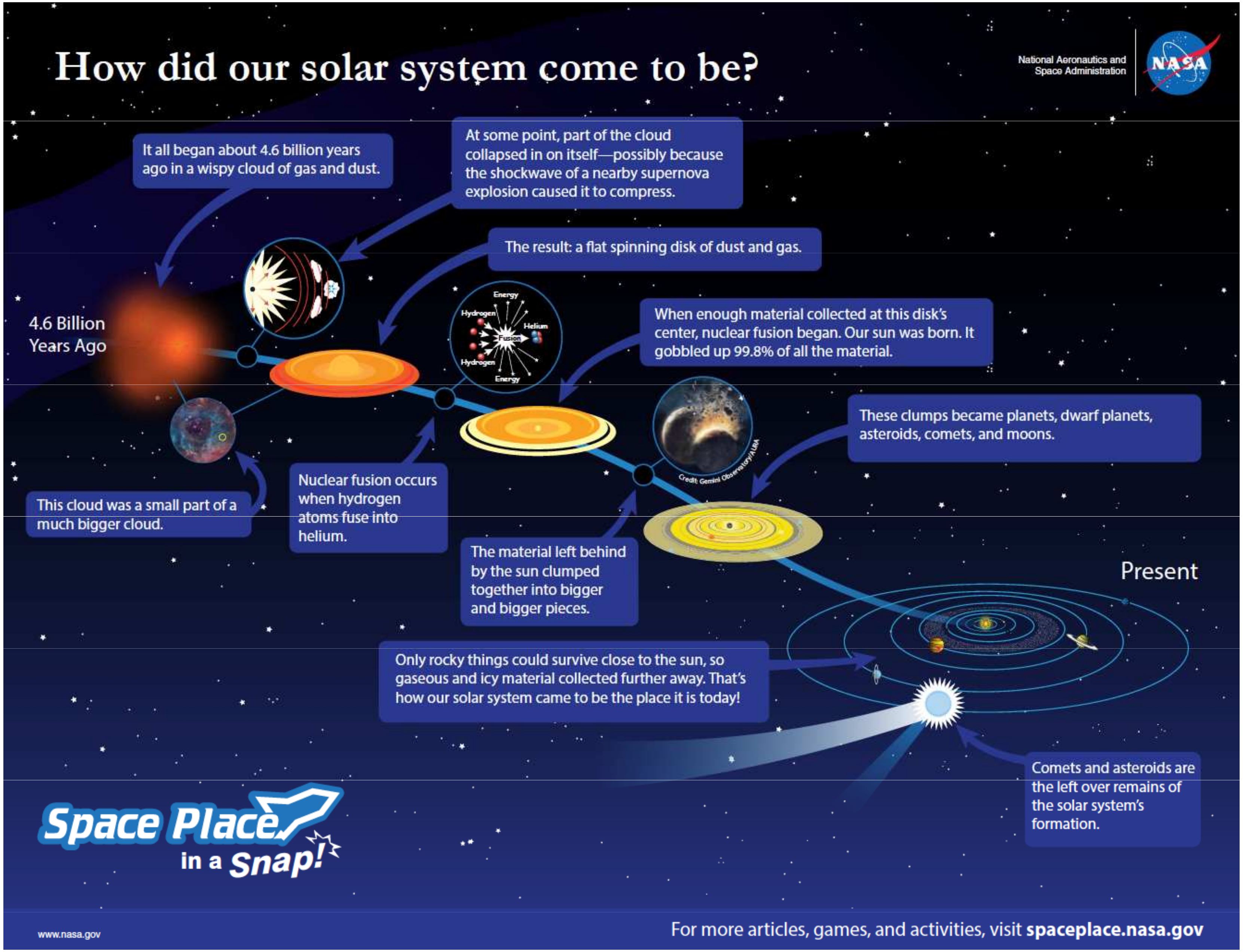
Saturn se vzdálil od Slunce

Uran, Neptun – vzdálení, výměna pořadí

nafrakcování Kuiperova pásu, vznik těles s eliptickými drahami – Oortův oblak

pozdní bombardování terestrických planet planetkami, kometami – H_2O, vyslanými ke Slunci Jupiterem

Kosmogonie Sluneční soustavy



Sluneční soustava

Základní hvězdné charakteristiky a metody jejich určování
Metody určování vzdáleností
Povrchové teploty hvězd, Boltzmannova a Sahova rovnice, spektrální klasifikace hvězd
Stavová interpretace H - R diagramu
Stavba nitra hvězd hlavní posloupnosti, hydrostatická a zářivá rovnováha, základní rovnice stavby hvězd
Zdroje energie hvězd. Vztah hmotnost - zářivý výkon, Russellův - Vogtův teorém
Vývojová interpretace H - R diagramu
Dvojhvězdy
Bílí trpaslíci, neutronové hvězdy, černé díry
Hvězdokupy a asociace
Stavební struktura Galaxie. Hvězdné populace, jejich znaky. Rotace Galaxie. Oortovy konstanty
Vnější galaxie, jejich klasifikace, aktivita. Kosmologické modely vesmíru
Sluneční soustava, rozdělení planet, Země, Měsíc, kosmogonie
Pozorování, atmosférická refrakce, roční období, obloha v ročních obdobích

Teploty rovnovážného záření planet

The moon: $T_{eq} = T_{surface} = 277K$

The Earth: $T_{eq} = 263K, \quad T_{surface} = 288K,$

part greenhouse, part internal heat source

Venus: $T_{eq} = 238K, \quad T_{surface} = 700K,$

strong greenhouse effect

T_{eq} low because Venus has a high albedo

Mars: $T_{eq} = 222K, \quad T_{surface} = 215K$

Jupiter: $T_{eq} = 113K, \quad T_{surface} = 124K$

internal heat source, gravitational contraction

Saturn: $T_{eq} = 83K, \quad T_{surface} = 95K$

internal heat source, helium rain

Astrofyzika XI.

Sluneční soustava



Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Kosmogonie Sluneční soustavy

gravitační kolaps molekulárního mračna

20 pc → 1 pc počát. průměr sl. soustavy

počát. impuls – exploze supernovy, průchod spirálním ramenem Galaxie, hustotní vlny

čelo rázové vlny – zahuštění

Jeansova podmínka

$$R > \left(\frac{3AT}{16\pi G \varrho \mu}\right)^{1/2}$$

$$\mathcal{M} > \mathcal{M}_J$$

$$R > R_J$$

$$\mathcal{M}_J \sim \varrho^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}}$$

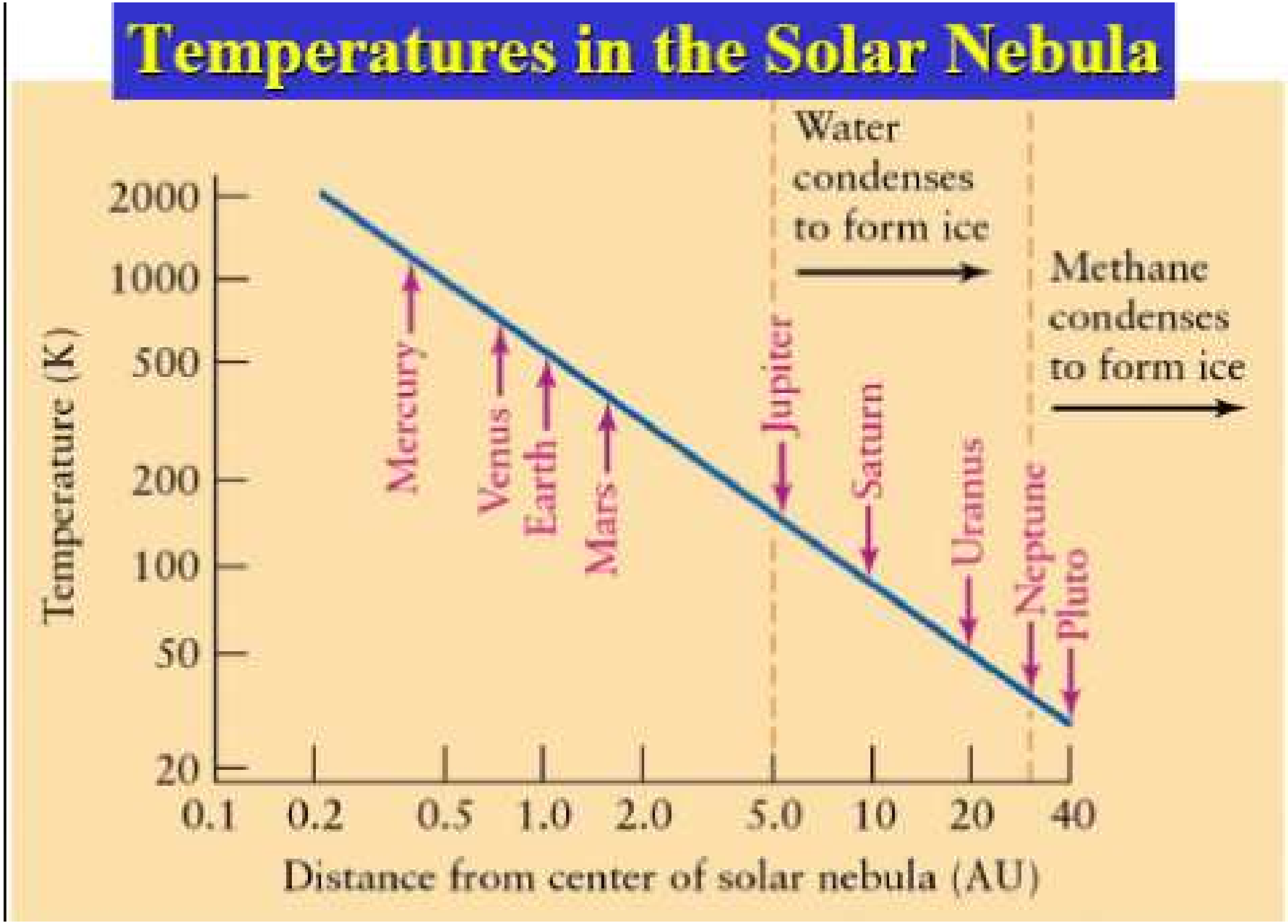
adiabatický kolaps

$$T \sim \varrho^{\kappa - 1}, \quad \kappa \ldots \text{Poissonova konst.} \Rightarrow \mathcal{M}_J \sim \varrho^{-\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}} \sim \varrho^{-2 + 3/2\kappa}$$

Kosmogonie Sluneční soustavy

na planety malý zbytek hmoty
akrece planetesimál, prachová zrna, elmag. interakce, slepování do těles – ⌀ 1 km
následujícími srážkami vznik planetesimál – ⌀ 10 km, jejich další růst
vnitřní část sl. soustavy – teplota 2000 K, nemožnost kondenzace vody, metanu,
tvorba planet pouze z těžších prvků – terestrické planety, relativně malé (málo↑)
ledová čára – (voda-led), srážky, vznik Jupitera, během 10 Mr, rychlé vysávání vodíku, helia,
vznik Saturna
ve vnitřní části sl. soustavy další vývoj, velké bombardování; v pásu planetek vzájemné srážky
terestrické planety vznikaly 10krát déle než plynné obři, kteří se formovaly rychle

Teplota ve Sluneční mlhovině



Kosmogonie sluneční soustavy

- Decrease in planetary densities reflects the condensation sequence- low density materials require cooler conditions to condense- so they condense only at greater distances from the young Sun

Temperature	Condensate	Planet(Temp)
1500K	Metal oxide	Mercury (1400K)
1300K	Metallic Iron & Nickel	
1200K	Silicates	
1000K	Feldspars	Venus (900K)
680K	Troilite (FeS)	Earth (600K) Mars (450K)
175K	Water Ice	Jovian (175K)
150K	Ammonia-water ice	
120K	Methane-water ice	
65K	Argon-neon ice	Pluto (65K)

Kosmogonie Sluneční soustavy

Uran a Neptun příliš velcí a hmotní na svoji polohu ve sl. soustavě, vznikly blíže k Jupiteru a Saturnu

za 500 mil. roků již vznikly všechny planety

hustotní vlny, nepravidelný pohyb; rezonance Saturnu s Jupiterem, migrace planet:

Jupiter se přiblížil ke Slunci

Saturn se vzdálil od Slunce

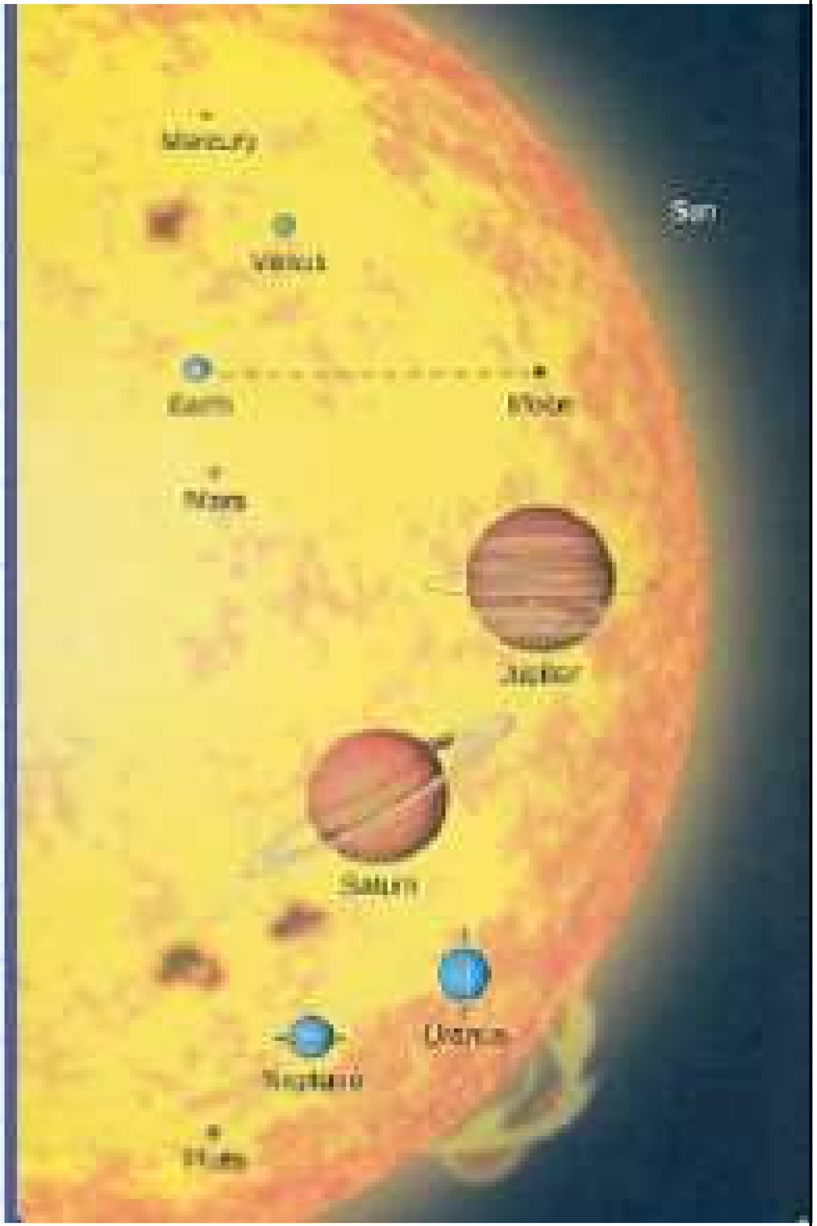
Uran, Neptun – vzdálení, výměna pořadí

nafouknutí Kuiperova pásu, vznik těles s eliptickými drahami – Oortův oblak

pozdní bombardování terestrických planet planetkami, kometami – H_2O, vyslanými ke Slunci Jupiterem

Kosmogonie Sluneční soustavy

- There are two kinds of planets in the solar system
  - Rocky, Earth-like planets that are located relatively close to the Sun
  - Gaseous, giant planets like Jupiter that are in the outer solar system
- Location
  - Four inner planets are terrestrial, outer planets are Jovian
- Mass
  - Terrestrial planets are small, while Jovian planets are giants
- Density and composition
  - Terrestrial planets have the density of rock, whereas the Jovian planets have much lower density closer to that of water

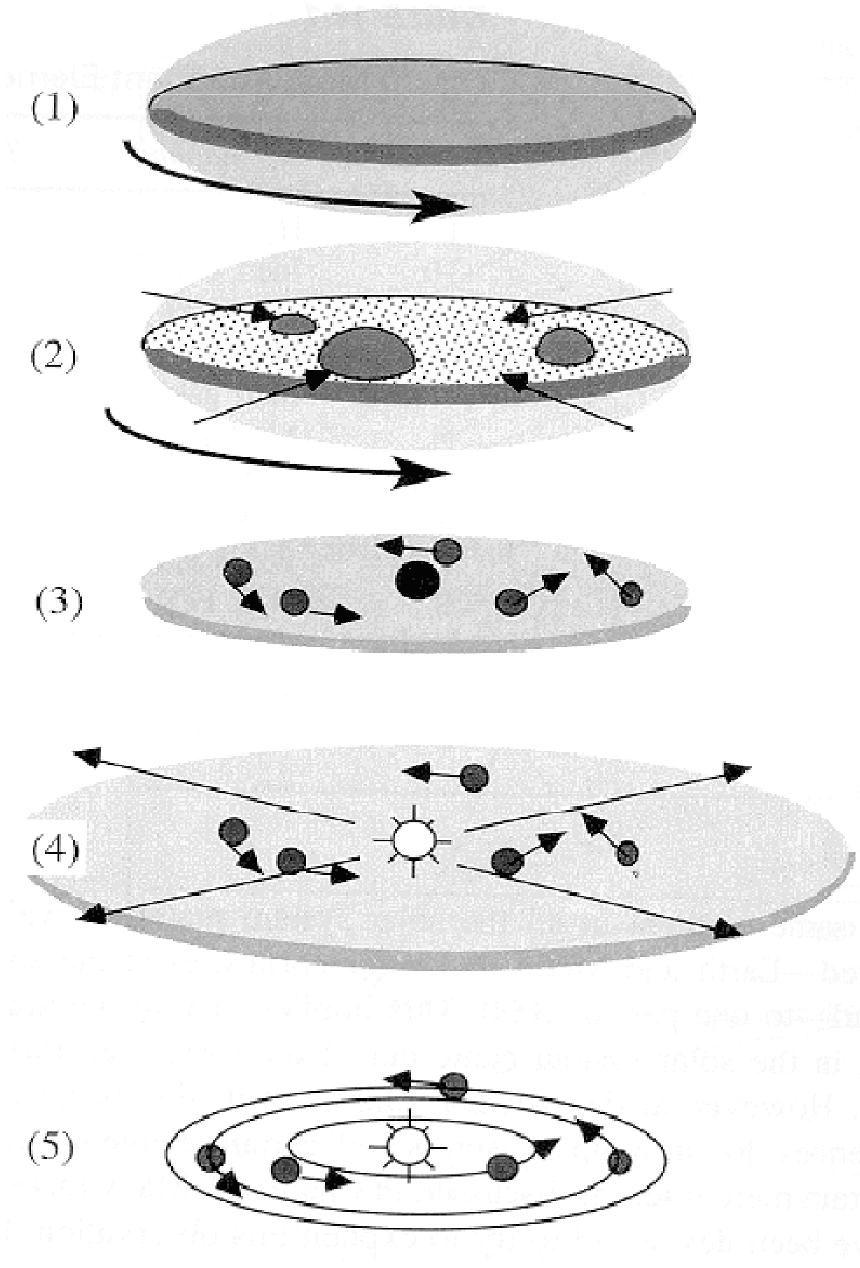


Kosmogonie Sluneční soustavy

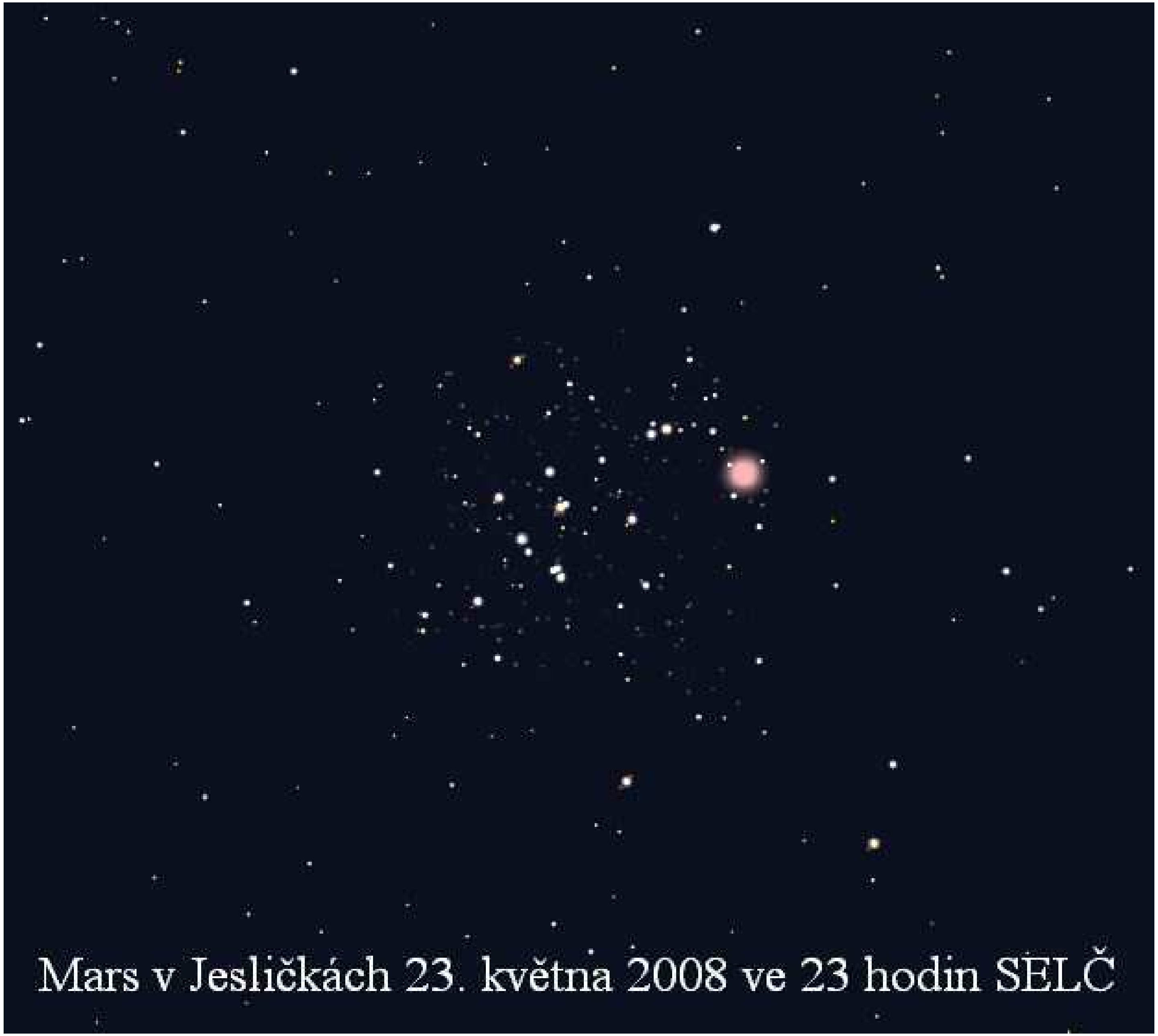
Mezihvězdné mračno prachu a plynu o teplotě 10 K, se začalo smršťovat a rotovat kolem rotační osy,   plyn se soustředil v centrálním kulovém útvaru, prachová zrna v disku, setkávaly se a slepovaly, za 1 000 roků, vznikla zrna o velikosti 10 milimetrů, pokračovala ve spojování až za dalších 1 000 roků vznikla tělesa o průměru 5 km, ***planetesimály*** první generace. Za přibližně 20 000 roků se vytvořily ***planetesimály*** druhé generace o průměrech 500 – 800 km, hmotnostech řádově 10 na 21 kg. Tato tělesa začala gravitačně vázat plyn z původního plynu v disku. Narůstající záření Slunce zvyšovalo teplotu, tudíž většina atomů respektive molekul dosáhla únikové rychlosti a odletěla do meziplanetárního prostoru. Tam působil rovněž sluneční vítr, proud nabitých částic pohybujících se rychlostí 100 – 1000 km/s.
Prvotní atmosféru si uchovaly pouze Jupiter, Saturn, Uran a Neptun.
Terestrické planety si vytvořily druhotné atmosféry.

Kosmogonie Sluneční soustavy

- 1. Nebular disk formation
- 2. Initial coagulation (~10km, ~10^5 yrs)
- 3. Orderly growth (to Moon size, ~10^6 yrs)
- 4. Runaway growth (to Mars size, ~10^7 yrs), gas loss (?)
- 5. Late-stage collisions (~10^{7-8} yrs)



Mars



Charakteristiky Marsu



Ave distance from Sun	1.524 AU
Eccentricity of Orbit	0.0934
Max Distance	1.66 AU
Min Distance	1.38 AU
Inclination of Orbit	1.8°
Ave Orbit Velocity	24.1 km/s
Orbit Period	687 days (1.88 years)
Rotation Period	24^h37^m
Inclination of Equator	25°
Diameter	6,796 km (53% Earth's)
Mass	0.108 Earth's
Ave Density	3.94 (3.3) g/cm^3
Surface Gravity	0.379 Earth's
Escape Velocity	0.45 Earth's
Surface Temp	-140°C to 20°C
Albedo	0.16



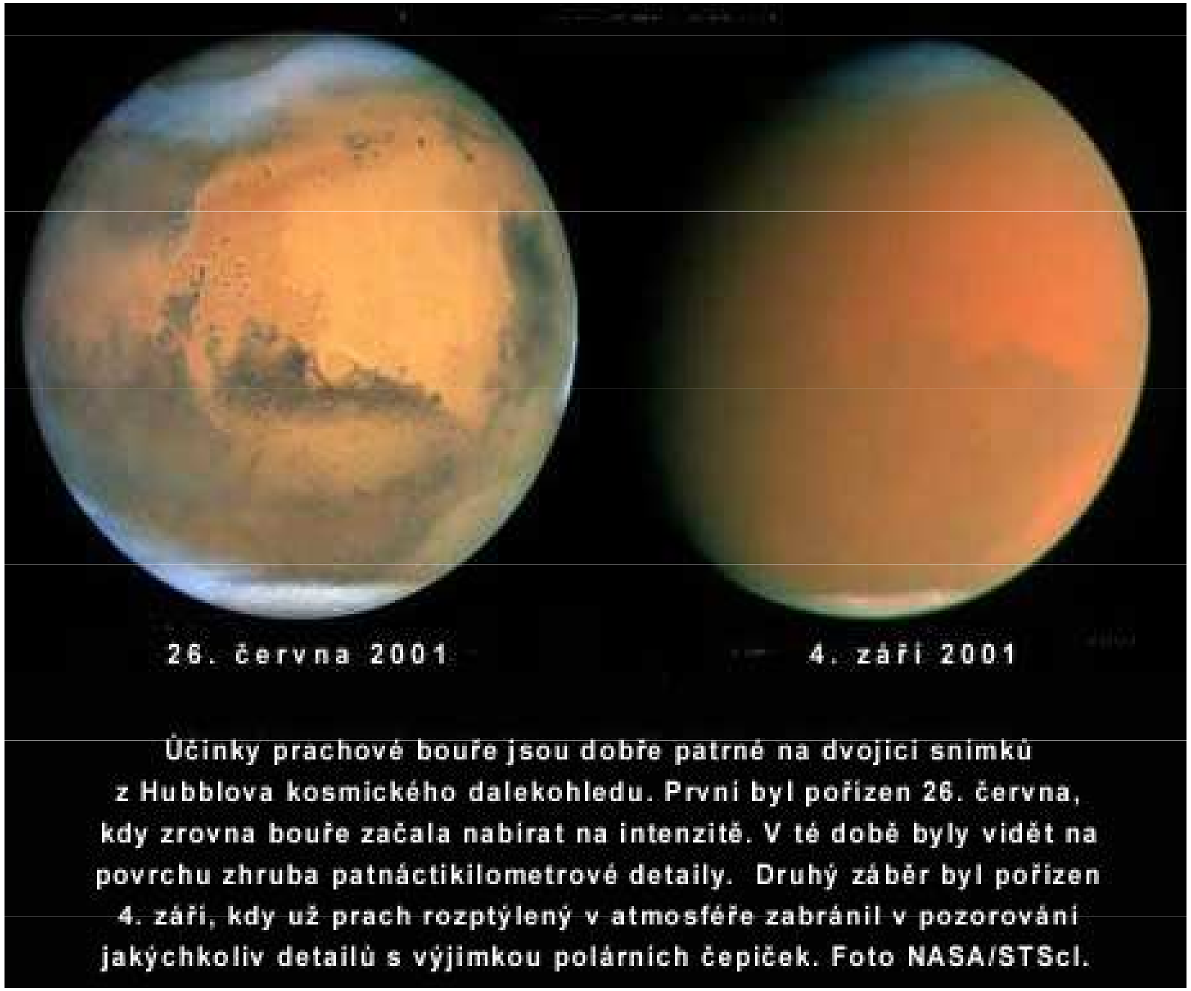
Pozorování Marsu ze Země



table 13-2 Oppositions of Mars, 2004–2008

Date of opposition	Earth-Mars distance (AU)	Earth-Mars distance (10^6 km)	Angular diameter (arcsec)
2005 November 7	0.464	69.4	20.2
2007 December 24	0.589	88.1	15.9

Mars – globální prachová bouře



Severní čepička – vodní led, jižní – vrstva ≈ 8 m CO_2, pod ní vodní led,

Mars - solární konstanta 590 W/m^2, získává méně zářivé energie, přesto za 30 roků narostla teplota řídké atmosféry o 1,7 ^{o} C

Tvář na povrchu Marsu, atmosféra

- Detailed observations by NASA spacecraft have only altered the nature of claims about life on Mars-- not put the claims to rest
  - Viking images (1977) turned up a surface feature suggestive of a face
  - Mars Global Surveyor (90's) provided a more detailed look
  - "Analyses" like this one fully unearth the human mask

Go to www.mufor.org for more laughs!

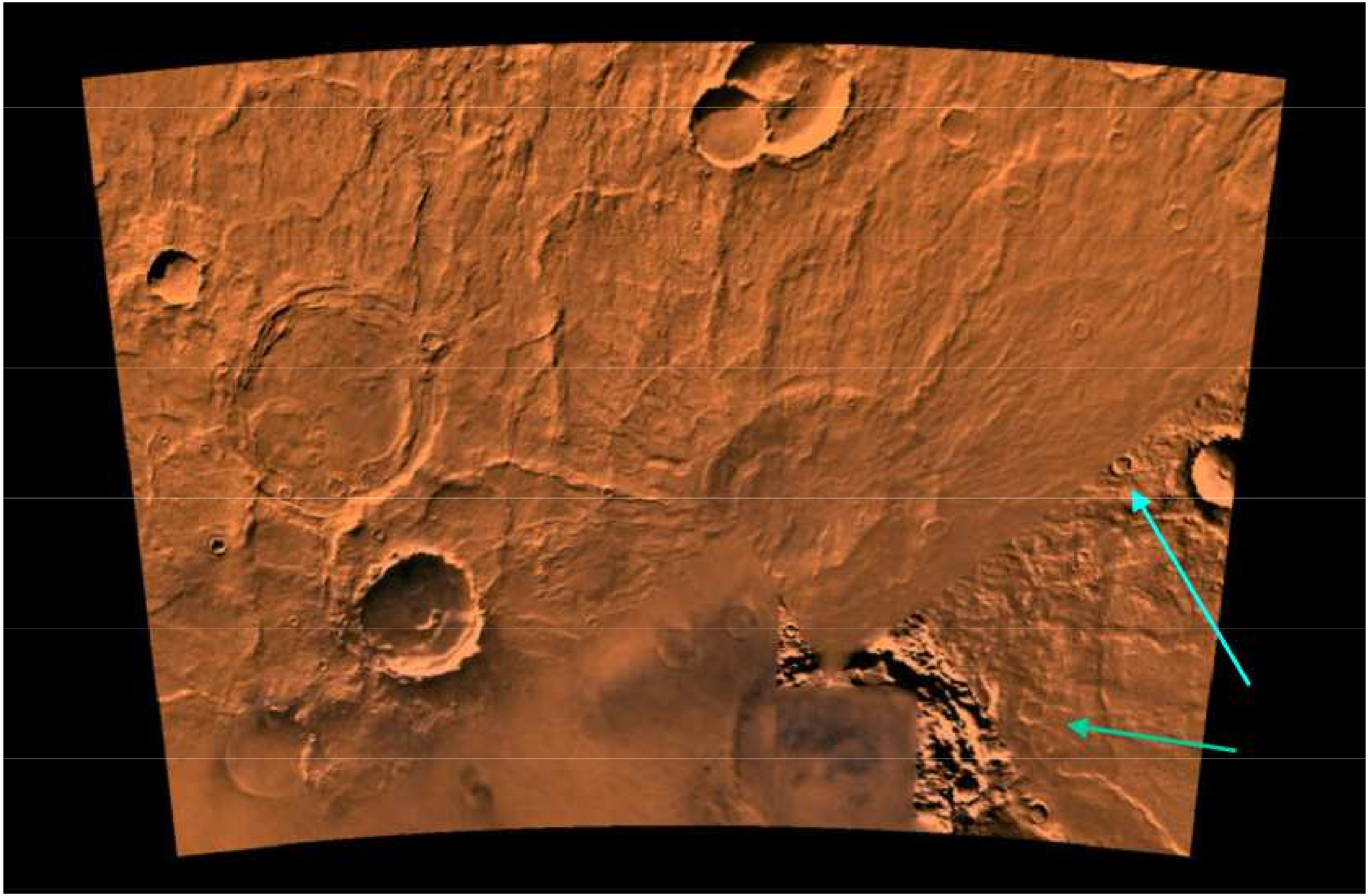


velikost ≈ 200 m

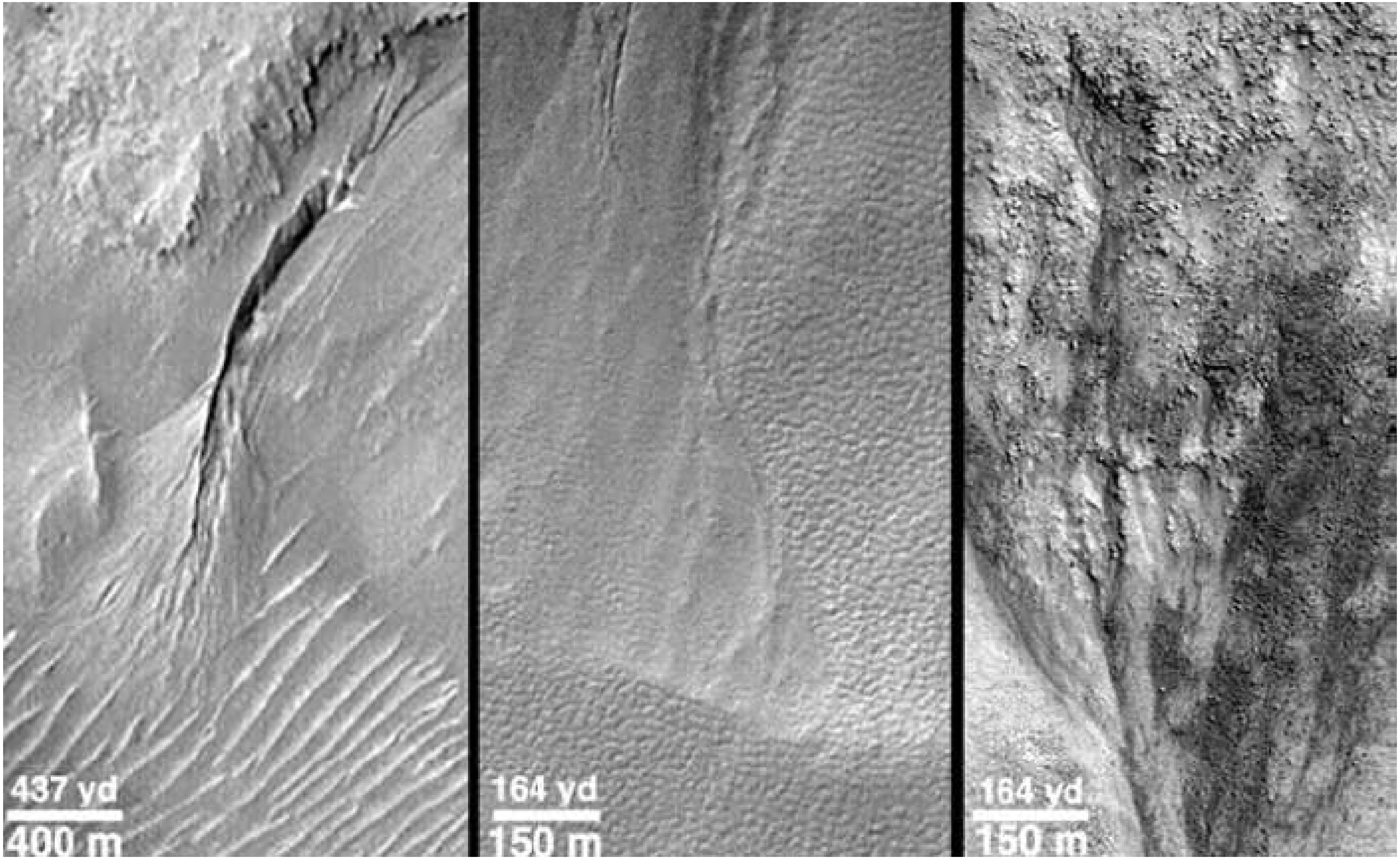
- Composition
  - 95% CO_2, with 2% nitrogen, 1.5% argon and little water or oxygen
- Density at the surface is only 1% of the Earth's atmosphere
- Haze from water-ice crystals and carbon dioxide ice caps are apparent in the Hubble Space telescope photographs (taken ~6hrs apart)



Zvětrávání kráterů na Marsu



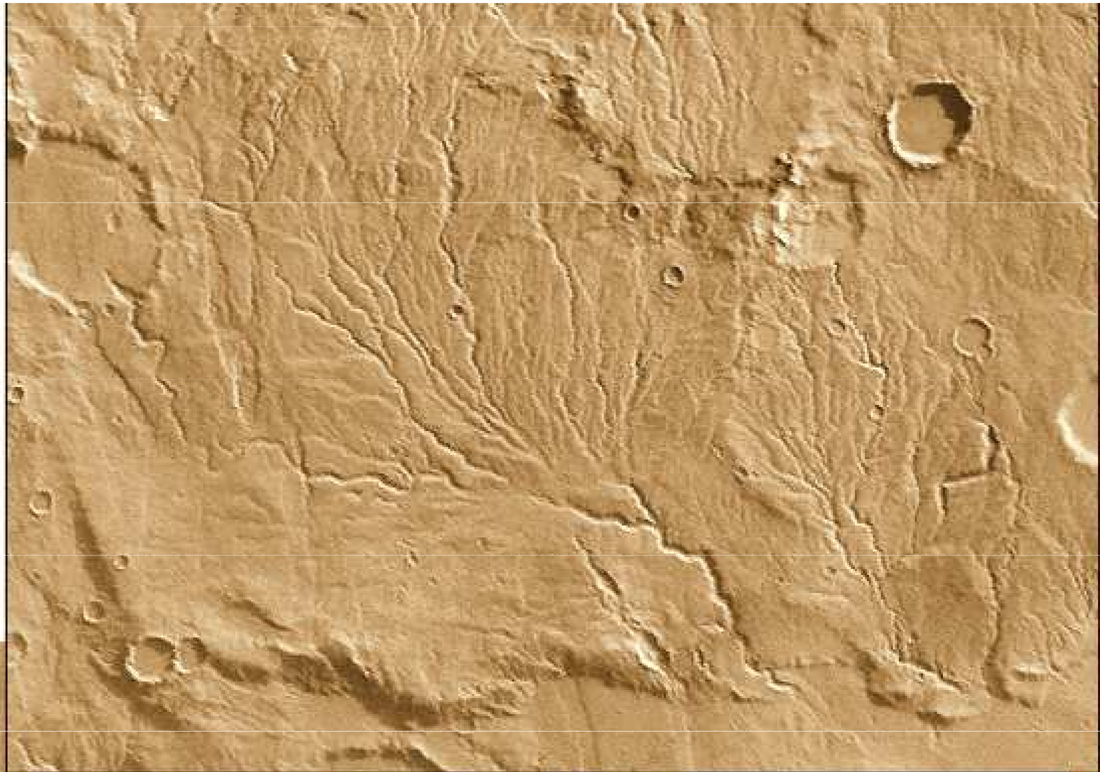
Mars – útvary v písečném povrchu



Mars – impaktní kráter o průměru 2,3 km



Povrch na Marsu







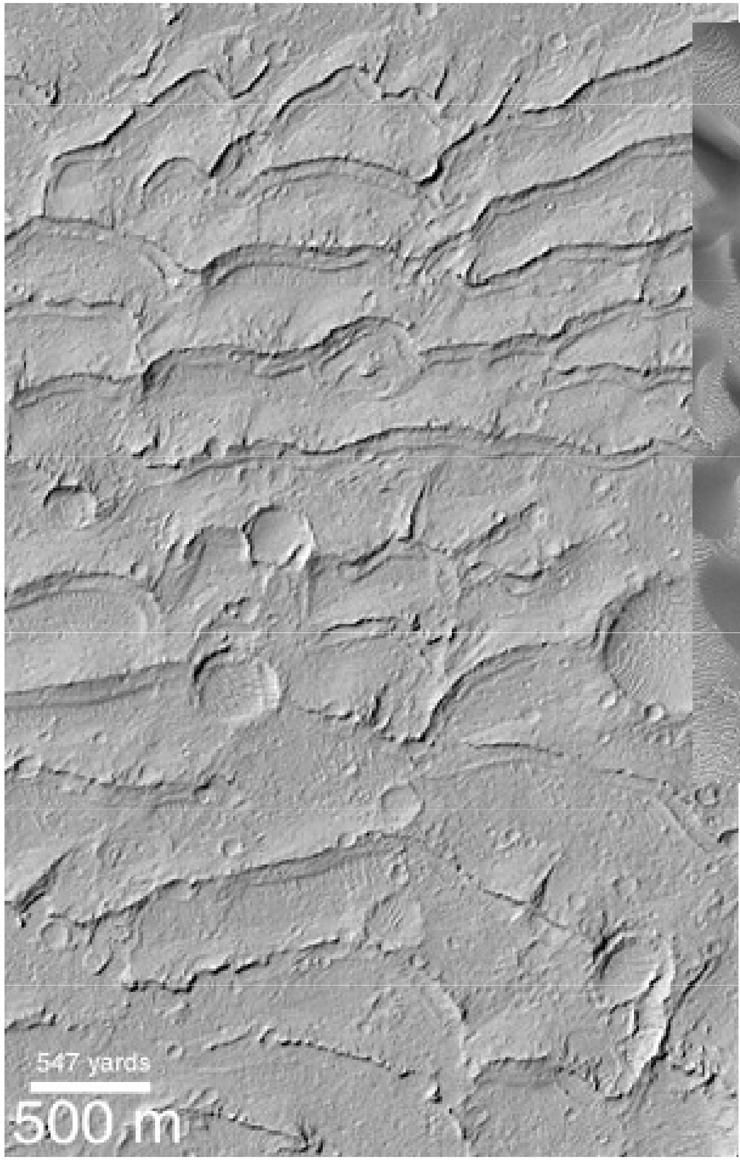
Mars:
evidence for
floods,
reservoirs and
networks of
carved gullies

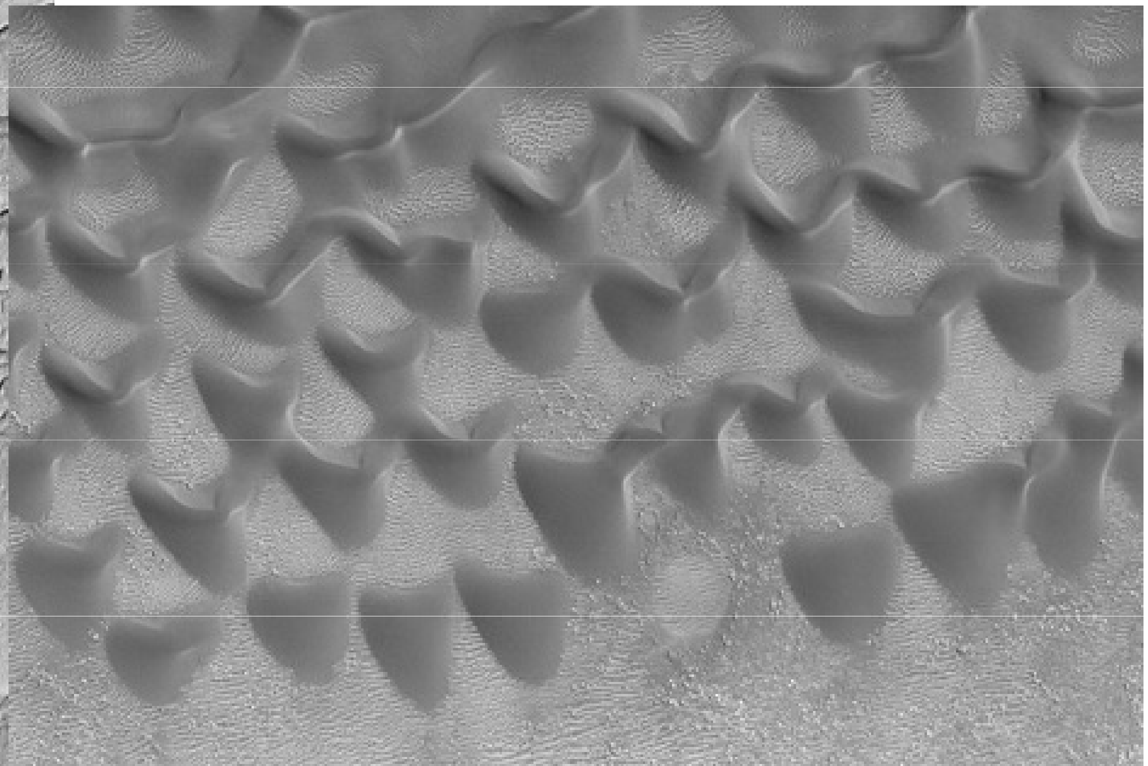
Mars

Mars Global Surveyor: přirozené kanály, stékání vody, písku z vyvýšenin



Navátý povrch na Marsu

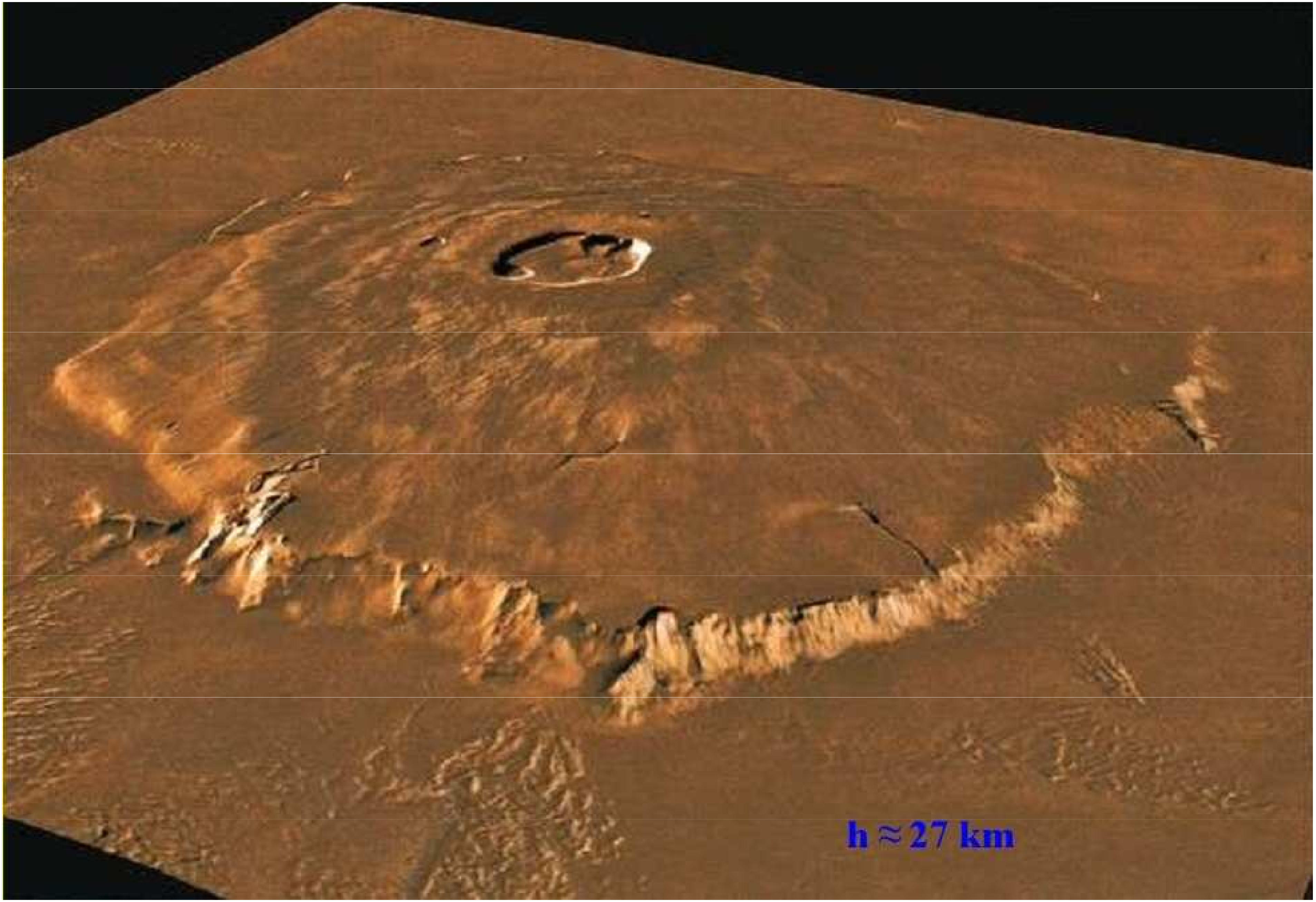




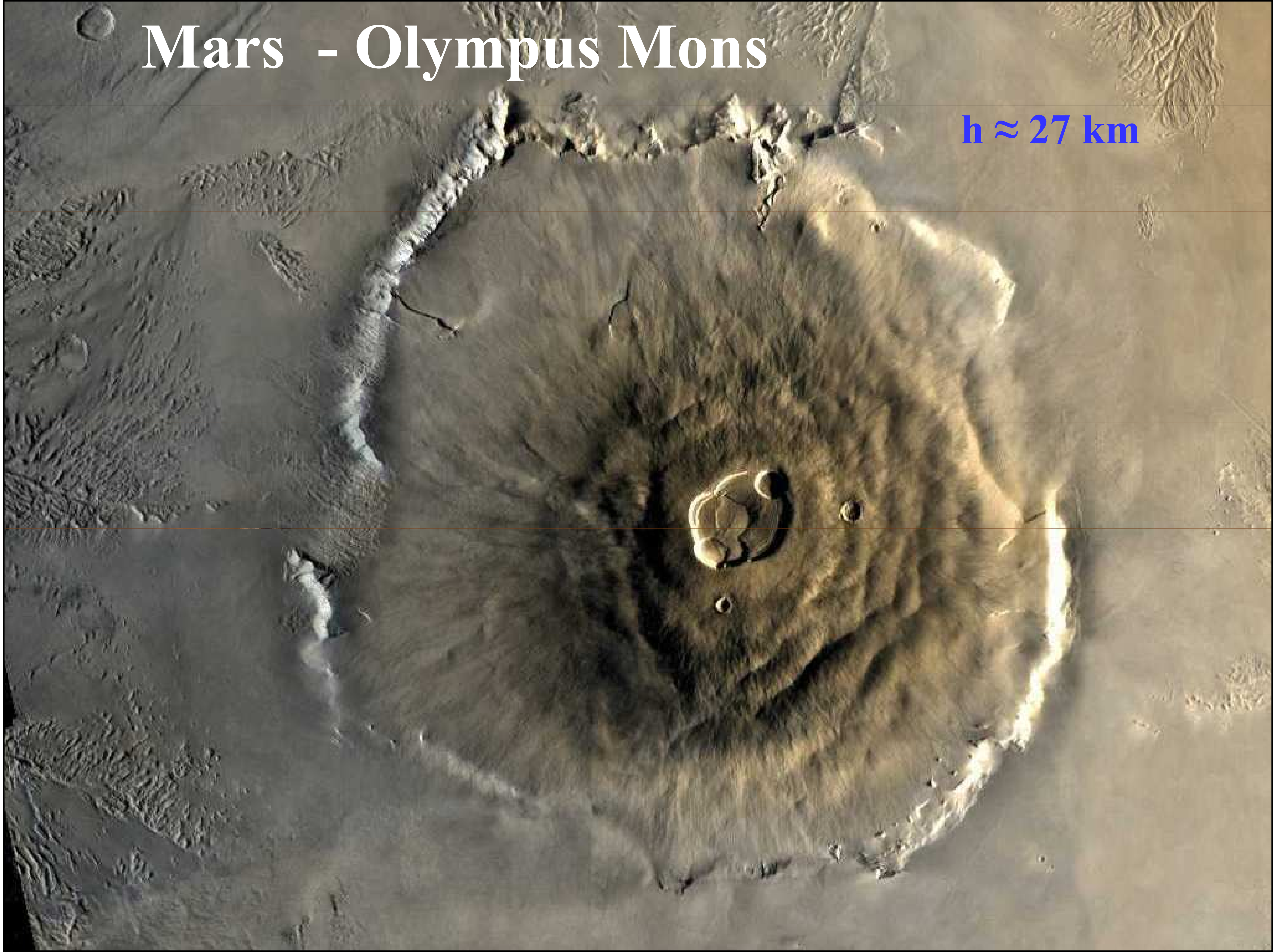
Sand dunes similar to dune fields on earth.

Some dune fields on Mars are long lived.

Mars – Olympus Mons

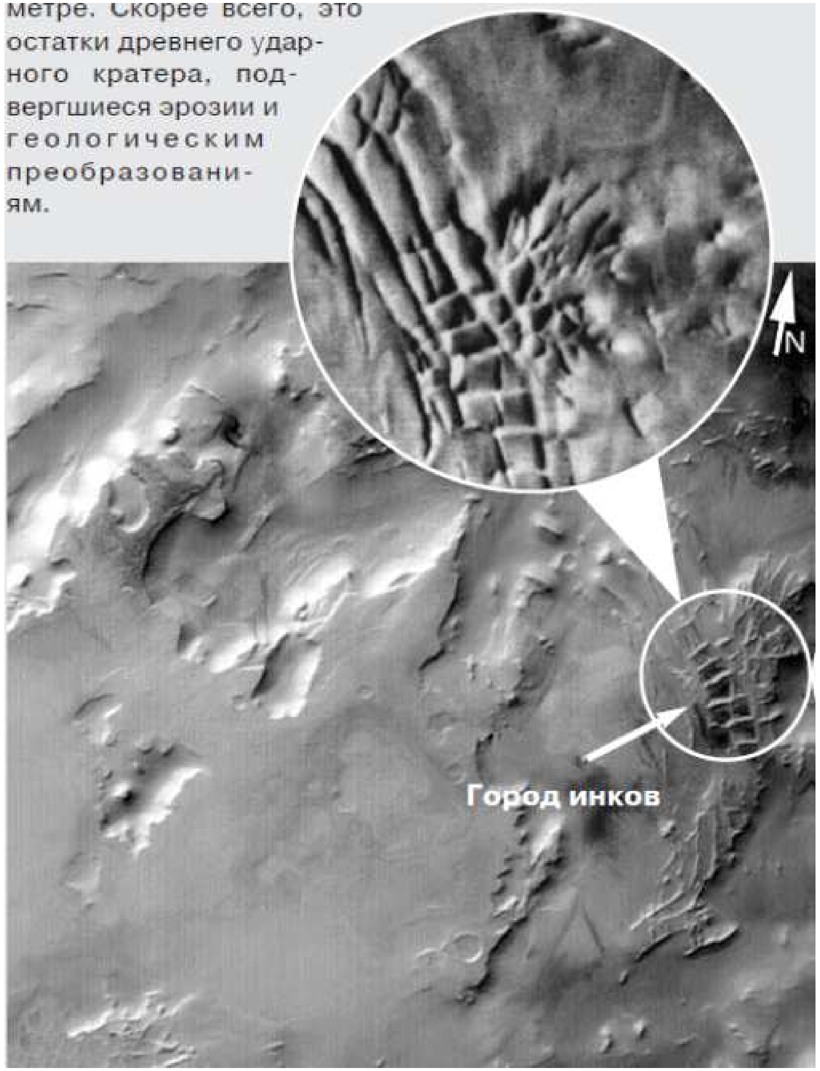


Mars - Olympus Mons



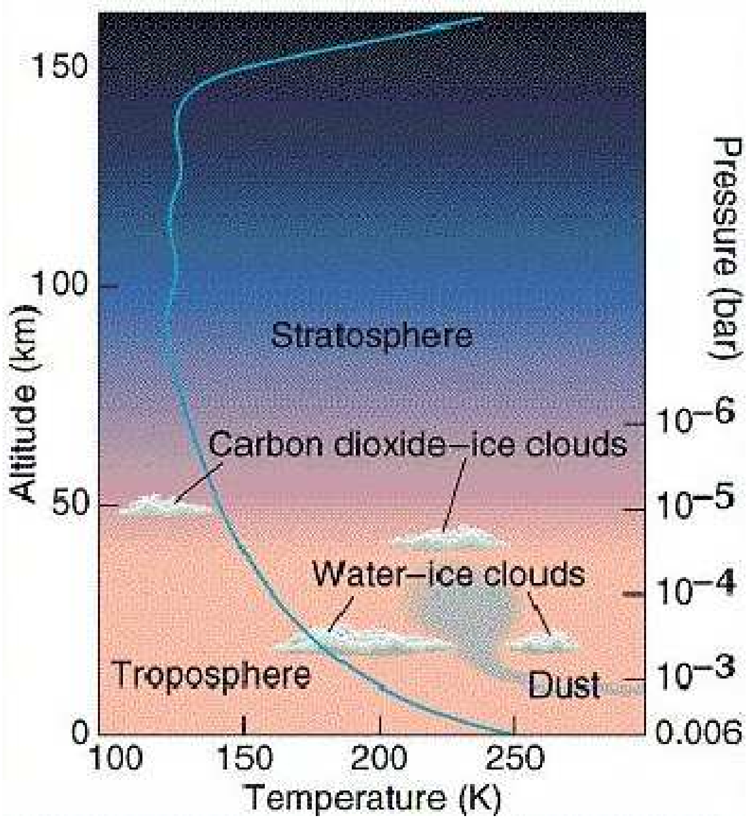
Mars

Mariner 9, Mars Global Surveyor, 1997: město Inků, jaké přírodní procesy ho zformovaly?

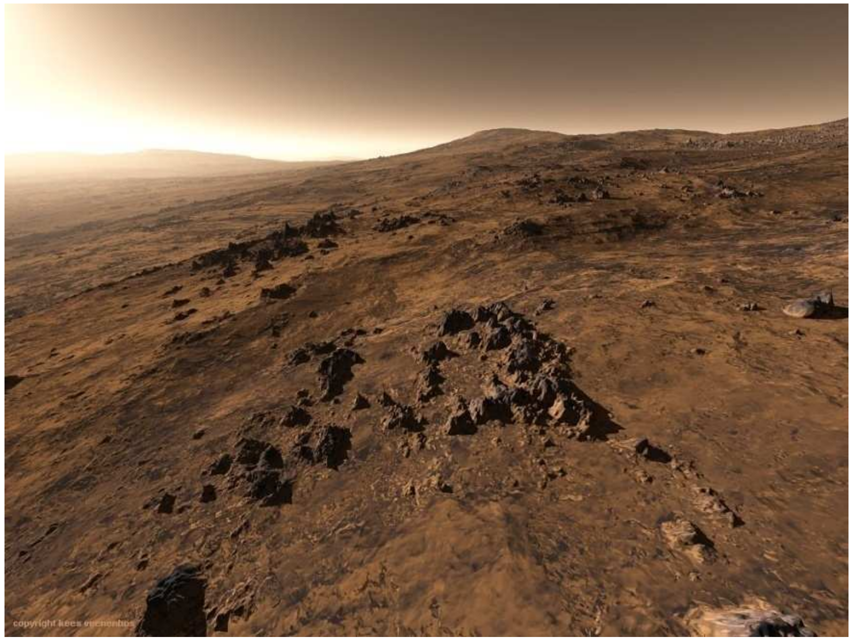


Atmosféra Marsu

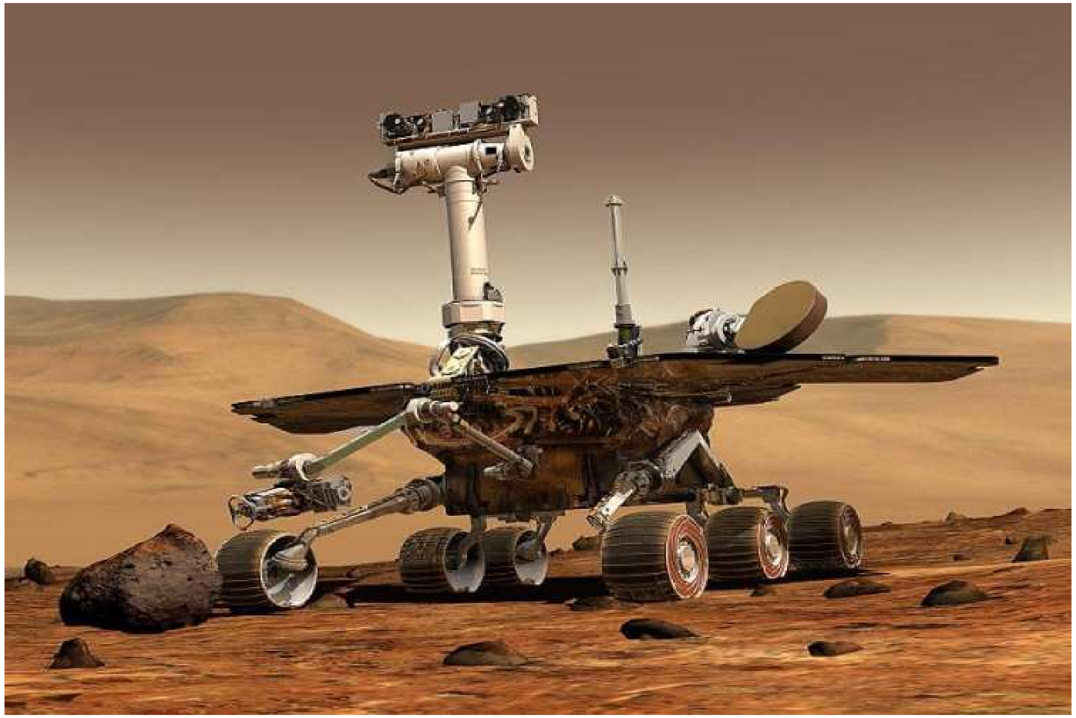
CO_2 95,23 %
N 2,7 %
Ar 1,6 %
O 0,13 %
CO 0,07 %
CH_4 10,5 ppb - 10^{-9}



sonda Mars Express, Keckovy dalekohledy – metan, trvalý zdroj ? činné sopky nejsou, mikroby ?



Vozítko Opportunity r. 2004



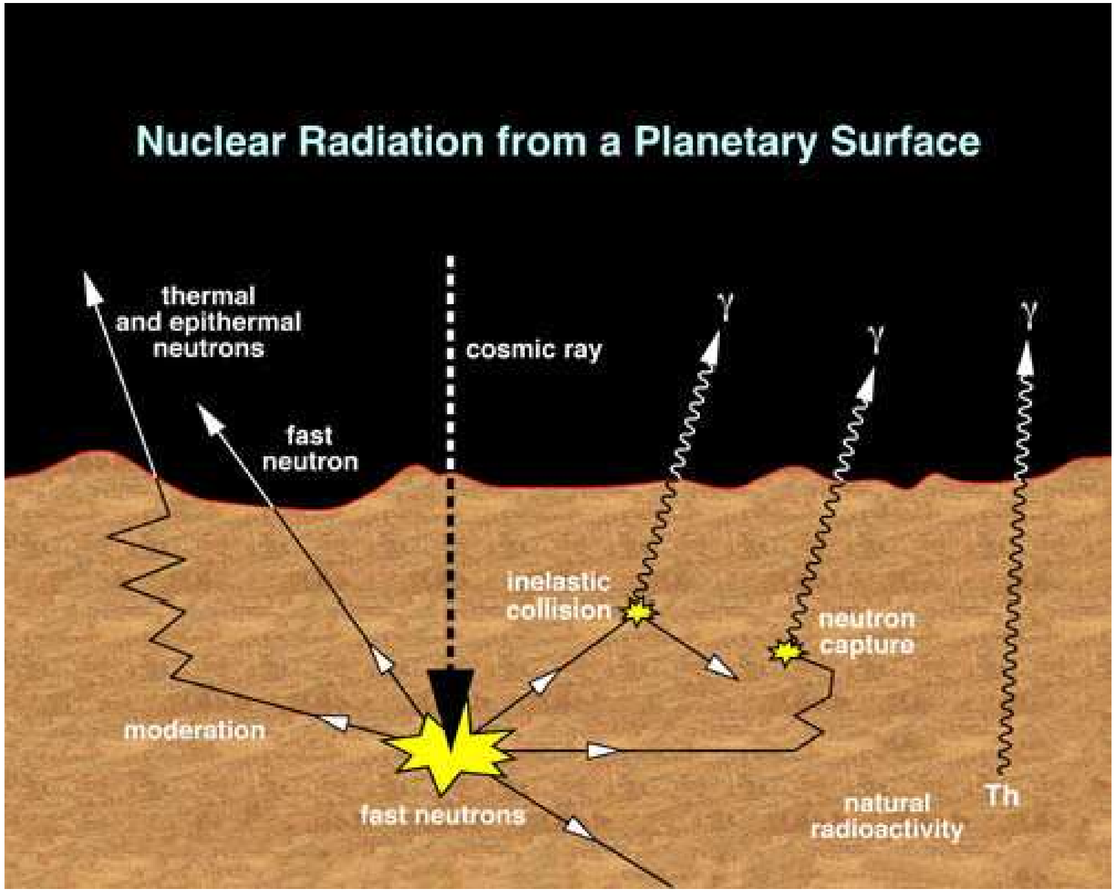
Otočný stěžeň: panoramatická kamera PanCam spektrometr tepelných emisí – výzkum nerostů z tepelného vyzařování

Výklopné rameno: spektrometr rtg a α záření, mikroskopický zobrazovač – detailní snímky hornin

sluneční články – úklid „tančící dervíši“ nestejnoměrný ohřev terénu a atmosféry, výška až 660 m, průměr 230 m, pohyb nad terénem rychlostí (1 – 60) $m.s^{-1}$

Výzkum povrchu Marsu

- vymezené oblasti povrchu zkoumány (µm-mm), spektrální odrazivost, absorpce v infračervené oblasti různé druhy minerálů např. na planetách

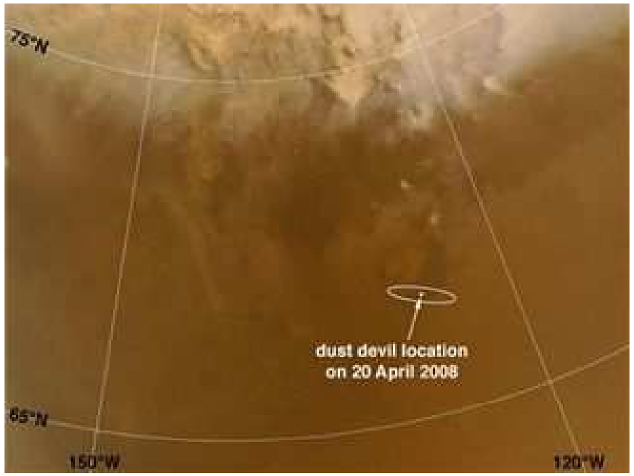


Výzkum gamma-záření – určování prvků (speciálně s přirozenou radioaktivitou U,Th)

- Energie jednotlivých gamma-paprsků jsou charakteristické pro jednotlivé prvky

Výzkum povrchu Marsu

Mars nemá deskovou tektoniku jako Země, na povrchu strouhy od písku než řečiště, pouze delty řek vytvořeny vodou, přistávací modul Phoenix - 350 kg , sestup na padáku asi 13 minut, působil na okraji severní polární čepičky, pokles teploty vedl po 5 měsících k vypnutí modulu: půda ph - 7,7 , ledové krystaly zamrznuté do regolitu do hloubky 5 - 15 cm





Výzkum povrchu Marsu
Perseverance Rover r. 2021



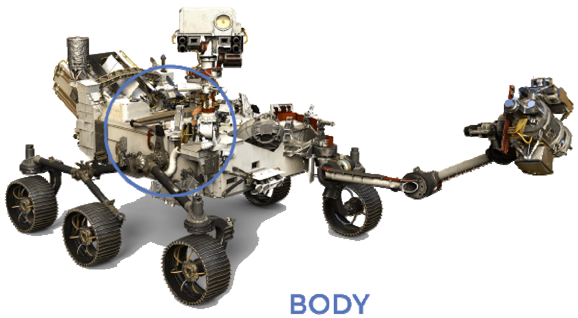
Obr. 1 Klíčovým cílem mise Perseverance na Marsu je astrobiologie, včetně hledání známek starodávného mikrobiálního života. Rover bude charakterizovat geologii planety a minulé podnebí, připraví půdu pro lidský průzkum Rudé planety a bude první misí pro sběr a ukládání marťanské horniny a regolitu (rozbitá skála a prach). *Foto: NASA/JPL-Caltech*

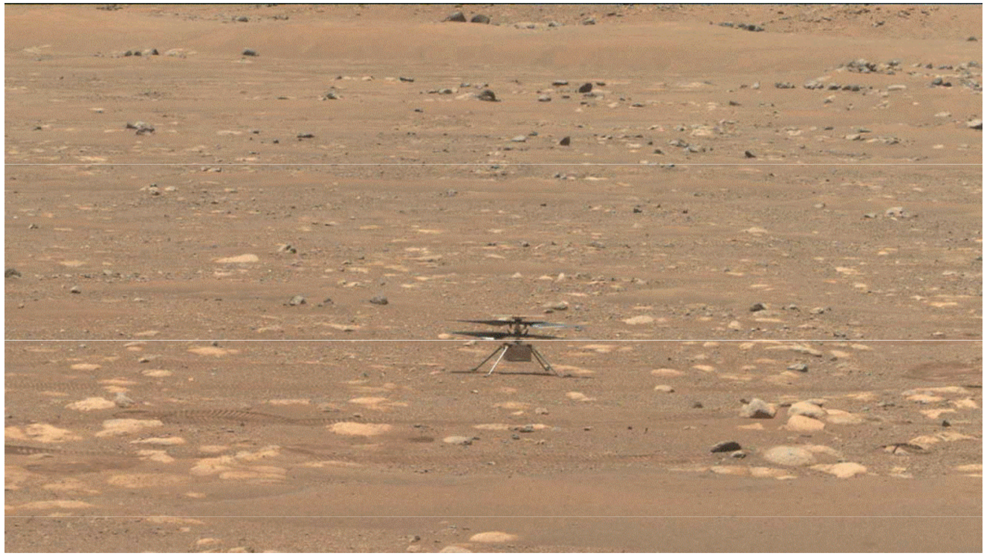
Skutečnost, že na Marsu metan je, je bezpečně potvrzena. Co je však jeho původcem? Mohl by metan na Marsu znamenat život, podle toho, jak známe původce metanu ze Země? Potvrzení života na naší nejbližší planetě by bylo jistě zprávou století i potvrzením mnoha vědeckých teorií. Existuje však i další vysvětlení přítomnosti tohoto plynu, které o jeho živém původci neuvažuje.

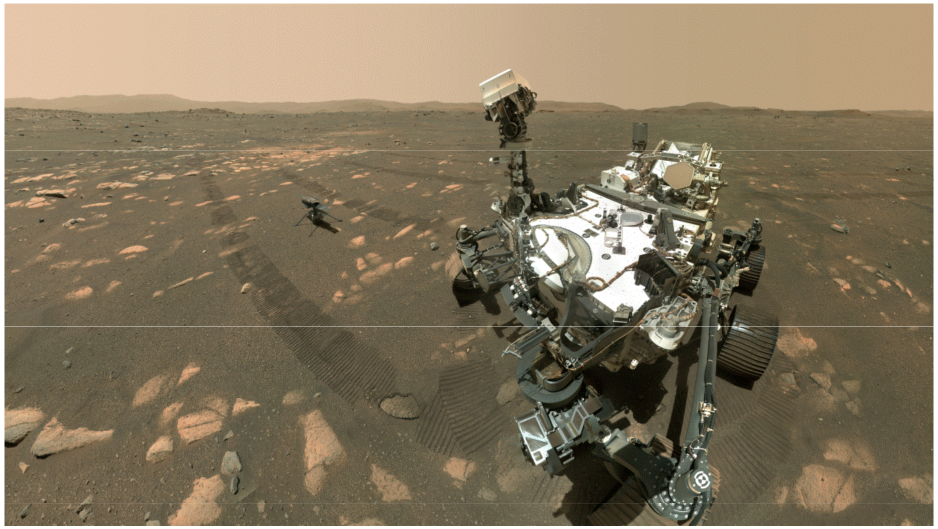
Jedním z možných vysvětlení přítomnosti metanu na Marsu by totiž mohla být metanogeneze, tedy abiotická syntéza organických molekul – jakási obdoba fotosyntézy, ale bez přítomnosti živé hmoty. Tímto způsobem lze oxid uhličitý (obsažený v atmosféře Marsu) na povrchu oxidických minerálů a v kyselém prostře-

Výzkum povrchu Marsu

Perseverance Rover r. 2021







Výzkum povrchu Marsu
Perseverance Rover r. 2021

SC: Perseverance má několik důležitých vědeckých cílů. Jedním z těch, které mě velmi zajímají, je zjistit, jakého původu je metan na Marsu – zda chemického, či živočišného. Dalším úkolem této mise je identifikovat prostředí, jež mohlo v minulosti podporovat mikrobiální život. Dalším je hledání známek možného života v prostředích, zejména v horninách, o nichž se ví, že mohou zachovávat stopy života.

SC: O planetě Mars a jeho povrchu je toho již hodně známo. Na Zemi byly nalezeny meteority vykazující marťanský původ. Na planetě Mars úspěšně přistály americké sondy Viking již v roce 1976, dále i sonda Pathfinder, která na Mars v roce 1997 dopravila dvanáctikilové vozítko Sojourner. Následovala robotická vozítka Spirit a Opportunity v roce 2004. Obrovské množství informací předal robot Curiosity a v únoru 2021 přistála na povrchu Marsu sonda Perseverance. Tak byly identifikovány informace o složení povrchu Marsu, který je tvořen regolitem – tedy oxidickými materiály typu Fe_2O_3, TiO_2, Al_2O_2. Víme také, že povrch Marsu, na rozdíl od planety Země, obsahuje poměrně vel ké koncentrace chloristanů, chlorečnanů, alkalických kovů nebo kovů alkalických zemin včetně síry. K důle-

Mars - Valles Marineris

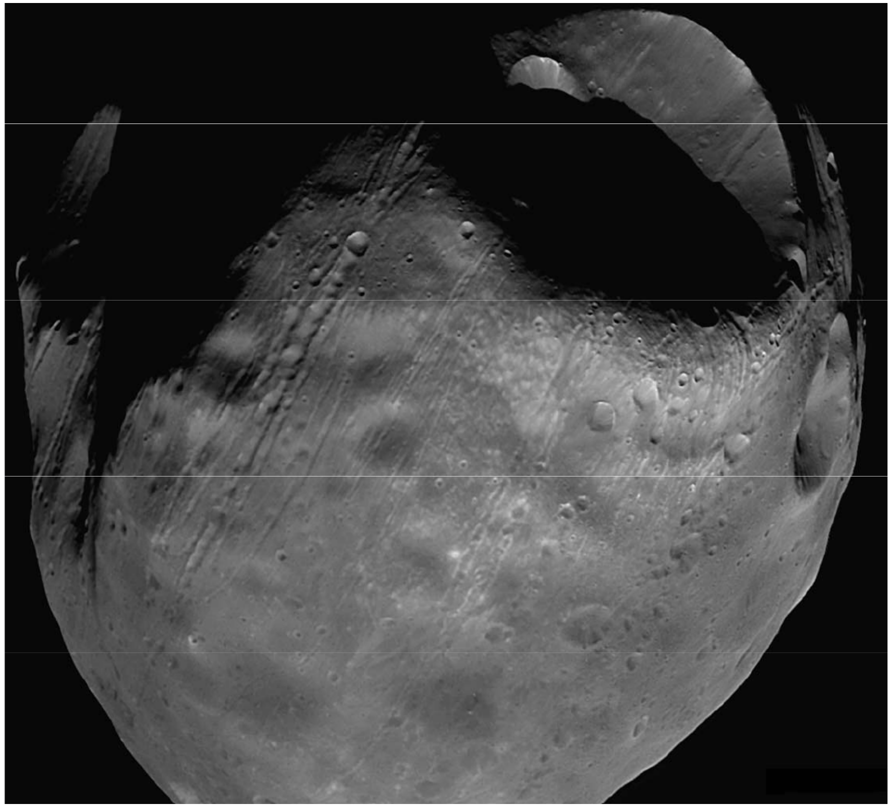


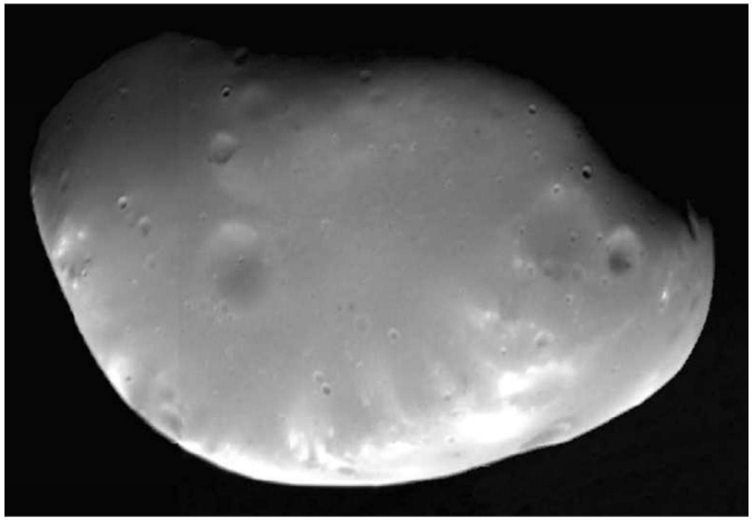


hloubka až 7 km, šířka (200 – 500) km, délka 4 000 km, průlet od východu, končí tzv. labyrintem

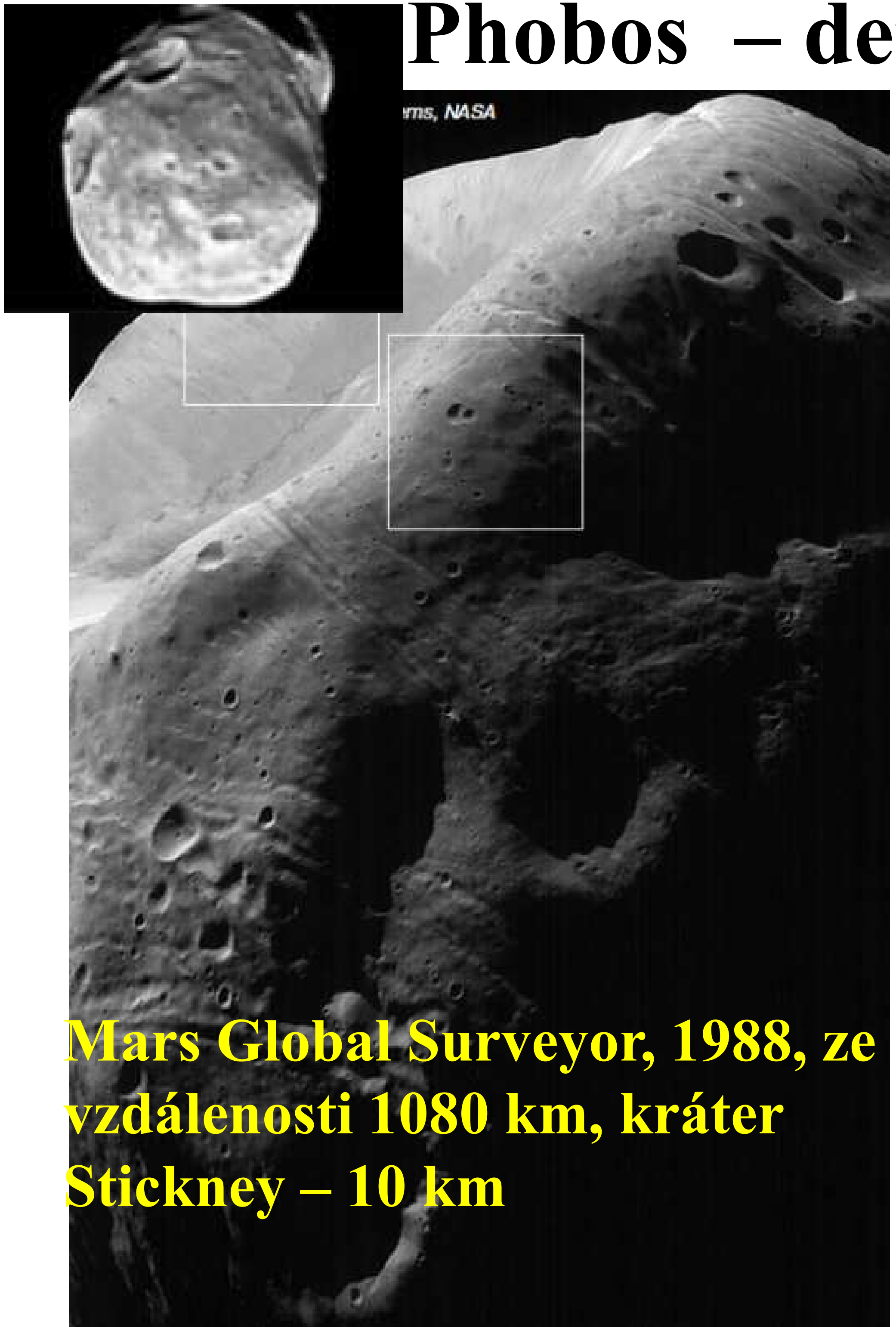
Mars – Phobos a Deimos

	Фобос	Деймос
Расстояние от центра Марса, км	9378	23 459
Период вращения и орбитальный период, дней	0,32	1,26
Размеры, км	$27 \times 21{,}6 \times 18{,}8$	$15 \times 12{,}2 \times 11$
Масса, кг	$10{,}6 \times 10^{15}$	$2{,}4 \times 10^{15}$

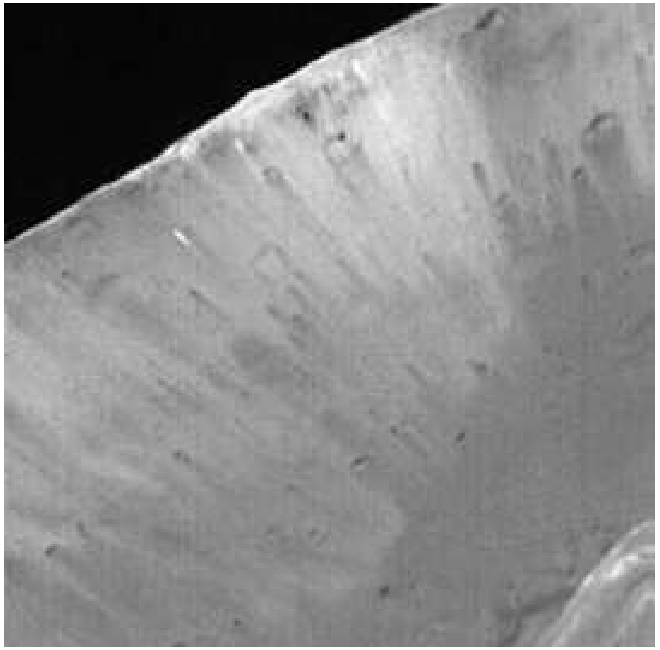




Phobos – detaily povrchu



Mars Global Surveyor, 1988, ze vzdálenosti 1080 km, kráter Stickney – 10 km





Planetka a její měsíc - Ida a Dactyl



Ida 56 x 54 x 21 km, doba rotace 4 h 38 min, detaily 24 m
Dactyl 1,6 x 1,4 x 1,2 km, vzdálenost 100 km

Jupiter – charakteristiky

Datafile Jupiter

Ave distance from Sun	5.203 AU
Eccentricity of Orbit	0.0484
Max Distance	5.455 AU
Min Distance	4.951 AU
Inclination of Orbit	1.3°
Ave Orbit Velocity	13.1 km/s
Orbit Period	11.9 years
Rotation Period	$9^h55.5^m$
Inclination of Equator	3.1°
Diameter	142,900 km (11.2 Earth's)
Mass	317.8 Earth's
Ave Density	1.34 g/cm^3
Surface Gravity	2.54 Earth's
Escape Velocity	5.4 Earth's
Surface Temp	-120°C
Albedo	0.064



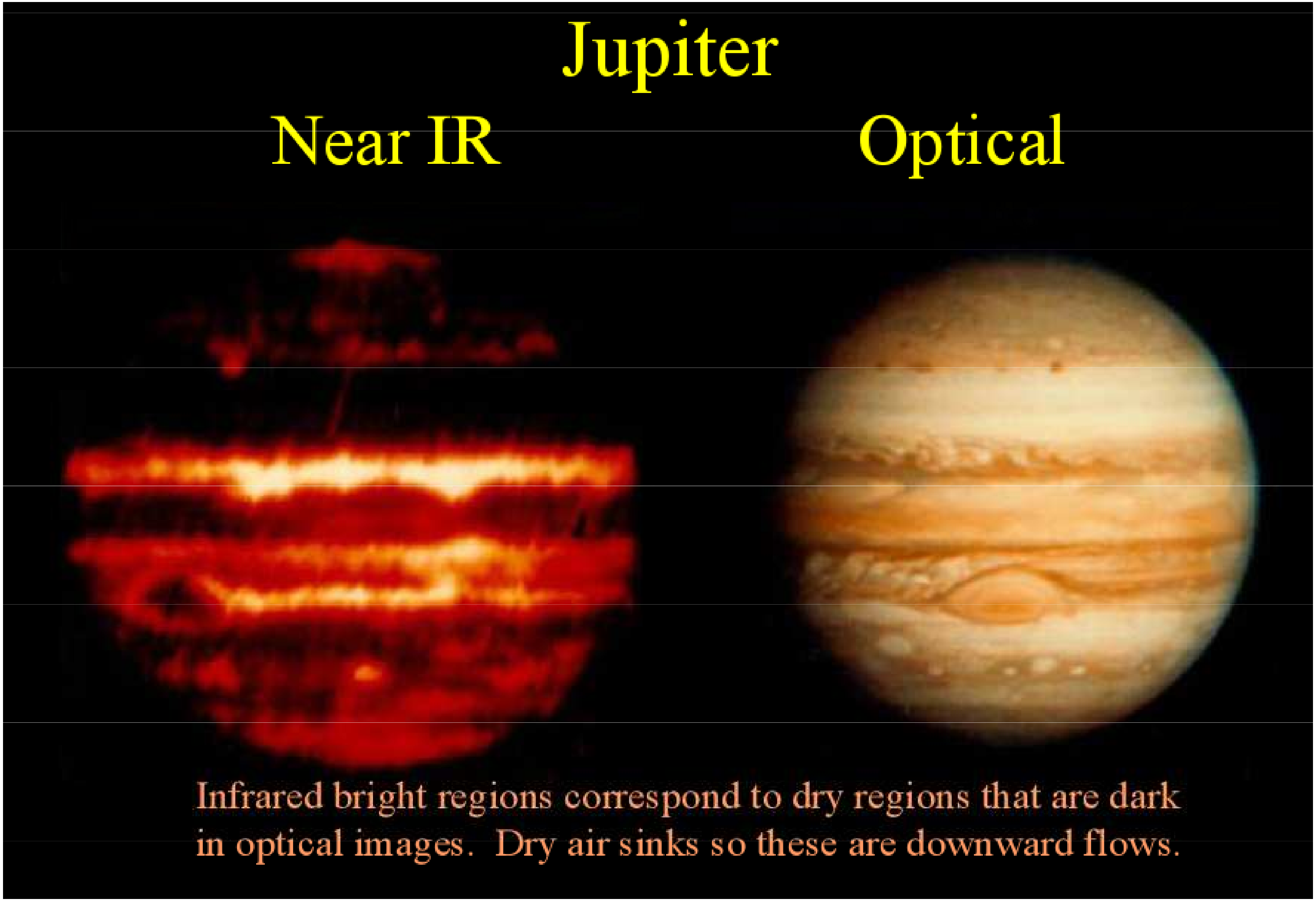
Cassini's Farewell View of Jupiter

Jupiter

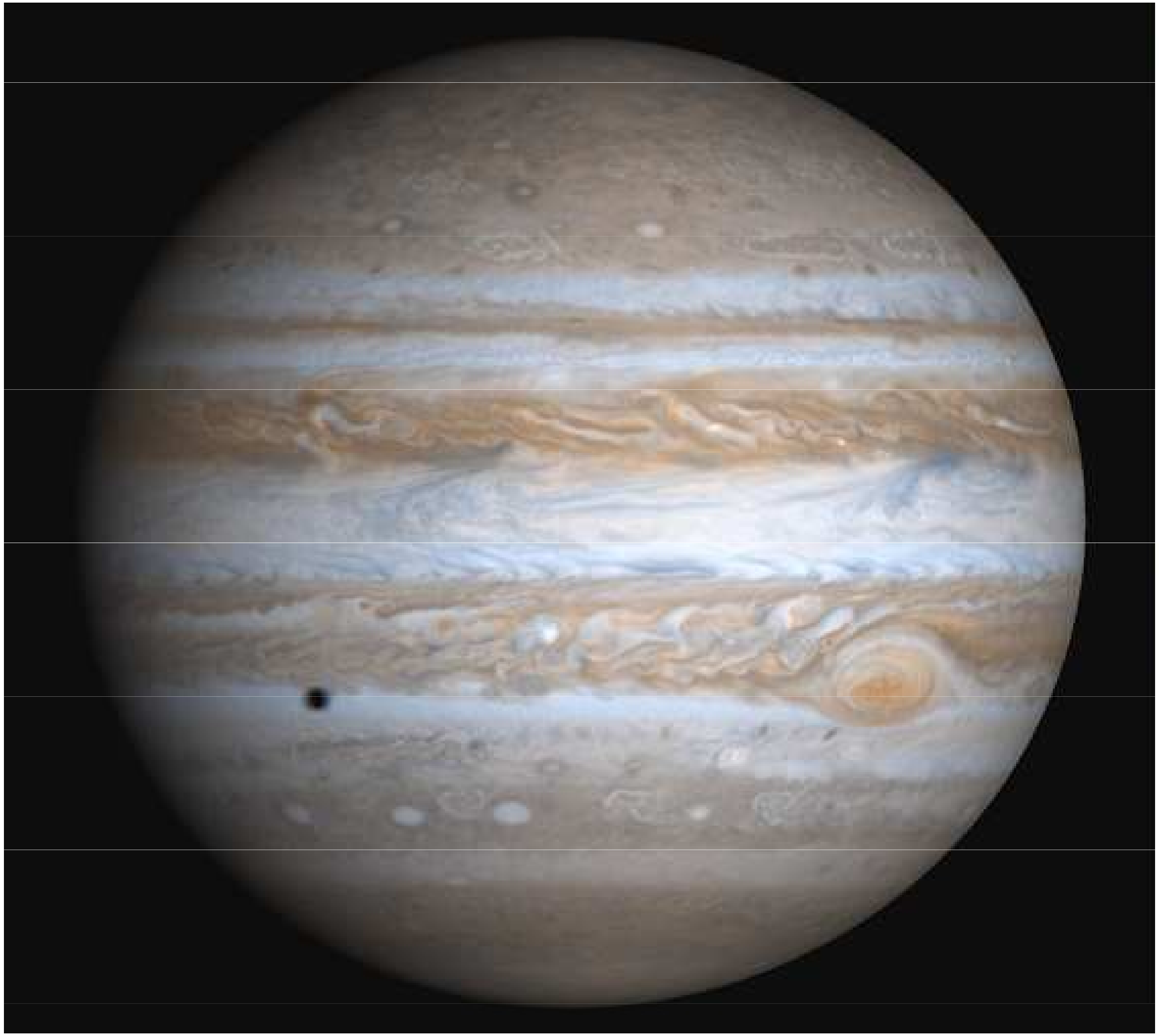
esa

www.spacetelescope.org

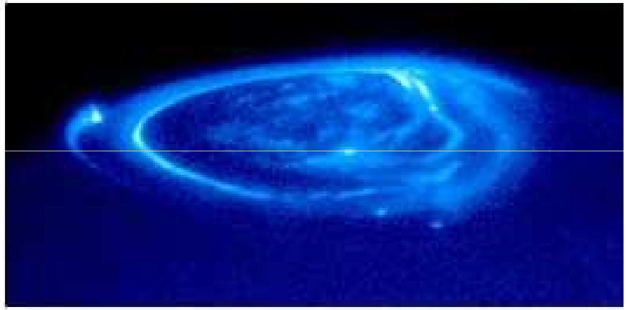
Jupiter

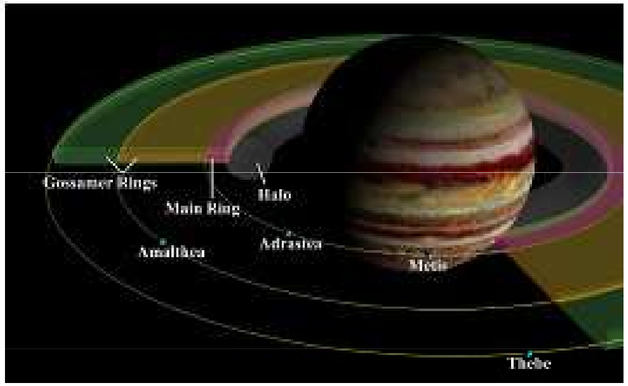

Jupiter
Near IR
Optical
Infrared bright regions correspond to dry regions that are dark
in optical images. Dry air sinks so these are downward flows.

Jupiter

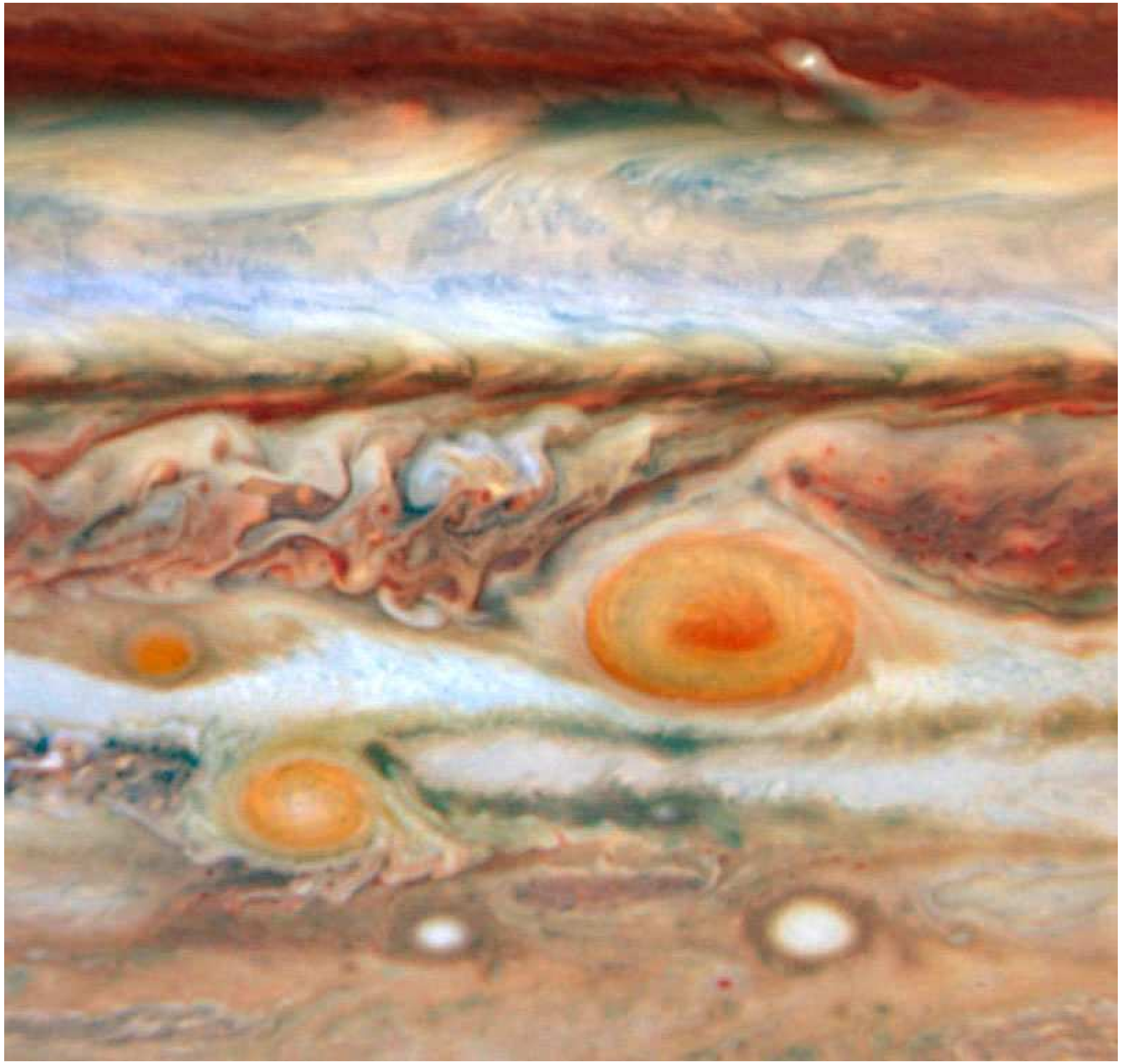




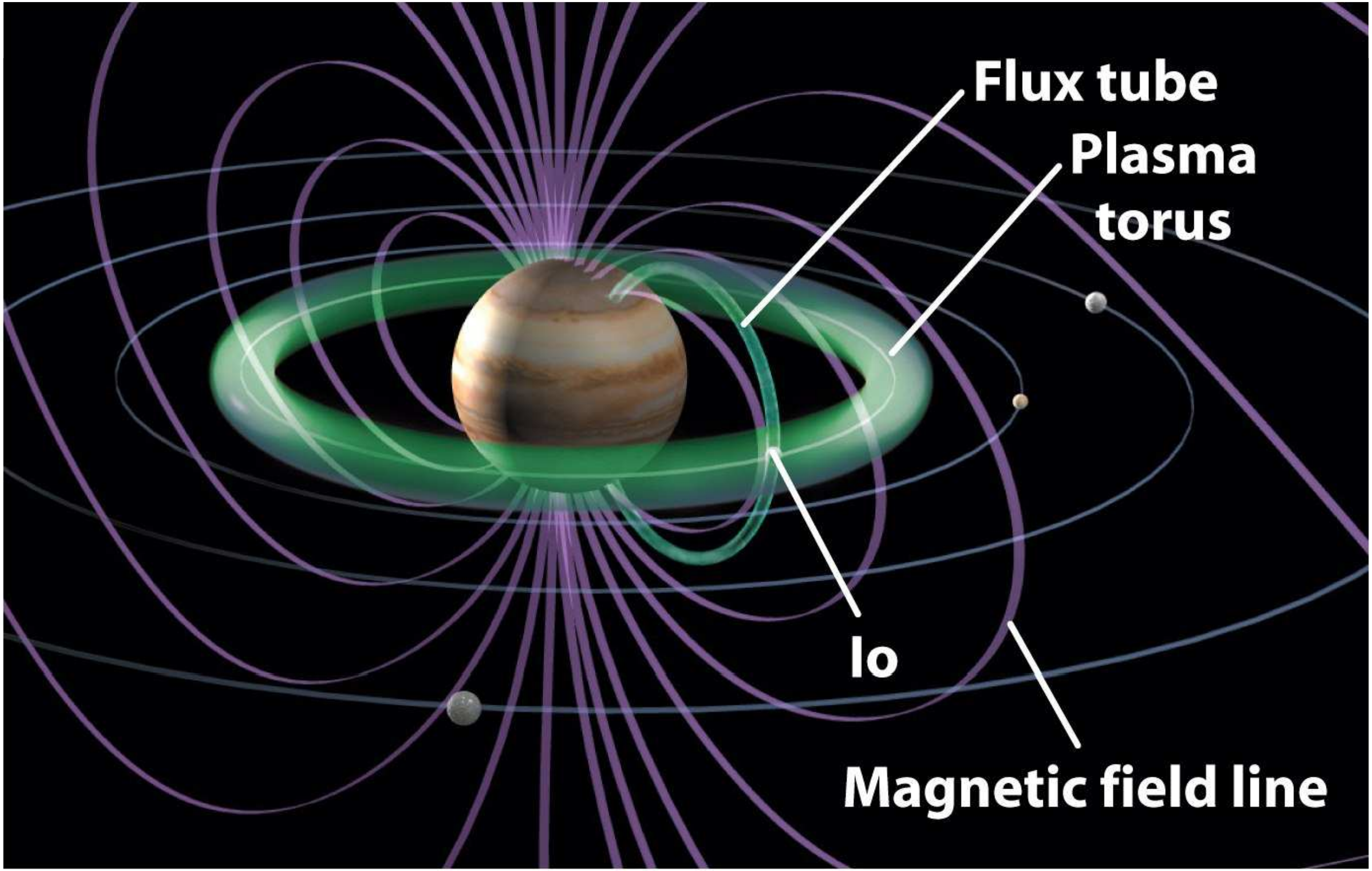



Gossamer Rings
Halo
Main Ring
Adrastea
Amalthea
Metis
Thebe

Jupiter – třetí rudá skvrna



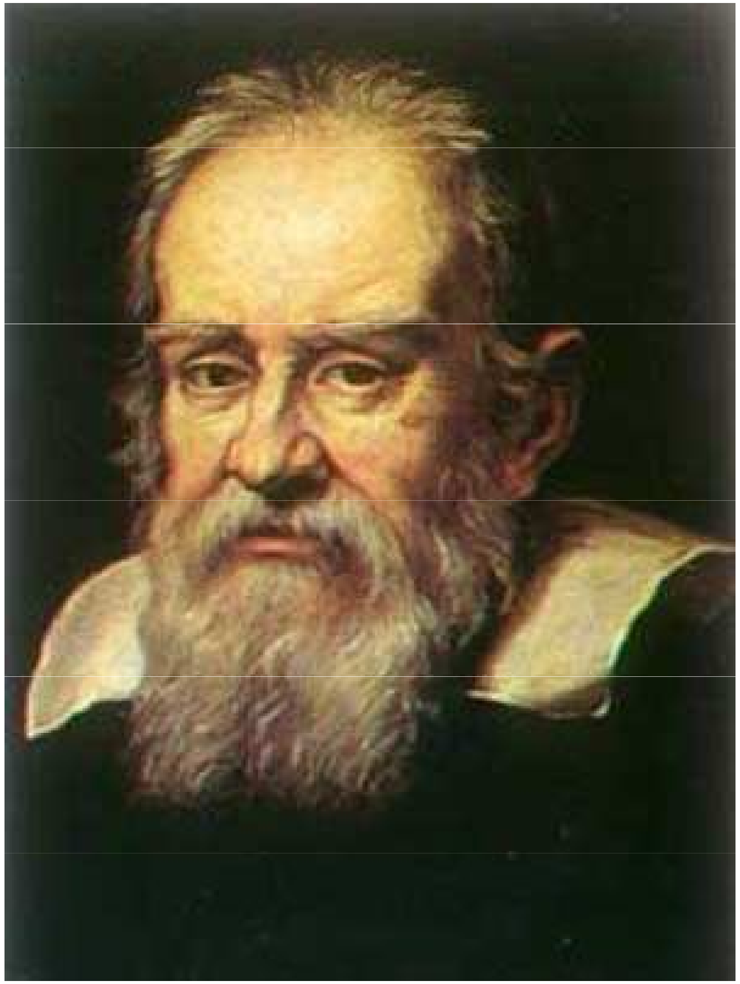
Jupiter – magnetické pole



Jupiterovy měsíce

- 1610 Galileo Galilei – objev 4 největších měsíců Jupiteru

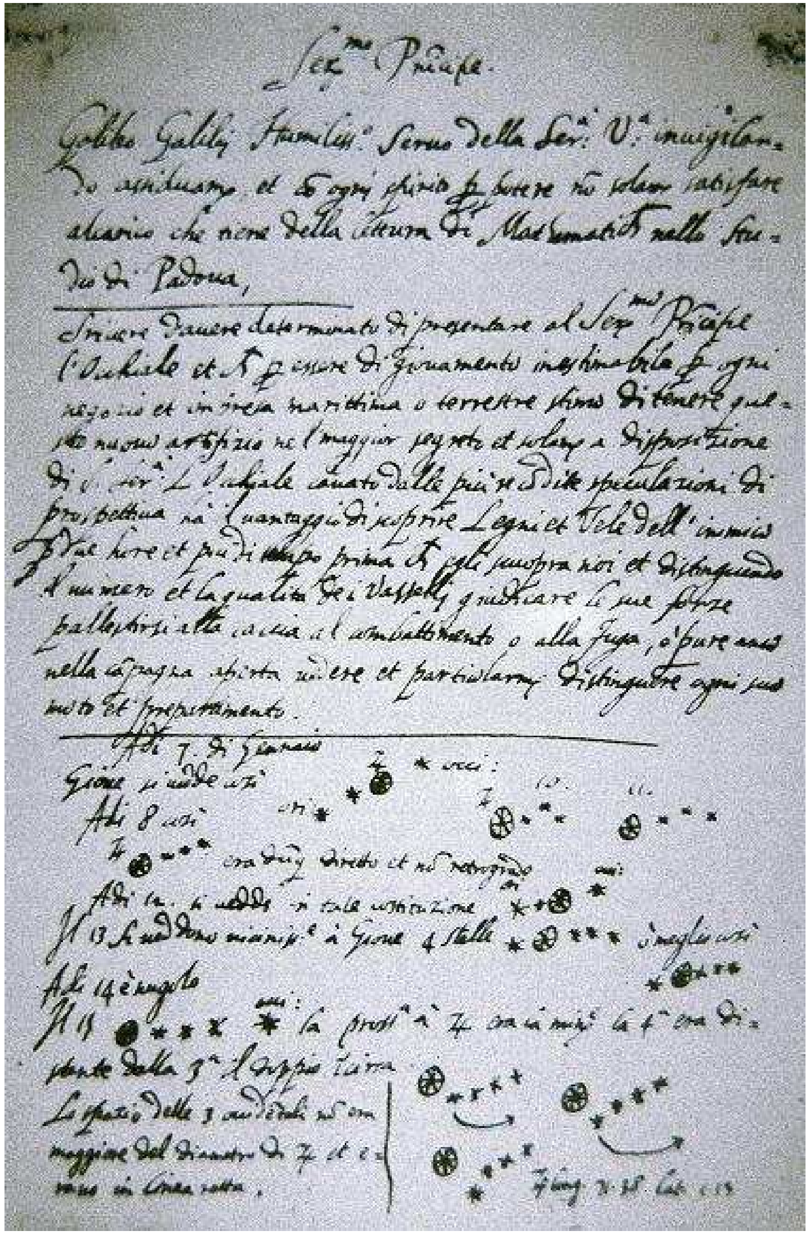
  Io, Europa ,Ganyméd, Kallistó,

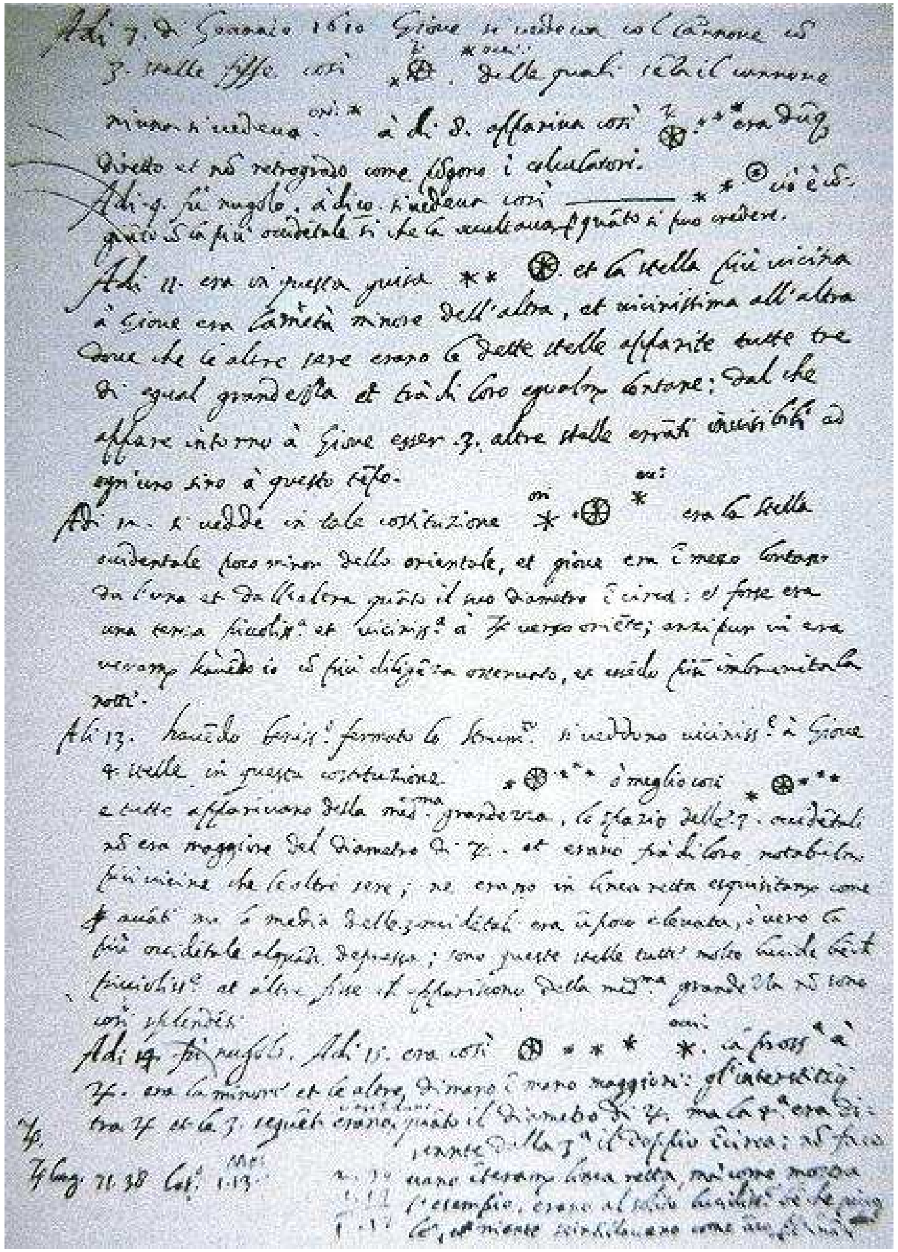




SIDEREVS
NVNCIVS
MAGNA, LONGEQVE ADMIRABILIA
Spectacula pandens, suspiciendaque proponens
vnicuique, præsertim verò
PHILOSOPHIS, atq; ASTRONOMIS, quæ à
GALILEO GALILEO
PATRITIO FLORENTINO
Patauini Gymnasij Publico Mathematico
PERSPICILLI
QVATVOR PLANETIS
MEDICEA SIDERA
NVNCVPANDOS DECREVIT.
VENETIIS, Apud Thomam Baglionum. M DC X.

Rukopis Sidereus Nuncius





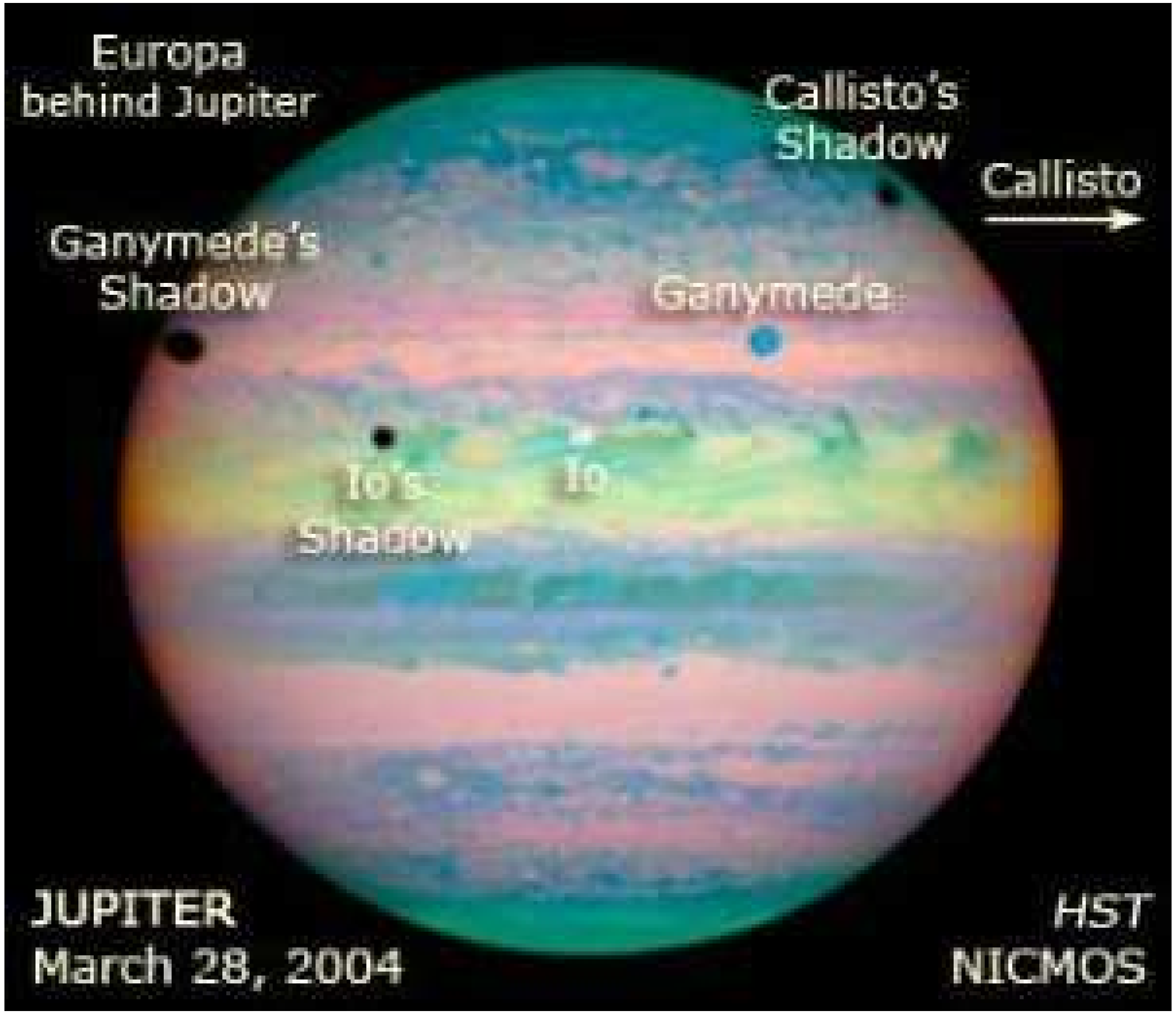
Galileovské měsíce Jupiteru



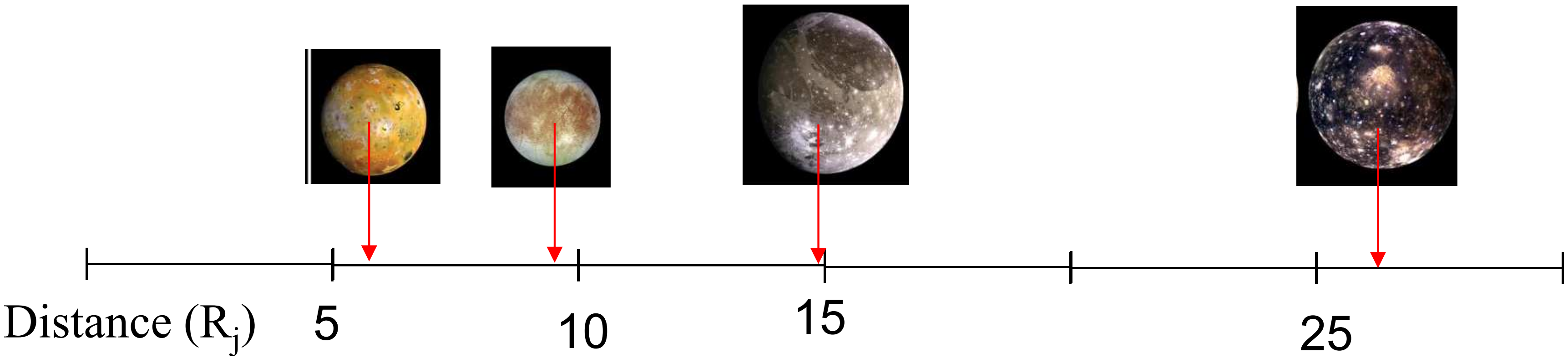
názvy měsíců – Simon Marius (1573 – 1624) r. 1614 Io - milenka Dia

Galileovské měsíce Jupitera

HST, NIMCOS snímek z roku 2004

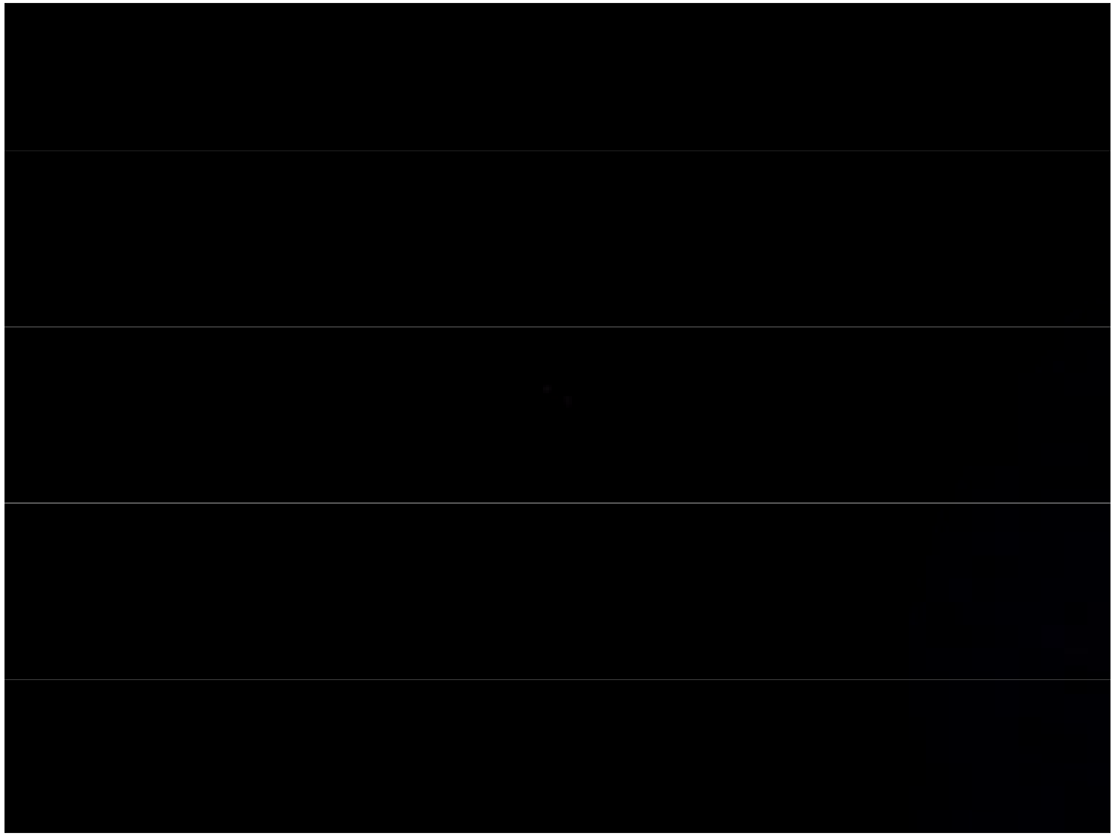


Charakteristiky měsíců

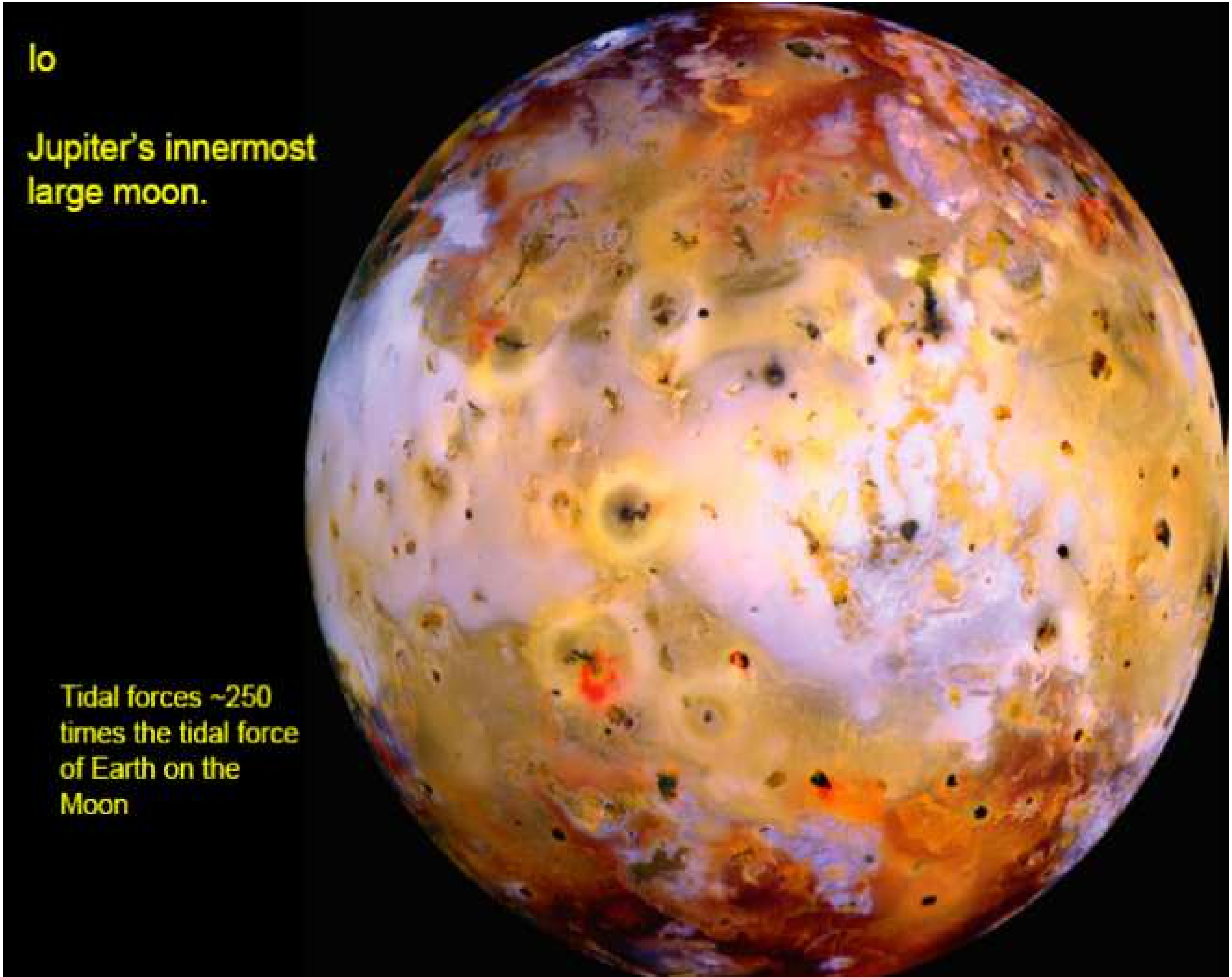


	a (10^6 km)	P (dny)	e	m_s (10^{20} kg)	R_s (km)	ρ (kg m^{-3})
Io	422	1.769	.0041	893	1821	3.53
Europa	671	3.552	.010	480	1565	2.99
Ganymede	1070	7.154	.0015	1482	2634	1.94
Callisto	1883	16.69	.007	1076	2403	1.85

Jupiter – měsíc Io



Slapy na měsíci Io

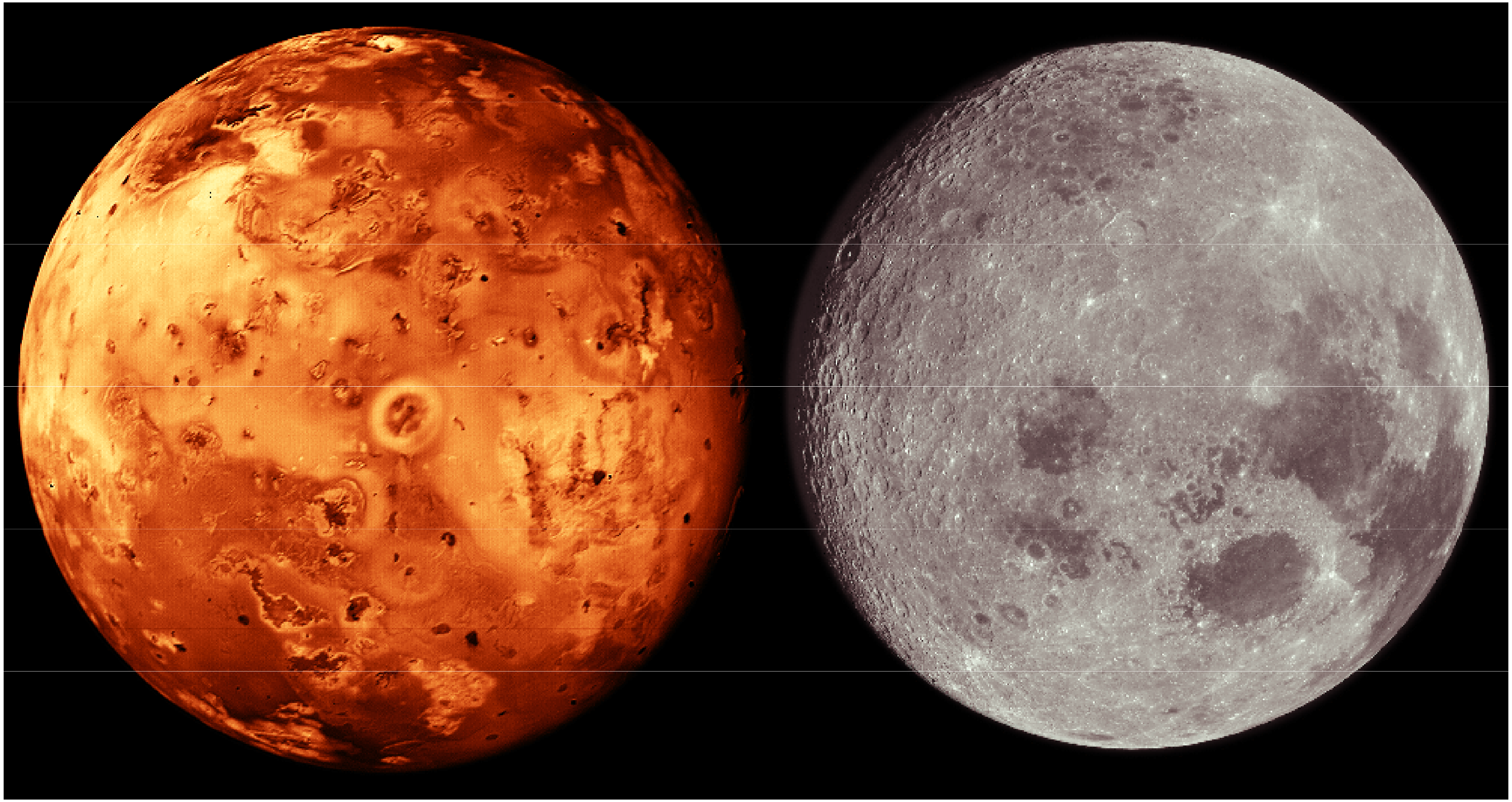


Io - rotace

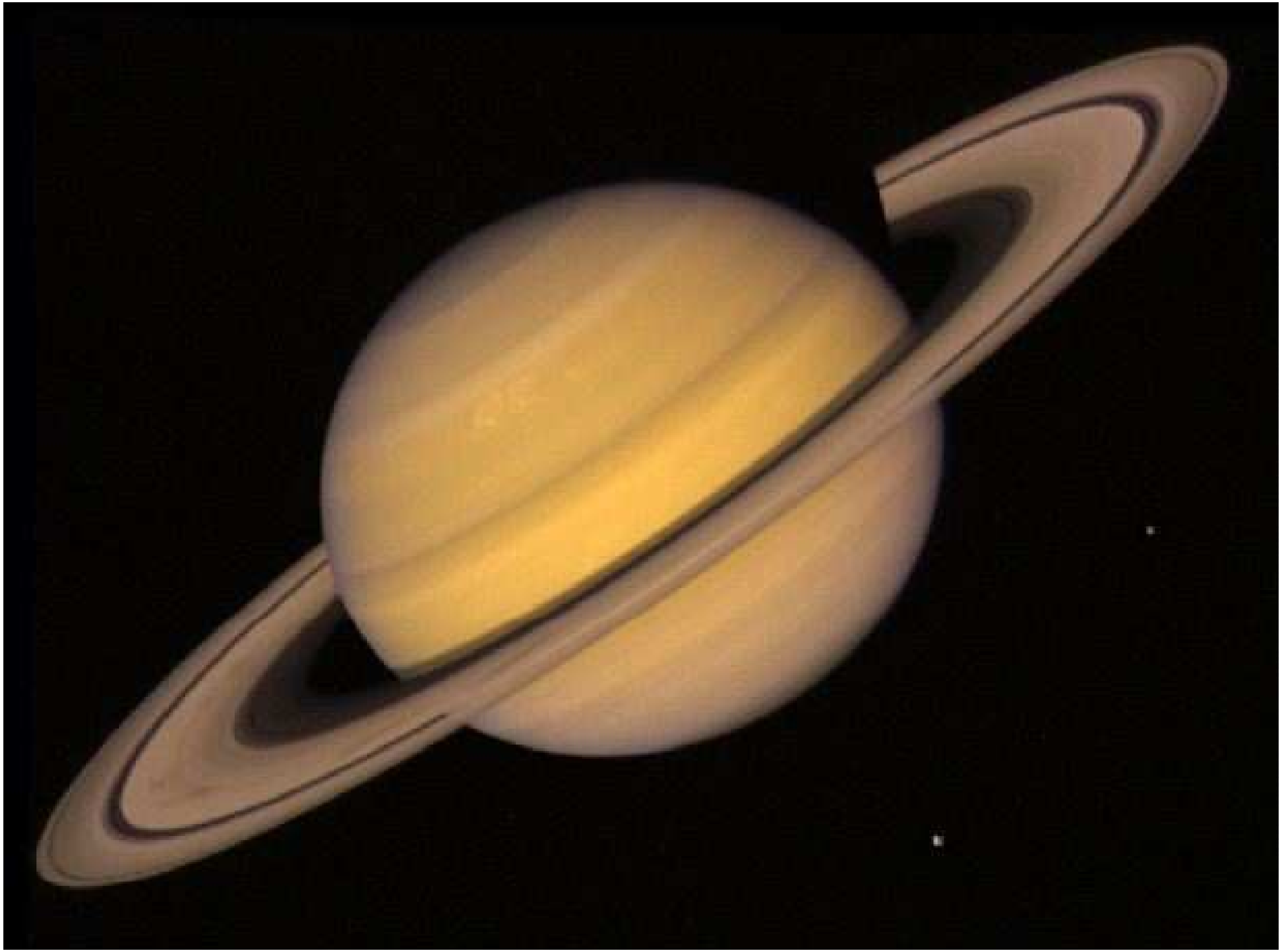


rotační rychlost na rovníku 7,5 $cm.s^{-1}$, rotační perioda 42,5 h.

Srovnání Io - Měsíc



Saturn



Charakteristiky Saturnu

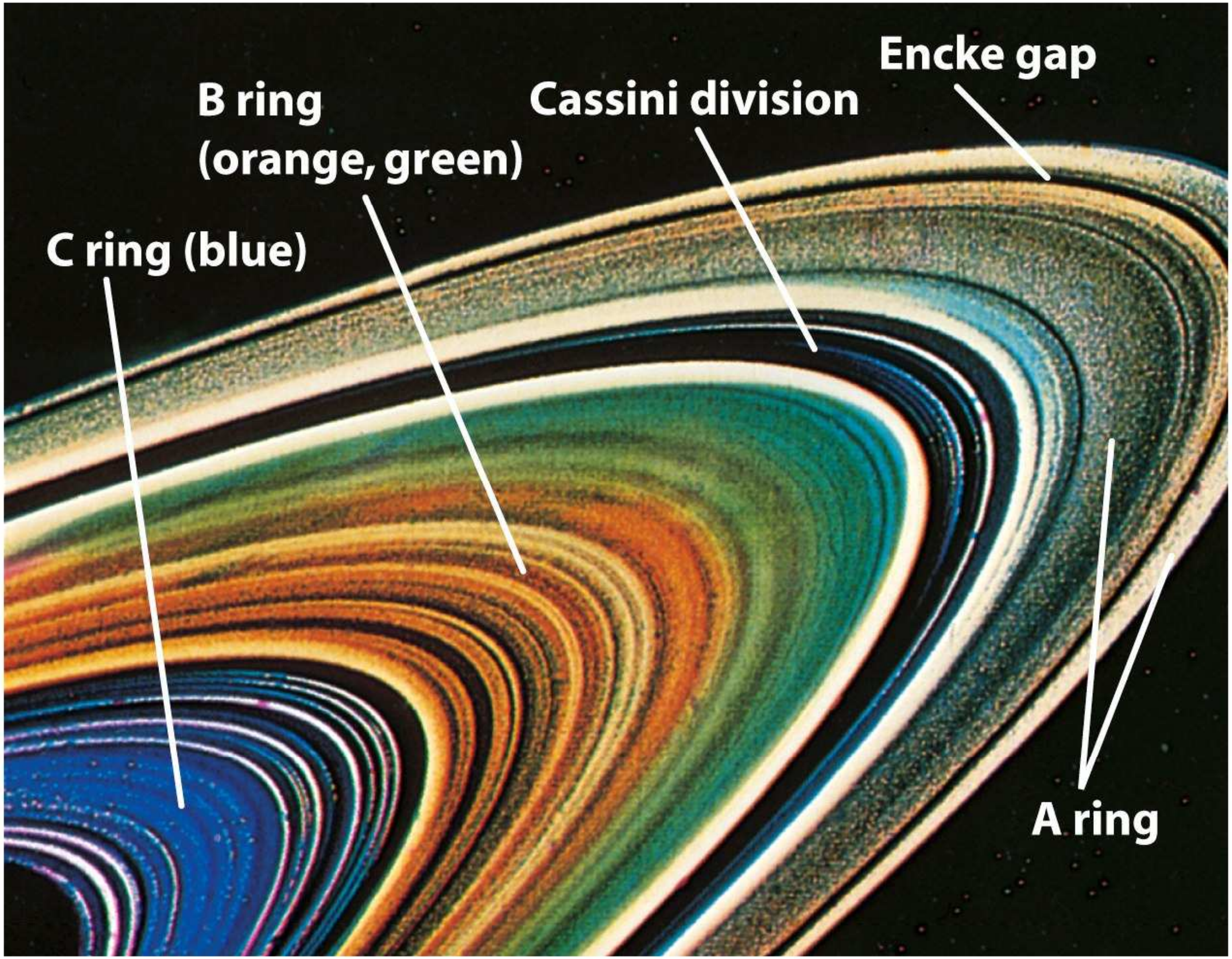
Ave distance from Sun	9.539 AU
Eccentricity of Orbit	0.0560
Max Distance	10.07 AU
Min Distance	9.005 AU
Inclination of Orbit	2.5°
Ave Orbit Velocity	9.6 km/s
Orbit Period	29.5 years
Rotation Period	$10^h 39.5^m$
Inclination of Equator	26.4°
Diameter	120,660 km (9.4 Earth's)
Mass	95.1 Earth's
Ave Density	0.68 g/cm^3
Surface Gravity	1.16 Earth's (cloud base)
Escape Velocity	35.6 Earth's
Surface Temp	-180°C (cloud tops)
Albedo	0.61



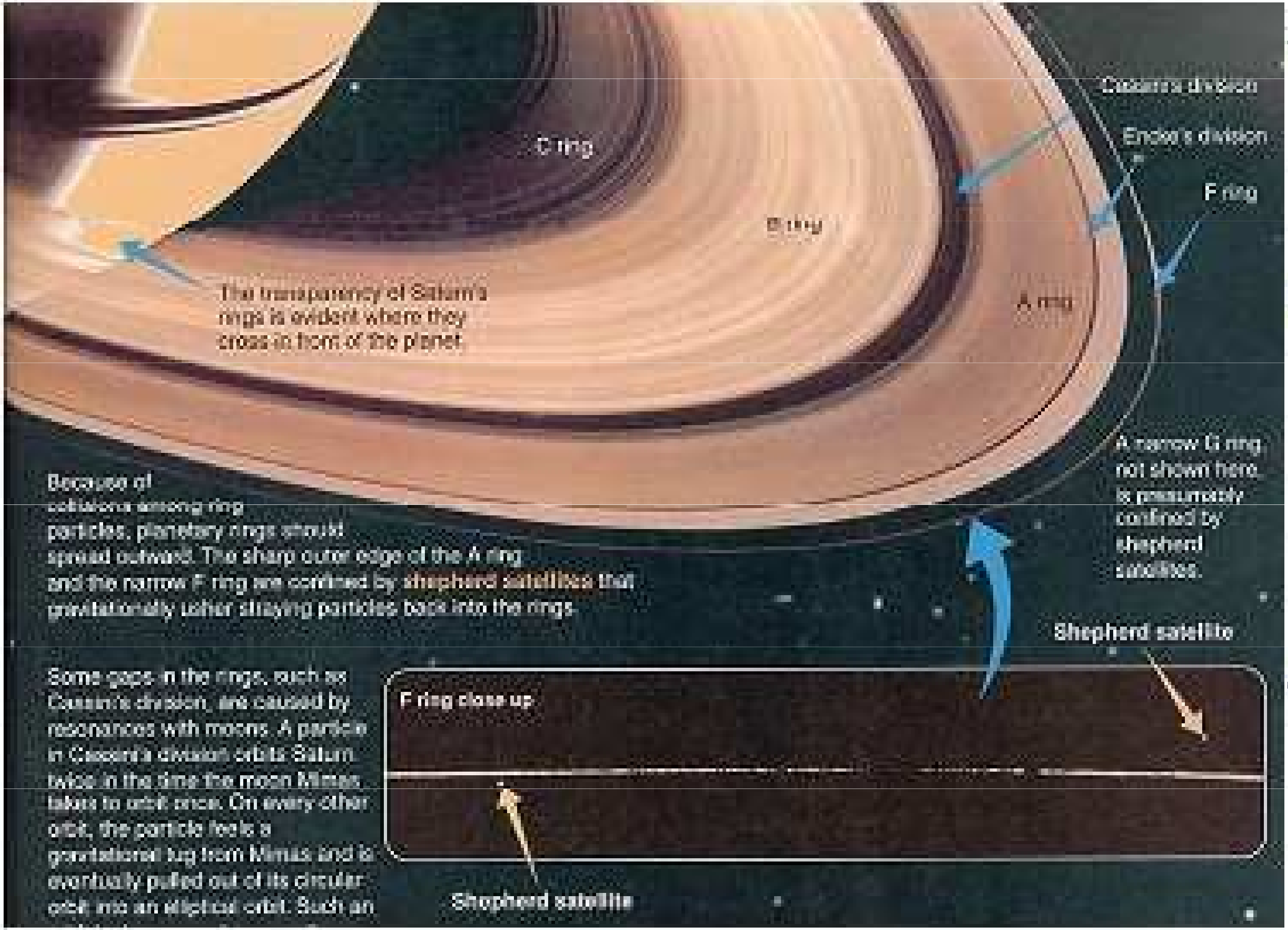
NASA Image of Saturn

Saturn is less well studied than Jupiter. Pioneer 2 and both Voyager spacecraft flew by, and right now Cassini is on its way.

Saturn – prstence



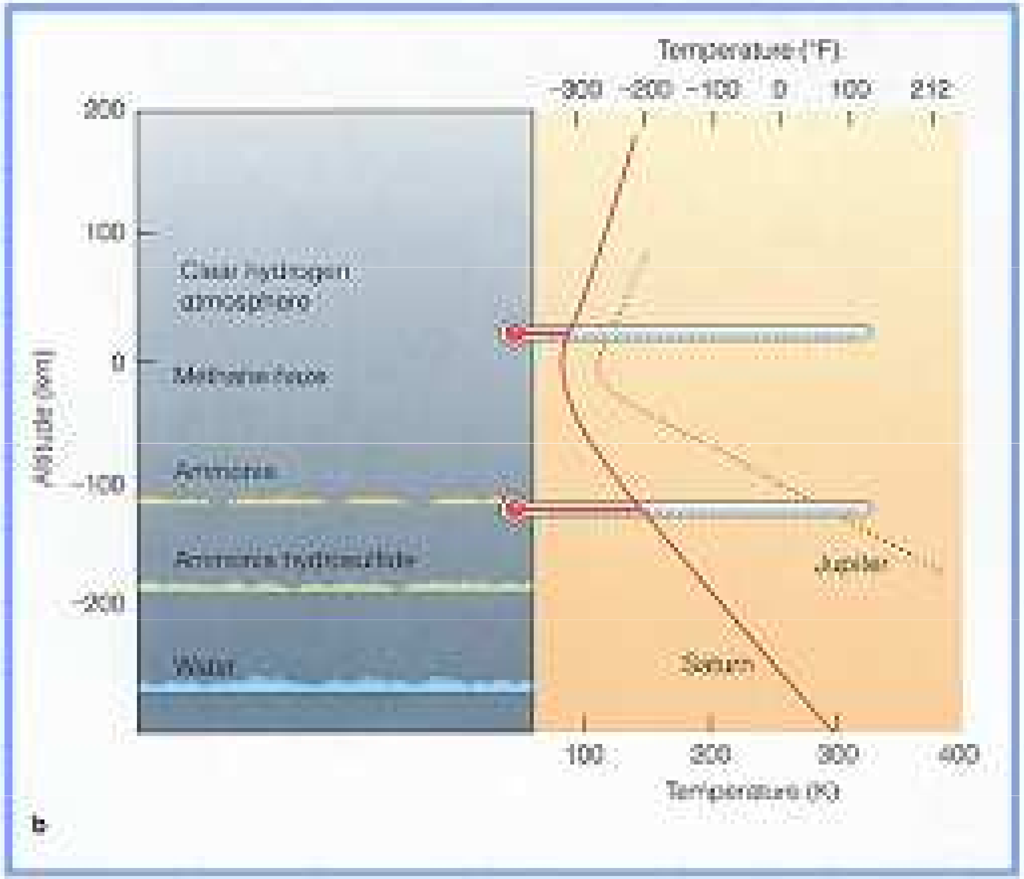
Saturn – atmosféra



- A & B rings
  - Smaller particles dominate
- C ring
  - Larger particles, less reflective (not well understood)
- Other features:
  - Thinner rings and gaps

Saturn – atmosféra

- Atmosphere is rich in hydrogen
- Contains belt-zone structure like Jupiter's
  - But distinctions between neighboring zones are less obvious than on Jupiter
- Atmosphere is much colder on Saturn, because it is farther from the Sun (received only 25% of the radiant energy that Jupiter receives)
  - Clouds on Saturn form at similar temperatures to those on Jupiter, but those temperatures occur deeper in Saturn's atmosphere, where the distinctions between neighboring clouds are less obvious
- Organized winds similar to Jupiter's, but at higher velocities of ~1000mph
- More detailed knowledge awaits the Cassini mission, beginning in 2004

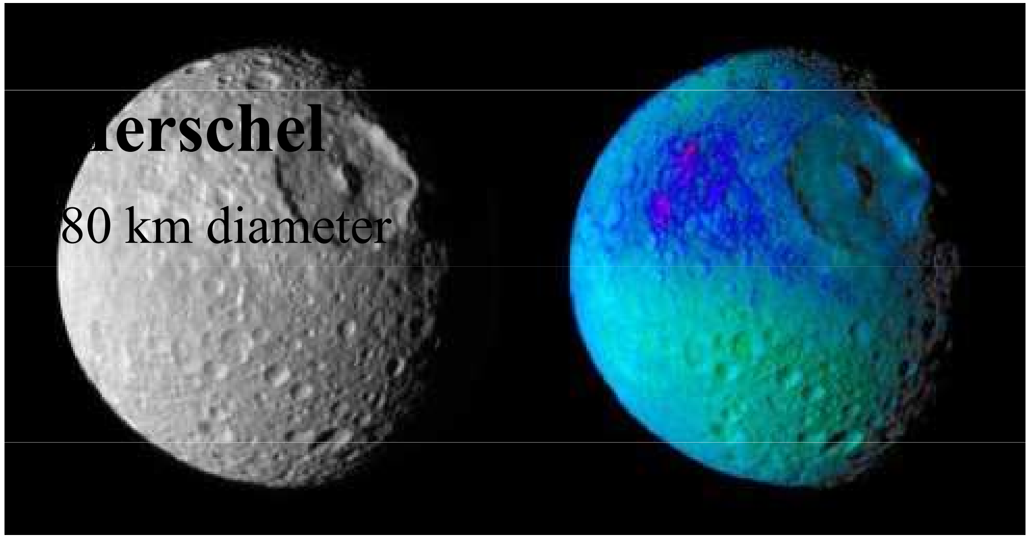


Saturn – polární záře



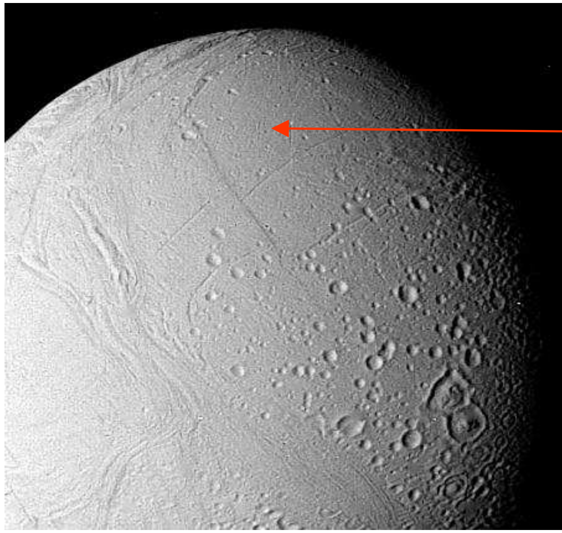
Měsíce Saturnu

malé < 500 km, neaktivní



Mimas *R*=196 km

malé, aktivní

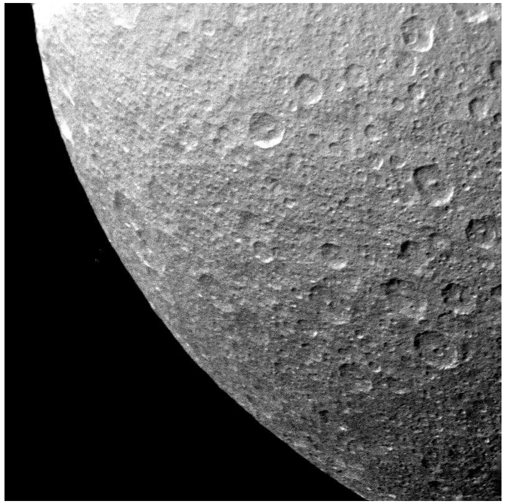


bez kráterů

Enceladus *R*=250 km

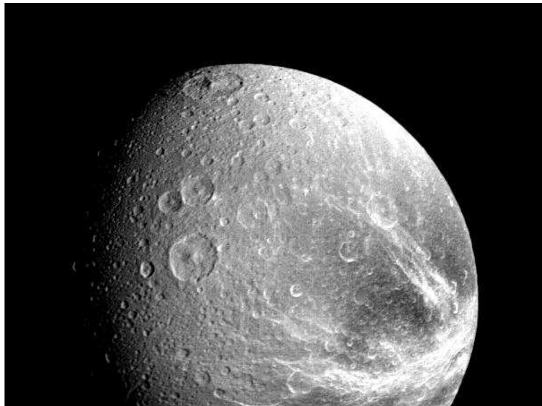


Iapetus *R*=718 km



Rhea *R*=764 km

střední, neaktivní



thys *R*=530 km

Dione *R*=560 k n



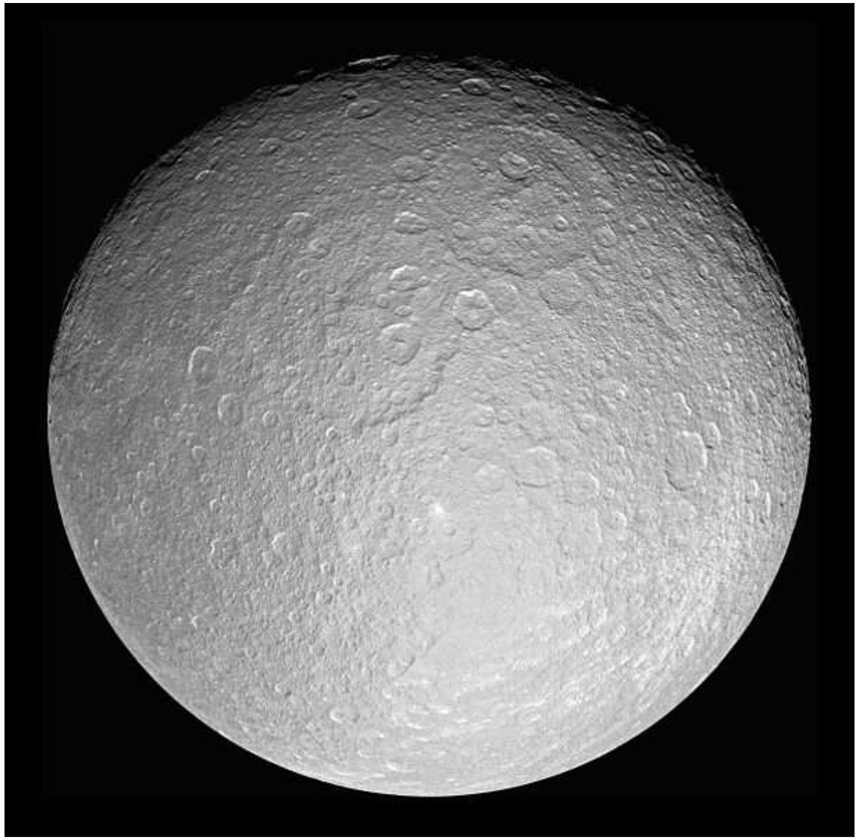
střední, aktivní

Měsíc Saturnu Mimas



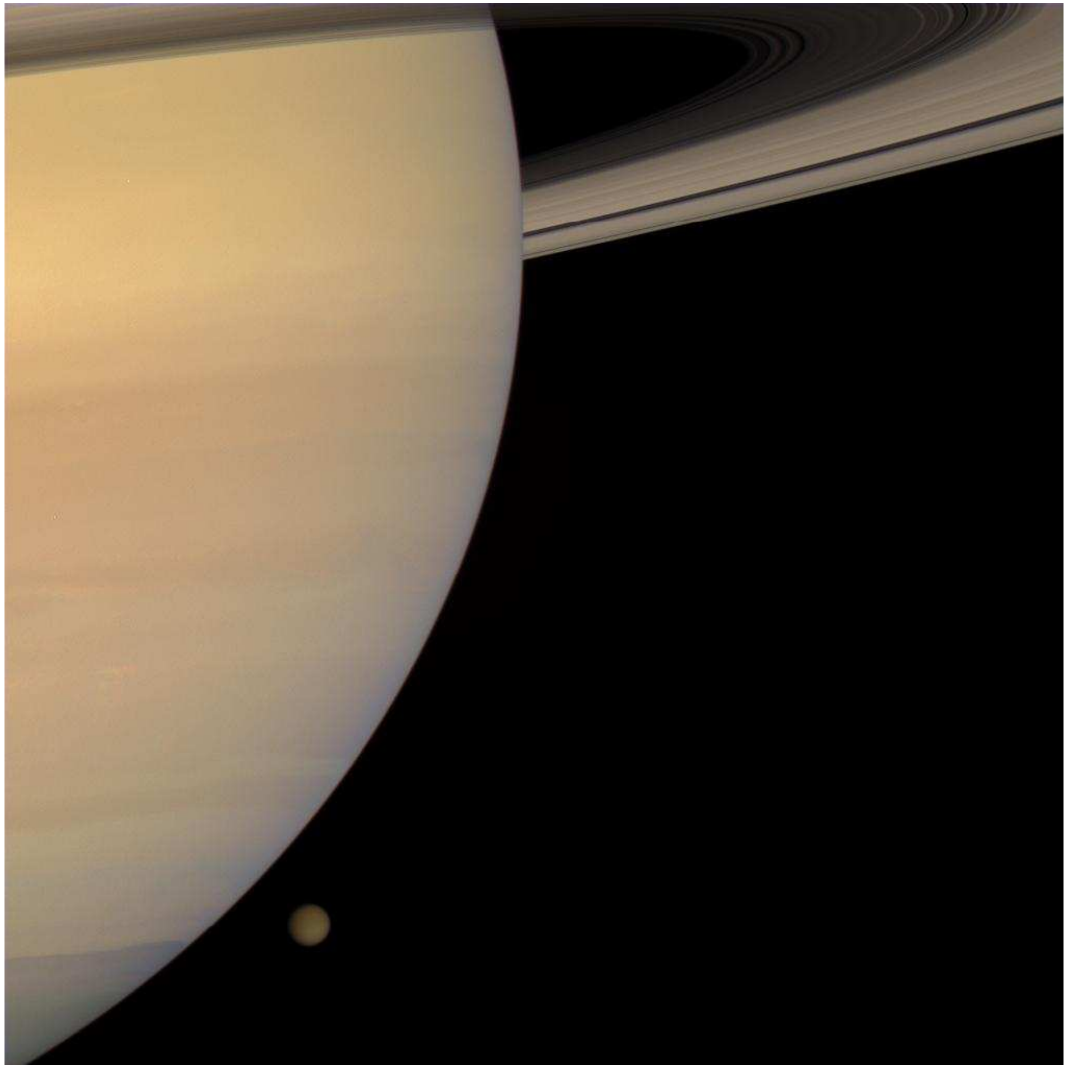
Figure 11.18: Mimas is the inner-most of the intermediate size moons of Saturn, and was not imaged from nearby by either Voyager. However, one huge crater, 130 km in diameter, is easily visible even in this low-resolution image. (Courtesy of NASA.)

Měsíc Saturna Rhea



druhý největší - 1 500 km

Titan



a = 1 221 870 km

P = 15,945 dne

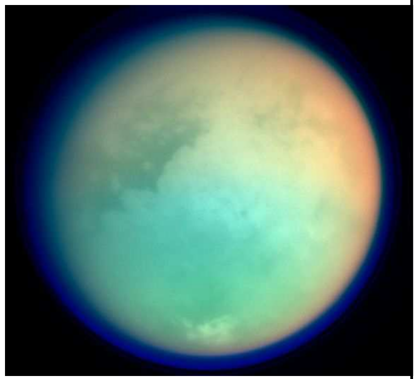
T ≈ 100 K

m = 1,3 . 10 ^{23} kg

R = 5 150 km

ρ = 1,9 . 10^{3} kg.m^{-3}

Význam studia Titanu



- Má tlustou atmosféru, unikátní mezi měsíci
- Je velký přibližně jako Merkur
- Opticky tlustý závoj – obtížně získat snímky povrchu
- Zajímavý astrobiologicky (uhlovodíky/organické)
- Předpovídán methanový “hydrologický cyklus”
- Současný výzkum – sonda *Cassini/* modul *Huygens*



Atmosféra Titanu

Coriolisovo zrychlení

$$2\omega v \sin\varphi = \frac{v^2}{r}$$

Parametr vnějšího vzhledu atmosféry – relativní velikost atmosférických vírů

$$\beta = \frac{r}{R_p} \qquad \beta = \frac{vT}{4\pi R_p}$$

Atmosféra Titanu



$$\beta = \frac{vT}{4\pi R_p}$$

Při v ≈ (50 – 100) $m.s^{-1}$, vzhled atmosféry planety určován její velikostí R_p a dobou rotace T

Země, Mars β ≈ 0,1

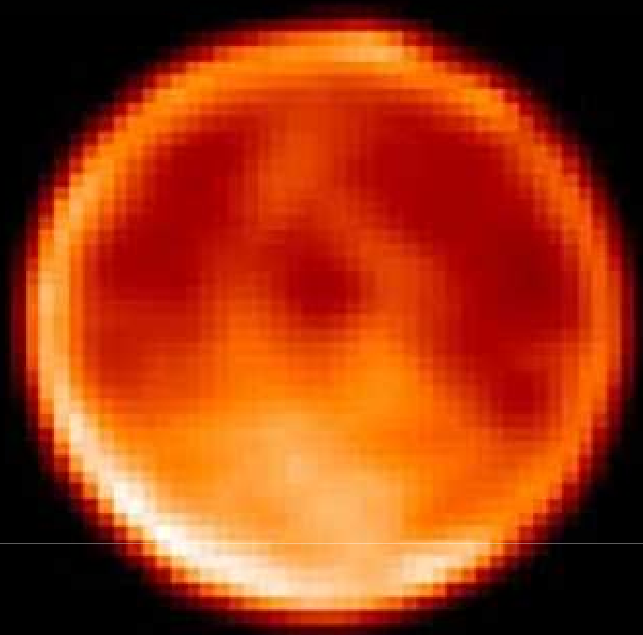
Velikost ≈ 1 000 km

Titan R_p = 5 150 km, T = 16 dnů β ≈ 2

Atmosféra Titanu

Titan

- Titan is often discussed with terrestrial planets because its atmosphere is thick and contains many of the same molecules
- Titan is dominated by N_2 which shows up in the UV spectrum as strong line emissions.
- There is also some CH_4, CO_2, CO and many hydrocarbons
- Unidentified molecular haze, possibly produced by photochemical processes.

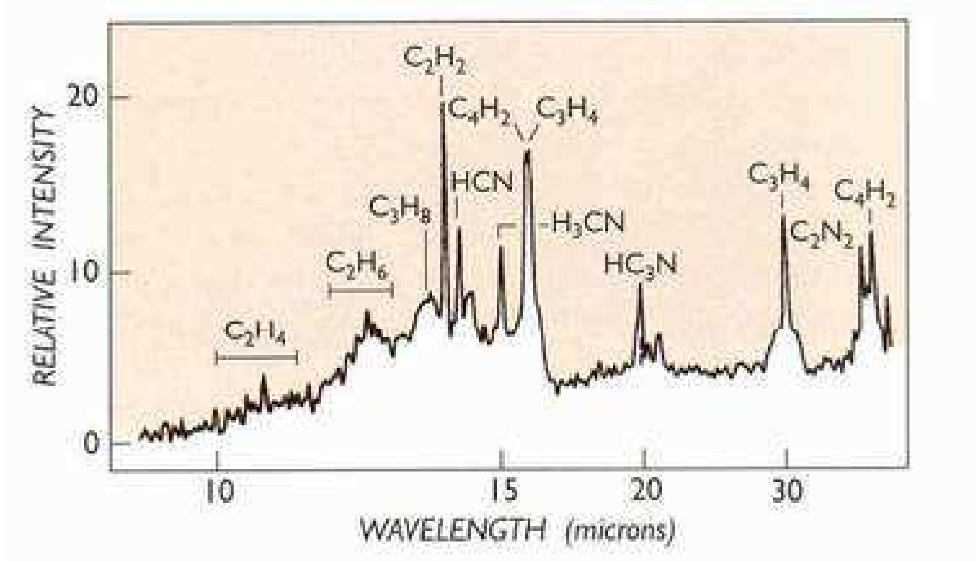


Keck adaptive optics image of Titan, Saturn's largest moon, obtained in infra-red light. The bright crescent at the southern rim (bottom of image) is due to scattering of sunlight by hazes in Titan's atmosphere. Titan's surface is thought to consist of highlands or continents made of ice. Some of the dark regions seen in the northern hemisphere may represent lakes or seas made of liquid hydrocarbons.

metan rozkládán slunečním zářením, průběžně uvolňován z nitra

Složení atmosféry Titanu

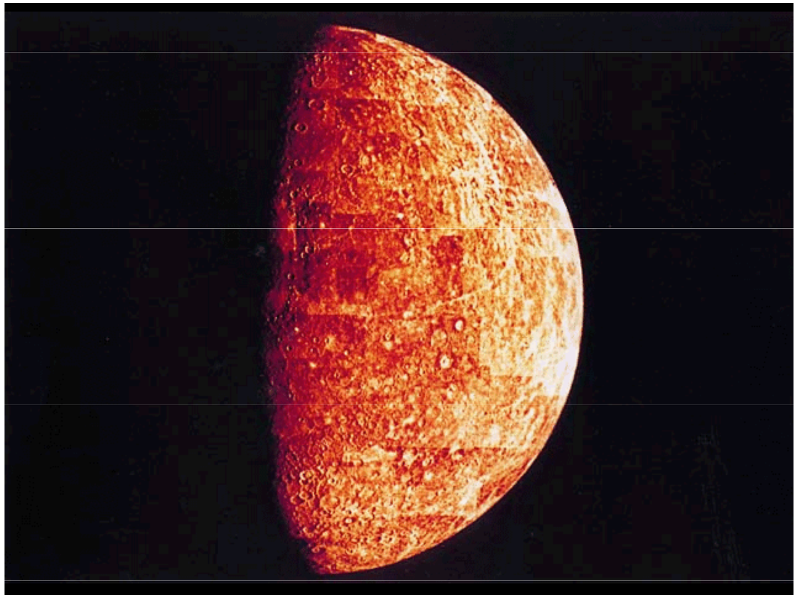
	Titan	Země
N_2	82-98 %	78%
CH_4	2-10 %	2 ppm
O_2	-	21%
CO_2	0.01 ppm	350 ppm
Ar	7 ppm	0.9%

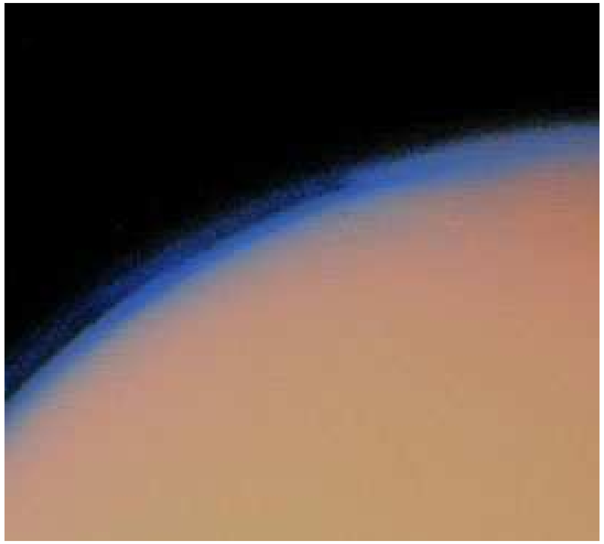


- Tlak na povrchu 1.5 bar, teplota 94 K, celková hmotnost atmosféry ~ dvojnásobek pozemské
- Různé organické molekuly, řádově ppm – parts per milion 10^{-6}
- Mlha se skládá z částic ~1 μm, kondenzáty metanu a další uhlovodíky
- Sluneční soustava C:N poměr 4-20:1. Na Zemi většina uhlíku je vázána v uhličitanech; kde je C uložen na Titanu?

Existence atmosfér těles ve Sluneční soustavě







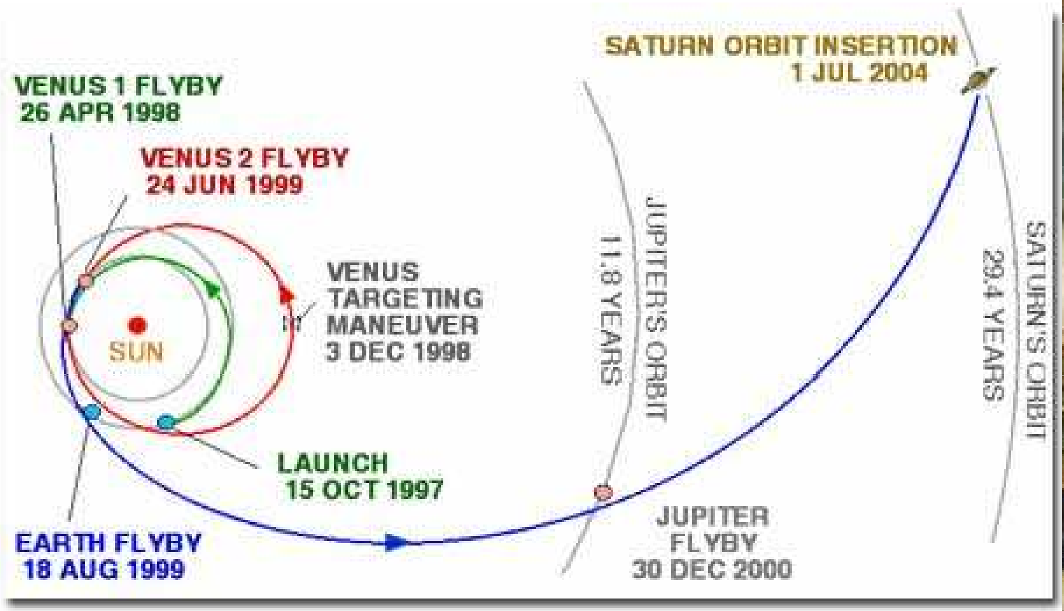
Porovnání hodnot únikové a střední kvadratické rychlosti

$$V_p = (2GM/R)^{1/2}$$

$$V_k = (3kT/m)^{1/2}$$

Sonda Cassini s modulem Huygens

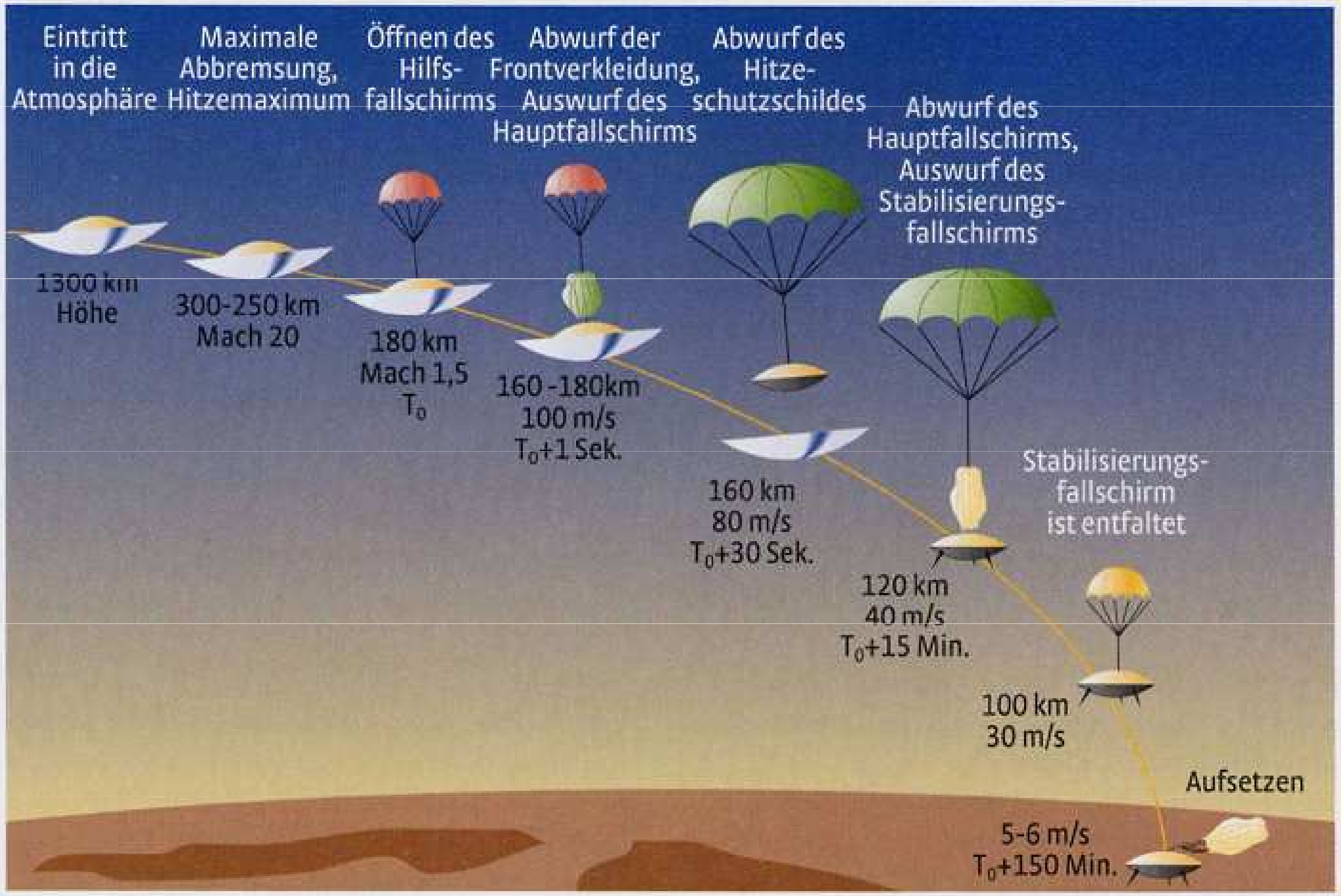
- **6 tun, plánována 1985 vypuštěna 1997,**
- **dráha – Venuše, Země**

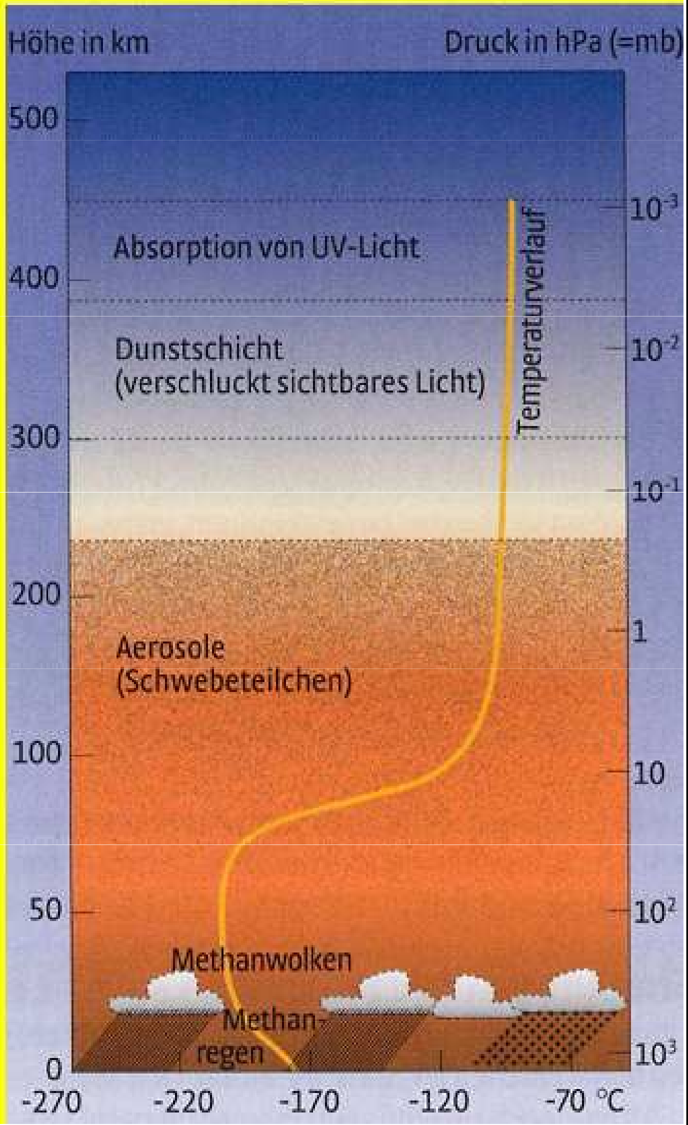




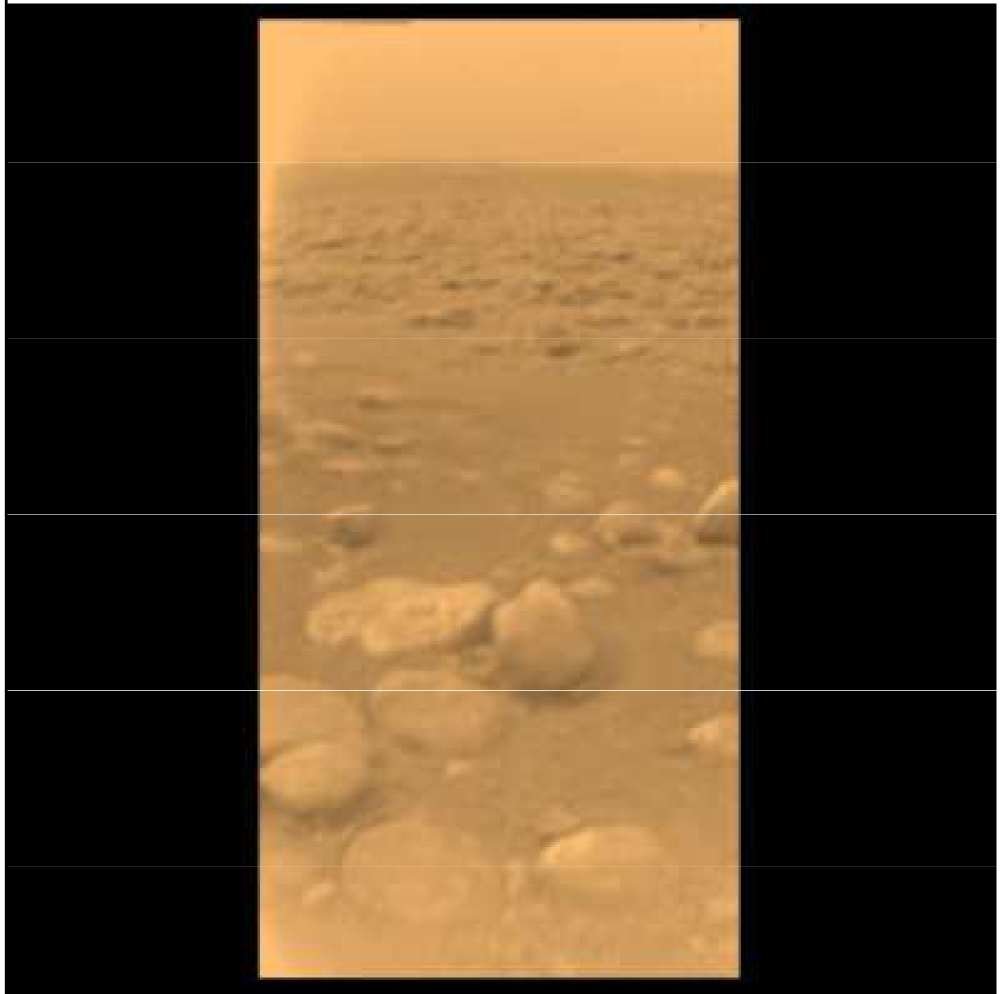
Modul Huygens na Titanu

Huygens auf Titan





Modul Huygens výsledky



Povrch připomíná řečiště řek na Zemi

Osvětlení oranžovou odpovídá situaci 10 minut po západu Slunce na Zemi

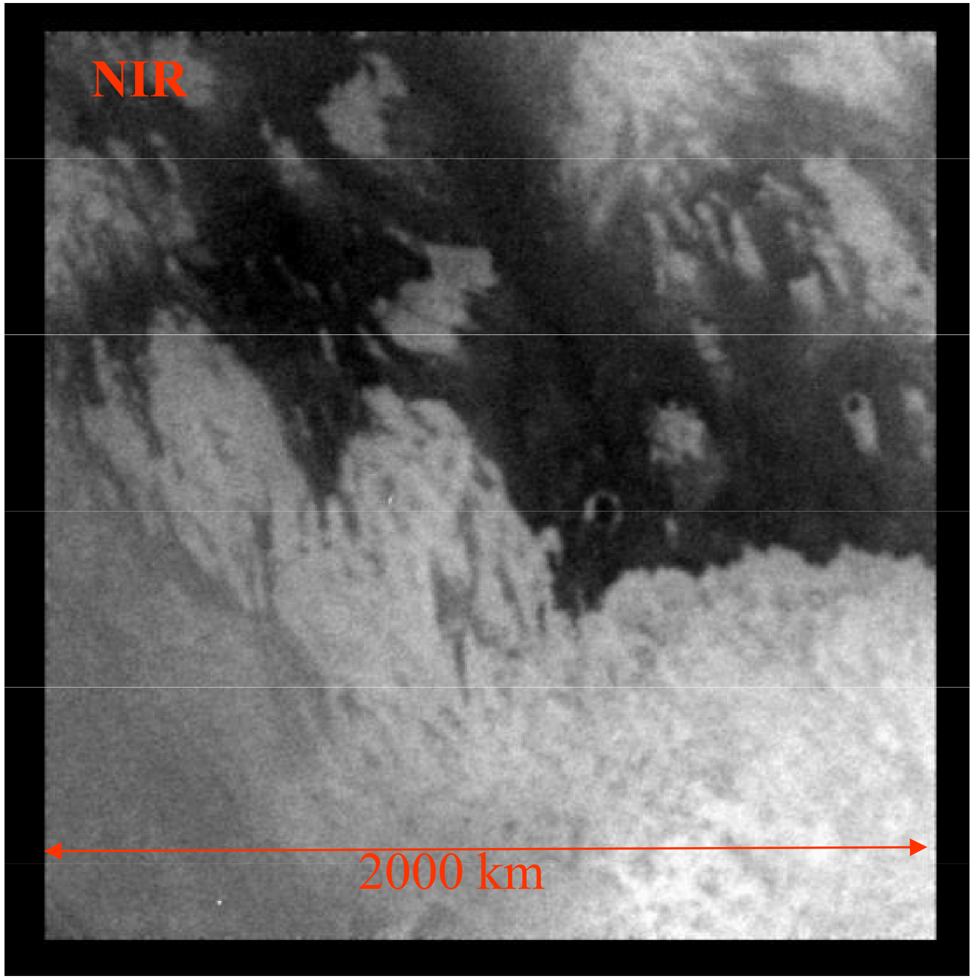
Slunce je 10krát menší než na Zemi, obdoba se světly auta ze vzdálenosti 150 m

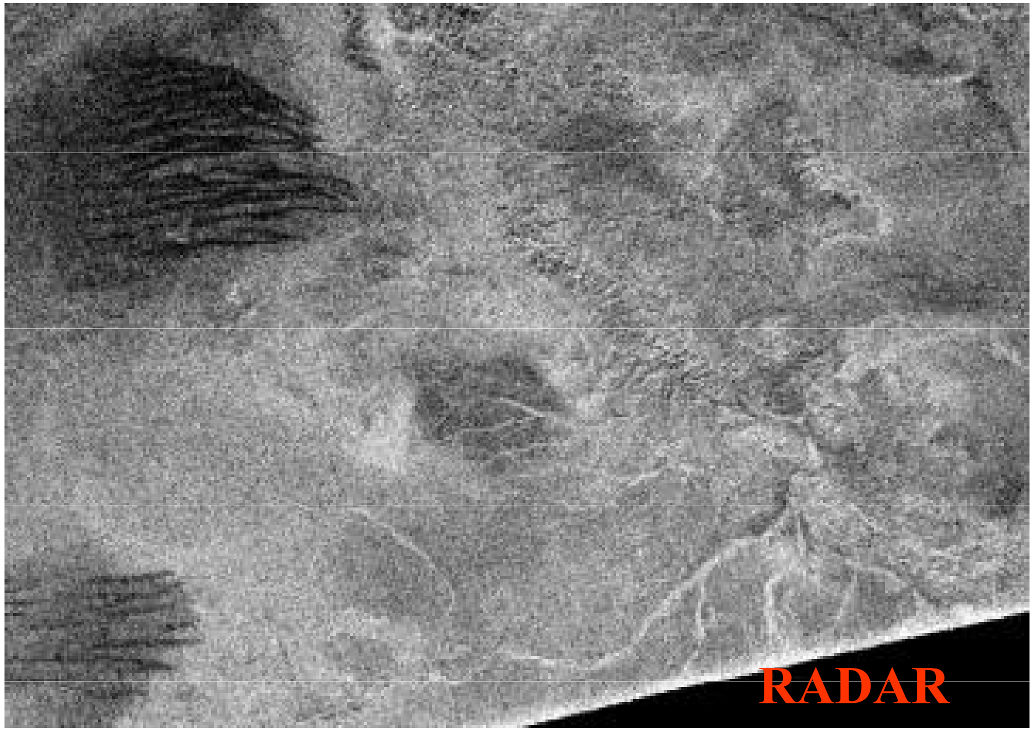
oblázky ~ 15 cm, povrch geologicky mladý, změny odrazivosti

stíny jsou tlumené - 90% světla je nepřímo rozptylováno

Sonda Cassini - výsledky

- **Dva druhy terénu – jasný & tmavý (na snímcích z radaru a NIR), korelace mezi oběma?**
- **Objev jezer o průměru stovek metrů**





snímek 600 km
nepřítomnost kanálů a škrábanců

Charakteristiky Uranu

Datafile Uranus

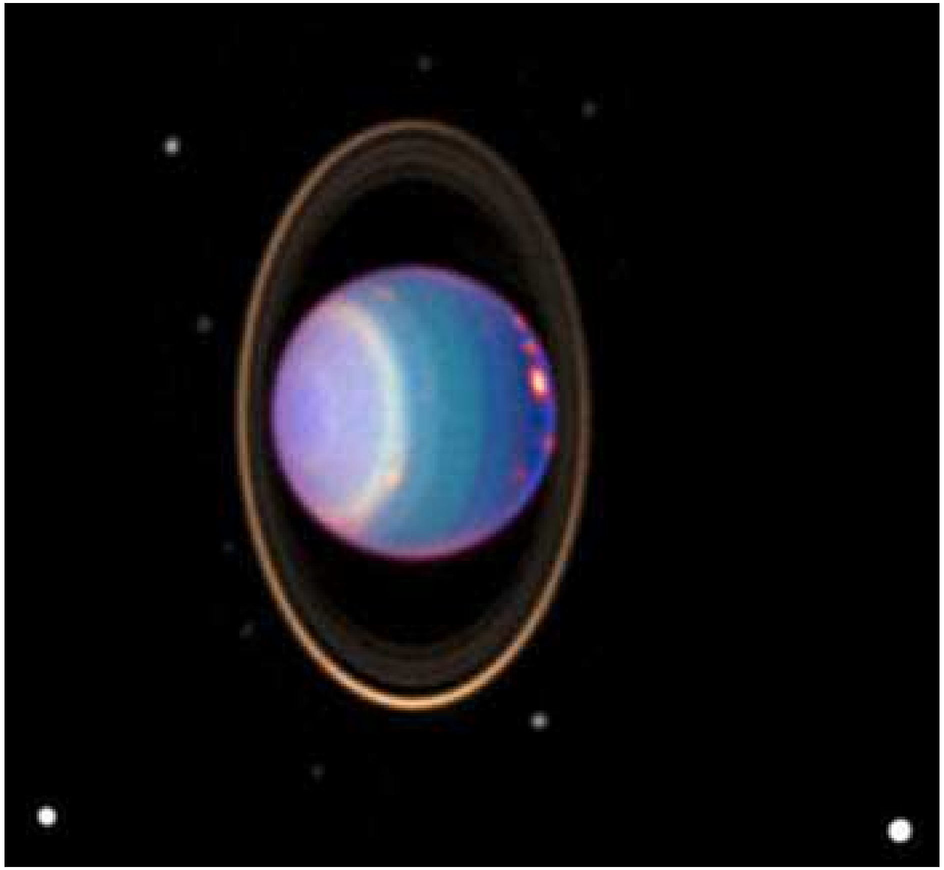
Ave distance from Sun	19.18 AU
Eccentricity of Orbit	0.0461
Max Distance	20.1 AU
Min Distance	18.3 AU
Inclination of Orbit	0.75°
Ave Orbit Velocity	6.8 km/s
Orbit Period	84.0 years
Rotation Period	17^h14^m
Inclination of Equator	97.9°
Diameter	51,118 km (4.01 Earth's)
Mass	14.54 Earth's
Ave Density	1.29 g/cm³
Surface Gravity	0.919 Earth's
Escape Velocity	1.96 Earth's
Surface Temp	-220°C (cloud tops)
Albedo	0.35



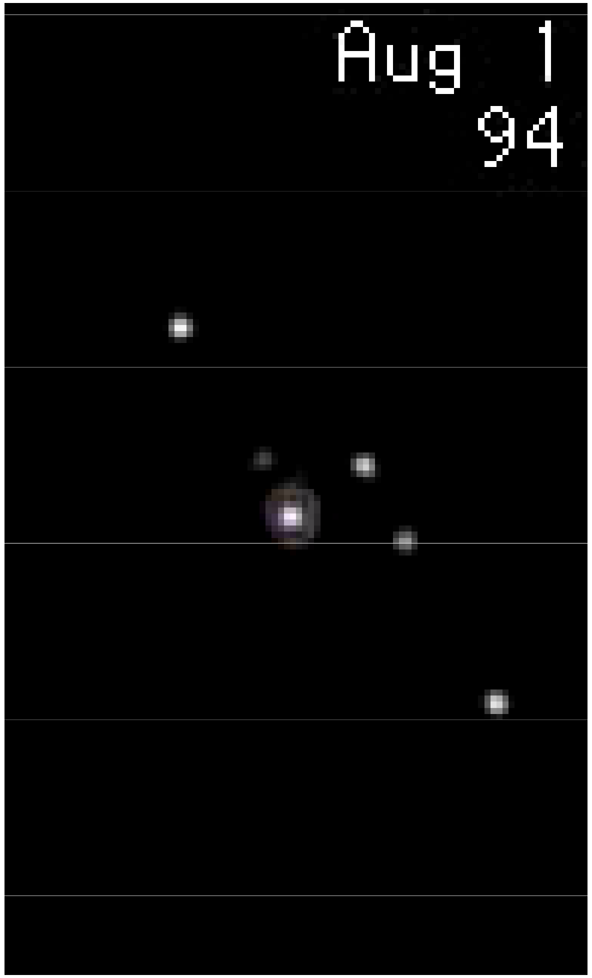
Voyager 2 Image of Uranus

Uranus is even less well studied than Saturn. The Voyager 2 spacecraft flew by in 1986, taking measurements with its 11 instruments. This together with Earth-based observations feed our knowledge pool about the planet.

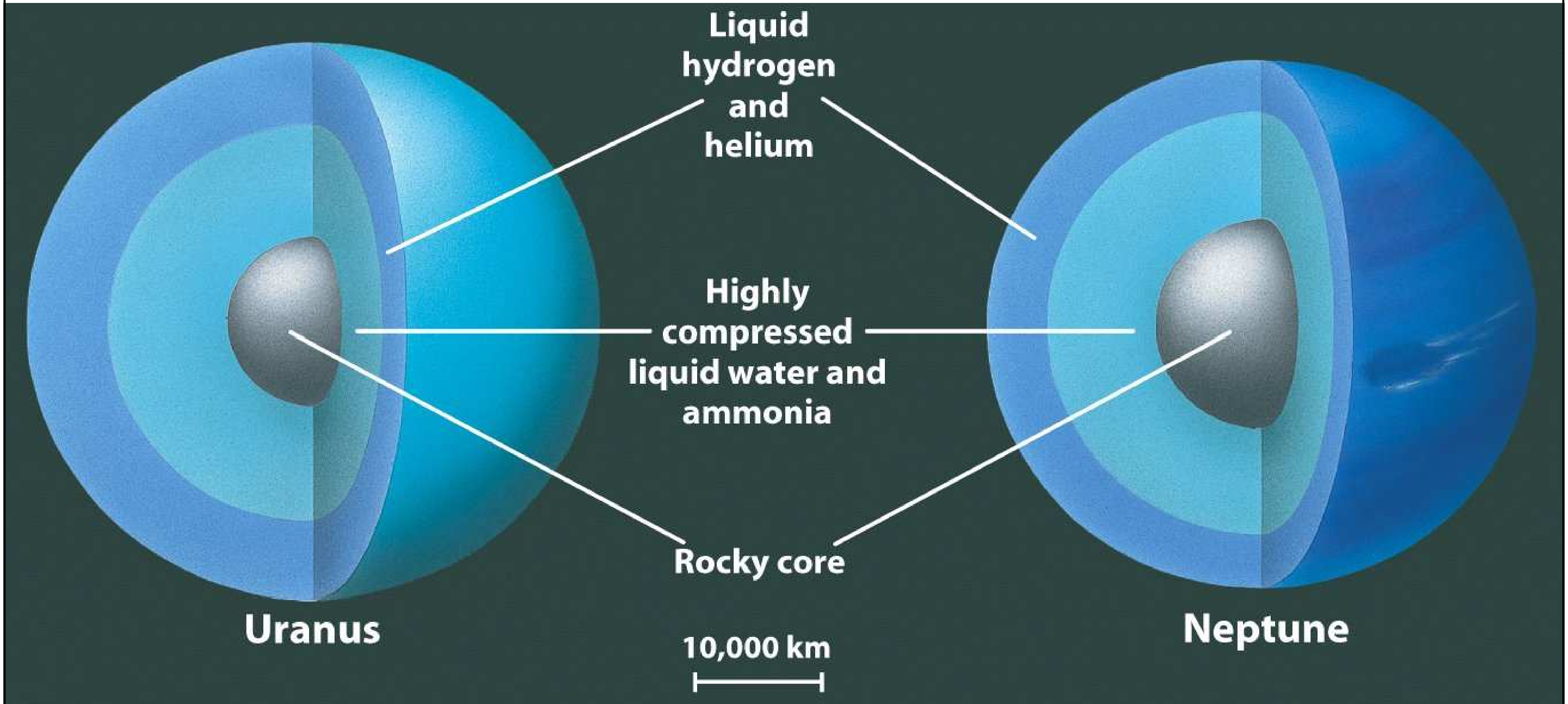
Prstenec Uranu



Měsíce Uranu



Stavba nitra Uranu a Neptunu



Charakteristiky Neptunu

Datafile Neptune

Ave distance from Sun	30.06 AU
Eccentricity of Orbit	0.0100
Max Distance	30.4 AU
Min Distance	29.8 AU
Inclination of Orbit	1.75°
Ave Orbit Velocity	5.43 km/s
Orbit Period	164.8 years
Rotation Period	16^h3^m
Inclination of Equator	28.8°
Diameter	49,500 km (3.93 Earth's)
Mass	17.23 Earth's
Ave Density	1.66 g/cm^3
Surface Gravity	1.19 Earth's
Escape Velocity	2.2 Earth's
Surface Temp	-218°C (cloud tops)
Albedo	0.35



Voyager 2 Image of Neptune

The Voyager 2 spacecraft flew by in 1989, taking measurements with its 11 instruments. At the time a giant storm system- the great dark spot- was underway in Neptune's atmosphere.

Neptun

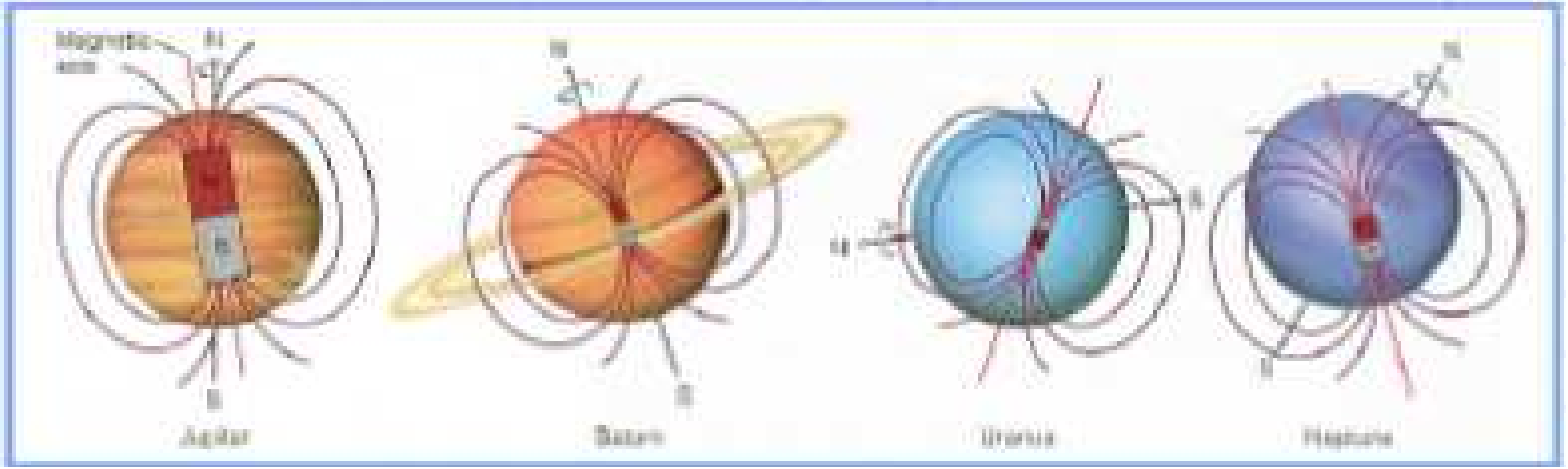


Magnetická pole plynných obrů

Neptune's Magnetic Field

- Voyager 2 detected a magnetic field that is ~50% as strong as Earth's field (so comparable to Uranus' field)

- Neptune's magnetic field is very likley not generated in the core of the planet
  - It is postulated that the magnetic field arises from dynamo action nearer the surface of the planet- perhaps in a liquid water layer with dissolved methane and ammonia (make a good conductor)
  - Neptune's field is tilted 47° with respect to the axis of rotation, and the field center is offset 55% from the center of the planet



Prstence Neptunu

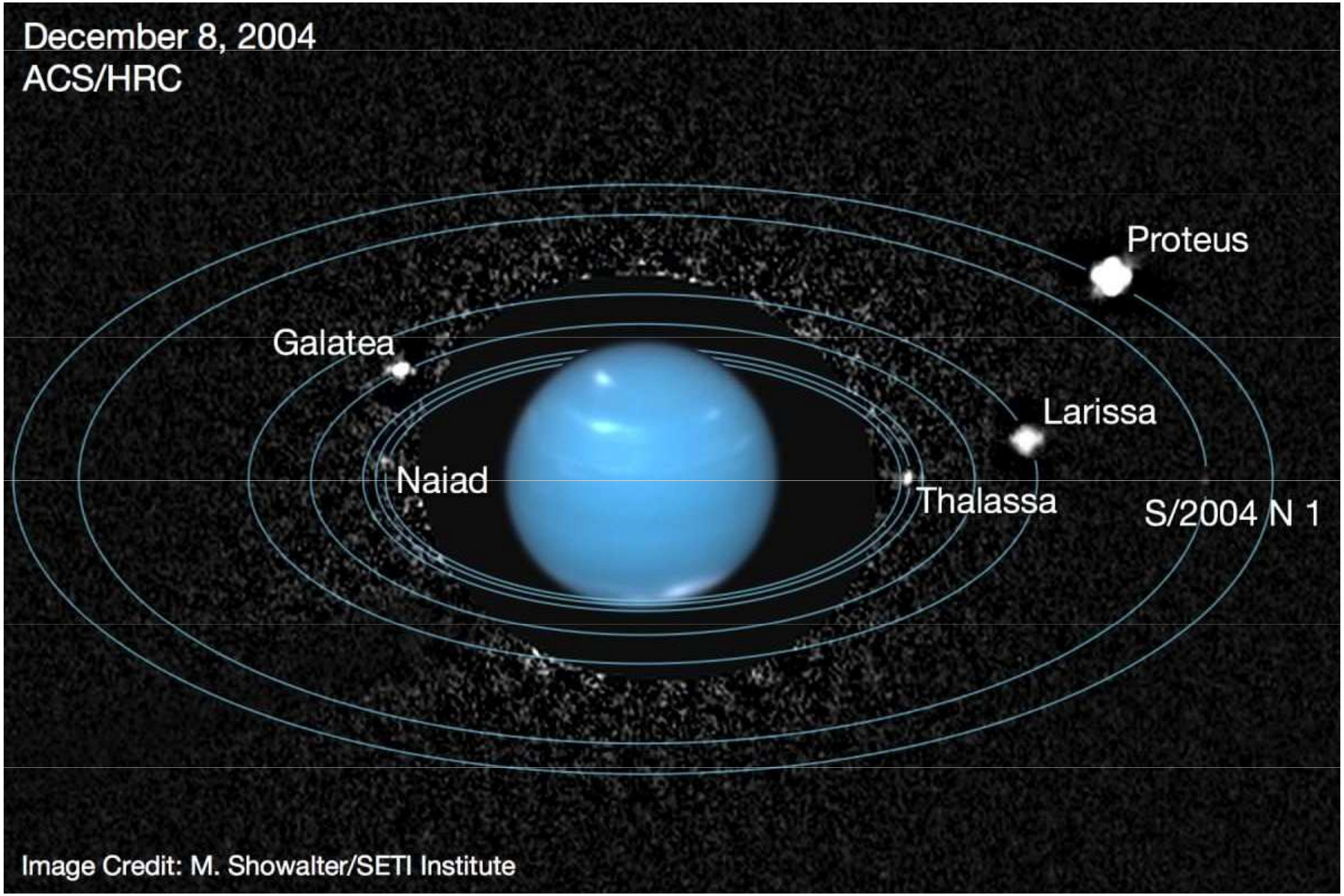
The Rings

- Neptune also has a ring system
  - Particles in the rings are dark and non-reflective much like in Uranus' rings
  - The were verified by Voyager 2
  - Tiny particles or dust appears to be much more prevalent in Neptune's rings than in Uranus' rings
  - These thin rings (named for Adams, LeVerrier and Galle) have associated shepherd satellites, as we have come to expect in planetary ring systems
  - Ring particles dissipate over time, and so they must be replenished by cometary encounters with the planets and the moons

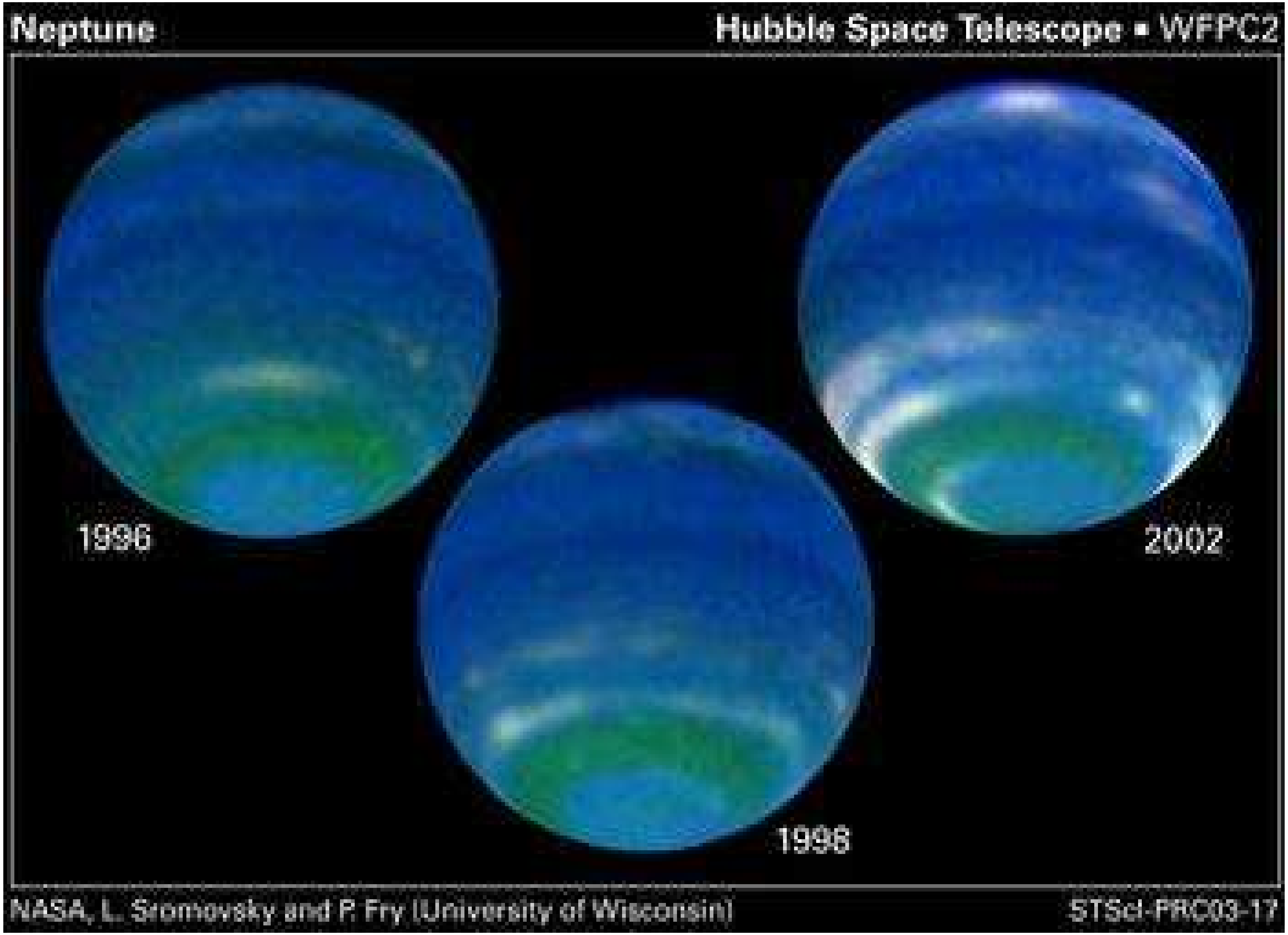


Neptune's rings are similar in character to Uranus' rings

Prstence a měsíce Neptunu

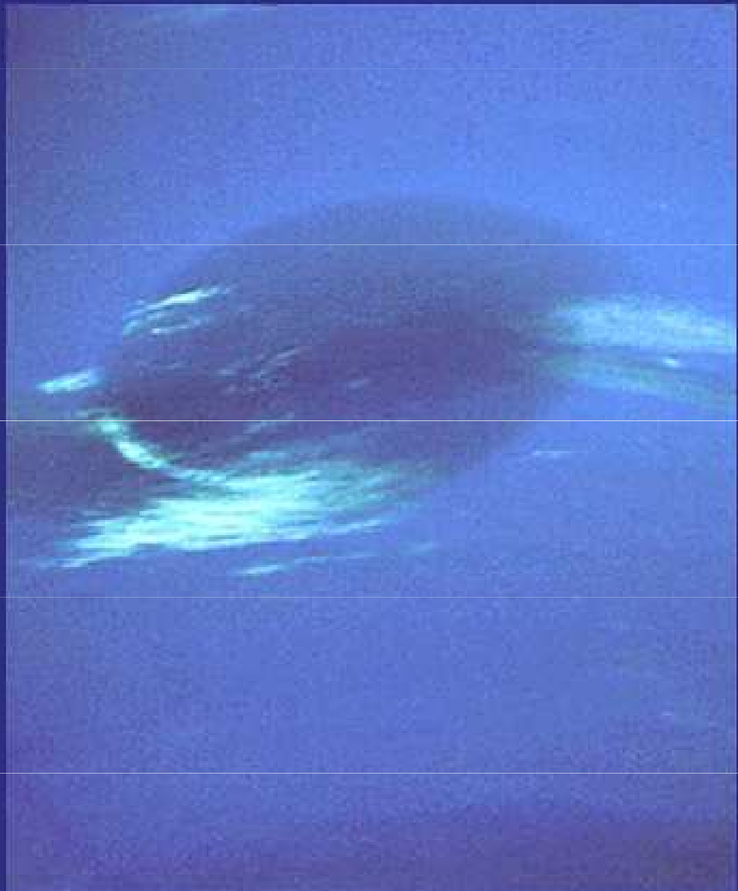


Změny vzhledu Neptunu



Tmavá skvrna na Neptunu

The dark spot on Neptune



Neptune's blue color is largely the result of absorption of red light by methane in the atmosphere but there is some additional as-yet-unidentified chromophore which gives the clouds their rich blue tint. At the time of the Voyager encounter, Neptune's most prominent feature was the **Great Dark Spot** (left) in the southern hemisphere. It was about half the size as Jupiter's Red Spot. Neptune's winds blew the Great Dark Spot westward at 300 meters/second

Pluto

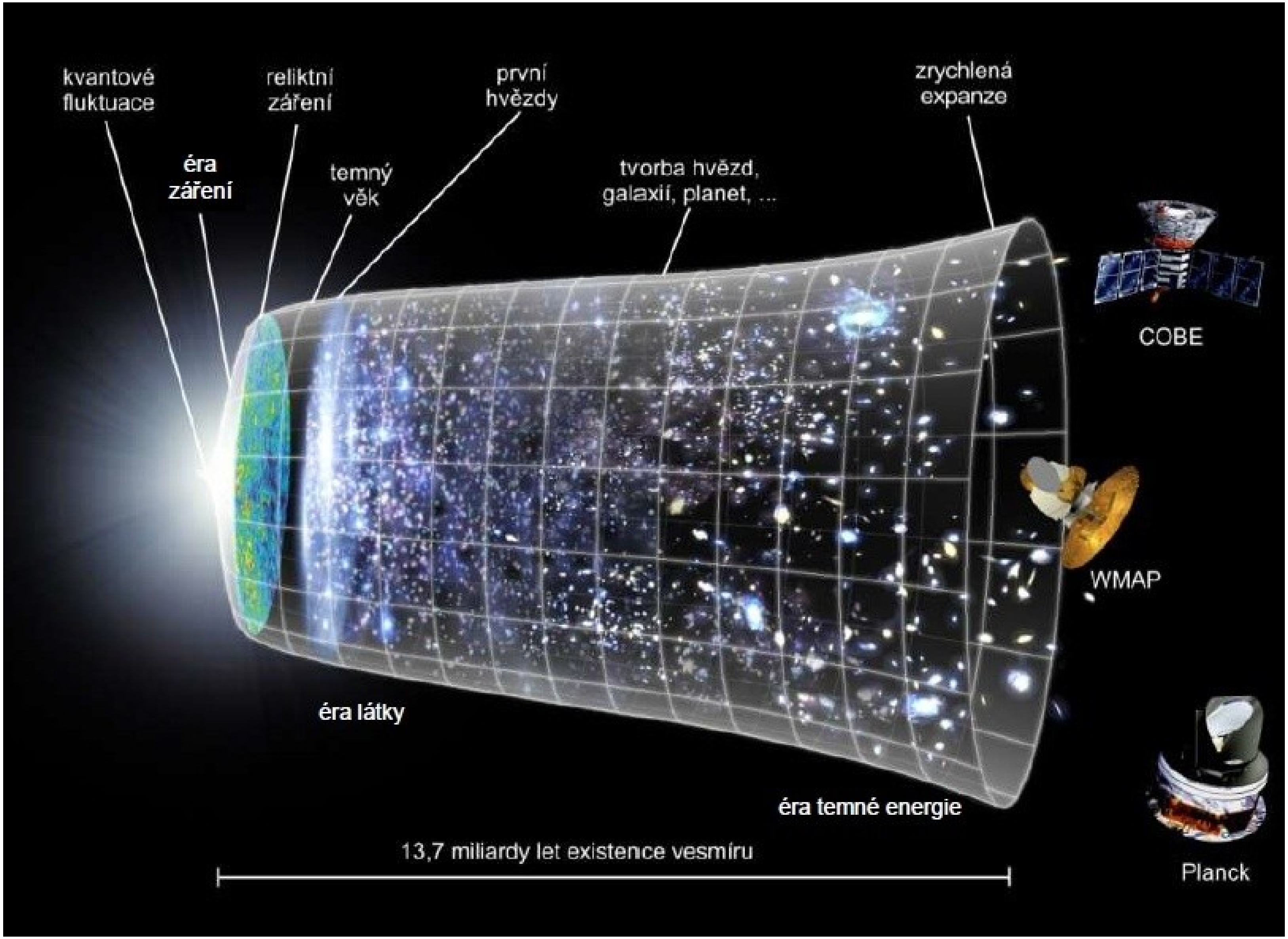
esa

www.spacetelescope.org

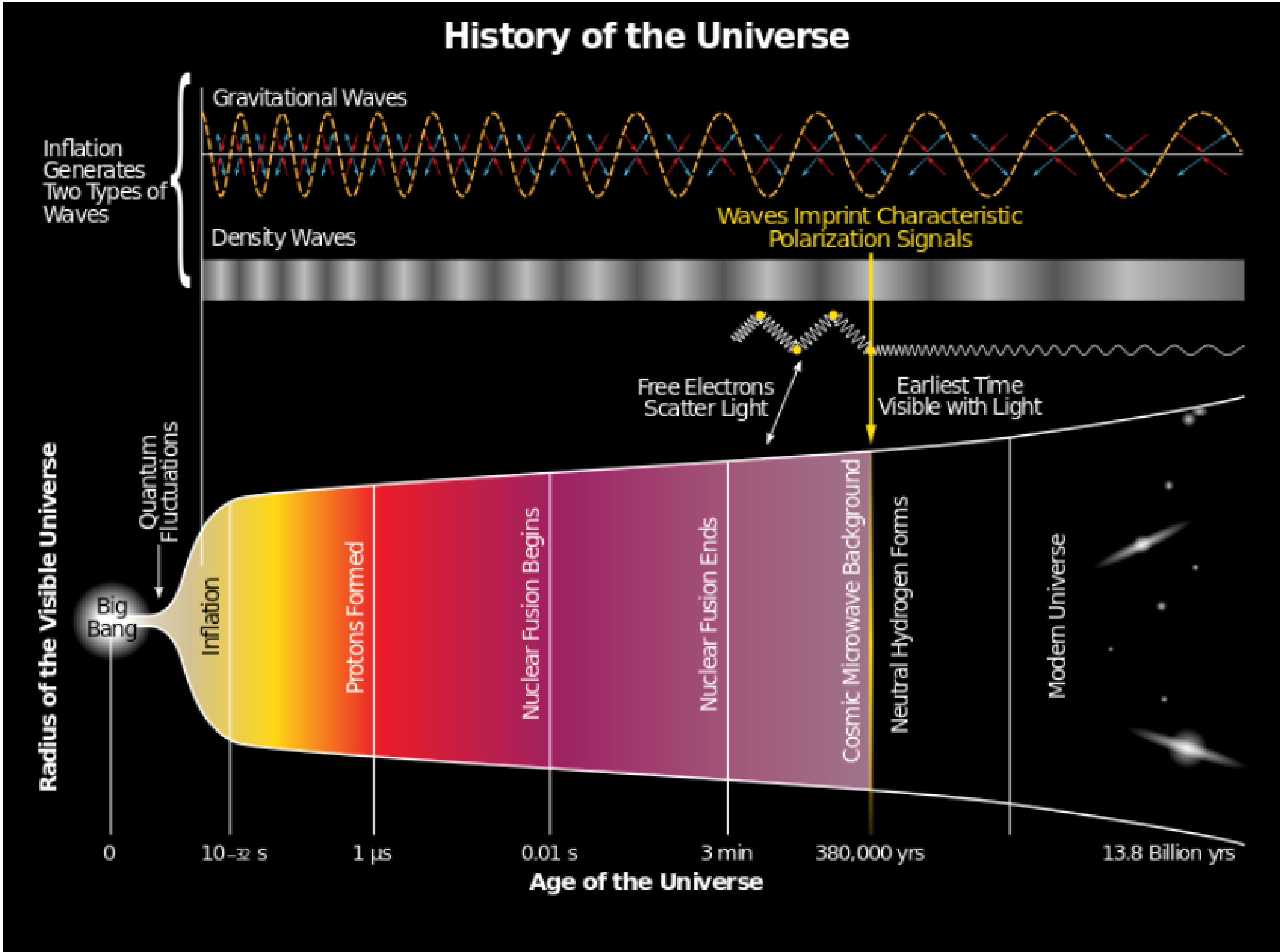
Člověk přemýšlející o vesmíru



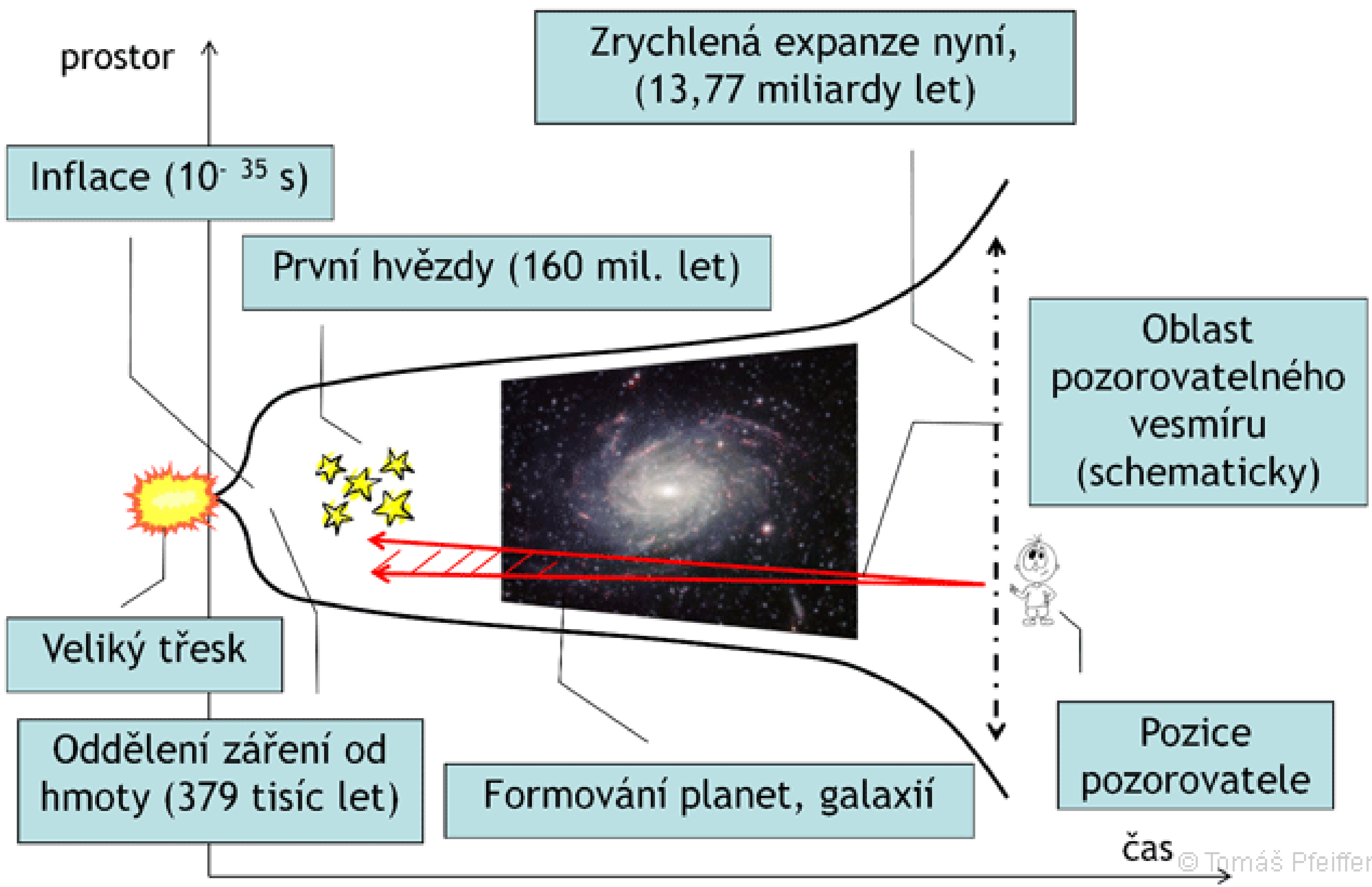
Vývoj vesmíru



Vývoj vesmíru



Vývoj vesmíru



Časová historie vývoje vesmíru

History of the universe

$R(t)$	t since BB	T[K] [K]	ρ_{matter} [g cm^{-3}]	Major Events
	10^{-42}	10^{30}		Planck era, "begin of physics"
	$10^{-40...-30}$	10^{25}		Inflation (IMPLIES $\Omega = 1$)
10^{-13}	$\sim 10^{-5}$ s	$\sim 10^{13}$	$\sim 10^{9}$	generation of p-p^{-}, and baryon anti-baryon pairs from radiation background
3×10^{-9}	1 min	10^{10}	0.03	generation of e^{-}-e^{+} pairs out of radiation background
10^{-9}	10 min	3×10^{9}	10^{-3}	nucleosynthesis
$10^{-4} \ldots 10^{-3}$	$10^{6...7}$ yr	$10^{3...4}$	$10^{-21...-18}$	End of radiation dominated epoch
7×10^{-4}	380000 yr	4000	10^{-20}	Hydrogen recombines, decoupling of matter and radiation
	200×10^{6} yr			first stars formed
1	13.7×10^{9} yr	3	10^{-30}	now

Vývoj vesmíru

do 10^{-43} s – Planckova epocha

není jednotný popis, více teorií;
všechny fyzikální interakce jsou spojeny v jediné univerzální

10^{-43} – 10^{-36} s – epocha velkého sjednocení

vesmír chladne a rozpíná se; oddělení gravitační interakce

10^{-36} – 10^{-12} s – elektroslabá epocha

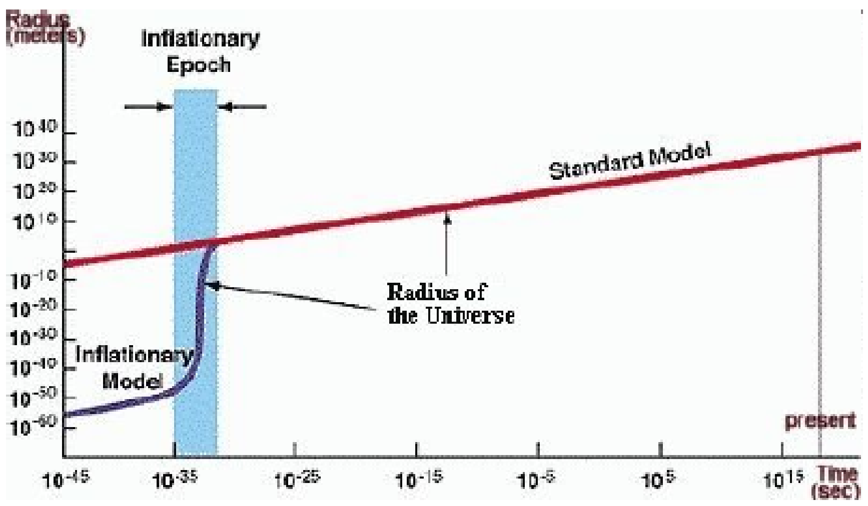
začíná oddělením elektroslabé a silné interakce, měly by vzniknout mg. monopóly – nepozorují se -> vyřešeno zavedením inflace
v inflačním modelu konec epochy v čase 10^{-32} s

cca 10^{-36} - 10^{-32} – inflační epocha

překotné rozepnutí/nafouknutí vesmíru (inflace vesmíru) – zvětšení objemu vesmíru o nejméně 78 řádů! (1980 Alan Guth, 1981 Katsuhiko Sato; později Andrej Linde a Paul Steinhardt)
příčina? - odpudivé gravitační síly vyvolané působením záporného tlaku vakua.
Souběžně s nafukováním vznikala ve vesmíru i nová hmota
na konci: ve vesmíru kvark-gluonové plazma
řeší nedostatky standardního modelu

baryogeneze - tvorba baryonů:

nevysvětlená nerovnováha
hmota - anti-hmota



Vývoj vesmíru

Vývoj vesmíru

počáteční singularita, $\rho \uparrow$

éra záření ... fáze vývoje, kdy záření určovalo dynamiku vývoje vesmíru

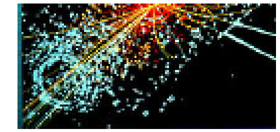
hustota energie ve formě záření $w_r \sim R^{-4}$ $\quad R^{-3} \cdot R^{-1}$

záření i látka v tepelné rovnováze

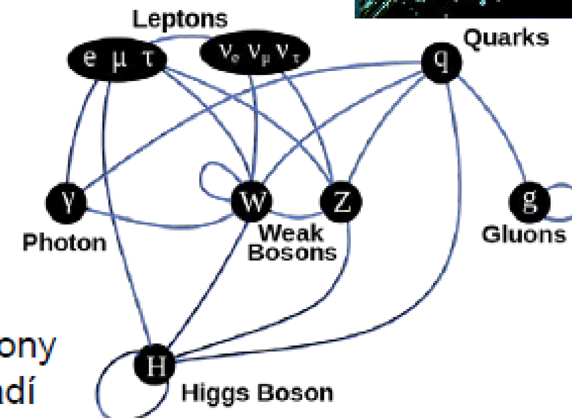
rovnovážné záření černého tělesa

éra látky ... hustota látky dosáhla hustoty hmoty ve formě záření

Vývoj raného vesmíru



méně spekulací, více fyzikálního zdůvodnění;
supersymetrie vlastností vesmíru => pak porušení při energii > 1 TeV



10^{-12} -10^{-6} s - kvarková éra

všechny interakce odděleny; formují se částice, ale teplota příliš vysoká, aby se kvarky spojily v hadrony

10^{-6} - 1 s - hadronová éra

tvoří se hadrony (protony, neutrony); oddělily se neutrony – volně putují vesmírem => kosmické neutrinové pozadí (obdoba mikrovlnného pozadí, reliktního záření – uvolněno později)
na konci – většina hadronů a antihadronů anihilovala

1 – 10 s – leptonová éra

ve vesmíru dominovaly leptony a anti-leptony;
na konci – konec tvorby nových párů lepton-antilepton, většina stávajících anihilovala, zůstal jen malý zbytek leptonů; vesmír byl neprůhledný (rozptyl na volných elektronech);

10 s – 380 000 let – fotonová éra

většina energie vesmíru ve fotonech, které interagovaly s protony, elektrony a event. jádry, na konci - oddělení záření od látky – vznik reliktního záření; před tím vesmír **zcela** neprůhledný, hustota 2.10^9 větší, teplota 3 000 K; ve vesmíru zárodky kup galaxií a buněčné struktury

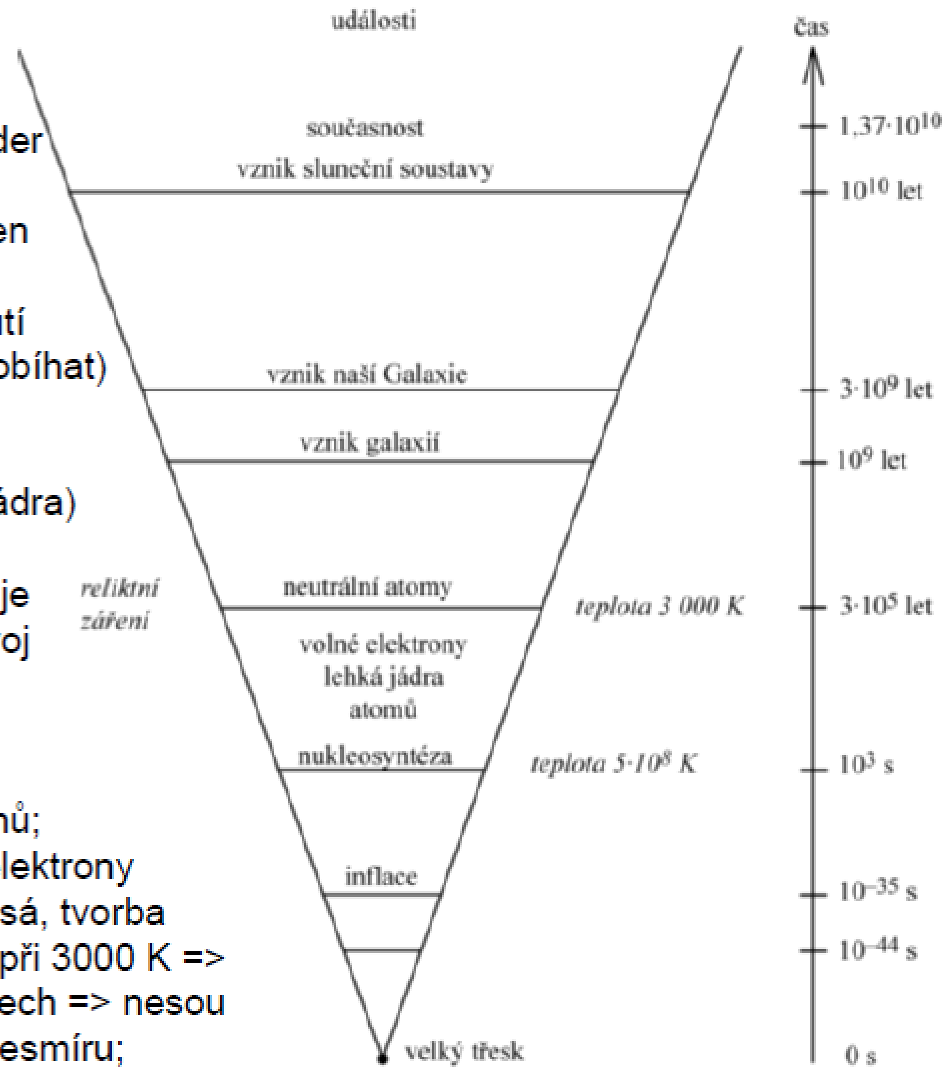
Vývoj vesmíru

Fotonová éra

Nukleosyntéza *(3 min - 20 min)*
během fotonové éry tvorba atomových jader až po He^4, kde skončila většina neutronů
hmotnostně 3x více H než He, ostatní – jen stopové množství
konec jaderného vývoje: chladnutí a řídnutí velmi rychlé (jaderné reakce nemohou probíhat)

Převaha hmoty (70 000 let)
hustota nerelativistické hmoty (atomová jádra) = hustotě relativistického záření (fotony);
vytvářejí se malé struktury hmoty, dominuje chladná temná hmota – její chování a vývoj není jednoznačně popsán

Rekombinace: cca 377 000 let
na počátku H, He ionizovány, bez elektronů;
vesmír se rozpínal => řídl a chladnul => elektrony zachytávány ionty => hustota vesmíru klesá, tvorba neutrálních atomů H a He (rekombinace) při 3000 K =>
fotony se naposledy rozptýlily na elektronech => nesou informaci o tehdejším rozdělení látky ve vesmíru;
fotony mohou volně cestovat =>
vesmír zprůhledněl! = oddělení záření od látky
reliktní záření = otisk tehdejšího vesmíru!



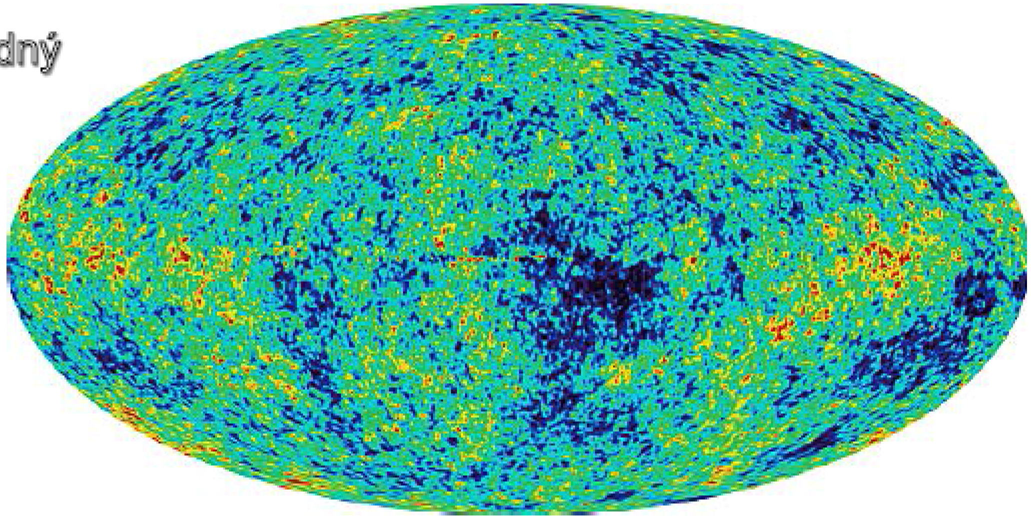
Vývoj vesmíru

Konec fotonové éry

stav: volně se pohybující elektrony zachyceny atomovými jádry =>
vesmír průhledný pro záření (neutrální atomy pohlcují a rozptylují záření podstatně méně než volné elektrony) => oddělení fotonů a látky => počátek samostatné existence *reliktního záření*

reliktní záření - ze všech směrů téměř rovnoměrně, ale…
COBE, WMAP, Planck - odchylky od izotropie => už v raném vesmíru zárodečné chuchvalce látky => z nich houbovitá struktura (vlákna a stěny galaxií); překotný vznik *protogalaxií* – v nich hvězdy první generace - začátek jejich relativně pomalého vývoje

na konci fotonové éry:
vesmír průhledný ale prázdný
– nejsou zdroje záření!



Inflační fáze vesmíru

průběh inflace → vznik velkého počtu částic na úkor prohlubující se záporné gravitační energie, výsledkem k překotné tvorbě částic při inflaci — hustota energie při expanzi konst.

⇒ fiktivní záporný tlak

I. věta termodynamická → vesmír – adiabaticky izolovaný ⇒ $\partial Q = 0$

$$\partial Q = dU + p\,dV$$

vnitřní energie $U = Mc^2 = \varrho V c^2$

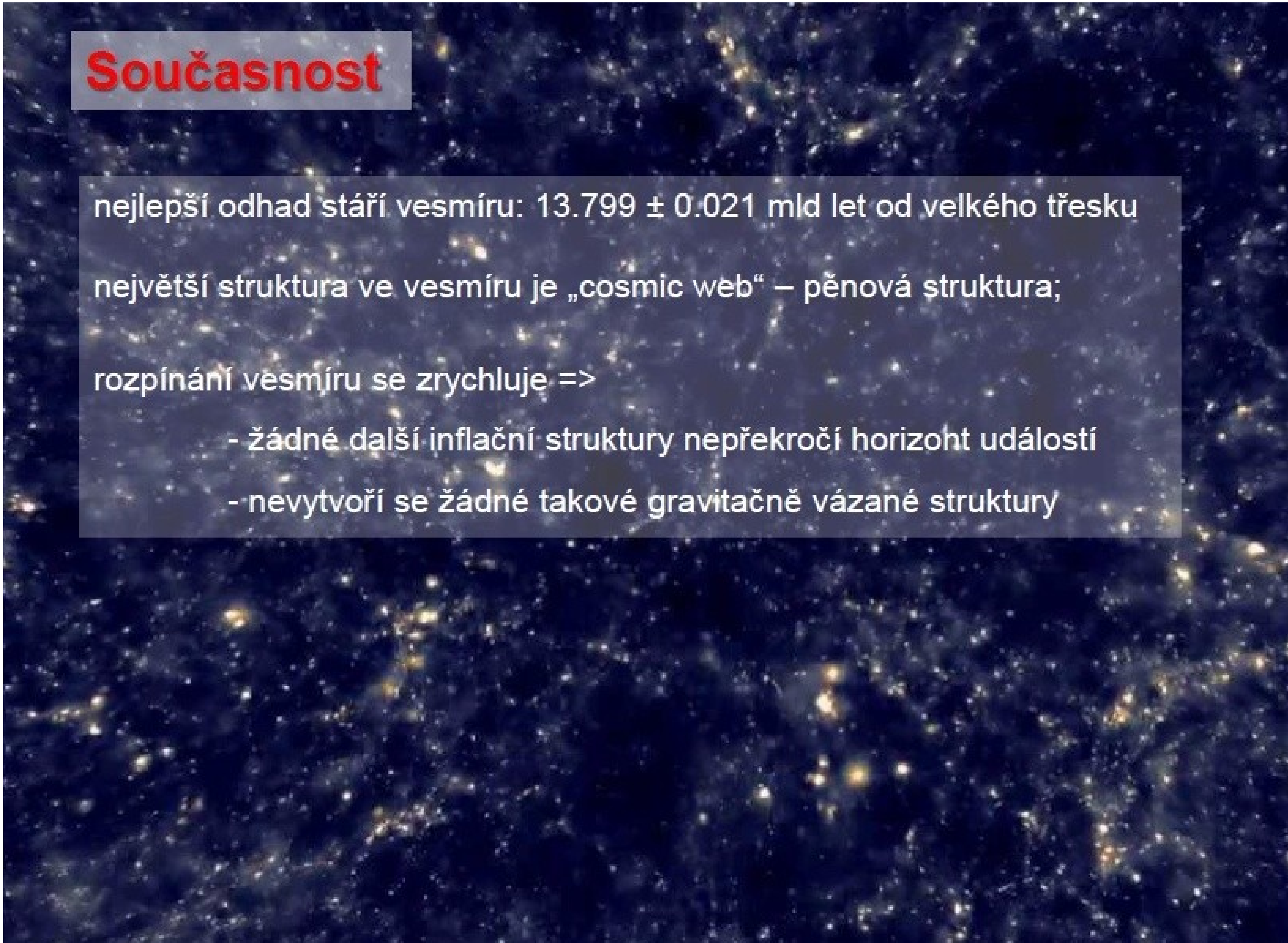
při konst. ϱ ⇒ $0 = (\varrho c^2 + p)\,dV$

tlak ve vesmíru v průběhu inflace je záporný

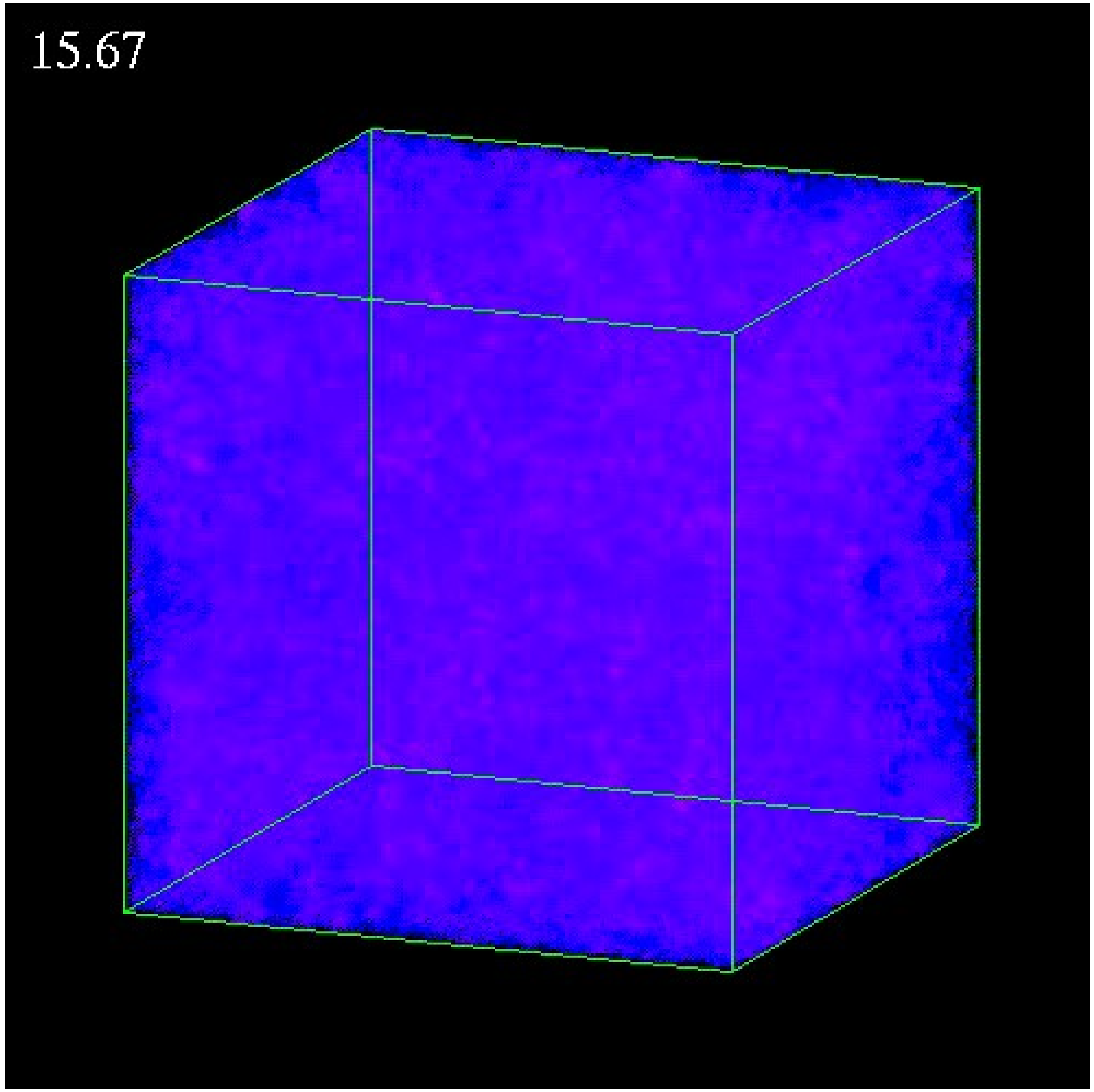
$$p = -\varrho c^2$$

Po ukončení inflační fáze začíná standardní Friedmannova kosmologie.

Vesmír - současnost



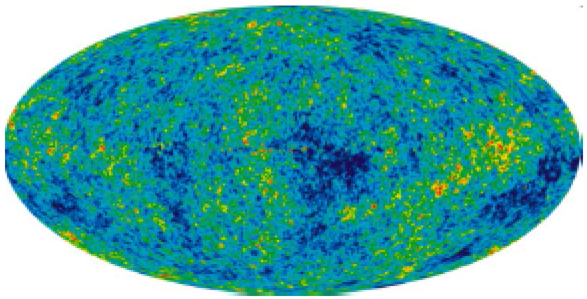
Vesmír – vývoj struktury

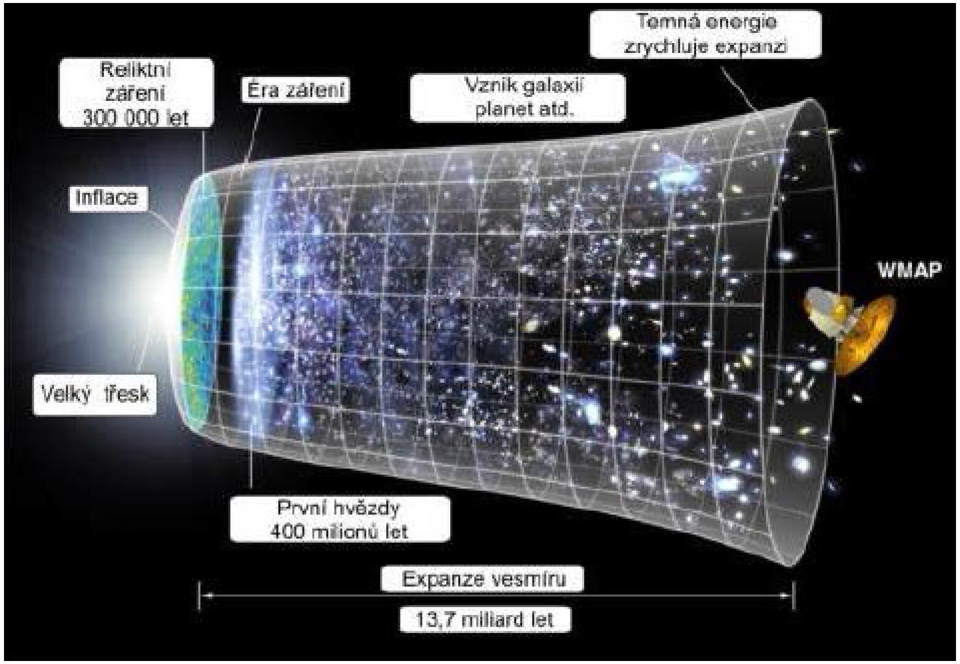


Vesmír - současnost

V jakém vesmíru žijeme?

Lze to zjistit?
V principu ano.





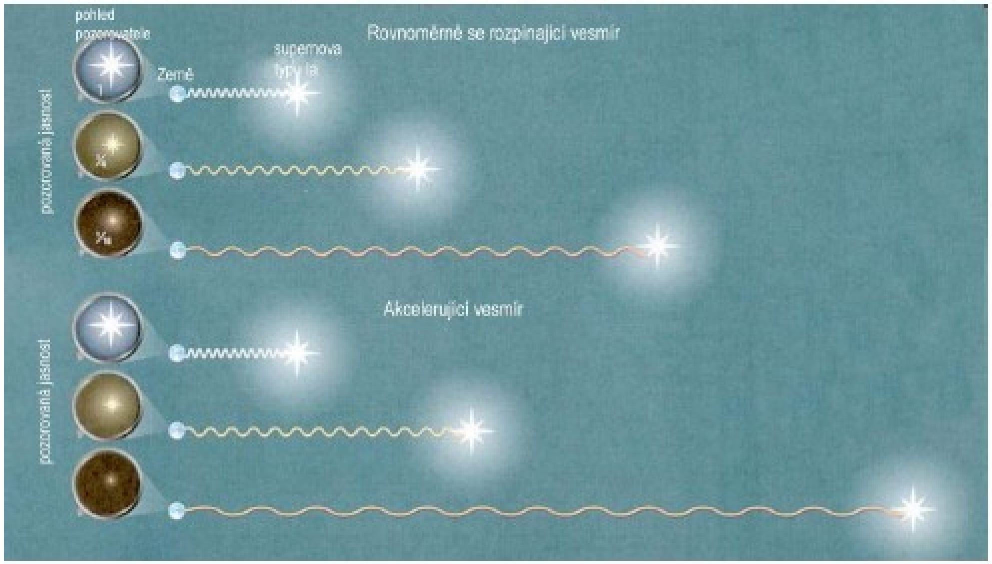
1. dle vzdáleností kup galaxií
   x problém určování přesných vzdáleností kup galaxií

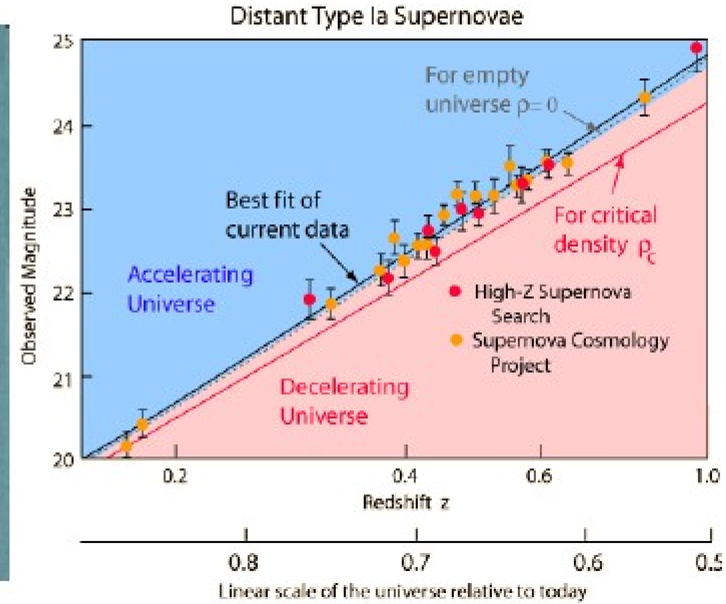
2. podle křivosti vesmíru – lze měřit z fluktuací teploty reliktního záření

3. podle hustoty vesmíru
   uzavřený vesmír => střední hustota látky > *kritická* (odpovídá 1 atomu vodíku asi v jednom dm^3 prostoru)
   x ve vesmíru registrujeme našimi přístroji jen několik procent hmoty
   (paradox skryté hmoty - znám už od 30. let 20. století)

Vesmír - současnost

Akcelerující vesmír

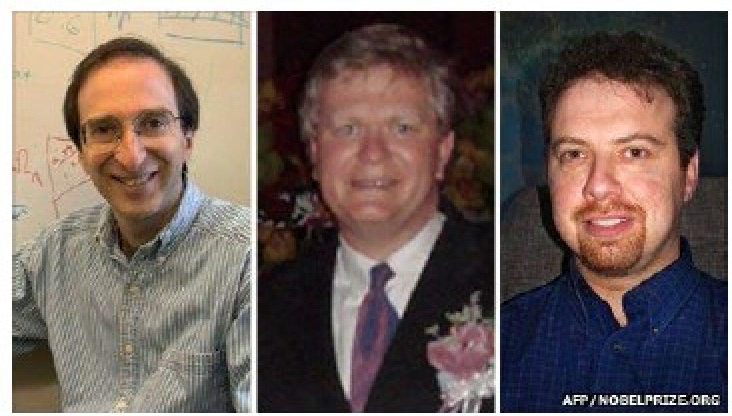




1998 - dva týmy – ze studia supernov typu Ia rozpínání vesmíru zrychluje

Nobelova cena za fyziku 2011

2014, 2015 – různé typy SN Ia => zrychlení rozpínání je menší

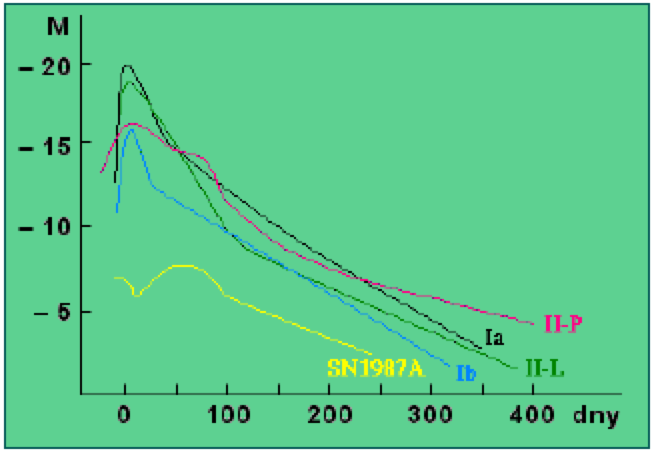


Saul Perlmutter, Adam Riess, Brian Schmidt

Vesmír - současnost

Experimenty – supernovy typu Ia





Supernova typu Ia - přenos látky z hvězdy na bílého trpaslíka, který zvětšuje hmotnost. Po překročení Chandrasekharovy meze (1,4 M_S) se bílý trpaslík zhroutí do neutronové hvězdy. Explozivnímu termonukleární hoření C, O na Ni 56 v celém objemu trpaslíka. Množství uvolněné energie je vždy zhruba stejné, takže z relativní pozorované jasnosti lze vypočítat vzdálenost příslušné supernovy. Přesnější hodnoty se pak určí z tvaru světelné křivky.

Adam Riess (Space Telescope Science Institute, Baltimore, 1998) + Saul Perlmutter (Lawrence Berkeley National Laboratory, 1999): Měření vzdálenosti a červeného posuvu supernov Ia. Zjištěna urychlovaná expanze. To znamená ve svém důsledku přítomnost temné energie ve vesmíru, která se projevuje záporným tlakem. Nejvzdálenější použitá supernova byl objekt 1997ff.

Další projekty: Obě zmíněné skupiny spolu s Alexejem Filipenkem pořídily do roku 2003 soubor 230 supernov. Tyto objekty byly vyhledávány také v *klíčovém projektu HST* pro určení Hubbleovy konstanty i v současných přehlídkových projektech, například projektu GOODS.

Astronomické pozadí Nobelovy ceny za fyziku v roce 2011

Jiří Grygar

Fyzikální ústav AV ČR, v. v. i., Na Slovance 2, 182 21 Praha 8

V říjnu 2011 oznámila komise pro udělování Nobelových cen, že Nobelovu cenu za fyziku získávají v r. 2011 tři astronomové (Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt a Adam G. Riess) za objev zrychlujícího se rozpínání vesmíru pomocí pozorování vzdálených supernov. V tomto případě se udělení ceny za zmíněné výzkumy vcelku očekávalo; šlo vlastně jen o to, kdy se tak stane. Jde totiž vskutku o epochální astronomický objev, i když napsat příslušné publikace v letech 1998 a 1999 vyžadovalo od autorů značnou odvahu – docela přitom riskovali svou vědeckou pověst. V článku poukazuji na hluboké kořeny objevu v astronomické historii zejména od počátku 20. století.

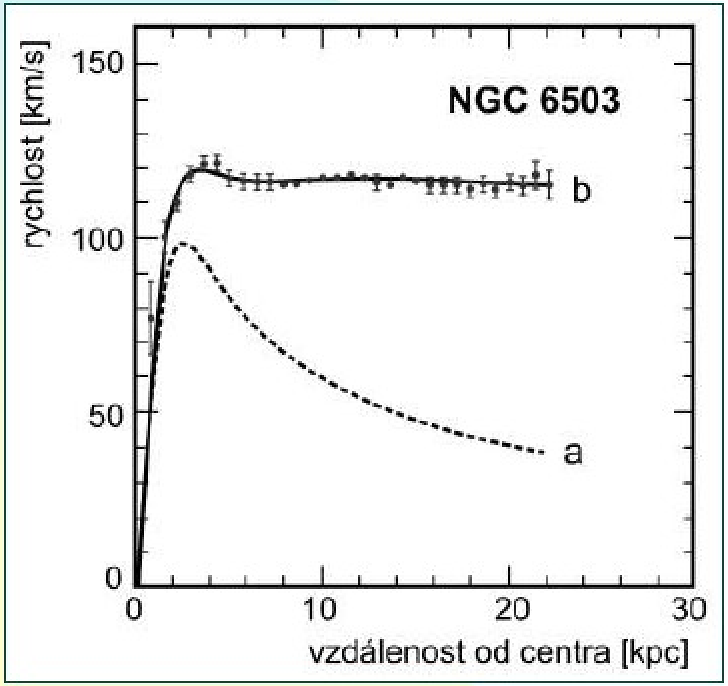
Vesmír - temná hmota

Temná hmota

- 1934, F. Zwickey - nesoulad rotačních křivek kup galaxií kupa Vlasy Bereniky)
- nejpřesnější měření na vlně 21 cm
- 50% hmoty galaxií, 23% hmoty vesmíru



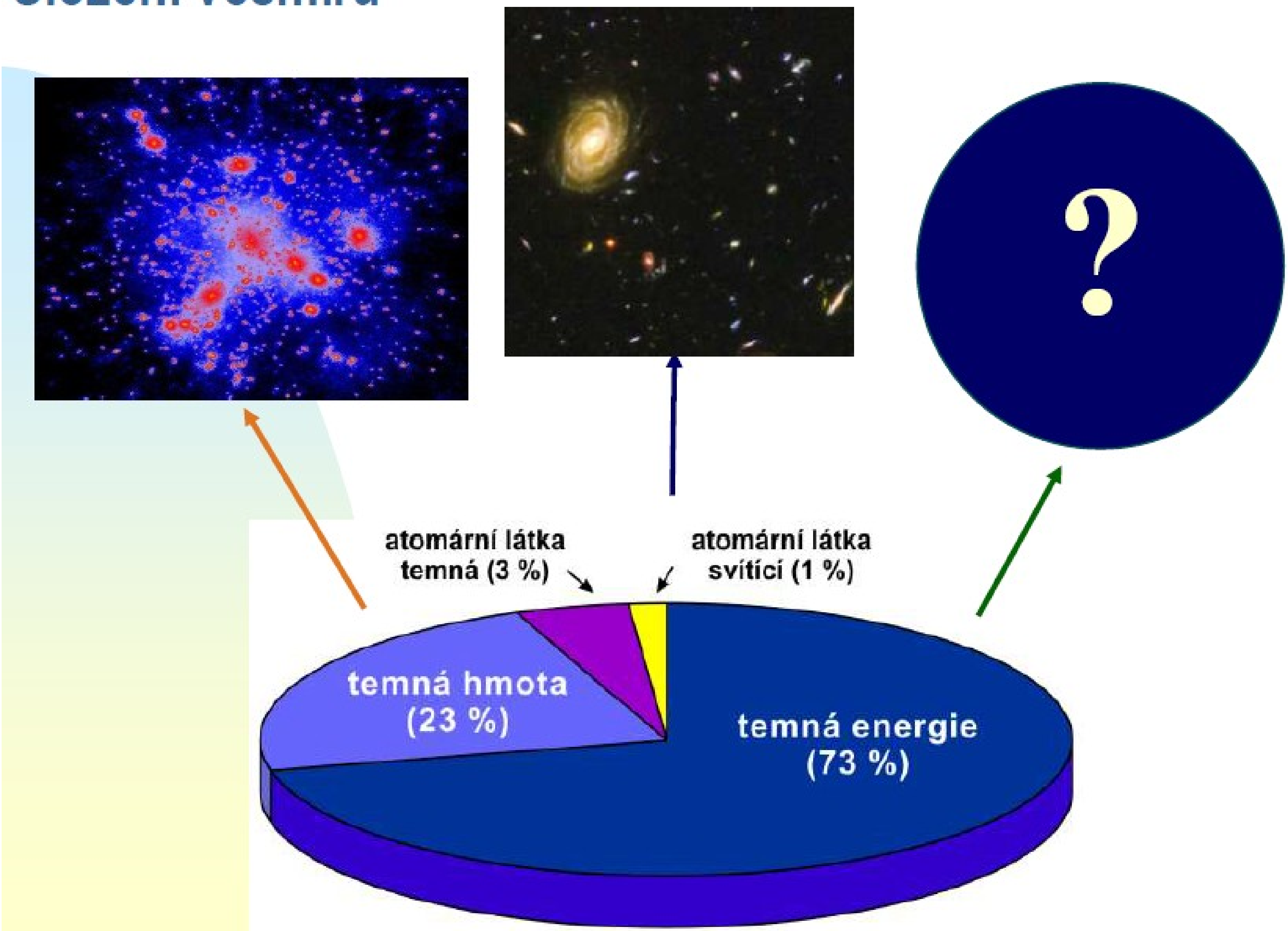
Fritz Zwickey (1898-1974)





Vesmír - současnost

Složení vesmíru



Vesmír - temná hmota a energie

- **CDM (Cold Dark Matter)** - chladná temná hmota. Tvoří většinu temné hmoty. Každá malá porucha rozložení hustoty přitahuje pomalé částice CDM a ty ji ještě prohlubují. Vznik struktur „*zdola nahoru*“.

- **HDM (Hot Dark Matter)** – horká temná hmota, menší část, jinak by zabránila vytvoření struktur ve vesmíru. Částice HDM by jakoukoli malou poruchu v rozložení hmoty velmi záhy vyhladily. Vesmír s HDM proto může struktury tvořit jen „*shora dolů*“.

z gravitačních projevů galaxií (V.V.) => 23% temné hmoty, 73% temné energie

Nebaryonová (23%)

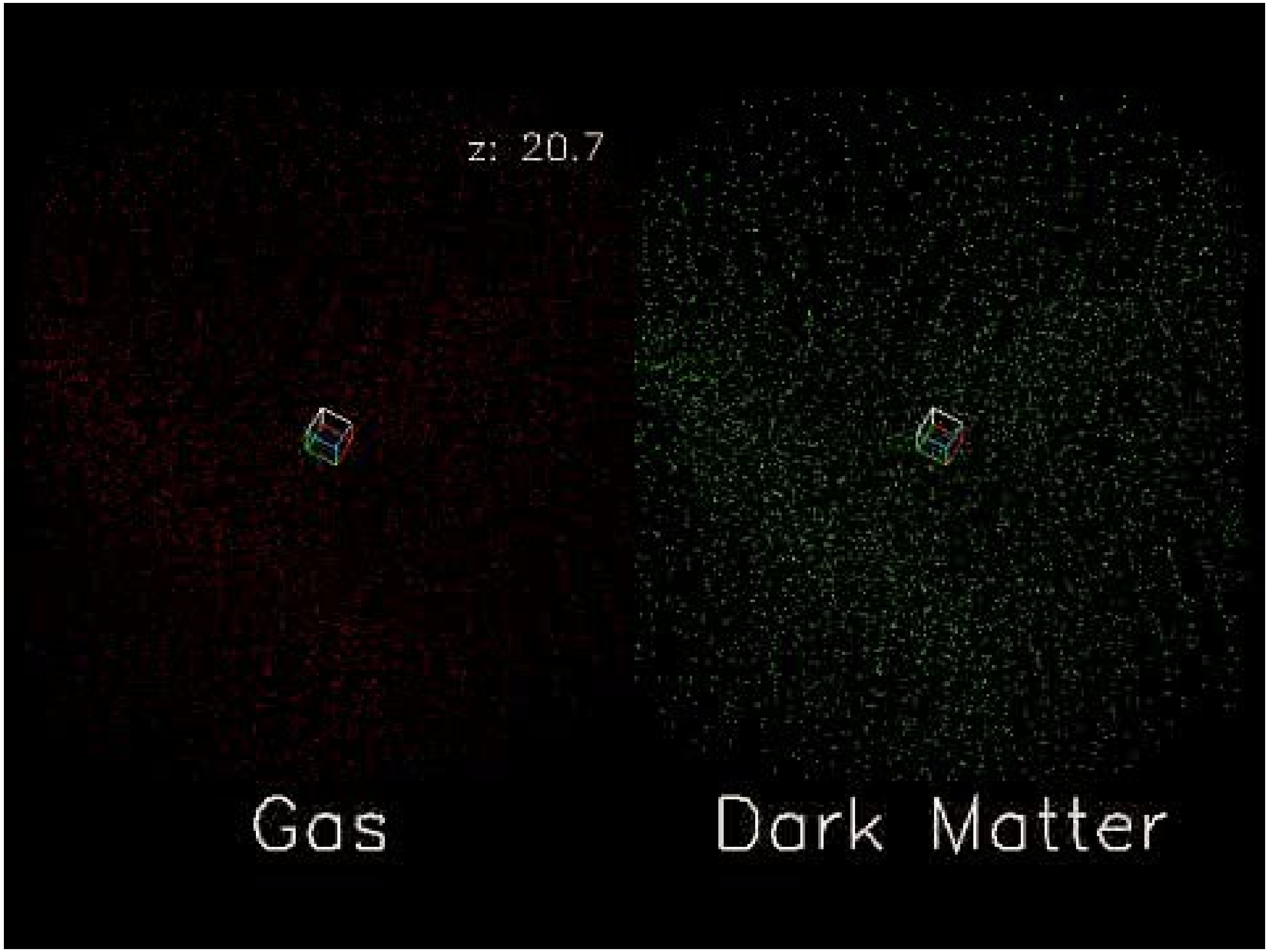
- neutrina (HDM)
- wimpsy (CDM)
- wimpzilly (CDM)
- axiony (CDM)

Baryonová (3%)

- bílí trpaslíci
- neutronové hvězdy
- červení trpaslíci
- černé díry
- objekty planetárního typu
- machos

temná hmota - problém částicové fyziky, temná energie - možná energie vakua

Vesmír - temná hmota



Vesmír - pozorování

Další pozorování



Temná hmota

řada experimentů už probíhá – Kanada, Itálie, Španělsko, USA;
detekce – skrytá hmota v Galaxii tvořena WIMPy (Weakly Interacting Massive Particles) => tisíce WIMPů musí procházet každým cm^2 Země za 1s

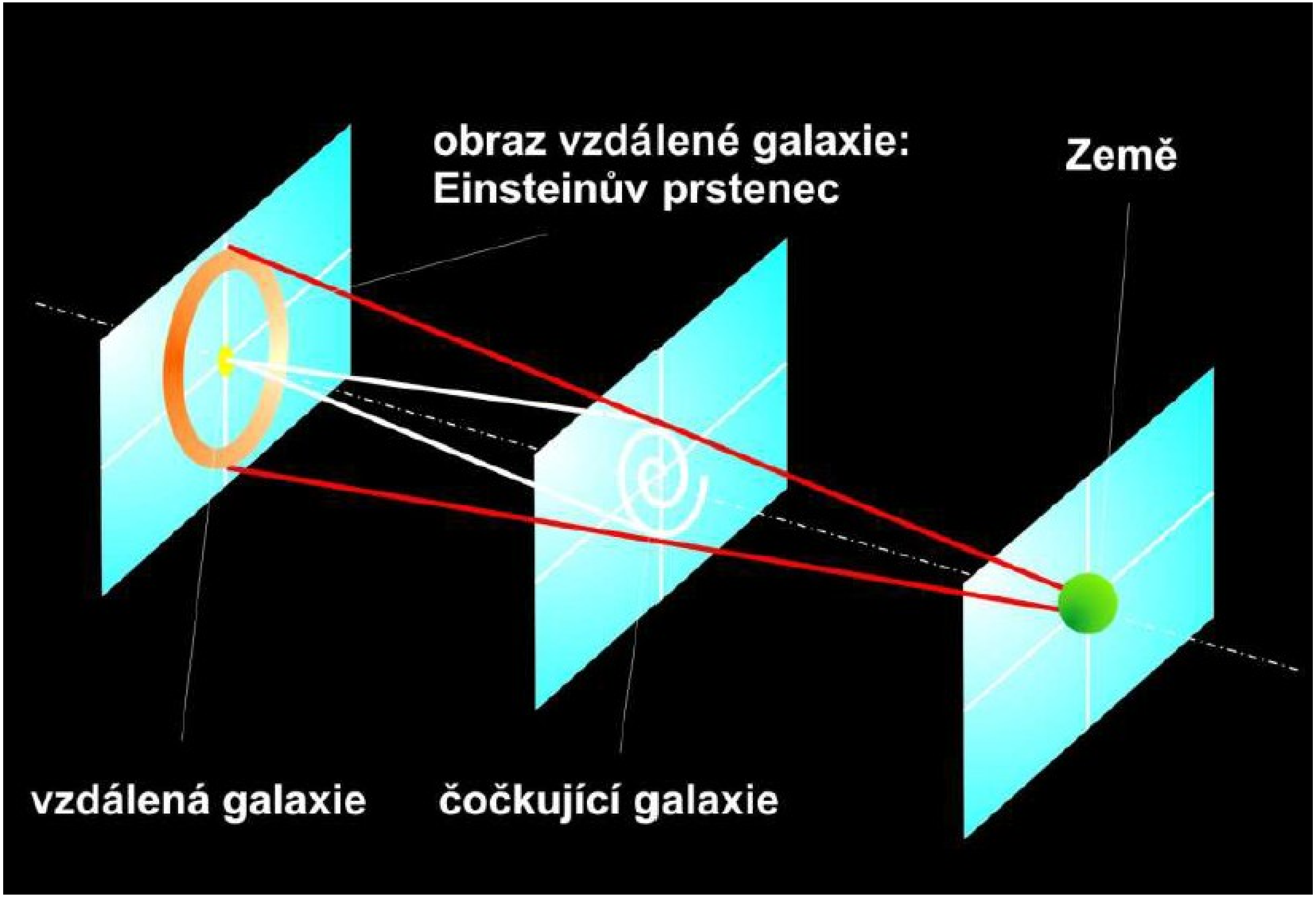
Kosmická neutrina

snaha o detekci neutrinového záření kosmického pozadí (podobné reliktnímu mikrovlnnému záření, ale z doby 2 s po VT) => okno do velmi raného vesmíru problém: taková neutrina nyní velmi chladná (1.95 K) => přímo prakticky nepozorovatelná

Gravitační vlny

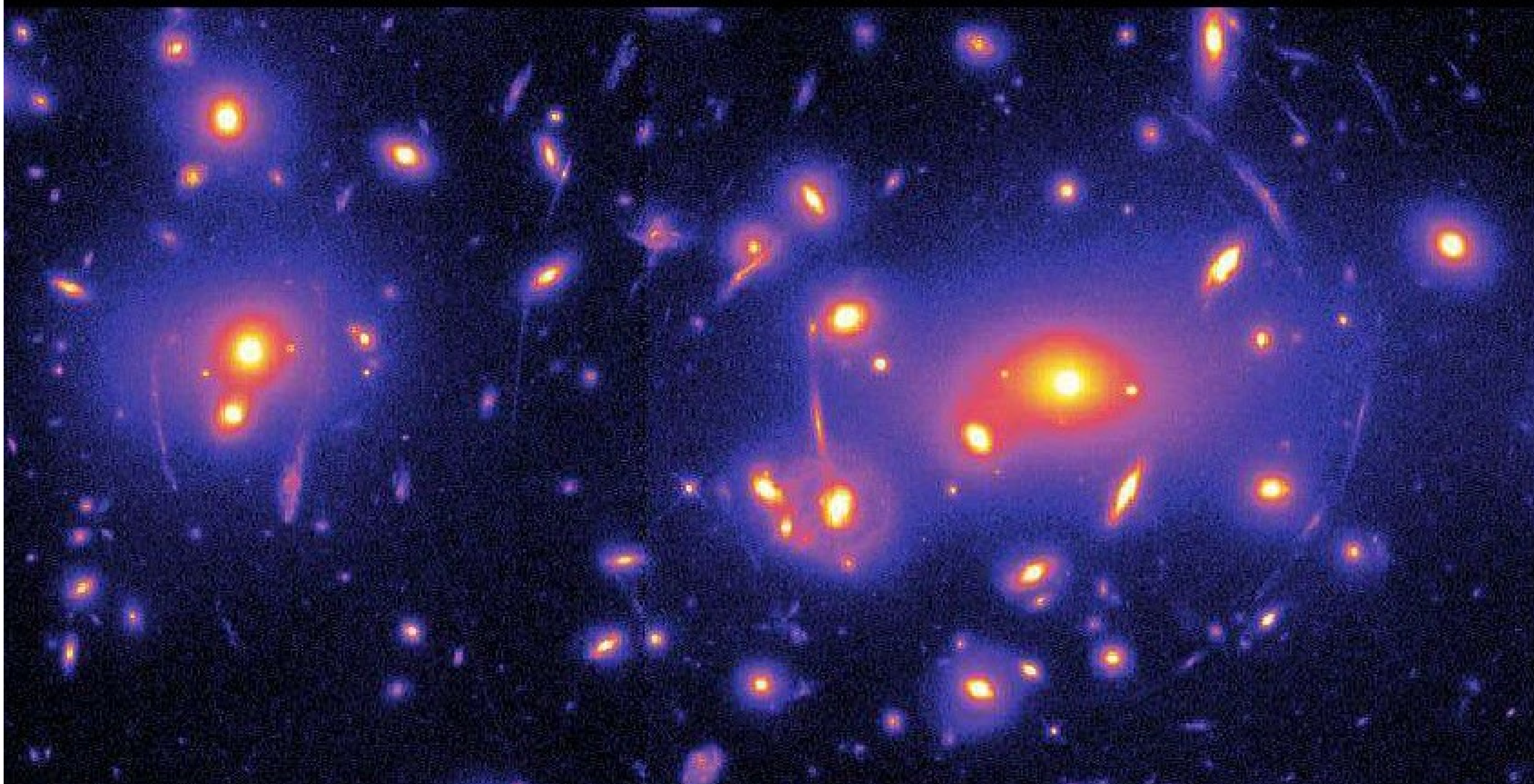
kosmické gravitační vlny pozadí – pozůstatek kosmické inflace
možnosti měření – přímo i nepřímo zkoumáním polarizace CMB
BICEP3, řada detektorů grav. vln LISA, Virgo, GEO 600, TAMA 300 …

Vesmír - pozorování



Vesmír - pozorování

Temná hmota – kupa galaxií



Obrázek gravitačně čočkující kupy galaxií pořízený HST byl zpracován v roce 2005 speciální technikou na univerzitě v Yale. Z efektu gravitačních čoček na jednotlivé členy kupy byla dopočtena temná hmota, která v kupě musí být. Na obrázku je zobrazena modrou barvou. Je vidět, že obklopuje jednotlivé galaxie v kupě.

Vesmír - pozorování, kosmologický princip

střed vesmíru – historicky Země (Aristoteles) -> Slunce -> ?
Koperník – poloha Země není ve vesmíru jedinečná
pol. 19. stol. – paralaxy hvězd – umisťování Slunce do prostoru mezi hvězdy -> poloha v Galaxii -> Galaxie -> střed vesmíru neexistuje!

základní paradigma kosmologie:

Žádný bod v prostoru nemá privilegované postavení!

Vlastnosti vesmíru v dostatečně velkém měřítku budou stejné pro všechny pozorovatele.

⇓

Vesmír musí být homogenní a izotropní!
(stejnorodý a stejný ve všech směrech)

Kosmologický princip - izotropie

r. 1934 Hubble propočítal počet galaxií do 20.^{m}, zjistil že na 1 čtver. stupeň připadá 131 galaxií

nebeská sféra 41 253 čtvereč. stupňů

porovnáním počtu galaxií hvězdné magnitudy m, m+1 můžeme stanovit, jak jsou rozloženy v prostoru

zdánlivá hvězdná magnituda galaxie m, absolutní hvězdná magnituda M, vzdálenost r

$$r = 10^{1-0.2M} \cdot 10^{0.2m}$$

předpokládejme, že galaxie nacházející se ve sféře o poloměru r mají stejnou abs. hvězdnou mag. M, jsou rozloženy rovnoměrně. Jejich celkový počet do m-té hvězdné magnitudy je $N(m) \sim r^3$

$$N(m) \sim r^3 \simeq 10^{3(1-0.2M)} \cdot 10^{0.6m}$$

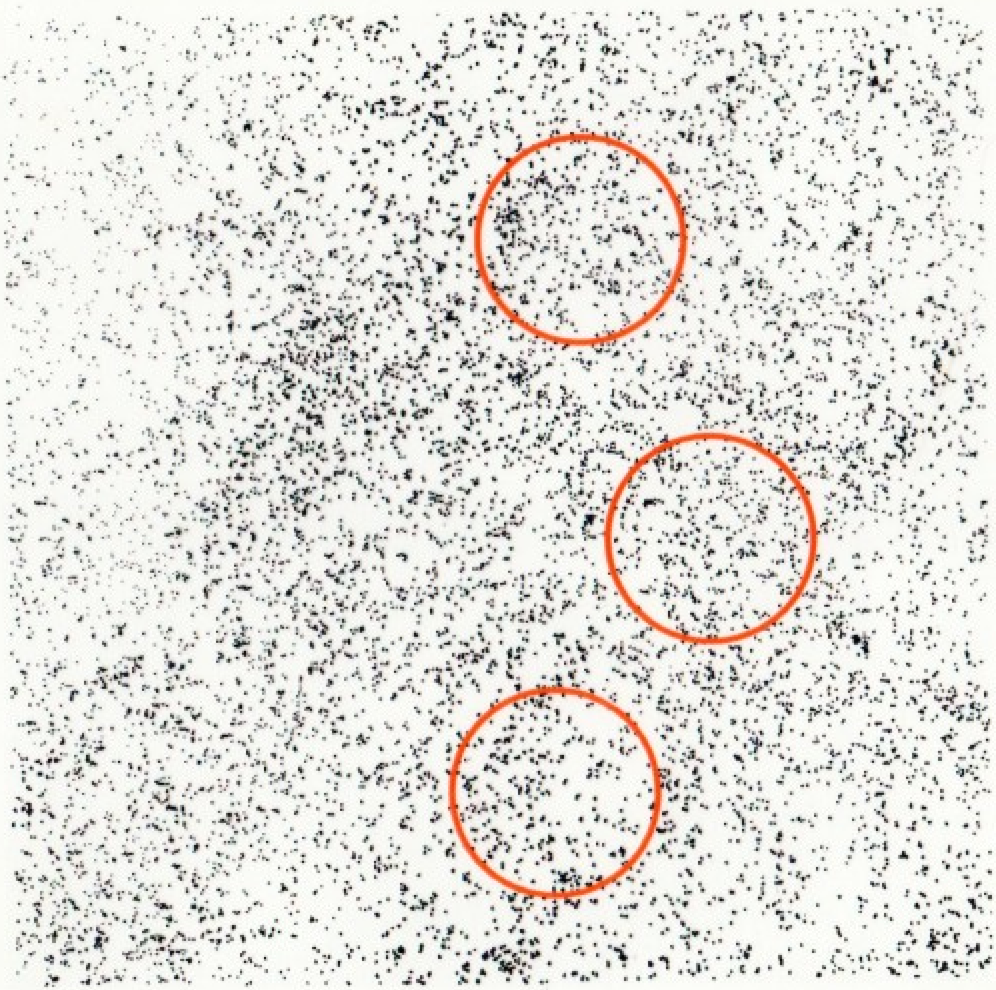
poměr celkového počtu galaxií s hvězd. magnitudami do m+1 k počtu galaxií s hvězd. magnitudou m je

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} = \frac{10^{0.6(m+1)}}{10^{0.6m}} = 10^{0.6} = 3.98 \approx 4$$

Hubble dokázal, že tento poměr je splněn ve řadě vybraných směrů. Tedy galaxie jsou rozloženy v prostoru izotropně [illegible]

Kosmologický princip - izotropie

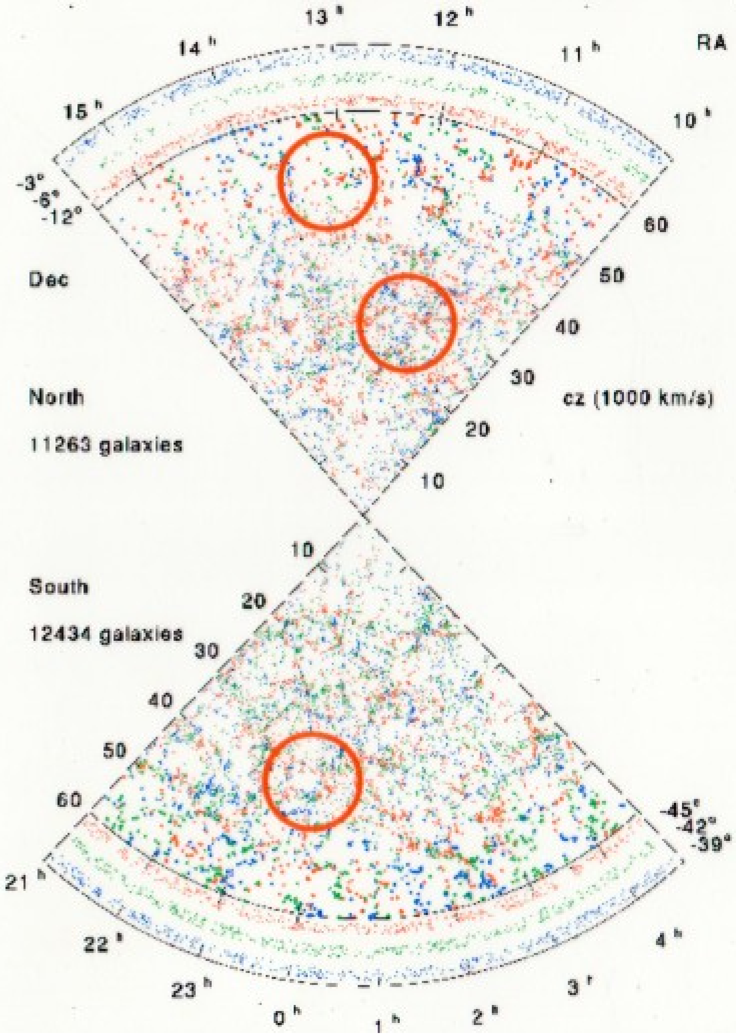
Isotropy of the Universe on large scales: modern measurements (continued)



Isotropy on the scale represented by these circles's diameter means that approximately the same numbers of galaxies are contained within them, no matter where on the sky we put them, which is evidently true in this picture.

Kosmologický princip - homogenita

Homogeneity of the Universe on large scales: modern measurements (concluded)



Homogeneity on the scale of these circles's diameter means that approximately the same numbers of galaxies are contained within them, no matter where we put them within the Universe's volume, which is evidently true in this picture.

Fyzikální kosmologické modely

Newtonův model vesmíru

vesmír je nekonečný, rovnoměrně vyplněný hvězdami, které nekonají žádný systematický pohyb => **homogenní, izotropní** – v prostoru i čase!

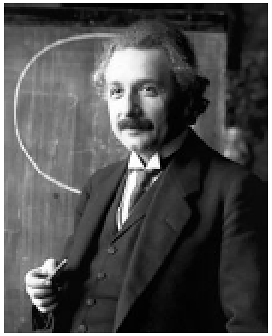
hezké …. ale!!!

vady Newtonova modelu = ***kosmologické paradoxy***:

- **gravitační paradox** - výsledné gravitační pole nekonečného počtu kosmických objektů => gravitační síly se vykompenzují, ale potenciály -> ∞
  řešení: prázdný vesmír
- **fotometrický paradox – Olbersův, Keplerův …** - když je hvězd nekonečně mnoho, proč nevyplní oblohu?
  řešení:
  - hvězdy „nežijí“, nezáří nekonečně dlouho
  - vesmír není nekonečný v prostoru i čase; světlo ze stejně vzdálených míst k nám „putuje“ určitou dobu=> ze vzdálenějších oblastí světlo nedolétlo
  - vesmír se rozpíná => kosmologický červený posuv záření; snížení intenzity záření

Nejjednodušším důkazem vývoje a časových změn vesmíru je tma v noci.

Fyzikální kosmologické modely



Standardní model

do poč. 20. st. – vesmír statický a věčný

1916 Albert Einstein: OTR

- rovnice obecné relativity $G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$
- matematický popis faktu, že hmota kolem sebe zakřivuje prostor a čas
- $\kappa = 8\pi G/c^4$ pro slabá pole Einsteinovy rovnice -> Newtonův gravitační zákon
- vesmír statický => 1917 kosmologická konstanta Λ

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}.$$



1922 Alexandr Fridman - řešení rovnic OTR (včetně Λ) popisujících vývoj vesmíru v čase => vesmír není statický, ale dynamický!



1927 Georges Lemaître - nezávislé potvrzení Fridmanových výpočtů (potvrzením objev rozpínání vesmíru)



1929 Edwin Hubble – objev vzdalování se galaxií, rozpínání vesmíru

1931 Albert Einstein – kosmologická konstanta = největší omyl života (později kosm. konstanta rehabilitována)

↑

Obecná teorie relativity

Einsteinovy rovnice grav. pole:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik} = - \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik}$$

T_{ik} .. čtyřrozměrný tensor energie - impulsu (hybnosti)

$T_{ik} = T_{ki}$ .. symetrický tensor

g_{ik} .. metrický tensor

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Obecná teorie relativity

R .. invariant křivosti

R_{ik} .. Ricciův tensor

Λ .. kosmologická konstanta

.. Einsteinova rovnice

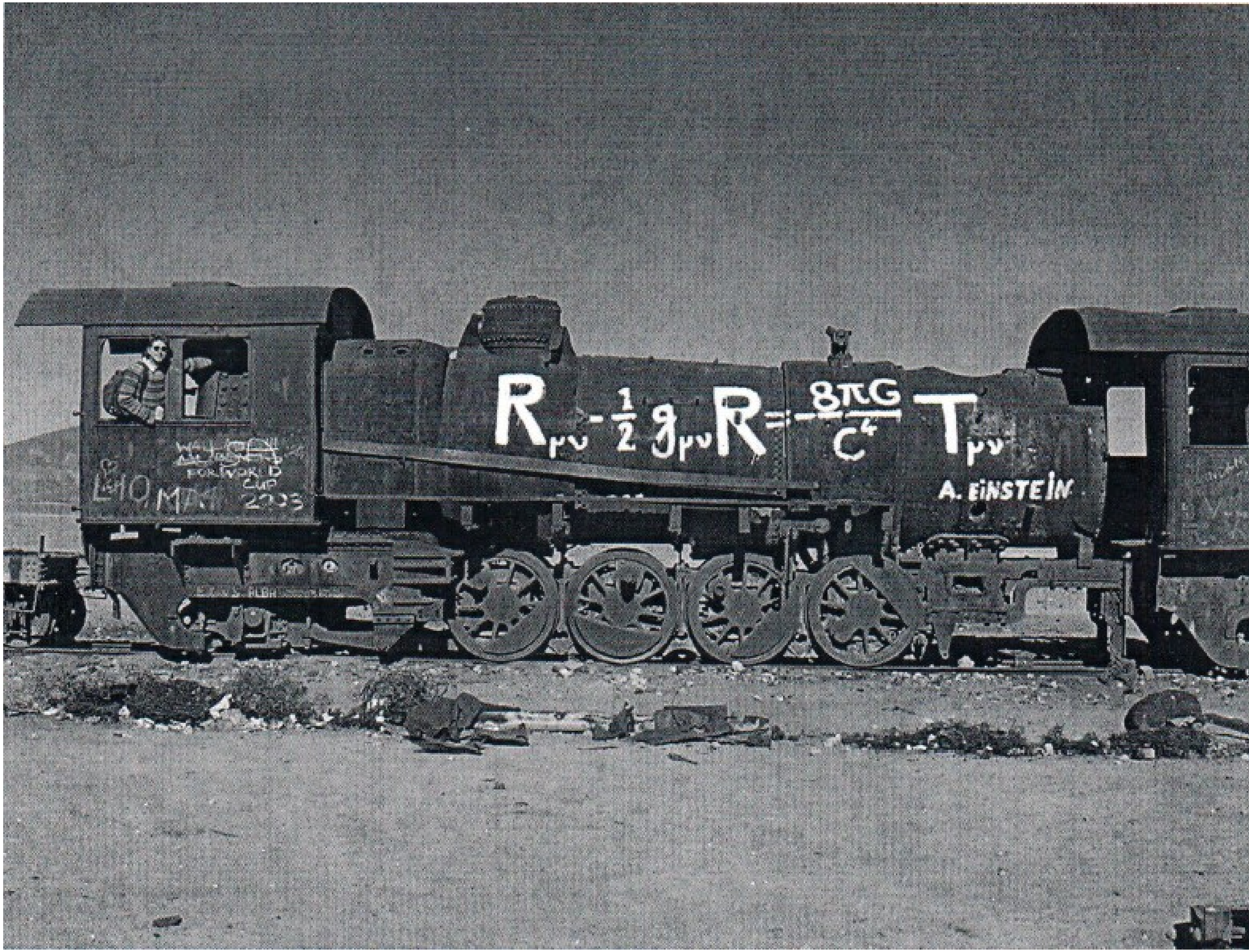
$$\varkappa = + \frac{8\pi k}{c^4} \approx 7{,}4 \cdot 10^{-28}\, s^2\, kg^{-1}\, m^{-1}$$

R_{ik} .. ukazuje, jak se mění geometrie časoprostoru od euklidovské geometrie

g_{ik} .. tensor určuje vzdálenost mezi dvě[illegible] !

blízkými body

Obecná teorie relativity



Alexander Alexandrovič Friedmann
1888 - 1925



ruský matematik, meteorolog, kosmolog, články
O křivosti prostoru 1922
O možnosti světa s konstantní zápornou křivostí 1924
že **vývojový nestacionární model vesmíru** (zakřivený, uzavřený, konečný a bez hranic) je možný i bez tzv. Λ členu

Georges Henri Lemaitre 1894 - 1966



belgický matematik, kosmolog, článek
Homogenní vesmír o konstantní hmotnosti a rostoucím poloměru se započítáním radiálních rychlostí extragalaktických mlhovin 1927
existence nestacionárních modelů vesmíru

Friedmannovy rovnice

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} - \Lambda g_{ik} = - \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

$R = R(t)$ ... poloměr křivosti prostoru, $\Lambda = 0$

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} + 2 \frac{\ddot{R}}{R} = - \frac{k c^2}{R^2} \quad (1) \qquad k \in \{-1, 0, +1\}$$

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{8\pi G}{3} \rho = - \frac{k c^2}{R^2} \quad (2)$$

do rovnic zavedeme $H = \frac{\dot{R}}{R}$; $q = - \frac{\ddot{R}}{R} \cdot \frac{1}{H^2}$

při $\frac{\dot{R}^2}{R^2} = H^2$ a vynásobení $\frac{1}{c^2}$ (2)

$$\Rightarrow \quad \frac{k}{R^2} = \frac{8\pi G \rho}{3 c^2} - \frac{H^2}{c^2}$$; pro $k = 0$ $\Rightarrow$

$$\rho_K = \frac{3 H^2}{8 \pi G}$$

Friedmannovy modely vesmíru

A. Friedmann*, modely vesmíru – po ukončení inflac

*(1888 – 1925)

a) $k = +1$ zakřivení kladné, uzavřený eliptický vesmír, $\rho > \rho_k$, konečný objem a počet částic, $v < v_k$

Friedmannovv modelv vesmíru

b) $k = 0$ zakřivení nulové, euklidovský model vesmíru, $\rho = \rho_k$, vesmír je otevřený, nekonečný, počet částic i objem jsou nekonečné, $v = v_k$

c) $k = -1$ zakřivení záporné, otevřený hyperbolický model vesmíru, $\rho < \rho_k$, otevřený, nekonečný, počet částic i objem jsou nekonečné. $v > v_k$, neomezené rozpínání!

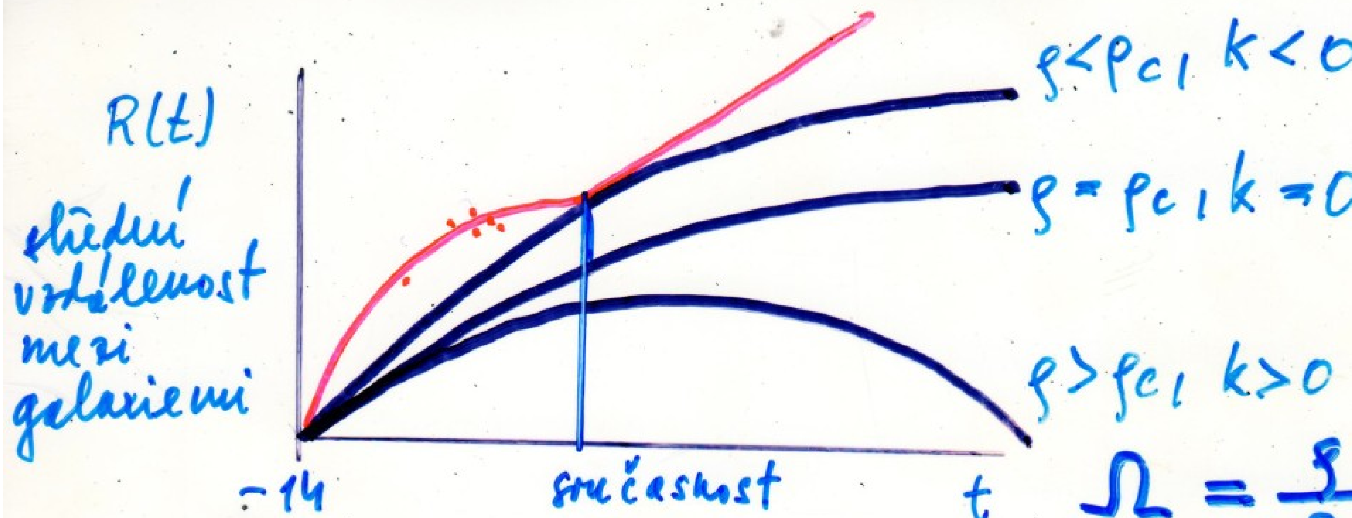
Z rovnic (1), (2) $\Rightarrow$ $H^2(2q-1) = k\frac{c^2}{R^2}$

a) $k > 0 \Rightarrow q > 1/2$

b) $k = 0 \Rightarrow q = 1/2$

c) $k < 0 \Rightarrow q < 1/2$

Vývoj vesmíru



$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_K}$$

inflační fáze vývoje vesmíru
v době $(10^{-35} - 10^{-32})$ s

A. Guth
~ 1980

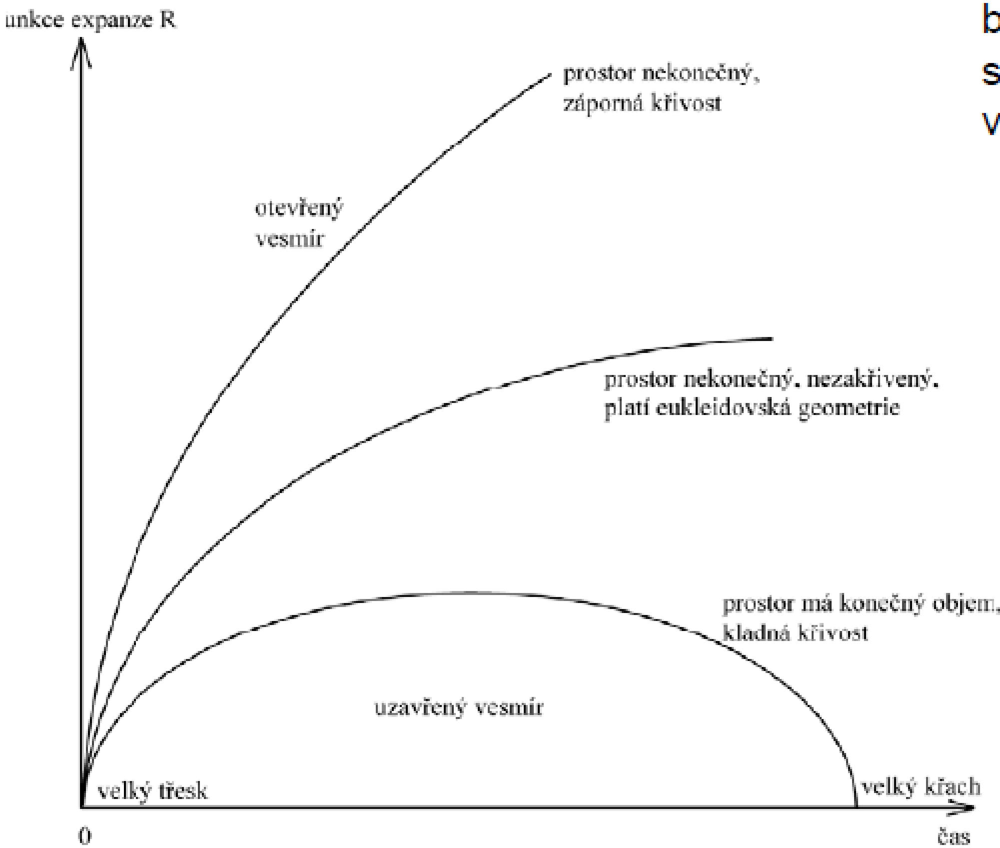
oddělení silné interakce od elektroslabé
na počátku vývoje všechny interakce sjednoceny,
postupně se jednotlivé interakce oddělovaly

současný pohled – $k<0$, zrychlování
rozpínání vesmíru

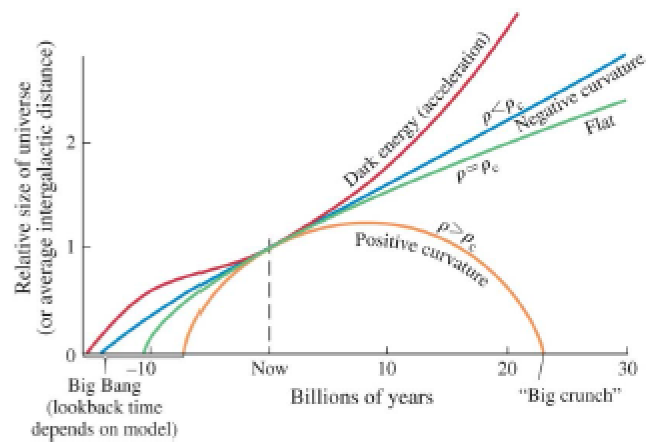
Friedmannovy modely vesmíru

Fridmanovy modely

v počátečních fázích se vesmír rozpíná, expanze vesmíru probíhá buď stále nebo se může změnit ve smršťování



Funkce expanze (škálovací faktor) *R:*
bezrozměrné číslo, (udává, jak se s časem mění vzdálenosti ve vesmíru)



Friedmannovy modely vesmíru

Hubbleův-Lemaîtrův vztah a kosmologický princip

kosmologický princip => pozorovatel by měl vidět stejné rozložení rychlostí ostatních galaxií nezávisle na místě, kde se nachází
matematickým důsledkem kosmologického principu – **Hubbleův-Lemaîtrův vztah** (1927-9):

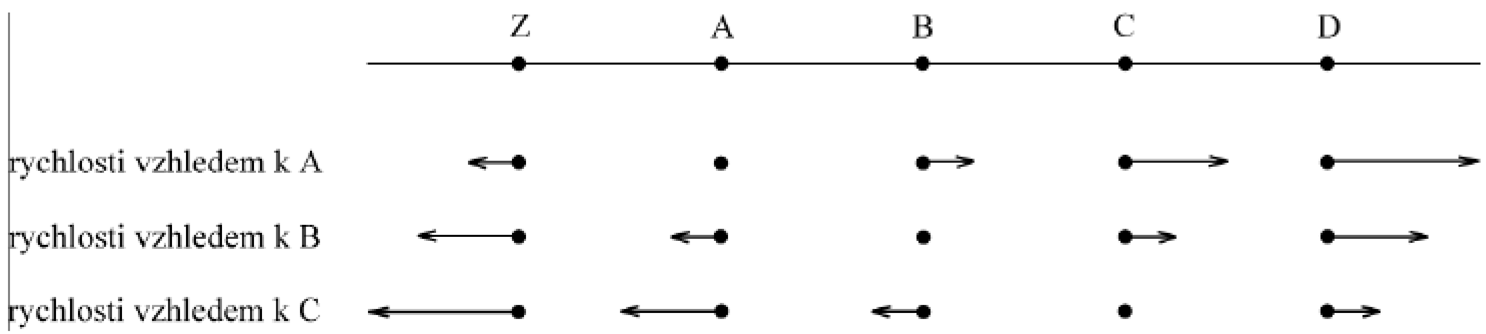
Relativní rychlost libovolných dvou galaxií je úměrná vzdálenosti mezi nimi.

$v = Hr$ – potvrzením správnosti kosmologického principu

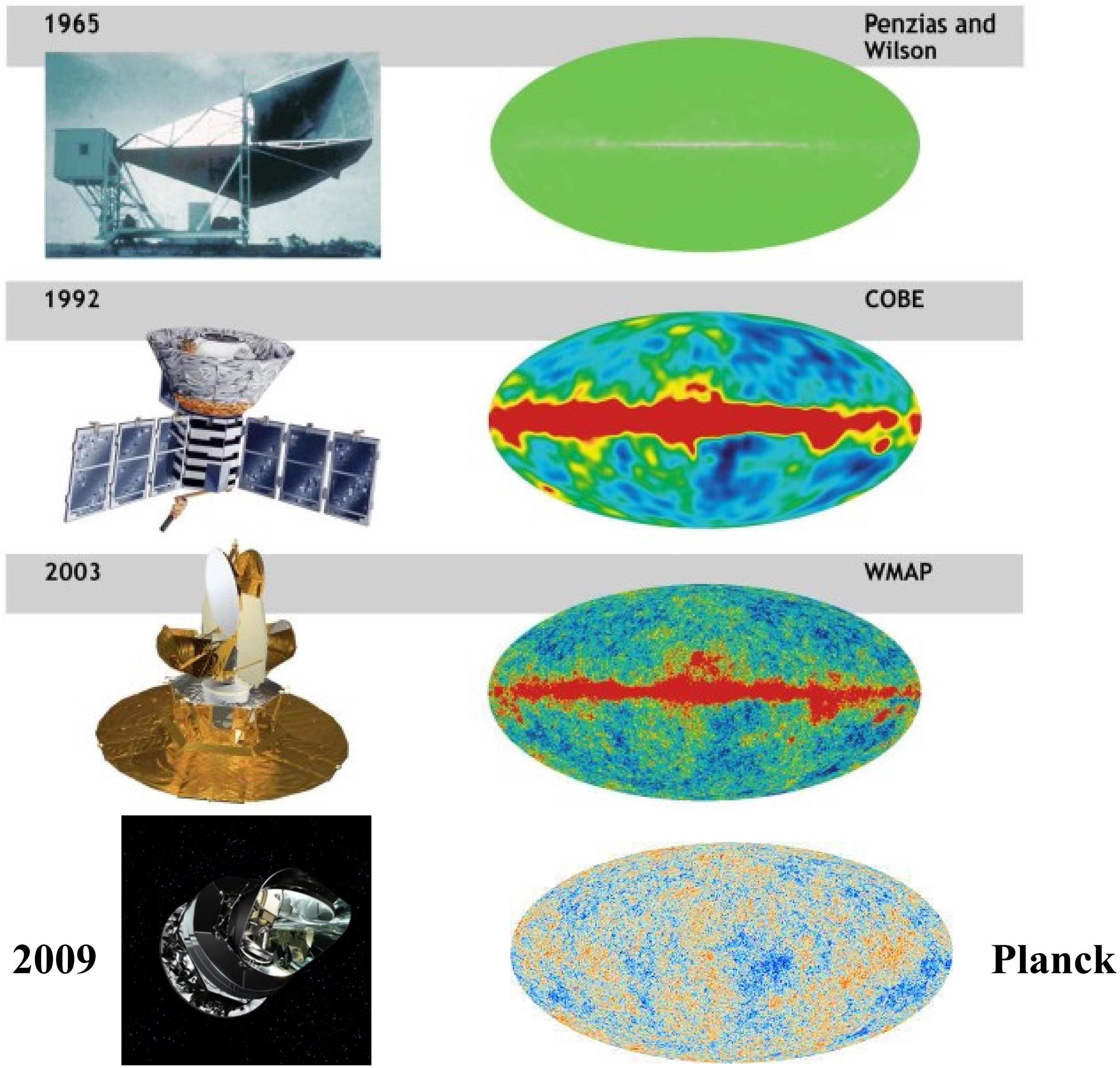
dvojí směr:
Hubble - zjištění *v=H.r* -> nepřímé potvrzení správnosti kosmologického principu => různé části vesmíru se neliší => platí kosmologický princip

a obráceně

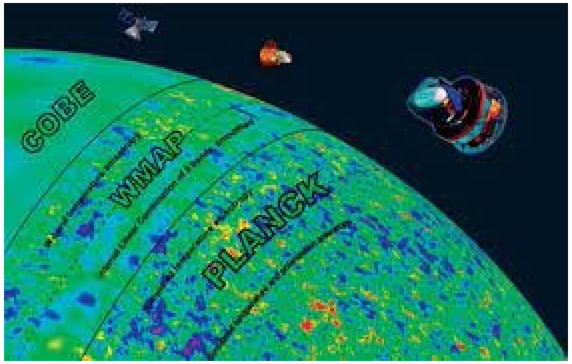
kosmologický princip správný => vztah úměrnosti mezi vzdáleností a rychlostí galaxií => z měření Dopplerova posuvu určíme vzdálenost dalekých objektů

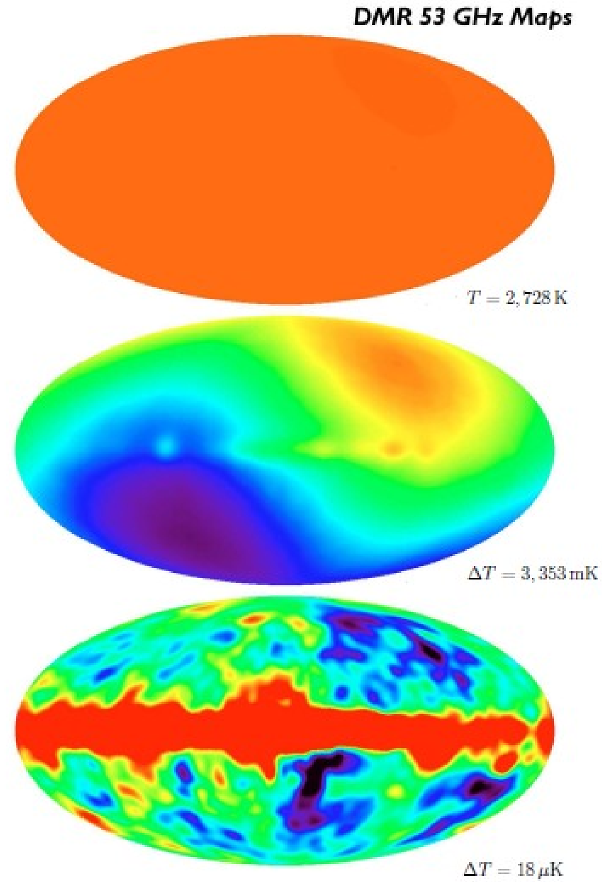


Reliktní záření



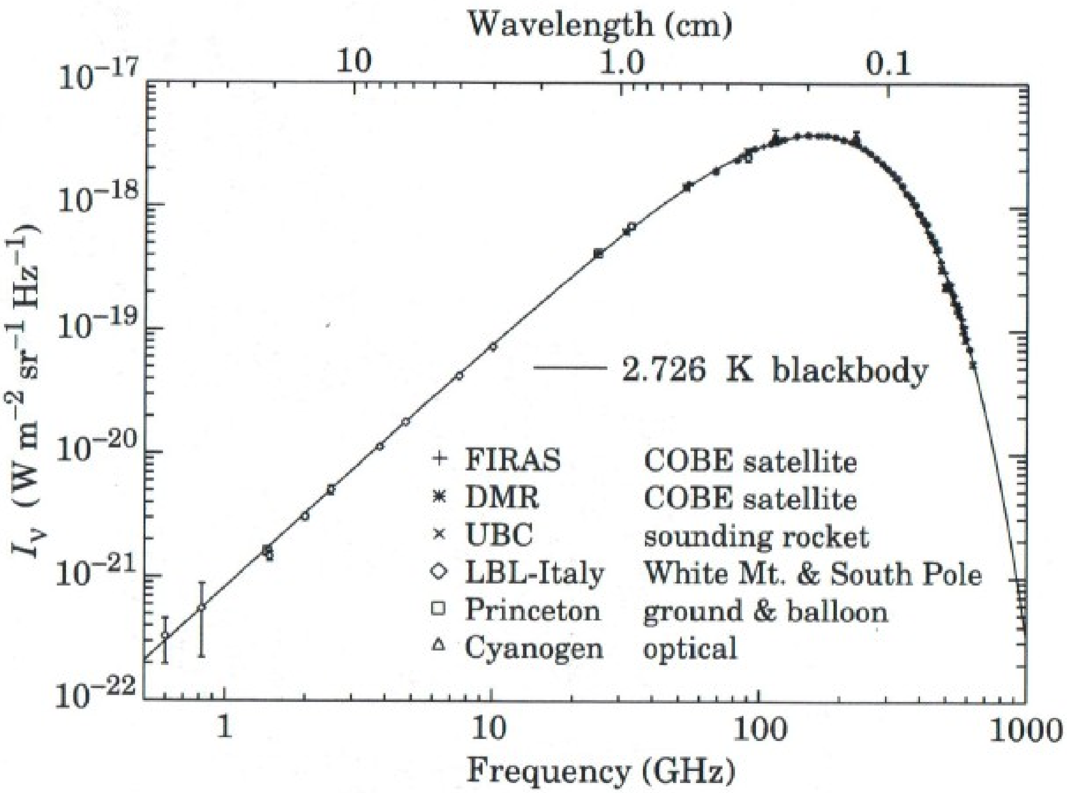
Reliktní záření - družice Cobe





Obr. 1.2: Teplota kosmického mikrovlnného záření podle výsledků družice COBE, konkrétně její součásti DMR (Differential Microwave Radiometer). Tři mapy teploty záření pro různé rozsahy jsou vyneseny v galaktických souřadnicích, rovina naší Galaxie se nachází uprostřed. Horní mapa dokládá, že záření je vysoce homogenní s teplotou $T \approx 2{,}73\,\mathrm{K}$. Prostřední část ukazuje rozdíly v teplotě řádu mK. Zřetelná dipólová anizotropie odpovídá pohybu sluneční soustavy vůči kosmickému mikrovlnnému záření (jeho klidové soustavě). Pokud tuto anizotropii odečteme, získáme zbývající anizotropii řádu μK na dolní mapě, přičemž výrazný červený pruh uprostřed odpovídá záření z naší Galaxie; více obrázků a informací lze nalézt na `http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/` a v [1.4]. Studium anizotropií mikrovlnného záření, jež jsou podle současných představ „otiskem" fluktuací hustoty vesmíru v době vzniku mikrovlnného záření (tj. asi 300-400 000 let po velkém třesku), je považováno za klíč k pochopení vzniku pozorovaných

Reliktní záření



(Smoot et al., 1997, Fig. 1)

Penzias & Wilson (1965): "Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s"

$\Longrightarrow$ Cosmic Microwave Background radiation (CMB)

CMB spectrum is blackbody with temperature $T_{\text{CMB}} = 2.728 \pm 0.004\,\text{K}$.

Nobelova cena r. 1978

THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND RADIATION

Nobel Lecture, 8 December, 1978

by
ROBERT W. WILSON
Bell Laboratories
Holmdel, N.J. U.S.A.

1. INTRODUCTION

Radio Astronomy has added greatly to our understanding of the structure and dynamics of the universe. The cosmic microwave background radiation, considered a relic of the explosion at the beginning of the universe some 18 billion years ago, is one of the most powerful aids in determining these features of the universe. This paper is about the discovery of the cosmic microwave background radiation. It starts with a section on radio astronomical measuring techniques. This is followed by the history of the detection of the background radiation, its identification, and finally by a summary of our present knowledge of its properties.

Nobelova cena r. 1978

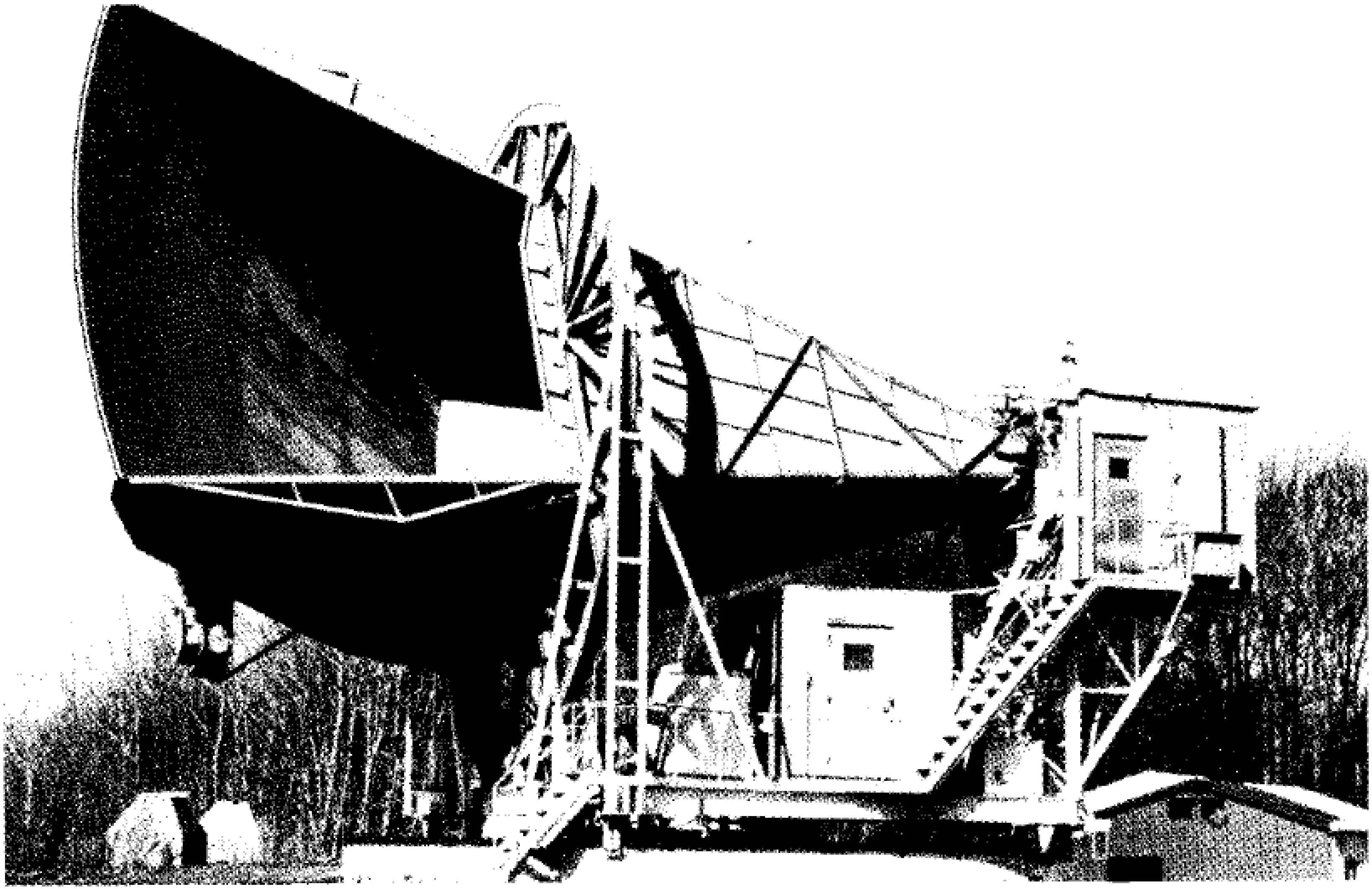


Fig. I The 20 foot horn-reflector which was used to discover the Cosmic Microwave Background Radiation.

Gravitační vlny 1916

Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

Von A. Einstein.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable $x_4 = it$ aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter »erster Näherung« ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \tag{1}$$

definierten Größen $\gamma_{\mu\nu}$, welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$.

Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik. Daraus folgt dann zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen. Es hat sich gezeigt, daß die von mir vorgeschlagene Wahl des Bezugssystems gemäß der Bedingung $g = |g_{\mu\nu}| = -1$ für die Berechnung der Felder in erster Näherung nicht vorteilhaft ist. Ich wurde hierauf aufmerksam durch eine briefliche Mitteilung des Astronomen de Sitter, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihn früher gegeben hatte[1]. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen.

předpověď existence gravitačních vln, které byly po sto letech experimentálně detekovány od roku 2015 …interferometry LIGO a Virgo, pocházely od srážky černých děr, Nobelova cena za fyziku r. 2017

Gravitační vlny 1918

Über Gravitationswellen.

Von A. Einstein.

(Vorgelegt am 31. Januar 1918 [s. oben S. 79].)

Die wichtige Frage, wie die Ausbreitung der Gravitationsfelder erfolgt, ist schon vor anderthalb Jahren in einer Akademiearbeit von mir behandelt worden[1]. Da aber meine damalige Darstellung des Gegenstandes nicht genügend durchsichtig und außerdem durch einen bedauerlichen Rechenfehler verunstaltet ist, muß ich hier nochmals auf die Angelegenheit zurückkommen.

Wie damals beschränke ich mich auch hier auf den Fall, daß das betrachtete zeiträumliche Kontinuum sich von einem »galileischen« nur sehr wenig unterscheidet. Um für alle Indizes

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \qquad (1)$$

setzen zu können, wählen wir, wie es in der speziellen Relativitätstheorie üblich ist, die Zeitvariable x_4 rein imaginär, indem wir

$$x_4 = it$$

setzen, wobei t die »Lichtzeit« bedeutet. In (1) ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$ ist. Die $\gamma_{\mu\nu}$ sind gegen 1 kleine Größen, welche die Abweichung des Kontinuums vom feldfreien darstellen; sie bilden einen Tensor vom zweiten Range gegenüber Lorentz-Transformationen.

§ 1. Lösung der Näherungsgleichungen des Gravitationsfeldes durch retardierte Potentiale.

Wir gehen aus von den für ein beliebiges Koordinatensystem gültigen[2] Feldgleichungen

$$-\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} + \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \begin{Bmatrix} \mu\alpha \\ \alpha \end{Bmatrix} + \sum_{\alpha\beta} \begin{Bmatrix} \mu\alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \nu\beta \\ \alpha \end{Bmatrix} - \sum_{\alpha\beta} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha\beta \\ \beta \end{Bmatrix} = -\varkappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \qquad (2)$$

[1] Diese Sitzungsber. 1916, S. 688ff.

[2] Von der Einführung des »λ-Gliedes« (vgl. diese Sitzungsber. 1917, S. 142) ist dabei Abstand genommen.

Gravitační vlny 1918

so gewählt werden, daß die $g_{\mu\nu}$ des neuen Systems vier willkürlich vorgeschriebenen Beziehungen genügen. Diese denken wir so gewählt, daß sie im Falle der uns interessierenden Näherung in die Gleichungen (5) übergehen. Die letzteren Gleichungen bedeuten also eine von uns gewählte Vorschrift, nach welcher das Koordinatensystem zu wählen ist. Vermöge (5) erhält man an Stelle von (4) die einfachen Gleichungen

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha^2} = 2\varkappa T_{\mu\nu}. \qquad (6)$$

Aus (6) erkennt man, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Die $\gamma_{\mu\nu}$ lassen sich bei gegebenen $T_{\mu\nu}$ aus letzteren nach Art der retardierten Potentiale berechnen. Sind x, y, z, t die reellen Koordinaten $x_1, x_2, x_3, \frac{x_4}{i}$ des Aufpunktes, für welchen die $\gamma'_{\mu\nu}$ berechnet werden sollen, x_0, y_0, z_0 die räumlichen Koordinaten eines Raumelementes dV_0, r der räumliche Abstand zwischen letzterem und dem Aufpunkt, so hat man

$$\gamma'_{\mu\nu} = -\frac{\varkappa}{2\pi}\int \frac{T_{\mu\nu}(x_0, y_0, z_0, t-r)}{r}\, dV_0. \qquad (7)$$

§ 2. Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes.

Ich habe früher[1] die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes für den Fall explizite angegeben, daß die Koordinatenwahl gemäß der Bedingung

$$g = |g_{\mu\nu}| = 1$$

erfolgt, welche Bedingung im Falle der hier behandelten Näherung

$$\gamma = \sum_{\alpha} \gamma_{\alpha\alpha} = 0$$

lauten würde. Dieselbe ist aber bei unserer jetzigen Koordinatenwahl im allgemeinen nicht erfüllt. Es ist deswegen am einfachsten, die Energiekomponenten hier durch eine gesonderte Überlegung zu ermitteln.

Dabei ist jedoch folgende Schwierigkeit zu beachten. Unsere Feldgleichungen (6) sind nur in der ersten Größenordnung richtig, während die Energiegleichungen — wie leicht zu schließen ist — klein von der zweiten Größenordnung sind. Wir gelangen jedoch bequem durch folgende Überlegung zum Ziel. Die Energiekomponenten $\mathfrak{T}_\sigma^\nu$ (der Materie) und $\mathfrak{t}_\sigma^\nu$ (des Gravitationsfeldes erfüllen gemäß der allgemeinen Theorie die Relationen

[1] Ann. d. Phys. 49. 1916. Gleichung (50).

Vývoj vesmíru

vznik těžších jader, nejprve helium

$p + n \rightarrow D$ (deuterium ^{2}H)

$D + n \rightarrow T$ (tricium ^{3}H)

nebo $D + p \rightarrow {}^{3}He$

$D + D \rightarrow n + {}^{3}He$

$T + p \rightarrow {}^{4}He$ + energie

${}^{3}He + n \rightarrow {}^{4}He$ + energie

$T + p \rightarrow {}^{4}He$ + energie

důležitost deutéria

při stáří vesmíru 200 s, ~ 25% hélia

astronomická pozorování ~ 25% hélia

Vývoj vesmíru

počáteční singularita

t = 0 , ϱ , T → ∞

S. Hawking dokázal, že v rámci OTR je nevyhnutelná r. 1970

Po roce 1985 první inflační modely vesmíru

v inflační fázi mohlo dojít k uvolnění energie, ohřevu vesmíru

Vývoj vesmíru

horký model vesmíru se singulárním počátkem

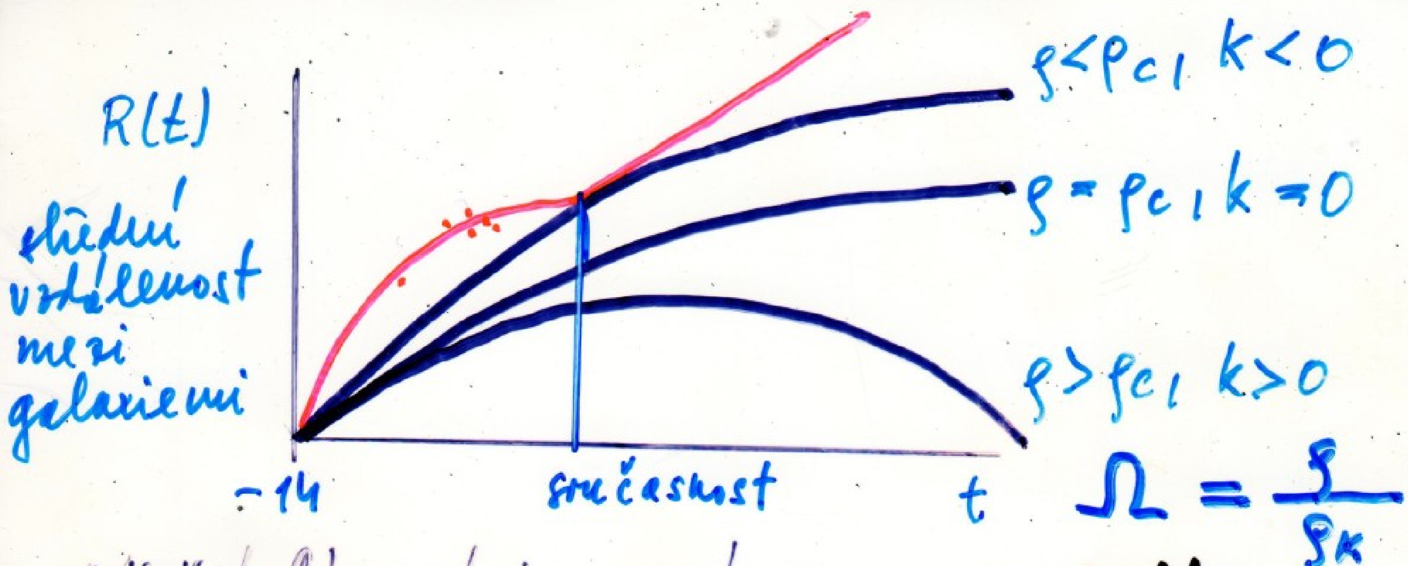
kosmologický princip

vesmír homogenní (ve všech místech stejný)

izotropní (ve všech směrech stejný)

základ většiny kosmologických modelů

Vývoj vesmíru



inflační fáze vývoje vesmíru

v době $(10^{-35} - 10^{-32})$ s

A. Guth ~ 1980

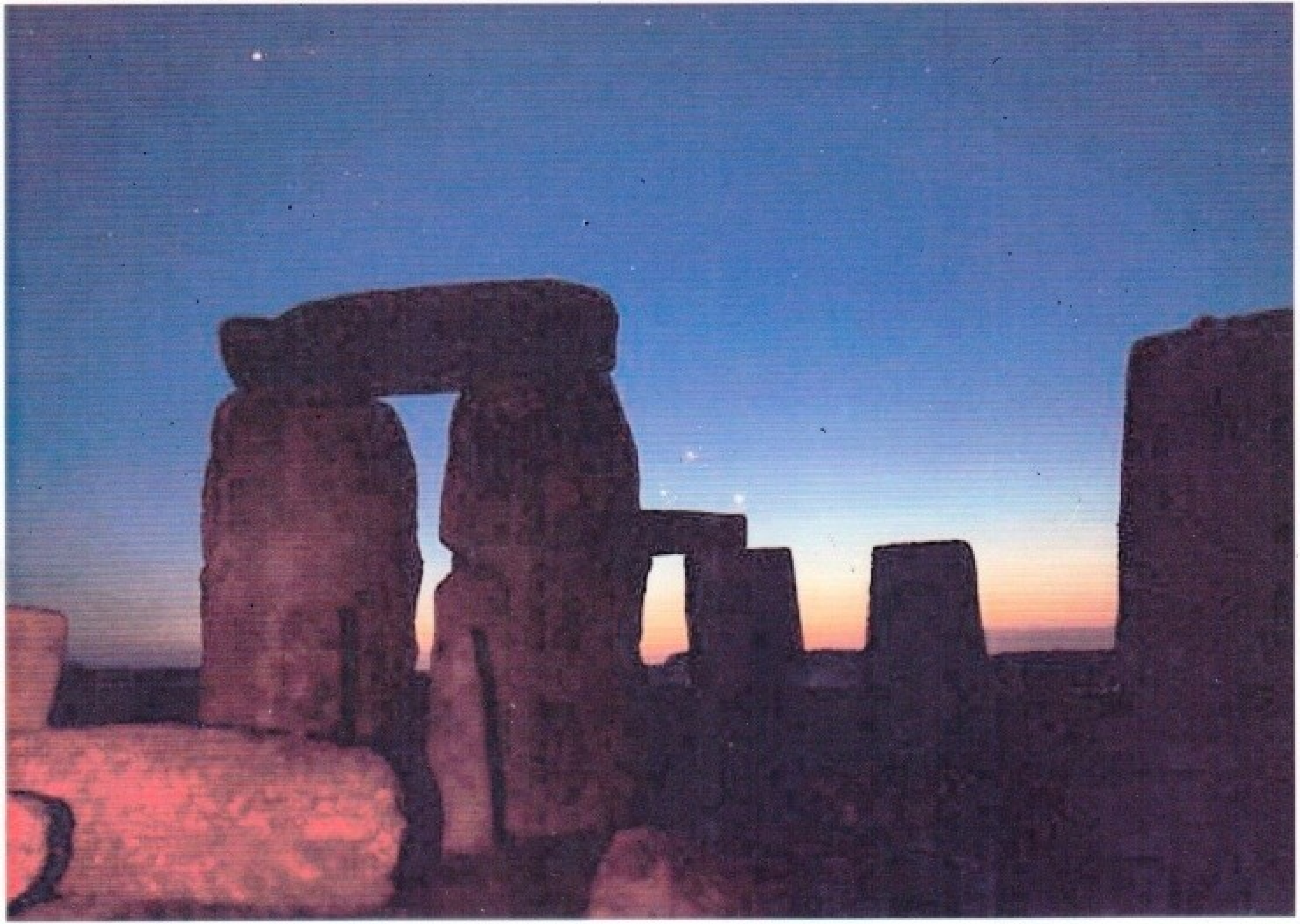
oddělení silné interakce od elektroslabé

na počátku vývoje všechny interakce sjednoceny,

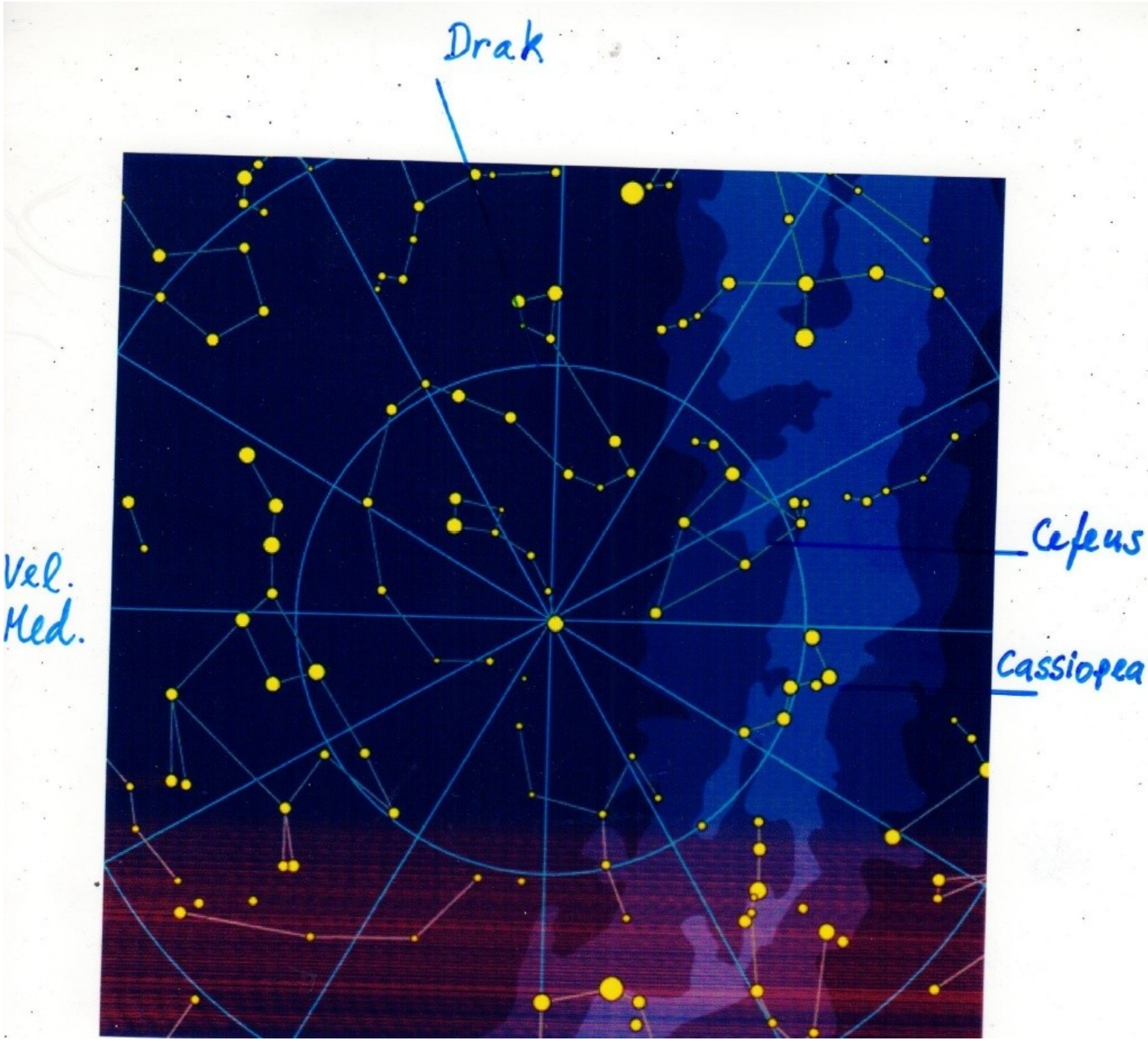
postupně se jednotlivé interakce oddělovaly

současný pohled – $k<0$, zrychlování rozpínání vesmíru

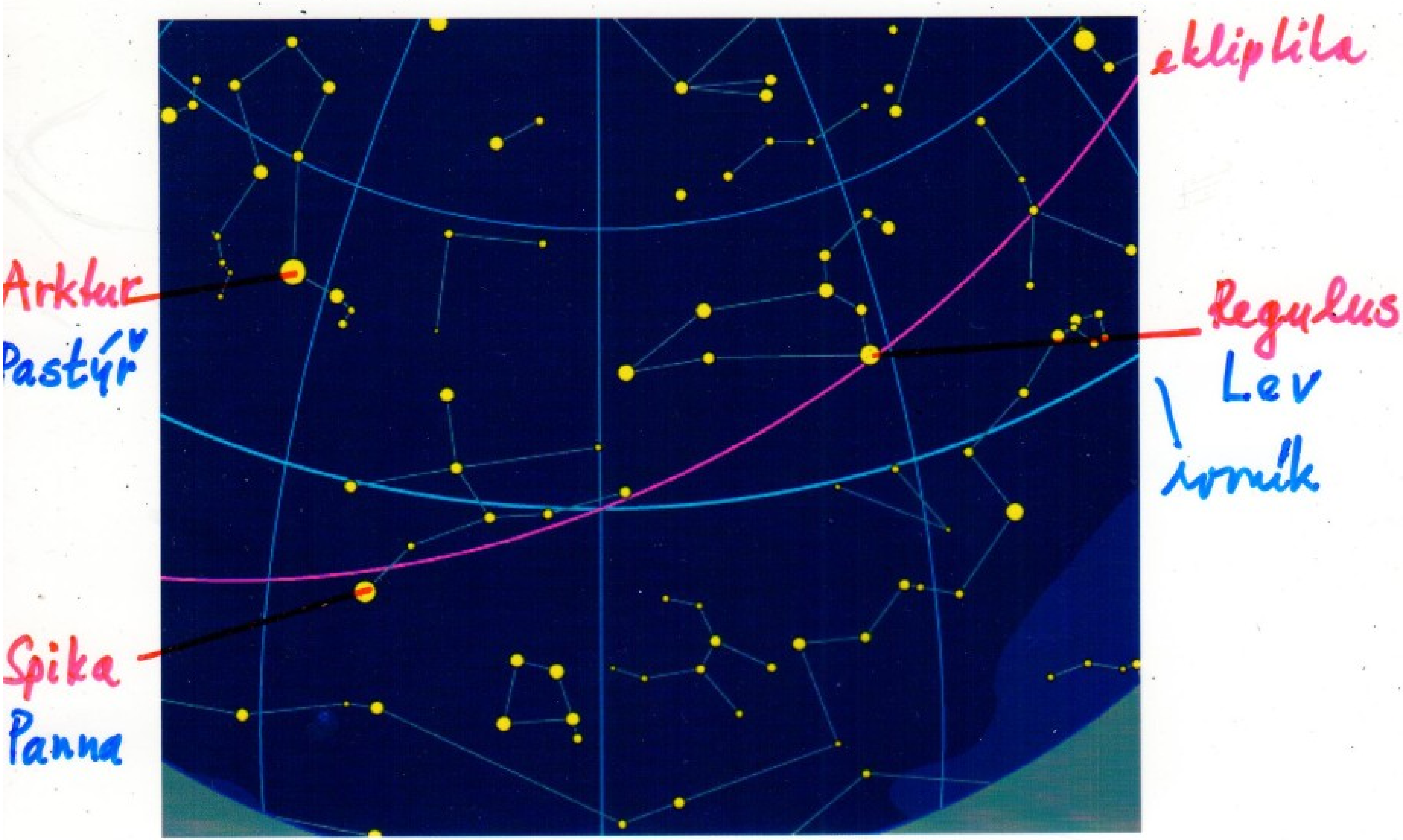
Pozorování, obloha



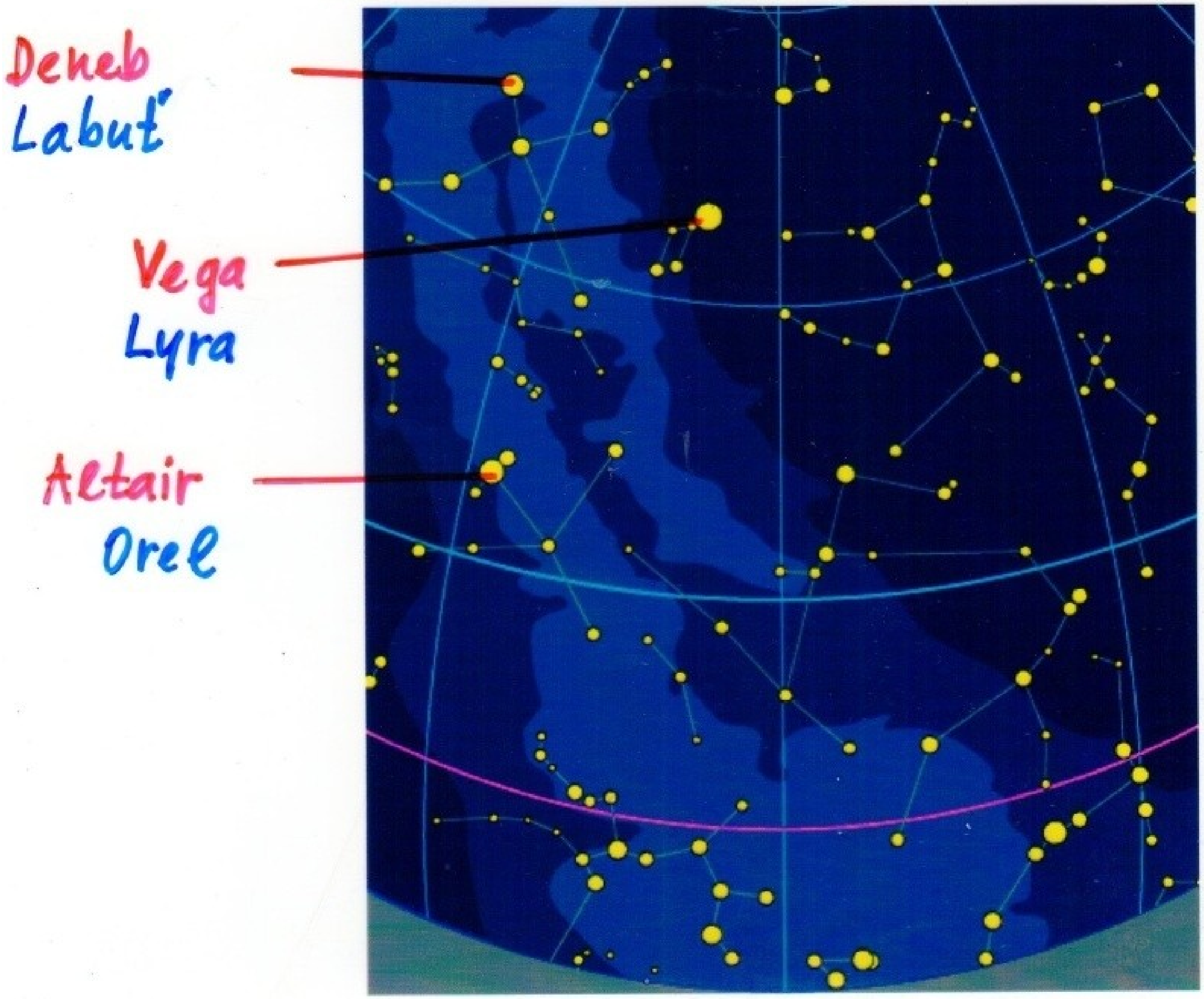
Hvězdná obloha, cirkumpolární souhvězdí



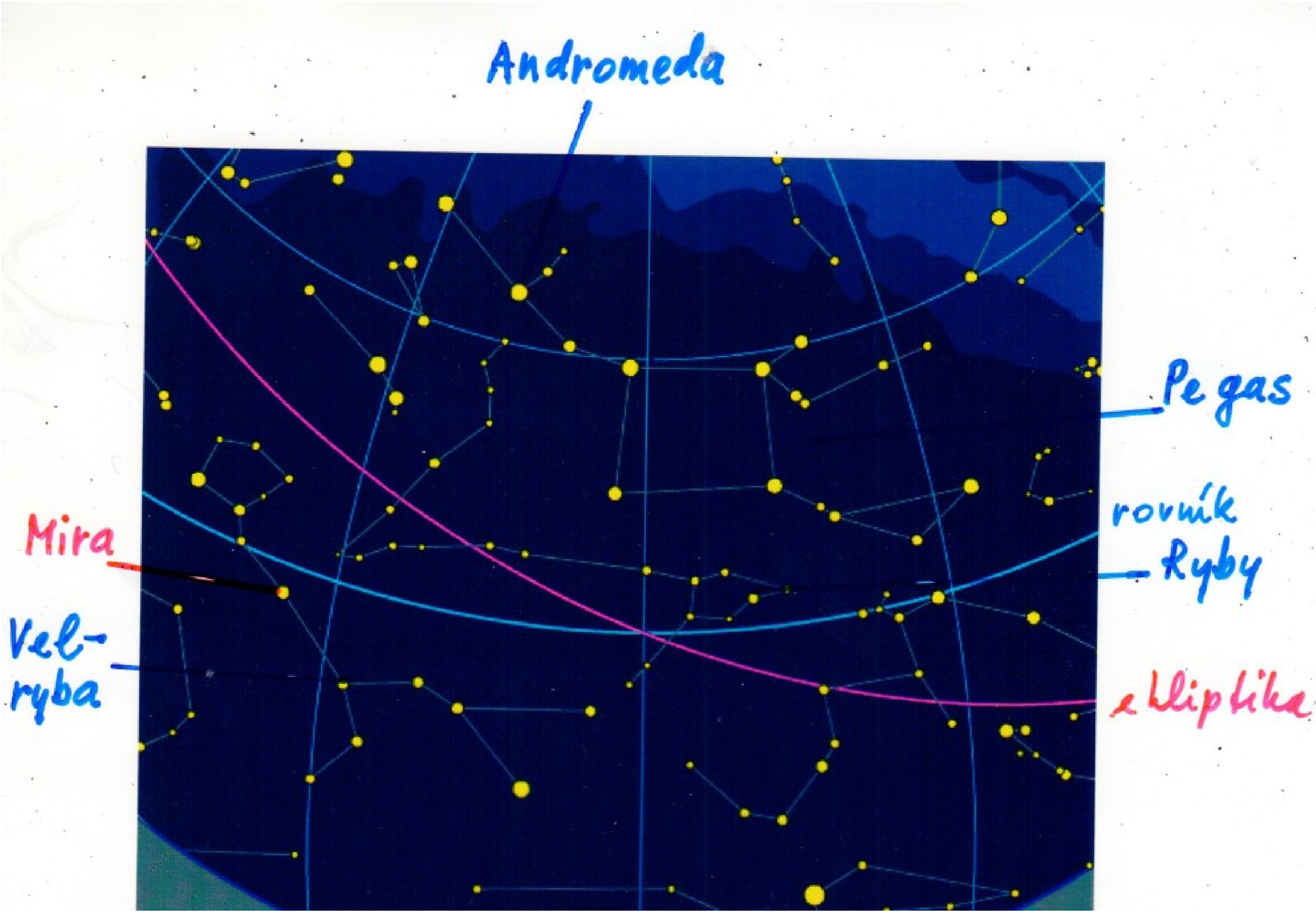
Hvězdná obloha, jaro



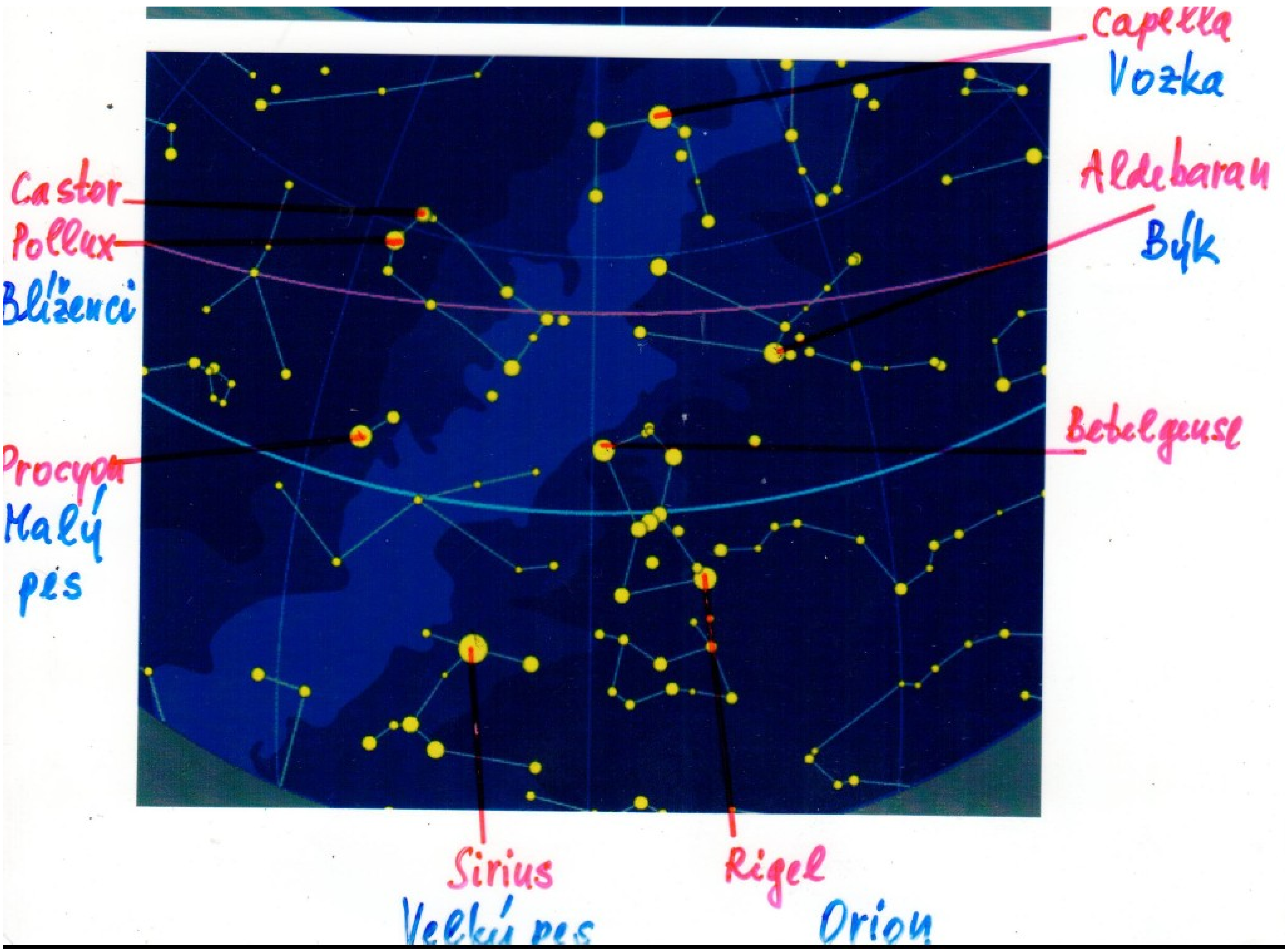
Hvězdná obloha, léto



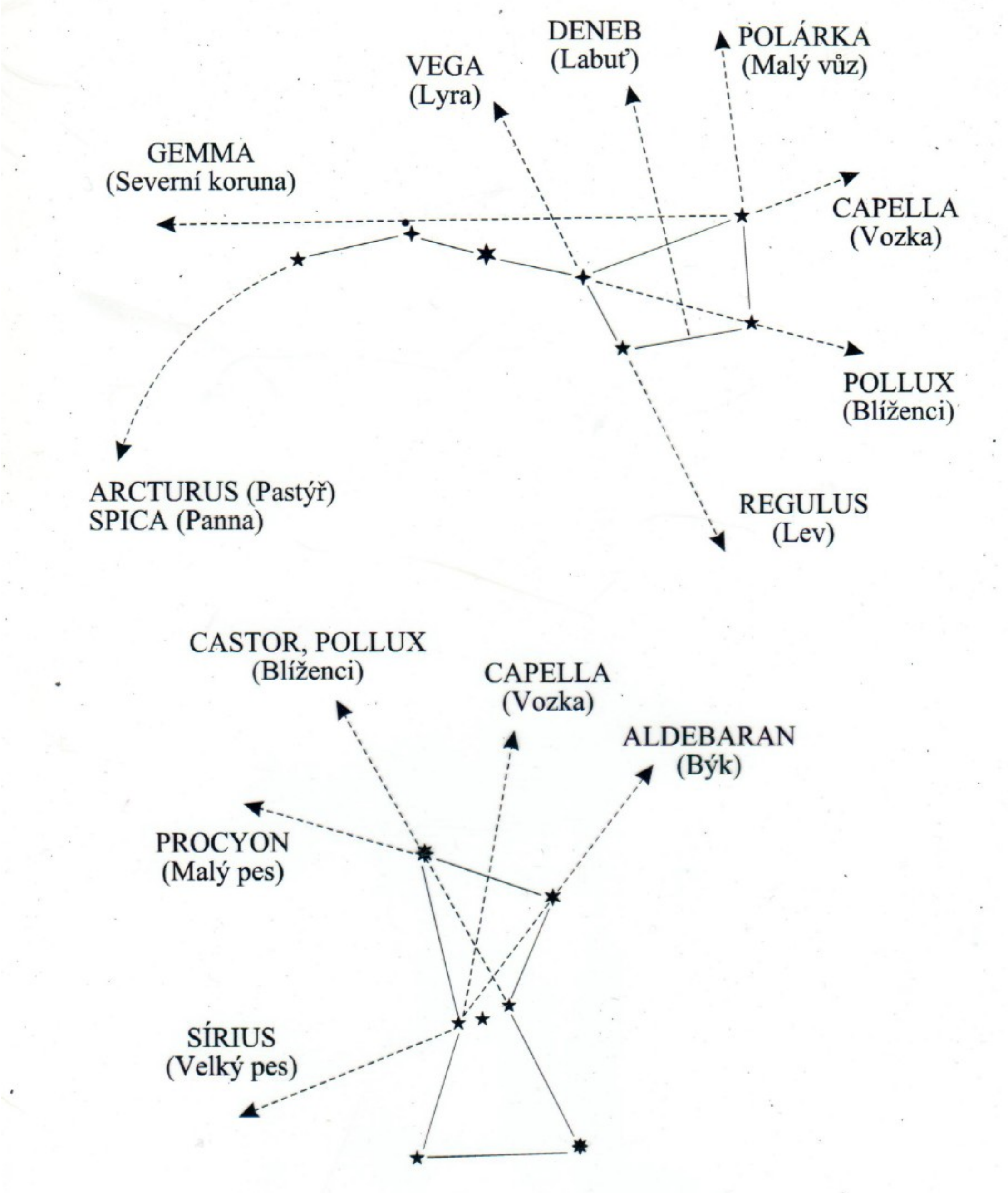
Hvězdná obloha, podzim



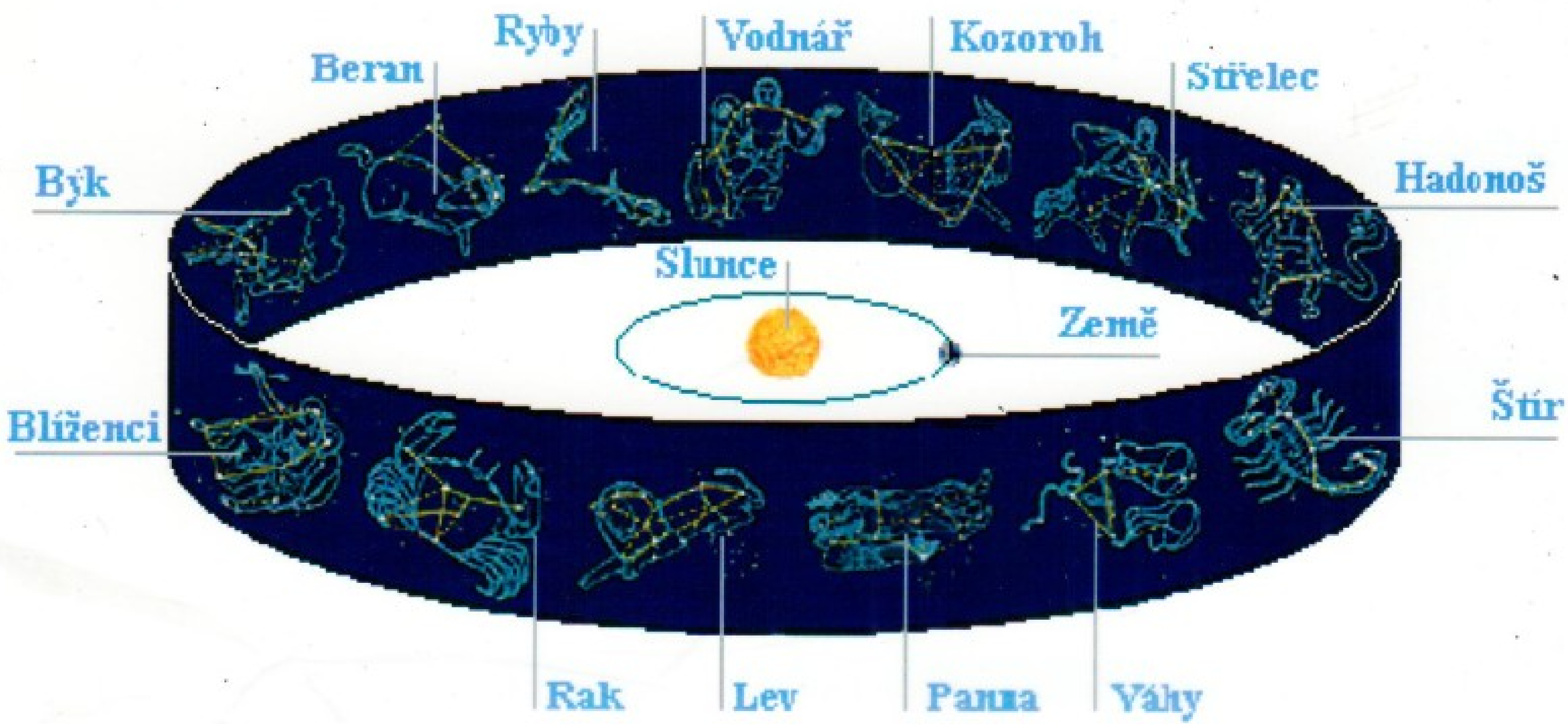
Hvězdná obloha, zima



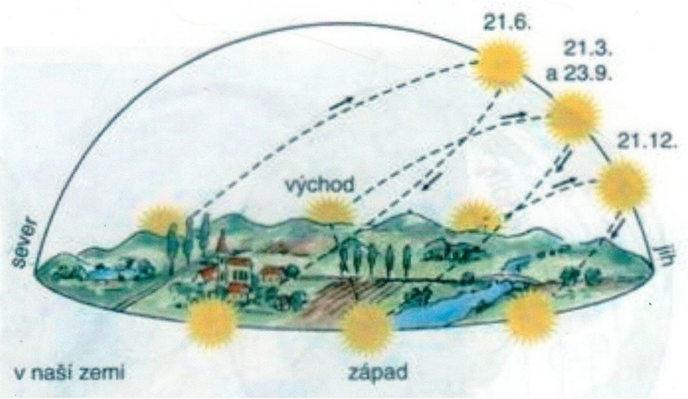
Orientace na obloze



Zvířetníková souhvězdí



Pohyb Slunce na obloze



(platí pro naši zeměpisnou šířku, tj. asi +50 stupňů)

Začátek *astronomického jara* (kolem 21. 3., jarní rovnodennost):

- Slunce vychází v 6 h východním směrem;
- v poledne je Slunce asi 40 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 18 h západním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 12 h, noc také 12 h.

Začátek *astronomického léta* (kolem 21. 6., letní slunovrat):

- Slunce vychází ve 4 h severovýchodním směrem;
- v poledne je Slunce asi 63 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 20 h severozápadním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 16 h, noc 8 h.

Začátek *astronomického podzimu* (kolem 23. 9., podzimní rovnodennost):

- Slunce vychází v 6 h východním směrem;
- v poledne je Slunce asi 40 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 18 h západním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 12 h, noc také 12 h.

Začátek *astronomické zimy* (kolem 21. 12., zimní slunovrat):

- Slunce vychází v 8 h jihovýchodním směrem;
- v poledne je Slunce asi 17 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 16 h jihozápadním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 8 h, noc 16 h.

Střídání ročních období

stálý sklon rotační osy Země k rovině oběhu

$$\varepsilon(t) = 23°\ 26'\ 21{,}4'' - 0{,}4684(t - 2000)$$

t… letopočet

sluneční paprsky dopadají v průběhu roku pod měnícím se úhlem – mění se deklinace, Slunce postupuje po ekliptice zprava doleva

Příčiny různých teplot ve středních klim. pásmech:

a) různá délka dne

b) různá výška Slunce nad obzorem během dne –

– zmírněno teplotní setrvačností

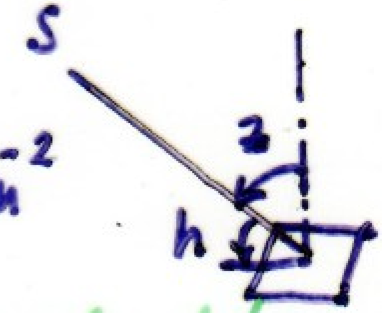
c) měnící se vzdálenost Země – Slunce

Střídání ročních období

Množství sluneční energie dopadající na zemský povrch

$m^{2}\,s^{-1}$

$$W = \frac{K}{r^2}\cos z = \frac{K}{r^2}\sin h$$



K .. 1360 $W\,m^{-2}$

astronomická roční období jsou různě dlouhá vzhledem k měnící se rychlosti Země na dráze

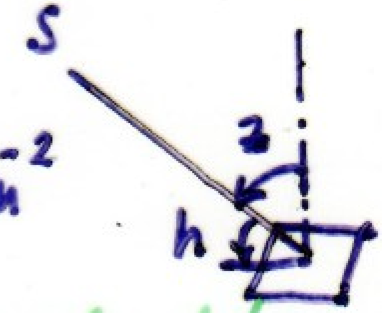
na severní polokouli – léto delší než zima, podnebí je tak mírnější, vlivem precese za 13 000 roků výměna

Střídání ročních období

Množství sluneční energie dopadající na zemský povrch

$m^2\ s^{-1}$

$$W = \frac{K}{r^2}\cos z = \frac{K}{r^2}\sin h$$

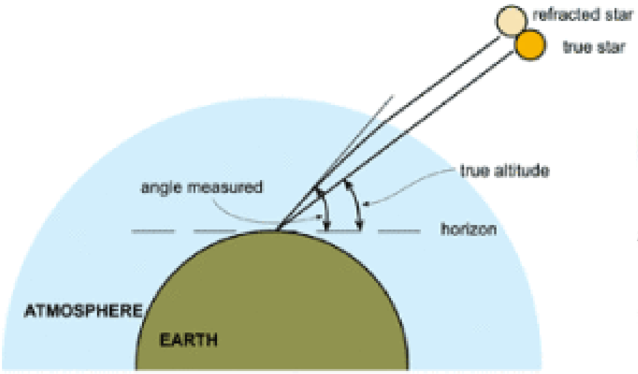


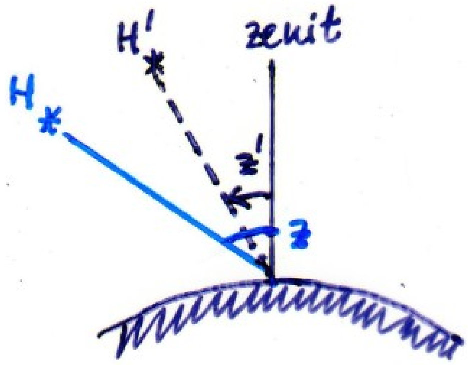
K .. $1360\ W\,m^{-2}$

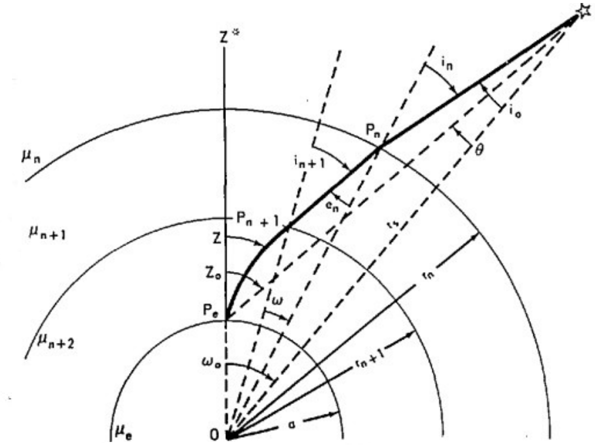
astronomická roční období jsou různě dlouhá vzhledem k měnící se rychlosti Země na dráze

na severní polokouli – léto delší než zima, podnebí je tak mírnější, vlivem precese za 13 000 roků výměna

Refrakce







lom světelného paprsku v atmosféře Země, při průchodu z řidšího k hustšímu se láme ke kolmici; zpožďování západu, urychlování vých

rozdíl mezi pozorovanou z' a skutečnou z výškou hvězdy; rozdíl $z - z' = R$ refrakční úhel; max. hodnota u obzoru 35'

$$R = k \operatorname{tg} z' \quad ; \quad k \approx 60'' \quad k = n - 1 \; *$$

$k \sim$ hustotě, teplotě — refrakční tabulky

refrakce s teplotou klesá, s tlakem stoupá

Refrakce

* index lomu n ~ hustotě prostředí, vlnové délce
červené paprsky méně ovlivněny refrakcí
než modré paprsky
deformace slunečního či měsíčního kotouče,
spodní okraj zdvižen výše než horní





Friedmannovy modely vesmíru

Rozpínání vesmíru pozorujeme jako vzájemné vzdalování galaxií objevené Edwinem Hubblem (viz část 1.5). Náš newtonovský model si lze představit jako rozpínající se plyn, jehož „molekuly“ jsou celé galaxie (ty samy se nerozpínají). Gravitace naopak galaxie přitahuje k sobě a rozpínání zpomaluje. Zvolíme-li počátek souřadnic v „místě“ některé galaxie (např. naší), potom na galaxii ve vzdálenosti R působí pouze hmota obsažená v kouli o poloměru R (působení vnějších vrstev se vyruší, to je důležitá vlastnost gravitační i coulombovské síly v klasické fyzice), jejíž hmotnost $M = 4\pi R^3 \varrho/3$, kde ϱ je hustota vesmírné „tekutiny“. Mechanická energie uvažované galaxie bude potom

Východiskem našich úvah je zákon zachování energie.

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2} m \left(\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{4\pi}{3} m\varrho R^2.$$

Předpokládáme-li, že na galaxii působí ještě izotropní síla $F = \Lambda mc^2 R/3$, jíž odpovídá potenciální energie[2]

$$U = -\frac{1}{6}\Lambda mc^2 R^2,$$

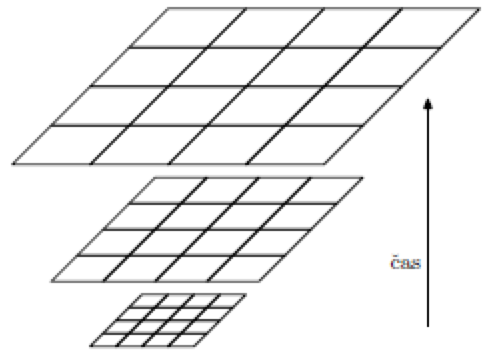
vychází celková energie dané galaxie

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{1}{6}\Lambda mc^2 R^2 - \frac{4\pi}{3} m\varrho R^2. \qquad (1.2.1)$$

Podle nejnovějších pozorování musíme počítat s kosmologickou konstantou.

Parametr Λ o rozměru m^{-2} nazýváme *kosmologickou konstantou* a standardně bývá interpretována jako vliv energie samotného vakua.

Friedmannovy modely vesmíru



Obr. 1.6: K zavedení „comoving" souřadnic: souřadnicový systém je unášen expanzí, takže uvažovaný objekt zůstává stále ve zvoleném bodě souřadnicové sítě, ostatní body se od něj v důsledku rozpínání vzdalují.

Vzhledem k homogenitě a izotropii rozpínání je výhodné zavést tzv. *„comoving" souřadnice*, které jsou „unášeny" rozpínáním a pro zvolenou galaxii zůstávají po celou dobu konstantní. Zvětšování vzájemných vzdáleností je pak popsáno *expanzním faktorem* $a = a(t)$ závisejícím na čase (viz obr. 1.6). Pro skutečnou vzdálenost proto platí

Pro jednodušší popis zavádíme „comoving" souřadnice a expanzní faktor.

$$\boldsymbol{R} = a(t)\boldsymbol{x} \tag{1.2.2}$$

a po dosazení do (1.2.1) získáváme

$$\frac{2E}{mx^2} = \left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{1}{3}\Lambda c^2 a^2 - \frac{8\pi}{3}\varrho a^2.$$

Jak energie E, hmotnost m i „comoving" souřadnice x jsou v rámci našeho newtonovského modelu pro uvažovanou galaxii konstantami, použijeme-li ekvivalenci hmotnosti a energie $E = mc^2$, bude $2E/(mx^2) = 2c^2/x^2$. Výraz $2/x^2$ odráží geometrii vesmíru v „comoving" souřadnicích a obvykle klademe $2/x^2 = -k$. Po dosazení do předcházející rovnice dospějeme k základní, tzv. *Friedmannově rovnici* popisující rozpínání vesmíru pomocí expanzního faktoru

Friedmannova rovnice

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\varrho + \frac{1}{3}\Lambda c^2 - \frac{kc^2}{a^2}. \tag{1.2.3}$$

Friedmannovy modely vesmíru

Druhou rovnici popisující expanzi vesmíru získáme z práce, kterou přitom hmota – „plyn galaxií" – vykoná. V části 1.4 ukážeme, že různé formy energie, jež mohou být ve vesmíru obsaženy, přispívají k tlaku „plynu" rozdílně a vedou k odlišné závislosti hustoty energie ϱ na čase. Uvažujme kouli o objemu V, jejíž objem se změní o $\mathrm{d}V$. Energie obsažená v tomto objemu bude

$$E = \frac{4\pi}{3}\varrho c^2 R^3.$$

Považujeme-li rozpínání za adiabatické (nedodáváme žádnou vnější energii), musí podle 1. věty termodynamické platit

$$\mathrm{d}E + p\,\mathrm{d}V = 0 \qquad \text{neboli} \qquad \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} + p\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 0.$$

Dosadíme-li postupně

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} &= 4\pi\varrho c^2 R^2 \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} + \frac{4\pi}{3} c^2 R^3 \frac{\mathrm{d}\varrho}{\mathrm{d}t}, \\ \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &= 4\pi R^2 \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} \end{aligned}$$

a přejdeme ke „comoving" souřadnicím (1.2.2), dospějeme k další důležité rovnici pro změnu hustoty energie s časem

Další důležitá rovnice určuje změnu hustoty vesmíru

$$\frac{\mathrm{d}\varrho}{\mathrm{d}t} + \frac{3}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\left(\varrho + \frac{p}{c^2}\right) = 0. \qquad (1.2.4)$$

Friedmannovy modely vesmíru

Ke změně hustoty energie přispívá jednak zvětšení objemu (člen $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$, jednak práce vykonaná při expanzi tlakem p, jež se v našem newtonovském modelu mění na gravitační potenciální energii.

s časem.

Derivujeme-li Friedmannovu rovnici (1.2.3) podle času, získáme

$$2\,\frac{1}{a}\,\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\,\frac{1}{a^2}\left[a\,\frac{\mathrm{d}^2a}{\mathrm{d}t^2}-\left(\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]=\frac{8\pi G}{3}\,\frac{\mathrm{d}\varrho}{\mathrm{d}t}+\frac{2kc^2}{a^3}\,\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t},$$

po dosazení za $\mathrm{d}\varrho/\mathrm{d}t$ z (1.2.4) dále

$$\frac{1}{a}\,\frac{\mathrm{d}^2a}{\mathrm{d}t^2}-\left(\frac{1}{a}\,\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right)^2=-4\pi G\left(\varrho+\frac{p}{c^2}\right)+\frac{kc^2}{a^2}$$

a odečtením Friedmanovy rovnice (1.2.3) druhou základní rovnici popisující „zrychlení“ rozpínání vesmíru

$$\frac{1}{a}\,\frac{\mathrm{d}^2a}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{4\pi G}{3}\left(\varrho+\frac{3p}{c^2}\right)+\frac{1}{3}\Lambda c^2. \qquad (1.2.5)$$

Třetí a poslední ze stěžejních rovnic určuje „zrychlení“ kosmologické expanze.



Astrofyzika XIII.

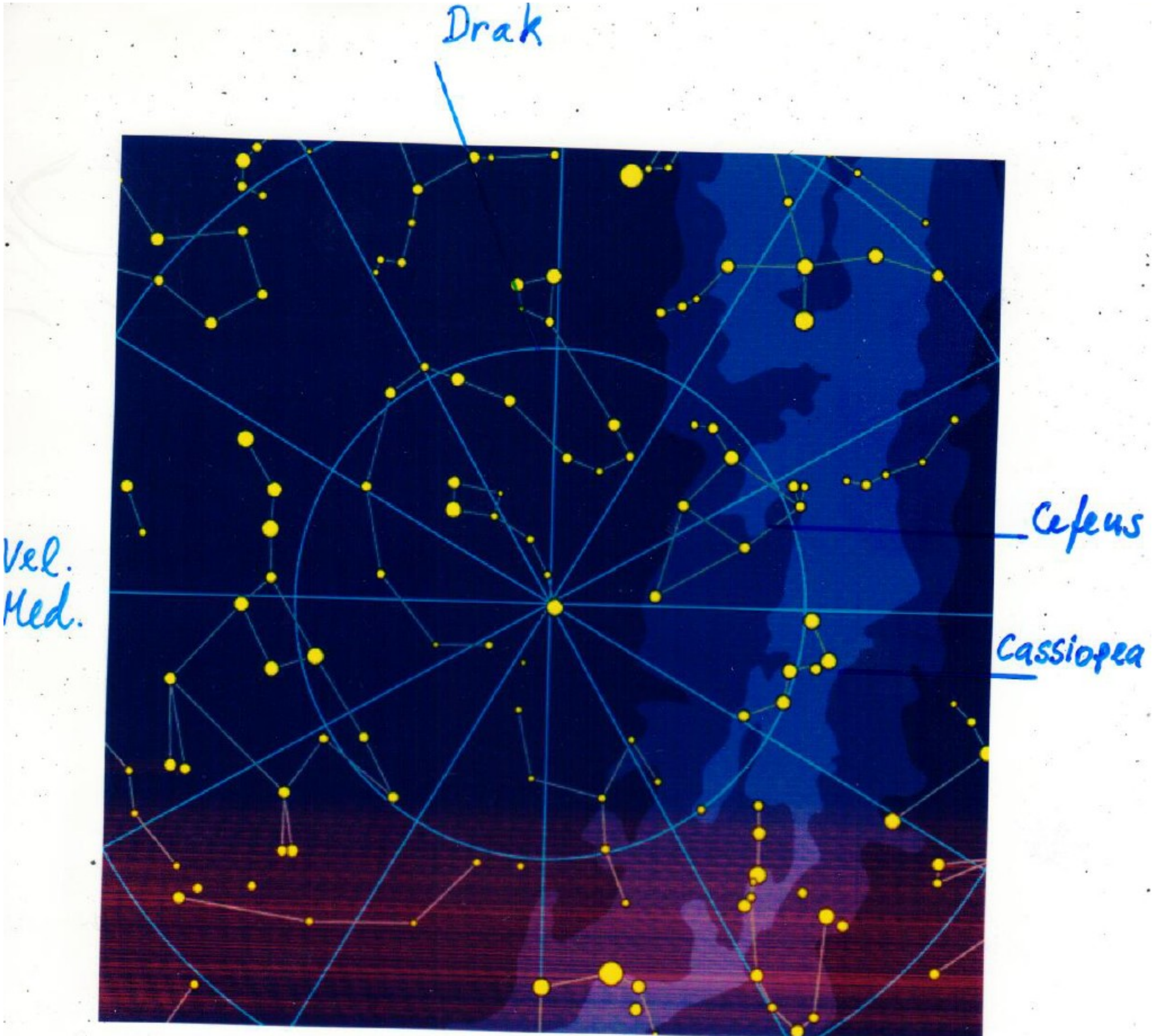
Pozorování, obloha

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofy

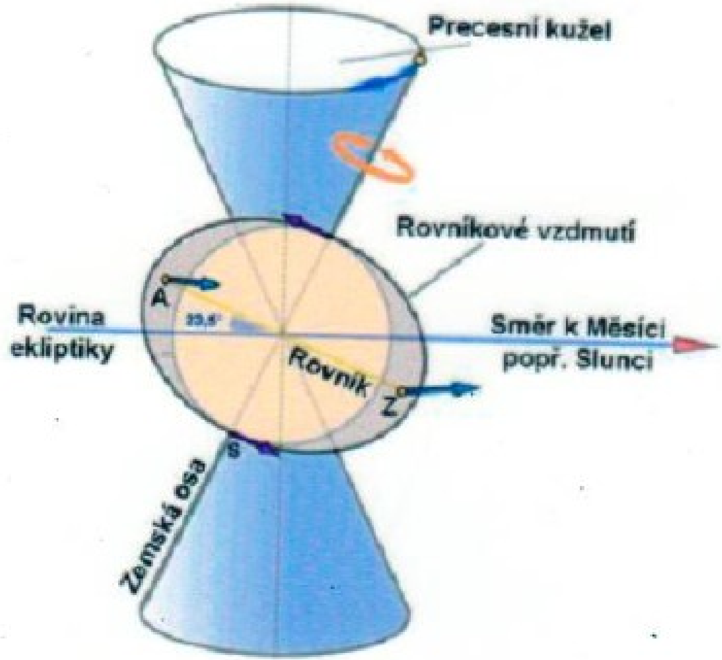


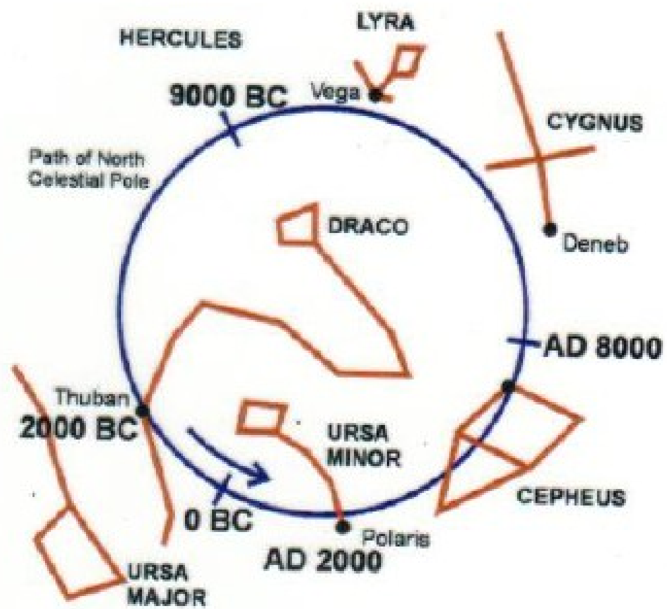
Cirkumpolární souhvězdí



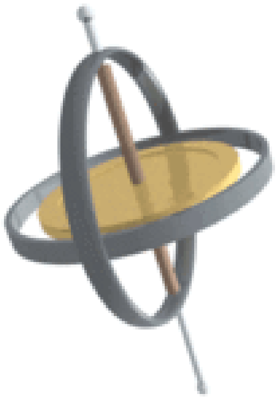
vznik precese – důsledek nekulového tvaru Země

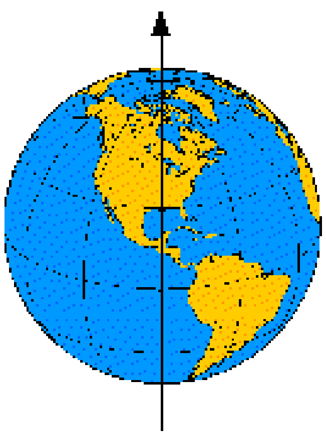
Precese zemské osy

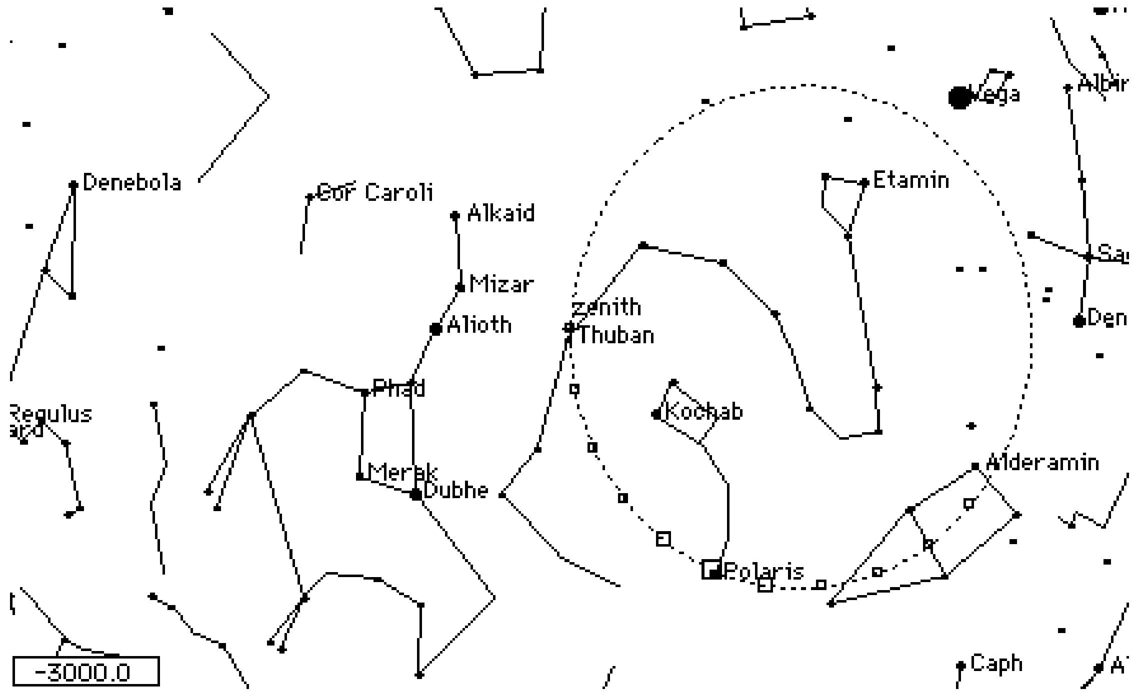




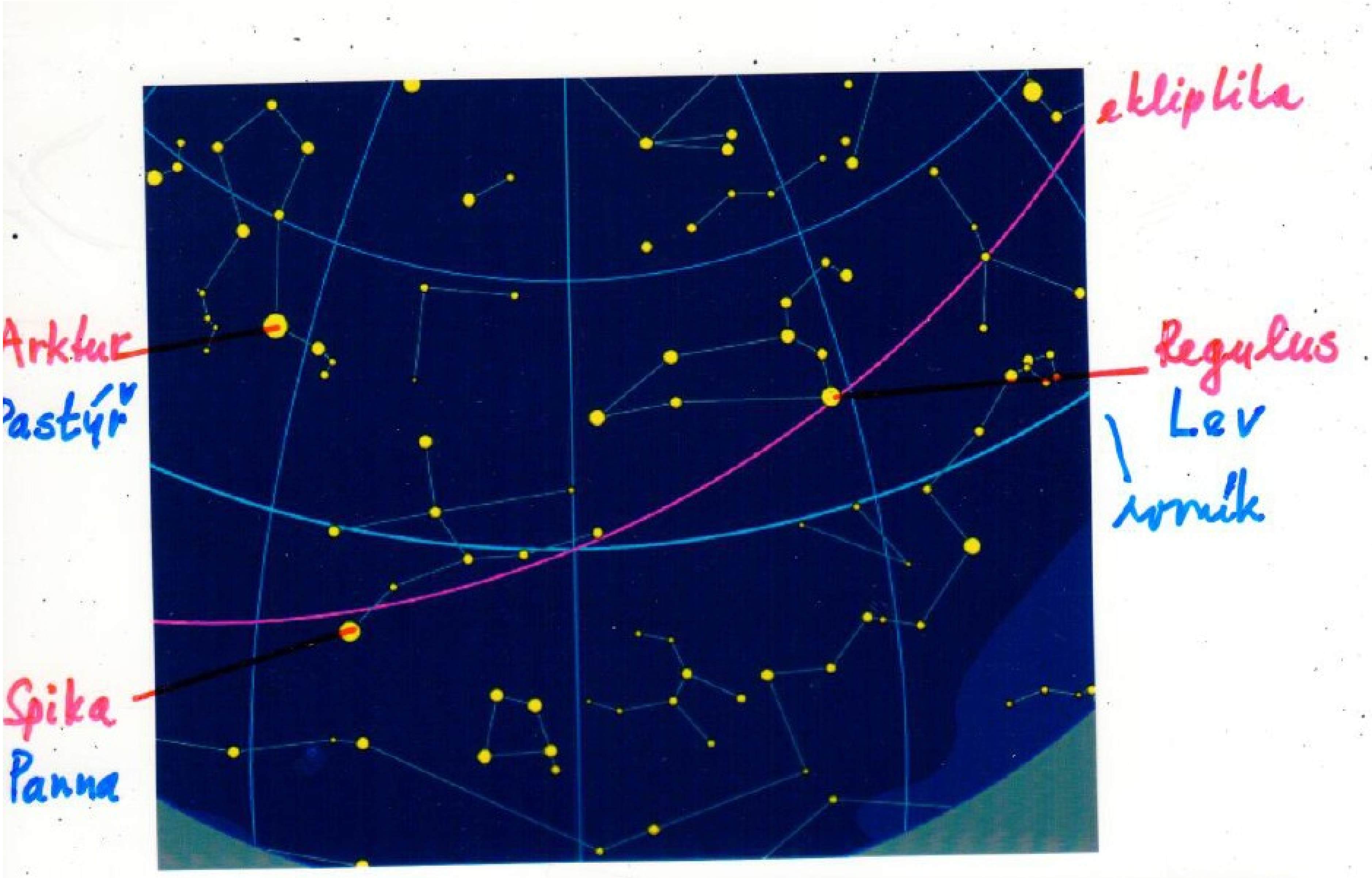
Precesní pohyb zemské osy



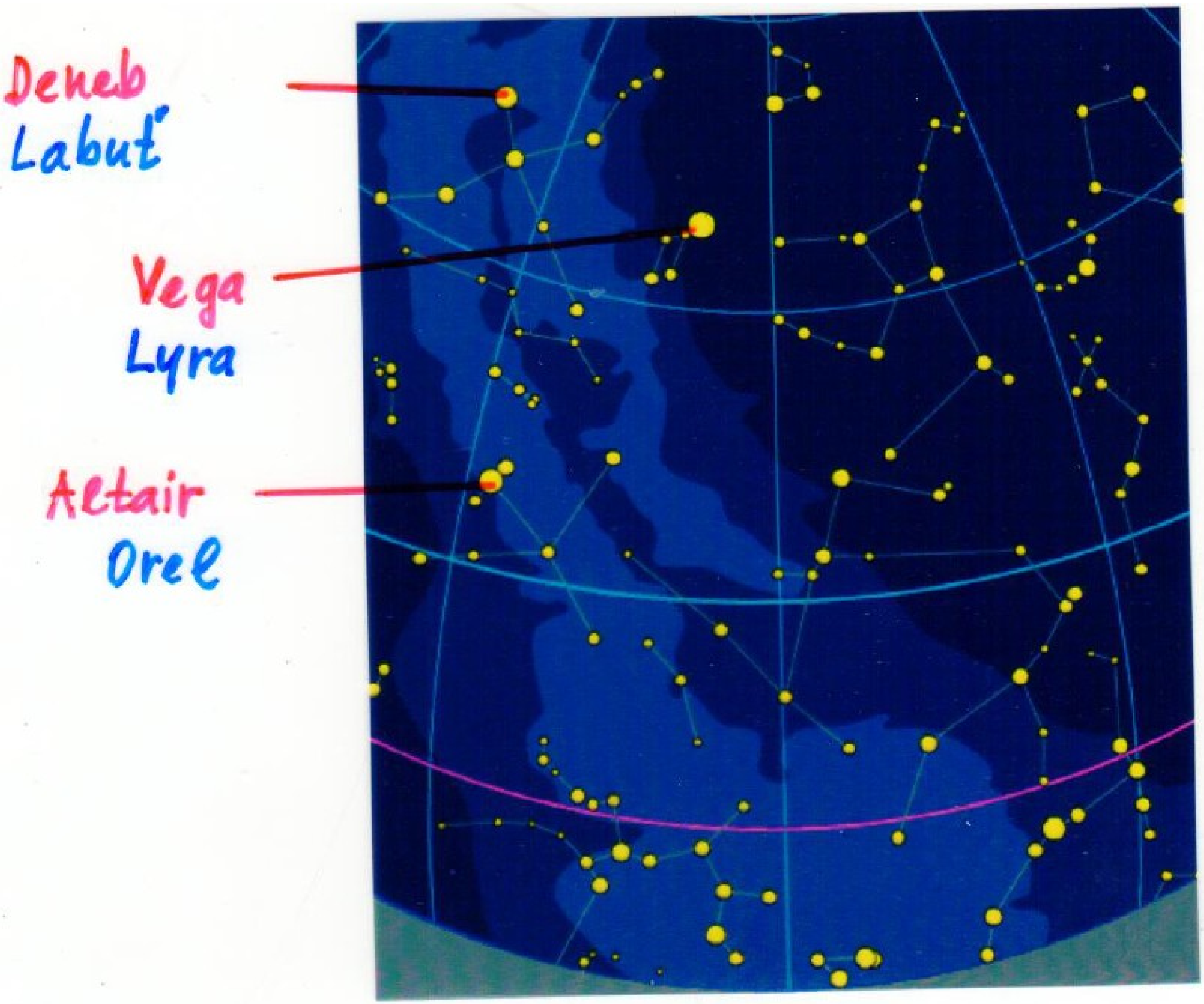




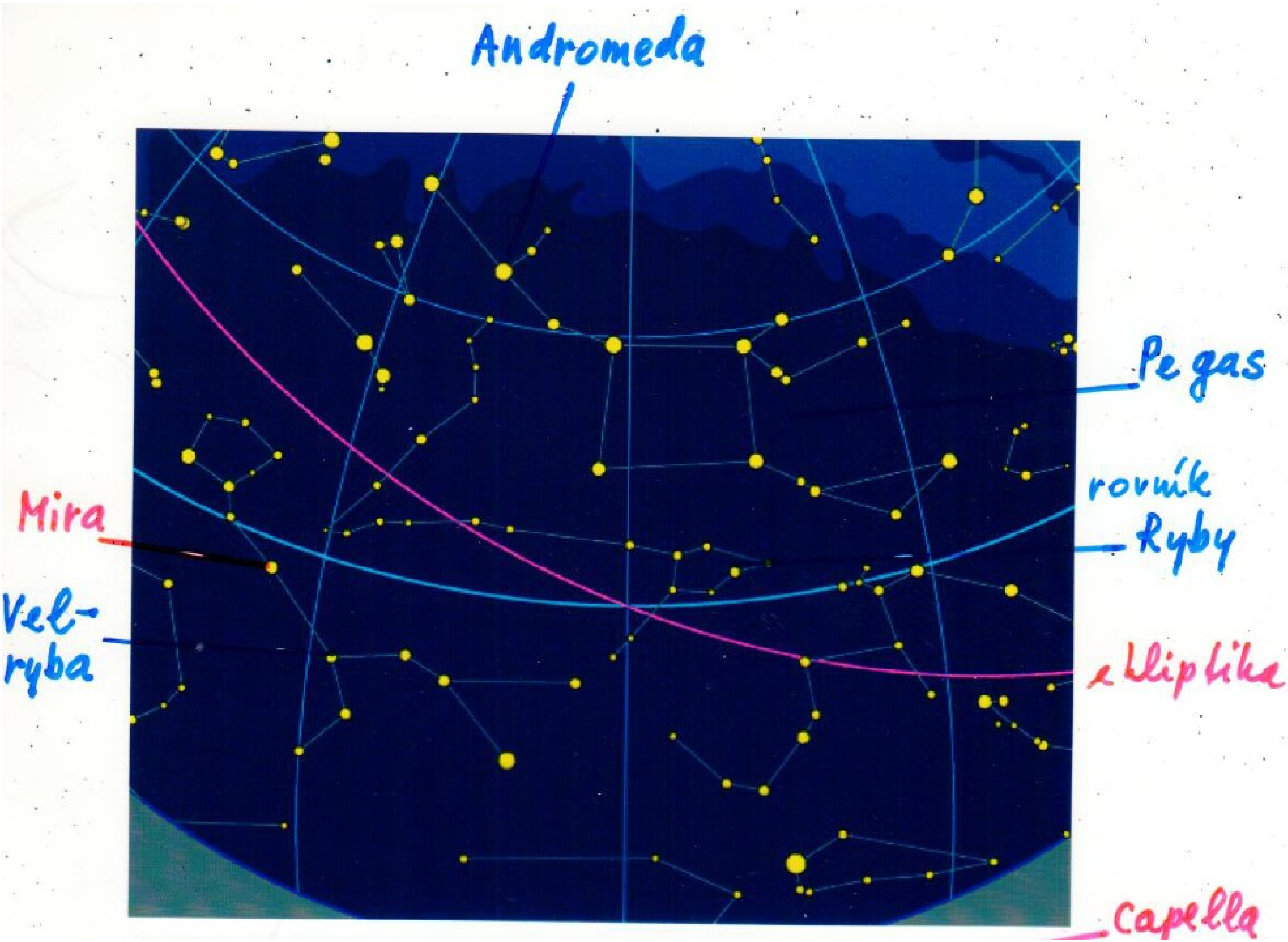
Jarní souhvězdí



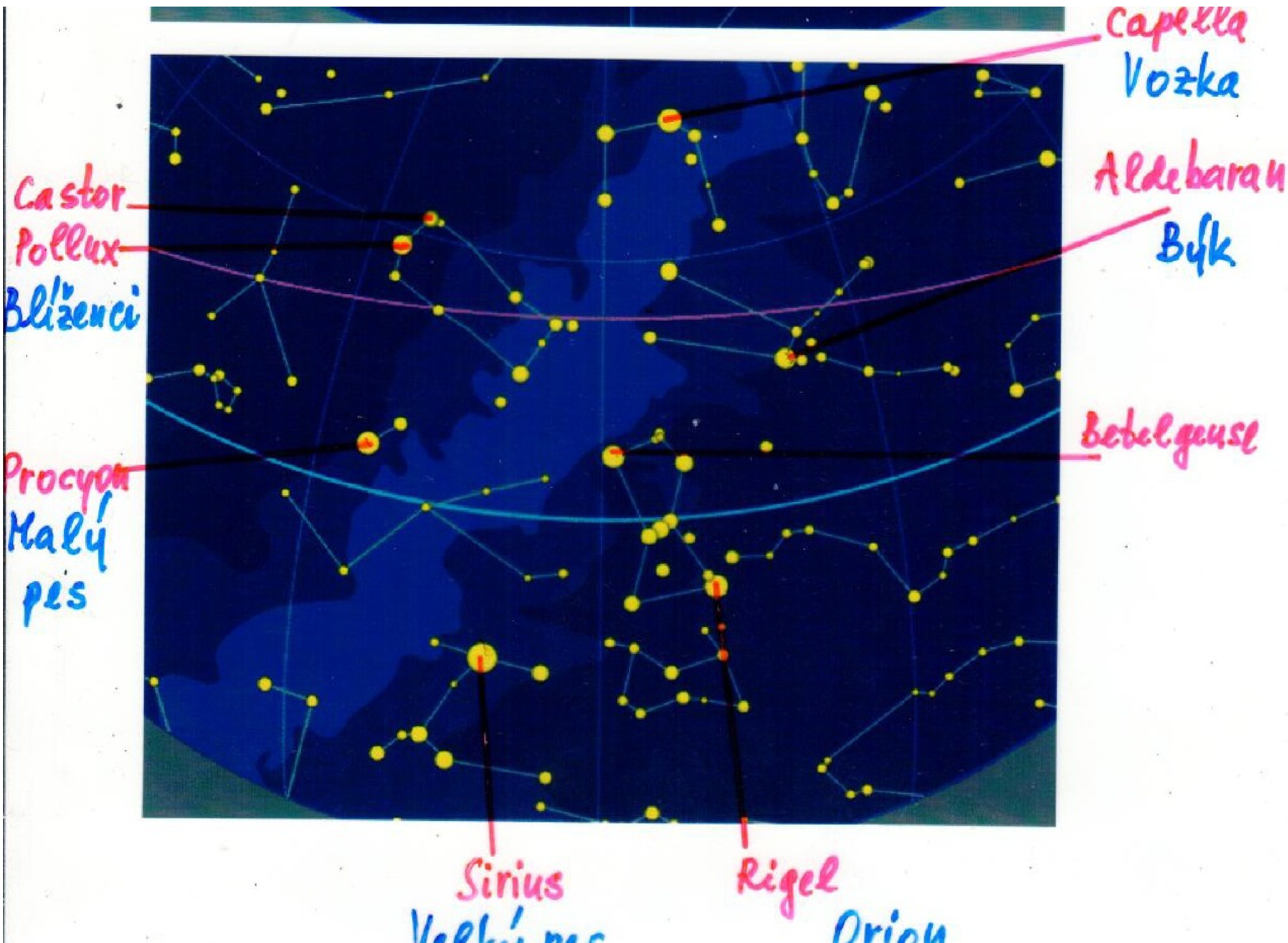
Letní souhvězdí



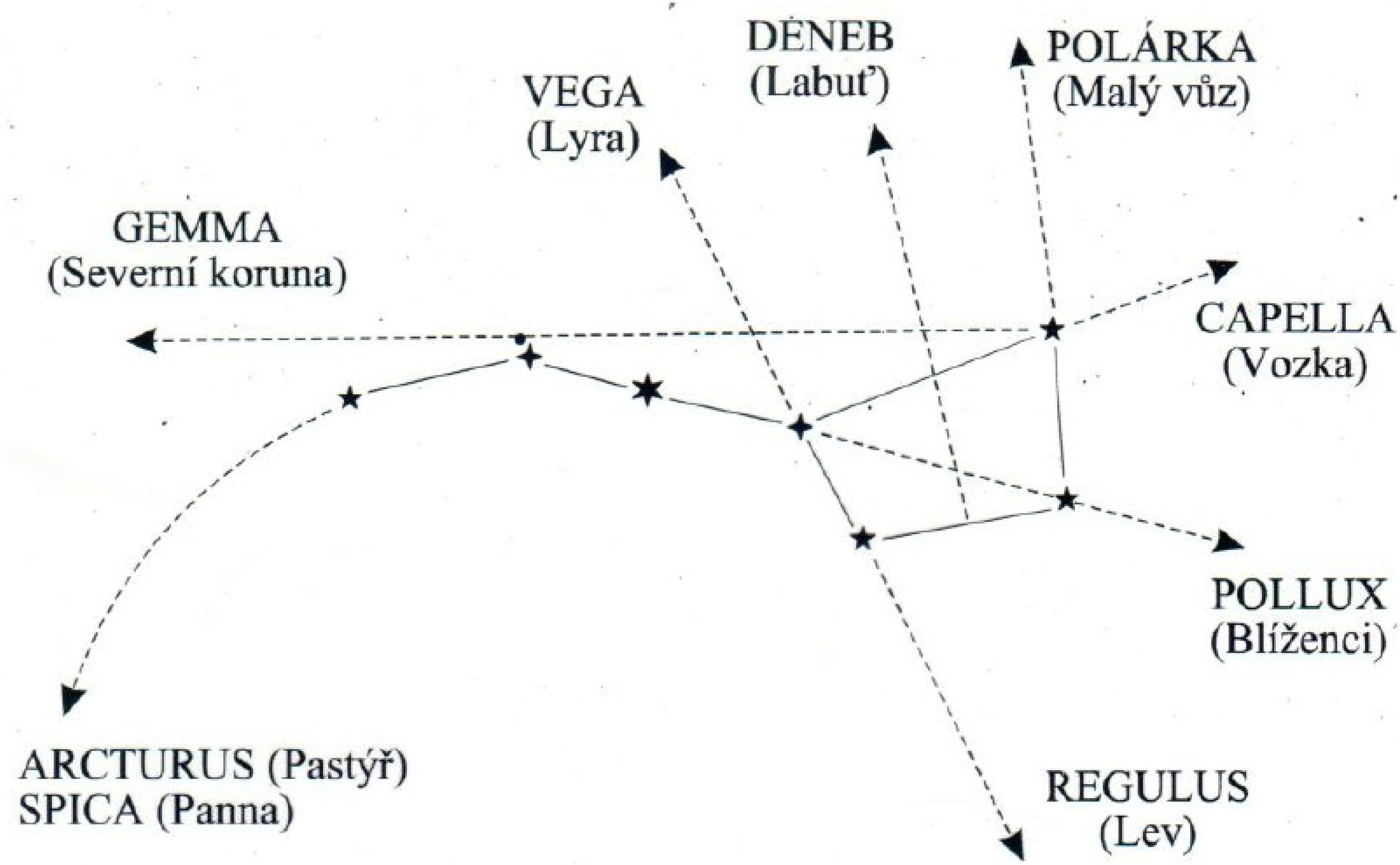
Podzimní souhvězdí



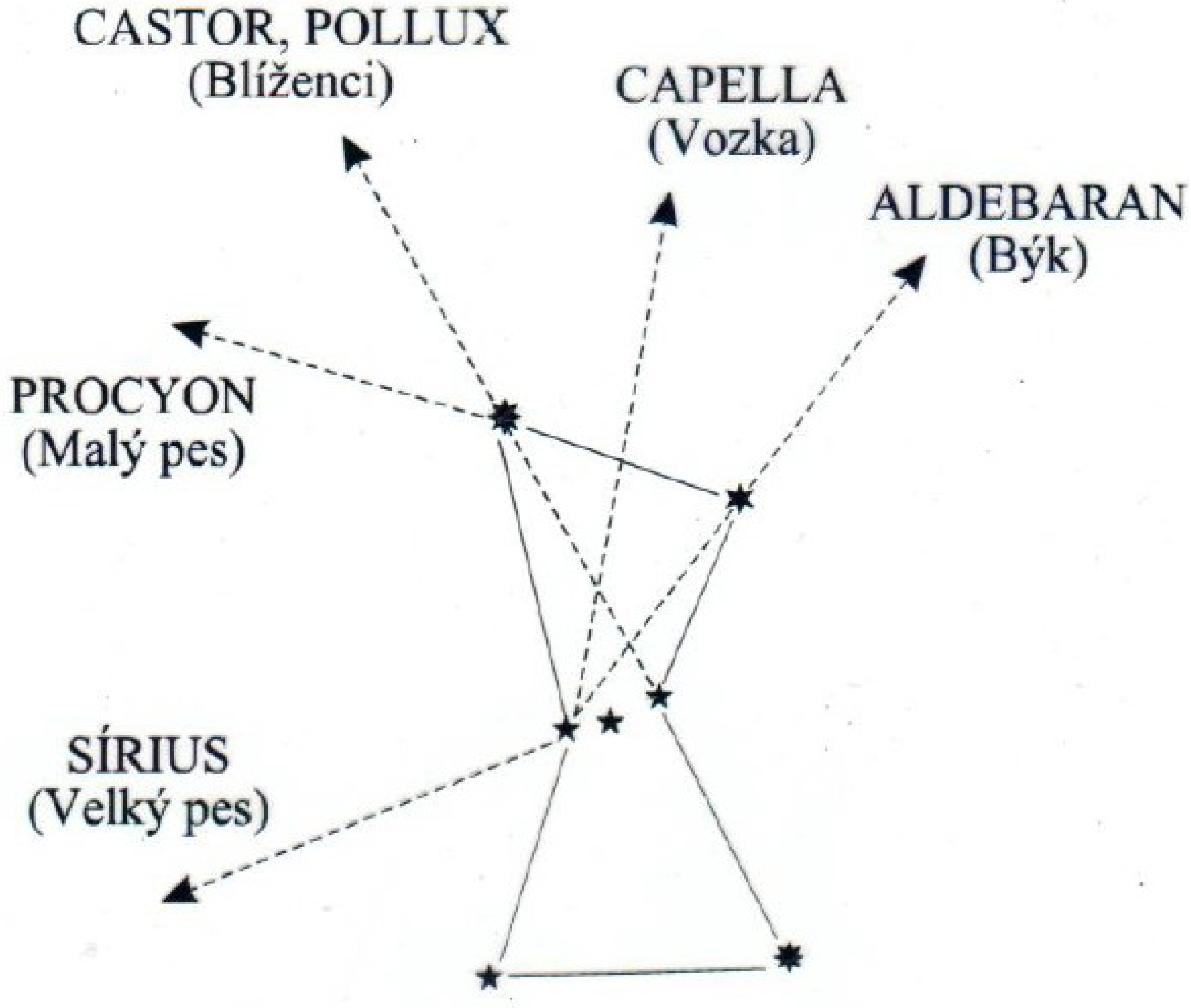
Zimní souhvězdí



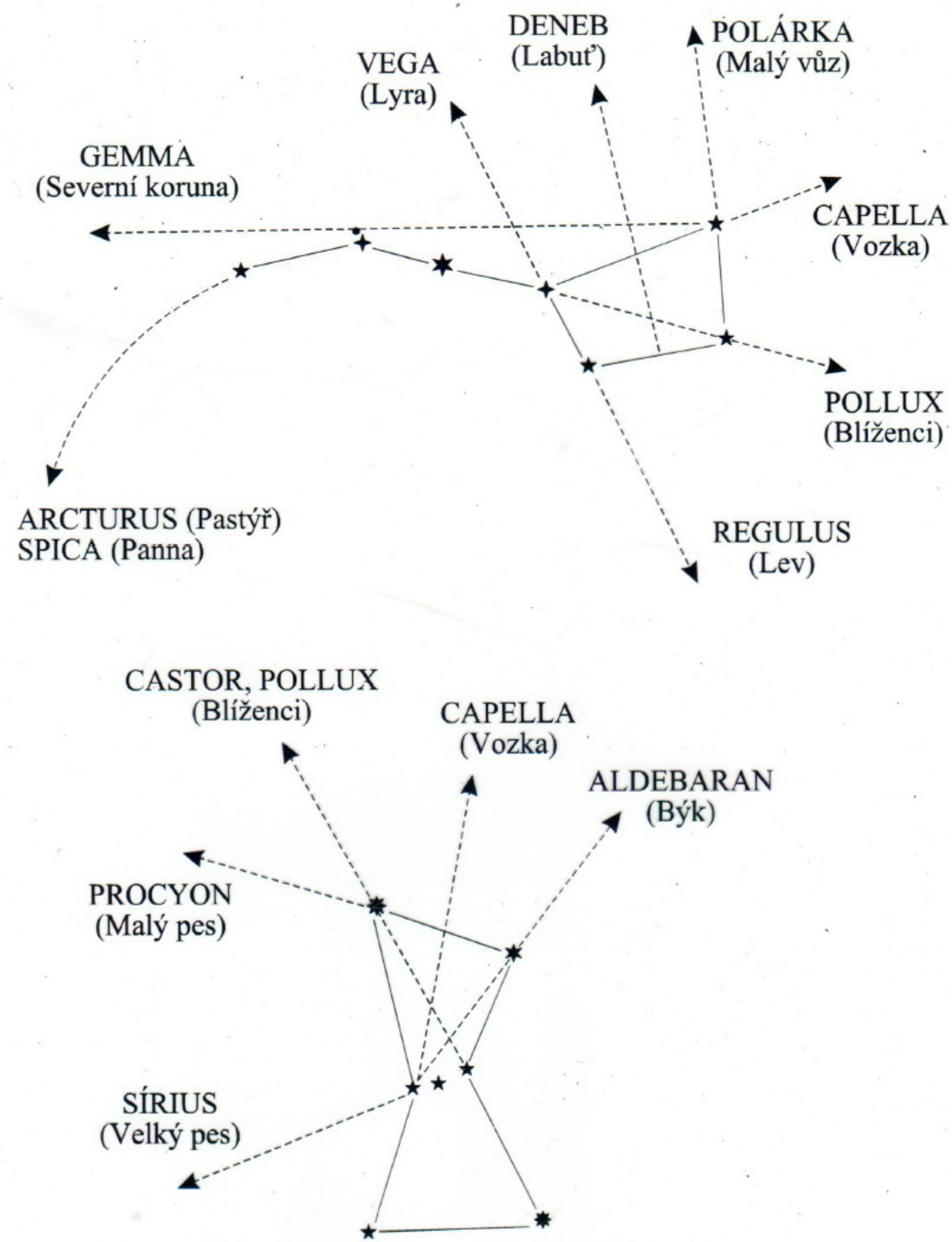
Orientace na obloze



Orientace na obloze



Orientace na obloze



Střídání ročních období

Střídání ročních období

stálý sklon rotační osy Země k rovině oběhu

$$\varepsilon(t) = 23^\circ\, 26'\, 21{,}4'' - 0{,}4684(t - 2000)$$

t… letopočet

sluneční paprsky dopadají v průběhu roku pod měnícím se úhlem – mění se deklinace, Slunce postupuje po ekliptice zprava doleva

Příčiny různých teplot ve středních klim. pásmech:

a) různá délka dne

b) různá výška Slunce nad obzorem během dne –

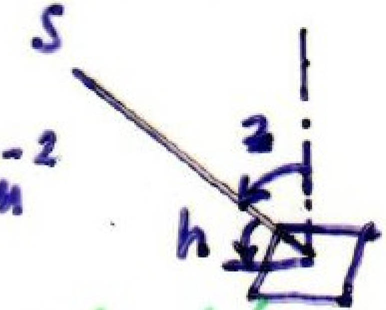
– zmírněno teplotní setrvačností

c) měnící se vzdálenost Země – Slunce

Střídání ročních období

Množství sluneční energie dopadající na zemský povrch $m^2 s^{-1}$

$$W = \frac{K}{r^2}\cos z = \frac{K}{r^2}\sin h$$

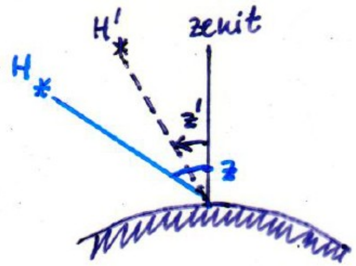


$K \dots 1360\ W\,m^{-2}$

astronomická roční období jsou různě dlouhá vzhledem k měnící se rychlosti Země na dráze

na severní polokouli – léto delší než zima, podnebí je tak mírnější, vlivem precese se za 13 000 roků vymění

Refrakce



lom světelného paprsku v atmosféře Země,
při průchodu z řidšího k hustšímu se láme
ke kolmici; zpožďování západu, urychlování vých.
rozdíl mezi pozorovanou z' a skutečnou z
výškou hvězdy; rozdíl $\underline{z} - \underline{z'} = R$
refrakční úhel; max. hodnota u obzoru $35'$

$$R = k \operatorname{tg} z' \quad ; \; k \approx 60'' \quad k = n - 1 \,^{*}$$

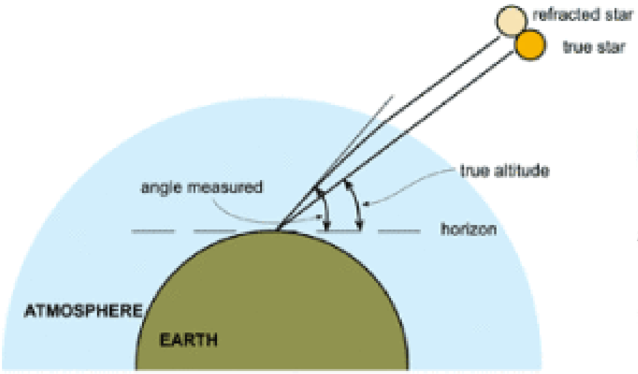
$k \sim$ hustotě, teplotě – refrakční tabulky
refrakce s teplotou klesá, s tlakem stoupá

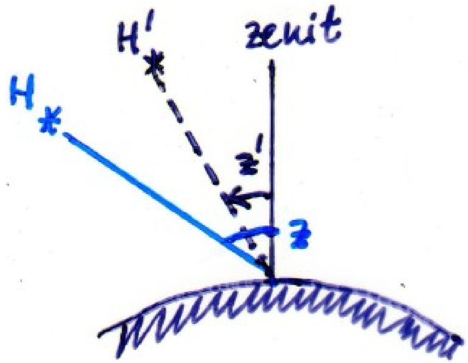
* index lomu $n \sim$ hustotě prostředí, vlnové délce

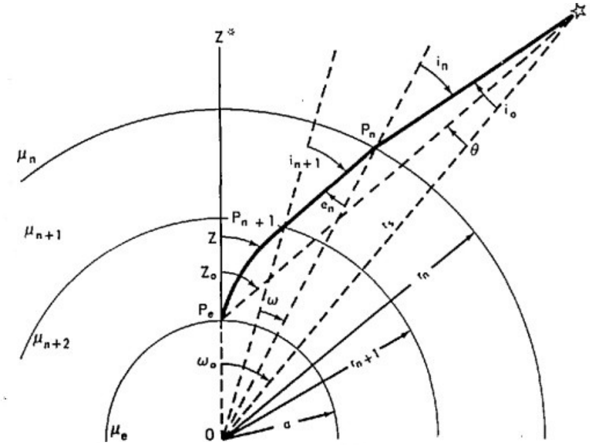
červené paprsky méně ovlivněny refrakcí
než modré paprsky

deformace slunečního či měsíčního kotouče,
spodní okraj zdvižen výše než horní

Refrakce







lom světelného paprsku v atmosféře Země,
při průchodu z řidšího k hustšímu se láme
ke kolmici; zpožďování západu, urychlování vých
rozdíl mezi pozorovanou z' a skutečnou z
výškou hvězdy; rozdíl $z - z' = R$
refrakční úhel; max. hodnota u obzoru 35'

$$R = k \operatorname{tg} z' \quad ; \quad k \approx 60'' \quad k = n-1 \ *$$

k ~ hustotě, teplotě — refrakční tabulky
refrakce s teplotou klesá, s tlakem stoupá

Refrakce

* index lomu n ~ hustotě prostředí, vlnové délce

červené paprsky méně ovlivněny refrakcí
než modré paprsky

deformace slunečního či měsíčního kotouče,
spodní okraj zdvižen výše než horní



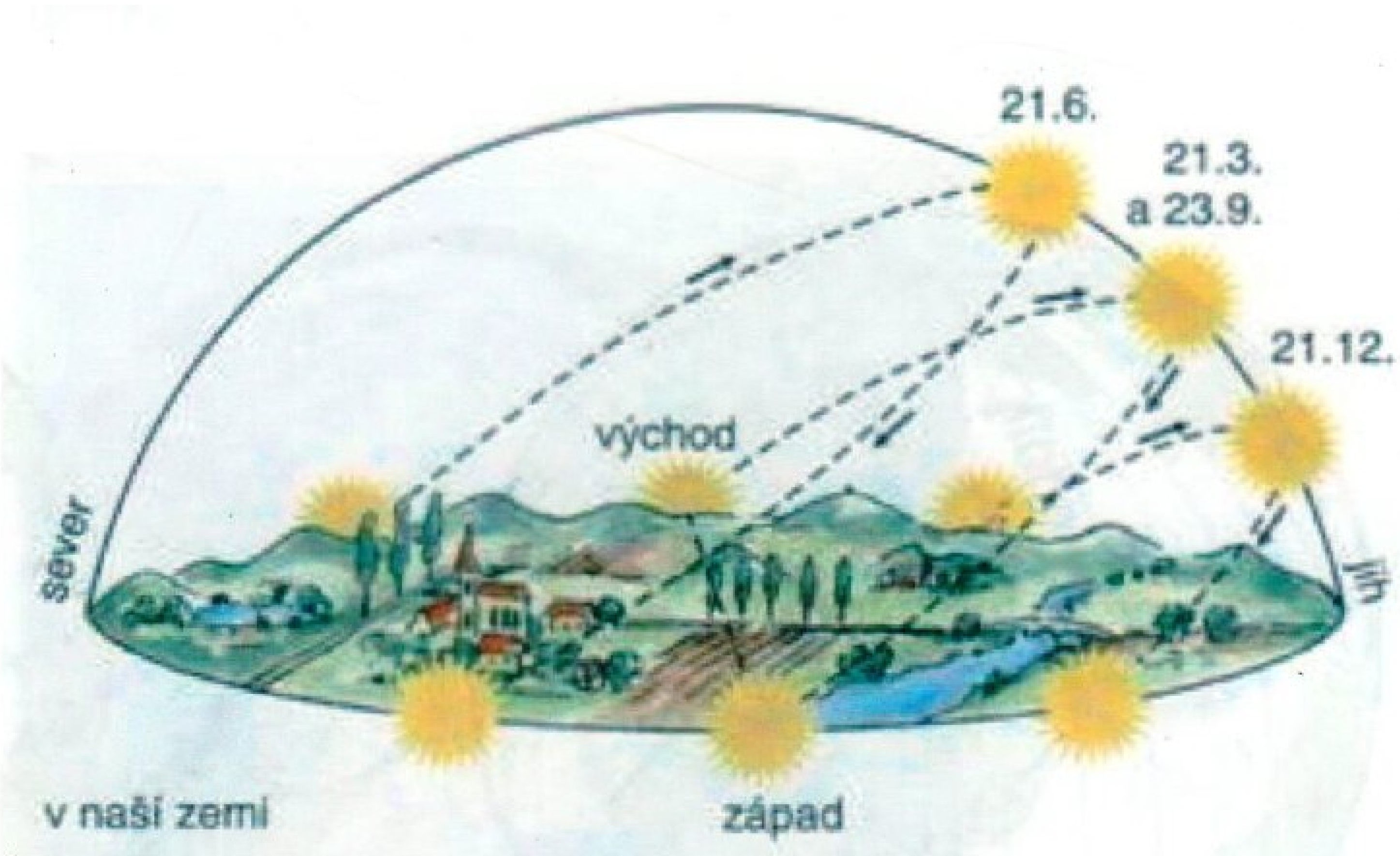


Zvířetník



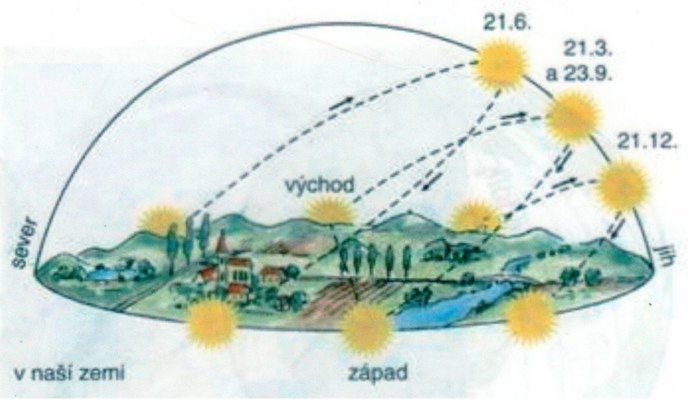
Ryby
Vodnář
Kozoroh
Beran
Střelec
Býk
Hadonoš
Slunce
Země
Blíženci
Štír
Rak
Lev
Panna
Váhy

Pohyb Slunce



Pohyb Slunce na obloze

(platí pro naši zeměpisnou šířku, tj. asi +50 stupňů)



Začátek *astronomického jara* (kolem 21. 3., jarní rovnodennost):

- Slunce vychází v 6 h východním směrem;
- v poledne je Slunce asi 40 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 18 h západním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 12 h, noc také 12 h.

Začátek *astronomického léta* (kolem 21. 6., letní slunovrat):

- Slunce vychází ve 4 h severovýchodním směrem;
- v poledne je Slunce asi 63 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 20 h severozápadním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 16 h, noc 8 h.

Začátek *astronomického podzimu* (kolem 23. 9., podzimní rovnodennost):

- Slunce vychází v 6 h východním směrem;
- v poledne je Slunce asi 40 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 18 h západním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 12 h, noc také 12 h.

Začátek *astronomické zimy* (kolem 21. 12., zimní slunovrat):

- Slunce vychází v 8 h jihovýchodním směrem;
- v poledne je Slunce asi 17 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 16 h jihozápadním směrem;
- „bílý den" trvá přibližně 8 h, noc 16 h.

Pohyby po obloze

kosmická tělesa – Slunce, Měsíc, planety, hvězdy …v různých vzdálenostech od Země, jejich polohy se promítají na povrch koule – **světovou sféru**

pozorování objektů – jakoby se sféra otáčela od východu k západu, vycházejí na východním obzoru, dosáhnou největší výšky na jihu a zapadají na západě

v těchto změnách se odrážejí pohyby, které koná naše Země,

zdánlivé denní otáčení oblohy od východu k západu je vyvoláno **rotací Země kolem vlastní osy ve směru opačném, od západu k východu**

změny vzhledu hvězdné oblohy, zdánlivé dráhy Slunce v průběhu roku - **obíhání Země kolem Slunce**

rovina rovníku Země protíná světovou sféru v kružnici - **světovém rovníku**

rovina oběhu Země kolem Slunce - **rovina ekliptiky**